

**Виконав: студент 4 курсу,**

**1 потоку, групи Б**

**Молодченко Дмитро**

**Перевірив: Ротштейн**

**Олександр Петрович**

### **Лабораторна робота №7**

#### **Завдання 1. Задача комівояжера (аналогія з конспектом)**

Постановка. Є 5 міст (1–5). Потрібно відвідати кожне місто рівно один раз і повернутися у початкове (місто 1) з мінімальною сумарною довжиною маршруту.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0	10	8	9	7
<b>2</b>	10	0	10	5	6
<b>3</b>	8	10	0	8	9
<b>4</b>	9	5	8	0	6
<b>5</b>	7	6	9	6	0

#### **Рішення методом динамічного програмування (Held–Karp, коротко)**

Позначимо  $C(S, j)$  — мінімальну довжину шляху з міста 1, що відвідує підмножину  $S \subseteq \{2,3,4,5\}$  і закінчується в місті  $j \in S$ .

База:  $C(\{j\}, j) = d(1, j)$ . Рекурентне спiввiдношення:  $C(S, j) = \min_{\{k \in S \setminus \{j\}\}} [ C(S \setminus \{j\}, k) + d(k, j) ]$ .

Оптимальна довжина:  $\min_{\{j \in \{2..5\}\}} [ C(\{2,3,4,5\}, j) + d(j, 1) ]$ .

**База ( $|S| = 1$ ):**

S	Значення
{2}	$C(\{2\},2)=10$
{3}	$C(\{3\},3)=8$
{4}	$C(\{4\},4)=9$
{5}	$C(\{5\},5)=7$

**Декілька проміжних значень ( $|S| = 2$ ):**

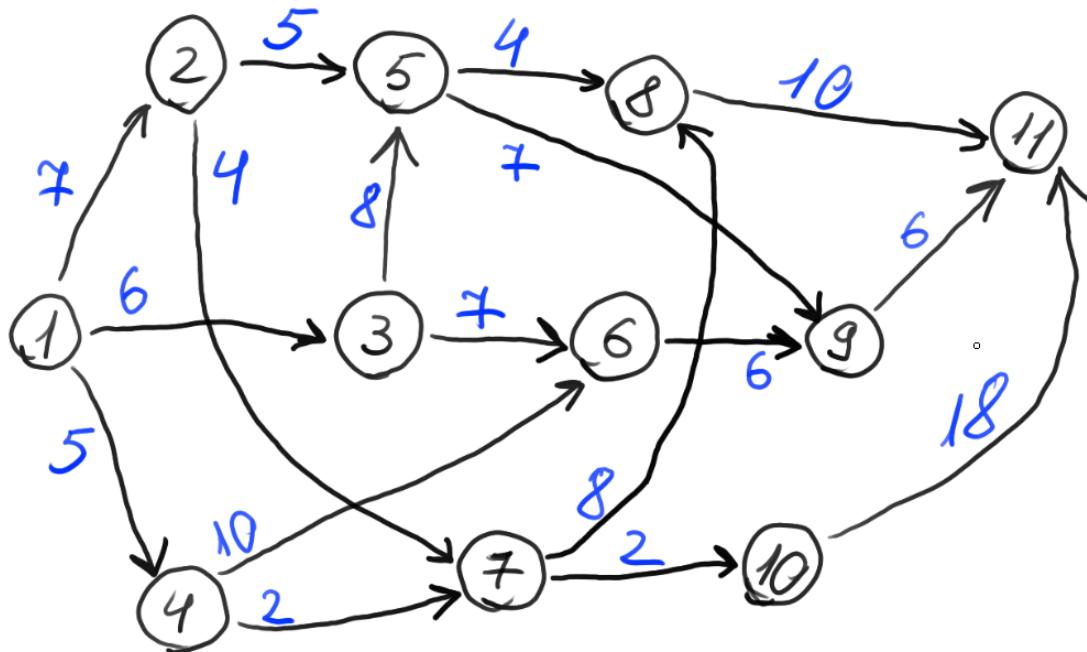
Приклад 1	Приклад 2
$C(\{2,3\},2)=\min(C(\{3\},3)+d(3,2)=8+10, C(\{2\},?))=18$	$C(\{2,3\},3)=\min(C(\{2\},2)+d(2,3)=10+10)=20$
$C(\{2,4\},2)=\min(C(\{4\},4)+d(4,2)=9+5)=14$	$C(\{2,4\},4)=\min(C(\{2\},2)+d(2,4)=10+5)=15$
$C(\{2,5\},2)=\min(C(\{5\},5)+d(5,2)=7+6)=13$	$C(\{2,5\},5)=\min(C(\{2\},2)+d(2,5)=10+6)=16$
$C(\{3,4\},3)=\min(C(\{4\},4)+d(4,3)=9+8)=17$	$C(\{3,4\},4)=\min(C(\{3\},3)+d(3,4)=8+8)=16$
$C(\{3,5\},3)=\min(C(\{5\},5)+d(5,3)=7+9)=16$	$C(\{3,5\},5)=\min(C(\{3\},3)+d(3,5)=8+9)=17$
$C(\{4,5\},4)=\min(C(\{5\},5)+d(5,4)=7+6)=13$	$C(\{4,5\},5)=\min(C(\{4\},4)+d(4,5)=9+6)=15$

**Фінал ( $|S| = 4$ ):**

$$\min_j [ C(\{2,3,4,5\}, j) + d(j,1) ] = 34.$$

Оптимальний тур (один із рівнозначних):  $1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  (довжина 34).

**Завдання 2. Динамічне програмування. Прокладання кабелю: «2 кроки → відсікання → 2 кроки»**



**Крок 1. Розширення на 2 кроки від вершини 1 та відсікання**

Шлях (2 кроки)	Вартість до вузла	f(останній вузол)	Оцінка = cost+f	Рішення
1→2→5	12	13	25	залишити
1→2→7	14	18	32	відкинути
1→3→5	14	13	27	відкинути
1→3→6	13	12	25	залишити
1→4→6	15	12	27	відкинути
1→4→7	7	18	25	залишити

## **Крок 2. Для кожного перспективного префікса — ще 2 кроки**

<b>Продовження (ще 2 кроки)</b>	<b>Повна довжина</b>	<b>Рішення</b>
1→2→5→8→11	26	відкинути
1→2→5→9→11	25	оптимальний/дорівнює UB
1→3→6→9→11	25	оптимальний/дорівнює UB
1→4→7→8→11	25	оптимальний/дорівнює UB
1→4→7→10→11	27	відкинути

## **Висновок**

Мінімальна довжина шляху від 1 до 11 дорівнює 25. Оптимальні маршрути:

- 1) 1 → 2 → 5 → 9 → 11 (25)
- 2) 1 → 3 → 6 → 9 → 11 (25)
- 3) 1 → 4 → 7 → 8 → 11 (25)