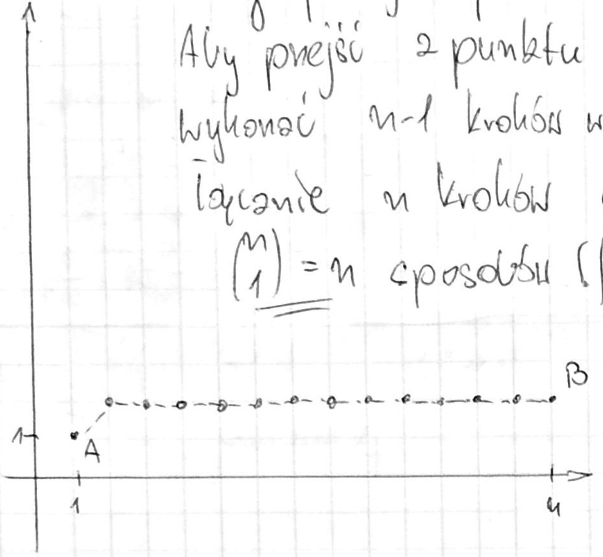
2.6 aby policzyć liczbę funkcji f najpierw rozważymy ~~pun~~ funkcje stałe jest ich $\underline{n}$

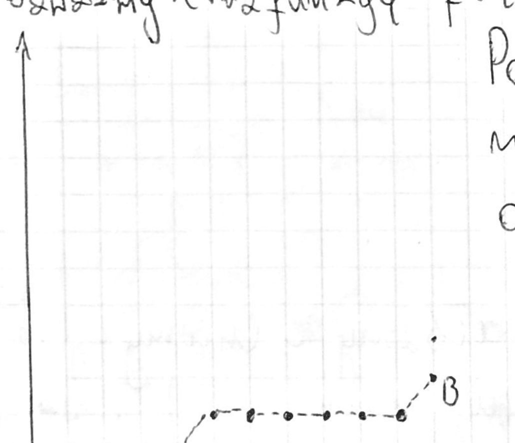
a) następnie rozważmy funkcje $f: \{1,2,3,\dots,n\} \to \{1,2\}$



Aby przejść z punktu A do B musimy wykonać $n-1$ kroków w prawo oraz 1 krok w górę łącznie n kroków co możemy wybrać na $\underline{\binom{n}{1} = n}$ sposobów (funkcja może w każdym punkcie przyjąć wartość 2 i potem być stała) czyli mamy n funkcji które rosną o 1 jednak musimy od wyniku odjąć 1 ponieważ jeśli $f(1)=2$ wtedy dla $\forall k$ $k \leq n$ $f(k)=2$ czyli funkcja będzie stała, a takie już rozważyliśmy tak więc ~~takich funkcji~~ wynik to $\underline{n-1}$

następnie ~~to~~ funkcji ~~z~~ ~~f: \{1,2,3,...\}~~ rosnących o 1 jest $n-1$ tak więc wszystkich funkcji rosnących o 1 jest $\underline{(n-1)(n-1)} = \left(\binom{n}{1}-1\right)(n-1)$

b) rozważmy teraz funkcję $f: \{1,2,3,\dots,n\} \to \{1,3\}$



Ponownie aby dostać się do B z A musimy zrobić $n-1$ kroków w prawo oraz 2 kroki w górę co możemy wybrać na $\binom{n+1}{2}$ sposobów, oczywiście odrzucamy przypadek gdy $f(1)=3$ więc mamy $\binom{n+1}{2}-1$ funkcji w naszym przedziale znajdziemy $(n-2)$ funkcje rosnące o 2 które mogą przebiegać na $\binom{n+1}{2}-1$ sposobów tak więc wszystkich funkcji rosnących o 2 jest $(n-2)\left(\binom{n+1}{2}-1\right)$

Ogólna liczba funkcji $f\{1,2,3,\dots,n\} \to \{1,2,3,\dots,n\}$ wynosi

$$n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)\binom{(n-1)+k}{k}$$