

2.1

mamy ciąg a_n oraz jego funkcję tworzącą $A(x)$ definiujemy ciąg s_n jako $s_n = \sum_{k=0}^n a_{n-k}$

chcemy znaleźć funkcję tworzącą ciągu s_n

$$A(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$$

wzięmy ciąg $b_n = 1$ o tworzącej $\frac{1}{1-x}$

po pomnożeniu $b_n \cdot a_n$ otrzymamy

$$\text{ciąg } c_n = \sum_{i=0}^n a_i b_{n-i} = \sum_{i=0}^n a_i \quad \text{ponieważ } b_{n-i} = 1$$

$$\text{tak więc } C(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{i=0}^n a_i \right) x^i$$

$$C(x) = A(x) \cdot B(x)$$

$$C(x) = A(x) \cdot \frac{1}{1-x} \quad \text{ponieważ } c_n = s_n$$

$$\text{to } S(x) = C(x) = \underline{\underline{A(x) \cdot \frac{1}{1-x}}}$$