

## Pracuj samodzielnie!!!

Część 4: godz. 11.45–12.30, **jedno zadanie**.

Deklaracja wyboru: godz. 11.45–12.00  $\Rightarrow$  **SKOS**.

1. **12 punktów** Sformułuj i uzasadnij schemat Hornera. Udowodnij, że jest to algorytm numerycznie poprawny.
2. **12 punktów** Niech dane będą:  $n \in \mathbb{N}$  i parami różne liczby rzeczywiste  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ . Zaproponuj algorytm znajdowania takich liczb  $c_0, c_1, \dots, c_n$ , że dla każdego  $x \in \mathbb{R}$  zachodzi  $(x + 2021)^n = c_0 + c_1(x - a_0) + c_2(x - a_0)(x - a_1) + \dots + c_n(x - a_0)(x - a_1) \cdot \dots \cdot (x - a_{n-1})$ . Podaj jego złożoność obliczeniową i pamięciową.

3. **12 punktów** Funkcję  $f(x) = \sin(2x)$  interpolujemy wielomianem  $L_n \in \Pi_n$  w węzłach będących zerami wielomianu Czebyszewa  $T_{n+1}$ . Jak należy dobrać  $n$ , aby mieć pewność, że

$$\max_{x \in [-1, 1]} |f(x) - L_n(x)| \leq 10^{-8} ?$$

4. **12 punktów** Niech dane będą wektory liczb rzeczywistych  $\mathbf{x} := [x_0, x_1, \dots, x_n]$  ( $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ ),  $\mathbf{y} := [y_0, y_1, \dots, y_n]$  i  $\mathbf{z} := [z_0, z_1, \dots, z_m]$  ( $m, n \in \mathbb{N}$ ). Niech  $s_n$  oznacza naturalną interpolacyjną funkcję sklejaną trzeciego stopnia (w skrócie: NIFS3) spełniającą warunki  $s_n(x_k) = y_k$  ( $0 \leq k \leq n$ ). W języku PWO++ procedura `NSpline3(x,y,z)` wyznacza wektor  $[s_n(z_0), s_n(z_1), \dots, s_n(z_m)]$ . Wiadomo, że NIFS3 odpowiadająca danym  $(x_k, f(x_k))$  ( $0 \leq k \leq 100$ ) bardzo dobrze przybliża funkcję  $f$ . Można więc przypuszczać, że

$$S_n := \int_{x_0}^{x_n} s_n(x) dx$$

jest bardzo dobrym przybliżeniem wartości całki  $I := \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx$ . Stosując procedurę `NSpline3` **tylko raz**, zaproponuj szkic **efektywnego algorytmu** wyznaczania wielkości  $S_n$ . Zadbaj więc m.in. o to, aby liczba współrzędnych wektora  $\mathbf{z}$  (czyli wartość  $m + 1$ ) **była możliwie jak najmniejsza**.

Powodzenia!

Paweł  
Woźny

### Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w **SKOS**ie;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, być **czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i **SKOS**).