

Виконав: студент 4 курсу,

1 потоку, групи Б

Молодченко Дмитро

Перевірив: Ротштейн

Олександр Петрович

Лабораторна робота №2

Що таке математичне очікування

Математичне очікування випадкової величини X — теоретичне середнє значення, зважене ймовірностями можливих результатів.

$$E[X] = \sum_{i=1}^m x_i p_i, \quad p_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^m p_i = 1$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$$

Що таке середнє арифметичне

Середнє арифметичне вибірки x_1, \dots, x_n — емпіричне середнє значення спостережень.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

Чим відрізняється математичне очікування від середнього арифметичного

Математичне очікування $E[X]$ — параметр розподілу генеральної сукупності; середнє арифметичне \bar{x} — статистика конкретної вибірки з рівними вагами $1/n$. Загалом $E[X] \neq \bar{x}$ для одиної вибірки, але закон великих чисел гарантує збіжність $\bar{x} \rightarrow E[X]$ при $n \rightarrow \infty$.

Коли математичне очікування співпадає з середнім арифметичним

1) Для рівноймовірних значень:

$$p_i = \frac{1}{m} \Rightarrow E[X] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$$

2) Для рівноймовірної емпіричної вибірки (усі спостереження мають вагу $1/n$).

3) У граничному сенсі за законом великих чисел: $\bar{x} \rightarrow E[X]$ при $n \rightarrow \infty$.

Що таке зважене середнє

Для значень x_1, \dots, x_m з вагами w_1, \dots, w_m ($w_i \geq 0$, не всі нулі):

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^m w_i x_i}{\sum_{i=1}^m w_i}$$

Зв'язок між зваженим середнім та математичним очікуванням

Нормувавши ваги до ймовірностей $p_i = w_i / (\sum_j w_j)$, отримуємо:

$$\bar{x}_w = \sum_{i=1}^m p_i x_i = E[X]$$

Задача

Мережа супермаркетів запускає новий снєк SmartSnack і має обрати стратегію на 6 тижнів: A1 — великий початковий запас; A2 — фіксований контракт із постачальником; A3 — малий старт і часті

дозакази; A4 — консигнація/VMI; A5 — закупівля у кількох постачальників; A6 — динамічні ціни й короткі промо. Ринок може поводитися по-різному: S1 — звичайний попит; S2 — короткий «хайп»; S3 — слабкий сезон; S4 — активна рекламна підтримка постачальника; S5 — логістичні збої; S6 — демпінг конкурента. Елемент матриці (a_{ij}) — це очікуваний чистий прибуток (тис. грн) за обраної стратегії (A_i) в умовах сценарію (S_j).

Альтернатива	S1	S2	S3	S4	S5	S6
A1	12	-3	8	5	10	4
A2	7	14	-2	6	9	3
A3	5	6	11	-4	8	10
A4	-1	9	4	15	-2	7
A5	3	5	2	6	4	12
A6	10	-5	7	9	0	8

Формули критеріїв

Maximax:

$$i^* = \arg \max_i \max_j a_{ij}$$

Maximin:

$$i^* = \arg \max_i \min_j a_{ij}$$

Laplace:

$$i^* = \arg \max_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{ij}$$

Розв'язок:

A1: $\max_j a_{ij} = 12$; $\min_j a_{ij} = -3$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 6$.

A2: $\max_j a_{ij} = 14$; $\min_j a_{ij} = -2$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 6.167$.

A3: $\max_j a_{ij} = 11$; $\min_j a_{ij} = -4$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 6$.

A4: $\max_j a_{ij} = 15$; $\min_j a_{ij} = -2$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 5.333$.

A5: $\max_j a_{ij} = 12$; $\min_j a_{ij} = 2$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 5.333$.

A6: $\max_j a_{ij} = 10$; $\min_j a_{ij} = -5$; $(1/6) \cdot \Sigma a_{ij} = 4.833$.

Рішення за **Maximax**: обираємо A4 (максимум 15).

Рішення за **Maximin**: обираємо A5 (мінімум 2 — найбільший серед мінімумів).

Рішення за **Laplace**: обираємо A2 (середнє 6.167 — найбільше).