

1. Wybieramy  $n+1$  liczb ze zbioru  $X = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$   $n \in \mathbb{N}$

Chcemy każdą  $n+1$  liczb ze zbioru  $X$  zapisać jako  $2^a \cdot k$ , gdzie  $k$  jest liczbą nieparzystą postaci  $2i-1$   $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , natomiast  $a$  jest największą możliwą liczbą np.  $1 = 2^0 \cdot 1$  wtedy  $a=0$  oraz  $1 = 2^1 \cdot 0.5$  ~~18~~  $18 = 2^1 \cdot 9$ . Następnie ustawiamy  $n$  szufladek o indeksach  $k$ . Ponieważ wybierane liczby są różne i jest ich  $n+1$  do jednej z szufladek trafią gdzie  $x \geq y$  dwie liczby postaci  $2^x \cdot k$  oraz  $2^y \cdot k$   $\frac{2^x \cdot k}{2^y \cdot k} = 2^{x-y}$  które są podzielne przez siebie bo

4. Rozważmy liczby składające się z samych 1 o długości od 1 do  $n+1$ .

1, 11, 111, 1111,  $\dots$ ,  $\underbrace{111\dots1}_n$  "jedynek"

Następnie ustawmy  $n$  szufladek postaci  $S_r = \{x \mid x \% n = r\}$

Jeśli mamy  $n+1$  liczb i  $n$  szufladek wiemy że jakiś szufladek będzie miał dwa elementy

Oznaczmy je jako  $a$  i  $b$  są one postaci  $n \cdot k_1 + r$  po odjęciu ich od siebie otrzymamy szukany  $x$

$$x = a - b$$

$$x = n \cdot k_1 + r - (n \cdot k_2 + r)$$

$$x = n \cdot k_1 + r - n \cdot k_2 - r$$

$$x = n(k_1 - k_2) \text{ tak więc } x \% n = 0$$

Ponad to  $x$  jest postaci 1...0... czyli spełnia wymogi zadania