

Виконав: студент 4 курсу,

1 потоку, групи Б

Молодченко Дмитро

Перевірив: Ротштейн

Олександр Петрович

Лабораторна робота №7

Завдання 1. Задача комівояжера (аналогія з конспектом)

Постановка. Є 5 міст (1–5). Потрібно відвідати кожне місто рівно один раз і повернутися у початкове (місто 1) з мінімальною сумарною довжиною маршруту.

	1	2	3	4	5
1	0	10	8	9	7
2	10	0	10	5	6
3	8	10	0	8	9
4	9	5	8	0	6
5	7	6	9	6	0

Рішення методом динамічного програмування (Held–Karp, коротко)

Позначимо $C(S, j)$ — мінімальну довжину шляху з міста 1, що відвідує підмножину $S \subseteq \{2, 3, 4, 5\}$ і закінчується в місті $j \in S$.

База: $C(\{j\}, j) = d(1, j)$. Рекурентне співвідношення: $C(S, j) = \min_{k \in S \setminus \{j\}} [C(S \setminus \{j\}, k) + d(k, j)]$.

Оптимальна довжина: $\min_{j \in \{2..5\}} [C(\{2, 3, 4, 5\}, j) + d(j, 1)]$.

База ($|S| = 1$):

S	Значення
{2}	$C(\{2\},2)=10$
{3}	$C(\{3\},3)=8$
{4}	$C(\{4\},4)=9$
{5}	$C(\{5\},5)=7$

Декілька проміжних значень ($|S| = 2$):

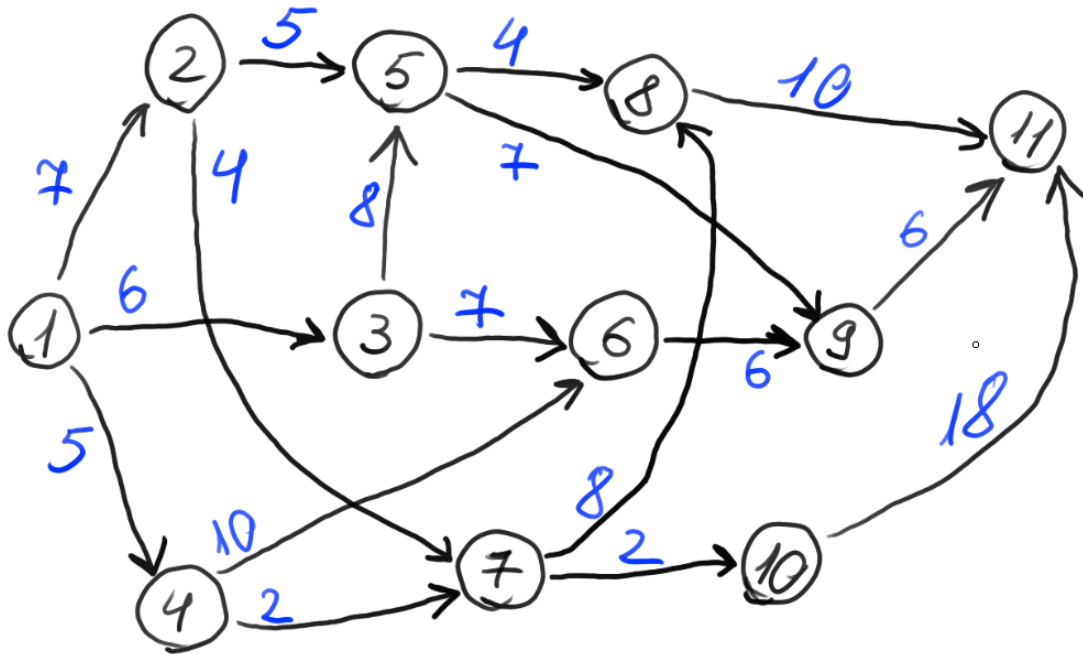
Приклад 1	Приклад 2
$C(\{2,3\},2)=\min(C(\{3\},3)+d(3,2)=8+10, C(\{2\},?))=18$	$C(\{2,3\},3)=\min(C(\{2\},2)+d(2,3)=10+10)=20$
$C(\{2,4\},2)=\min(C(\{4\},4)+d(4,2)=9+5)=14$	$C(\{2,4\},4)=\min(C(\{2\},2)+d(2,4)=10+5)=15$
$C(\{2,5\},2)=\min(C(\{5\},5)+d(5,2)=7+6)=13$	$C(\{2,5\},5)=\min(C(\{2\},2)+d(2,5)=10+6)=16$
$C(\{3,4\},3)=\min(C(\{4\},4)+d(4,3)=9+8)=17$	$C(\{3,4\},4)=\min(C(\{3\},3)+d(3,4)=8+8)=16$
$C(\{3,5\},3)=\min(C(\{5\},5)+d(5,3)=7+9)=16$	$C(\{3,5\},5)=\min(C(\{3\},3)+d(3,5)=8+9)=17$
$C(\{4,5\},4)=\min(C(\{5\},5)+d(5,4)=7+6)=13$	$C(\{4,5\},5)=\min(C(\{4\},4)+d(4,5)=9+6)=15$

Фінал ($|S| = 4$):

$$\min_j [C(\{2,3,4,5\}, j) + d(j,1)] = 34.$$

Оптимальний тур (один із рівнозначних): $1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
(довжина 34).

Завдання 2. Динамічне програмування. Прокладання кабелю: «2 кроки → відсікання → 2 кроки»



Крок 1. Розширення на 2 кроки від вершини 1 та відсікання

Шлях (2 кроки)	Вартість до вузла	f(останній вузол)	Оцінка = cost+f	Рішення
1→2→5	12	13	25	залишити
1→2→7	14	18	32	відкинути
1→3→5	14	13	27	відкинути
1→3→6	13	12	25	залишити
1→4→6	15	12	27	відкинути
1→4→7	7	18	25	залишити

Крок 2. Для кожного перспективного префікса — ще 2 кроки

Продовження (ще 2 кроки)	Повна довжина	Рішення
$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 11$	26	відкинути
$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 11$	25	оптимальний/дорівнює UB
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 11$	25	оптимальний/дорівнює UB
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 11$	25	оптимальний/дорівнює UB
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 11$	27	відкинути

Висновок

Мінімальна довжина шляху від 1 до 11 дорівнює 25. Оптимальні маршрути:

1) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 11$ (25)

2) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 11$ (25)

3) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 11$ (25)