1) 2.8 Warunek jeśli $\lim_{n\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} < \infty$ to $f(x) \in O(g(x))$

$n^2 \in O(n^3)$

Sprawdźmy granicę

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^3} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = \underline{\underline{0}}$$ tak więc $n^2 \in O(n^3)$

2) $n^3 \in O(n^{2.99})$ t. sama operacja

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^3}{n^{2.99}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^{0.99}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[100]{n} = \infty$$ $n^3 \notin O(n^{2.99})$ nie należy

3) $2^{n+1} \in O(2^n)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{2^n} = \lim_{n\to\infty} 2 = 2$$ czyli $2^{n+1} \in O(2^n)$

4) $(n+1)! \in O(n!)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)\cancel{!}}{\cancel{n!}} = \lim_{n\to\infty} n+1 = \infty$$ tak więc $(n+1)! \notin O(n!)$

5) $\log_2 n \in O(\sqrt{n})$

liczymy

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} \xrightarrow[d'H]{\frac{\infty}{\infty}} \lim_{n\to\infty} \frac{\log_2 e}{n} \cdot \frac{2\sqrt{n}}{1} = \lim_{n\to\infty} \frac{2\log_2 e\sqrt{n}}{n} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2\log_2 e}{\sqrt{n}} = 0$$ więc jest to prawda

6) $\sqrt{n} \in O(\log_2 n)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\log_2 n} \xrightarrow[d'H]{\frac{\infty}{\infty}} \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}} \cdot \frac{n}{\log_2 e} = \infty$$ t. w. $\sqrt{n} \notin O(\log_2 n)$