Egzamin z analizy numerycznej (L)

8 lutego 2021 r.

Pierwszy termin

Pracuj samodzielnie!!!

Część 2: godz. 10.15–11.00, **jedno zadanie**.

Deklaracja wyboru: godz. 10.15–10.30 $\Rightarrow$ SKOS.

1. $\boxed{\text{13 punktów}}$ Podaj definicję rzędu kwadratury liniowej $Q_n(f) := \sum_{k=0}^{n} A_k^{(n)} f(x_k^{(n)})$. Udowodnij, że rząd kwadratury liniowej nie przekracza $2n+2$.

2. $\boxed{\text{13 punktów}}$ Opisz kwadratury złożone. Jaką mają one przewagę nad kwadraturami Newtona-Cotesa? Czy są one związane z metodą Romberga? Jeśli tak, to w jaki sposób?

3. $\boxed{\text{13 punktów}}$ Stosując metodę faktoryzacji rozwiąż układ równań $Ax = b$, gdzie

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 8 \\ 4 & 1 & 3 & 17 \\ 6 & 5 & 9 & 30 \\ 8 & 6 & 17 & 46 \end{bmatrix}, \qquad b := \begin{bmatrix} 65 \\ 153 \\ 324 \\ 503 \end{bmatrix}, \qquad x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

4. $\boxed{\text{13 punktów}}$ Załóżmy, że macierz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ma wszystkie minory główne różne od zera. Niech dane będą wektory $b_1, b_2, \ldots, b_m \in \mathbb{R}^n$. Zaproponuj **oszczędny** algorytm wyznaczania wektorów $x_1, x_2, \ldots, x_m \in \mathbb{R}^n$, dla kórych $Ax_k = b_k$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$. Jak opracowaną metodę zastosować do znalezienia takiej macierzy $X \in \mathbb{R}^{n\times n}$, dla której $AX = B$, gdzie macierz $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ jest dana?

   Uwaga. W rozwiązaniu **nie wolno** wprost wyznaczać macierzy A^{-1}, bo – jak wiadomo – nie jest to bezpieczne z numerycznego punktu widzenia.

Powodzenia!

Paweł Woźny

Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w SKOSie;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, **być czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i SKOS).