2.10 Wiemy że $f(n) \in o(g(n))$ jeśli $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$

Wiemy również że $k < l$ a $f(n) = a_1 n^k + a_2 n^{k-1} + \dots + a_k$

gdzie $a_1, a_2, \dots a_k \in \mathbb{R}$

$g(n) = c_1 n^l + c_2 n^{l-1} + c_3 n^{l-2} + \dots + c_l$

gdzie $c_1, c_2, \dots, c_l \in \mathbb{R}$

wtedy $\lim_{n\to\infty} \frac{a_1 n^k + a_2 n^{k-1} + \dots + a_k}{c_1 n^l + c_2 n^{l-1} + \dots + c_l} = \lim_{n\to\infty} \frac{\overset{0}{\frac{a_1}{n^k}} + \overset{0}{\frac{a_2}{n^{k+1}}} + \dots + \overset{0}{\frac{a_k}{n^k}}}{\underset{\infty}{c_1 n^{l-k}} + c_2 n^{l-k+1} + \dots + \frac{c_l}{n^k}} =$

ponieważ $k<l$

$\lim_{n\to\infty} \frac{0}{\infty} = \underline{\underline{0}}$ ■

2.1 mamy dowód algebraiczny

$\binom{n}{k} = \frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}$

$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-1-(k-1))!} \quad / : n!$

$\frac{1}{k!(n-k)!} = \frac{1}{k!(n-k)!}$

$\underline{\underline{1=1}}$

Kończąc dowód - wykonaliśmy takie same operacje więc

$k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1} \quad / : k$

$\binom{n}{k} = \frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}$

dowód kombinatoryczny - załóżmy że chcemy wybrać k grupę ludzi spośród n ludzi wtedy mamy $\binom{n}{k}$ i z grupy ludzi wybrać przywódcę wtedy $k\binom{n}{k}$. Zaczynając od drugiej strony wybieramy najpierw przywódcę z grupy n ludzi możemy to zrobić na $\underline{\underline{n}}$ sposobów, następnie z grupy n-1 ludzi wybieramy k-1-osobową grupę (przywódca musi się tam znaleźć) wtedy możemy to zrobić na $n\binom{n-1}{k-1}$ sposobów