z. 6 mamy ciąg a_n oraz b_n t. ż. $\begin{cases} b_{k+i} = a_i \\ b_s = 0 \\ s<k \end{cases}$

a) Znamy $A(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$

Chcemy znaleźć $B(x)$ wiemy że $B(x) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i x^i$

Ponieważ znamy ciąg b_n

$$B(x) = (0 + 0x^1 + 0x^2 + \dots + 0x^{k-1} + a_0 x^k + a_1 x^{k+1} + \dots)$$

$$B(x) = a_0 x^k + a_1 x^{k+1} + a_2 x^{k+2} + \dots$$

$$B(x) = x^k \underbrace{(a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots}_{A(x)}$$

tak więc $B(x) = x^k A(x)$

b) Aby otrzymać $C(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i$ dla $c_i = a_{i+k}$

~~Weźmy~~

$$\cancel{C(x) = a_k x^0 + a_{k+1} x^1 + a_{k+2} x^2 + \dots \; / \cdot x^k}$$

Zdefiniujmy sumę pomocniczą $\sum_{i=0}^{k-1} a_i x^{-k+i}$ jako H

wtedy $C(x) = a_k x^0 + a_{k+1} x^1 + a_{k+2} x^2 + \dots \quad / + H$

$$C(x) + H = a_0 x^{-k} \; a_1 x^{-k+1} + \dots + a_k x^0 + a_{k+1} x^1 + \dots / \cdot x^k$$

$$x^k (C(x) + H) = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots$$

$$x^k (C(x) + H) = A(x) \; / : x^k$$

$$C(x) + H = \frac{A(x)}{x^k} \qquad C(x) = \frac{A(x)}{x^k} - H$$