2. ~~a~~ 3

$$a_n = \begin{cases} n & n = 2k \\ \frac{1}{n} & n = 2k+1 \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}$$

Ciąg $e_n = n$ (dla parzystych) z 2.~~1~~2 $E(x) = \frac{x}{(1-x)^2}$

Ciąg $f_n = \frac{1}{n}$ dla nieparzystych

Bierzemy ciąg $\langle 1,1,1,1,\dots \rangle$ o tworzącej $\frac{1}{1-x}$ i całkujemy

wtedy $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^{n} = \cancel{\ln(x)} - \ln(1-x)$

aby otrzymać ciąg $b_n = \langle 0,0,2,0,4,\dots \rangle$ (dla parzystych)

użyjemy wzoru z wykładu $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n = \frac{E(x)+E(-x)}{2}$

dla ciągu $c_n = \langle 0,1,0,\frac{1}{3},0,\frac{1}{5},\dots \rangle$

użyjemy kolejnego wzoru z wykładu $\frac{F(x) - F(-x)}{2}$

Po ~~złączeniu~~ dodaniu wzorów bo $a_n = c_n + b_n$

mamy $A(x) = \frac{E(x)+E(-x)}{2} + \frac{F(x)-F(-x)}{2}$

$$A(x) = \frac{x}{2(1-x)^2} + \frac{-x}{2(1+x)^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{(1-x)}{(1+x)}$$

b) $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \Rightarrow H_n = \sum_{n=0}^{\infty} h_n x^n$ $h_n = \langle 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \rangle$

z poprzedniego podpunktu wiemy że $\sum_{n=0}^{\infty} h_n x^n = -\ln 1-x$

a z 21. wiemy że $H(x) = \cdot \frac{1}{1-x}$

tworząca ciągu

$$H(x) = -\ln(1-x) \cdot \frac{1}{1-x}$$

$$\ln\left(\frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{1}{1-x}$$