

## 第十四章 相对论

### 第6节 《相对论性动量和能量》

- 一 理解相对论性的动量和能量关系。
- 二 理解质能方程。



# 一 动量与速度的关系

## (1) 相对论动量遵循洛伦兹变换

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 \vec{v} = m \vec{v}$$

当  $v \ll c$  时  $\vec{p} = m \vec{v} \rightarrow m_0 \vec{v}$

## (2) 相对论质量

静止质量:  $m_0$

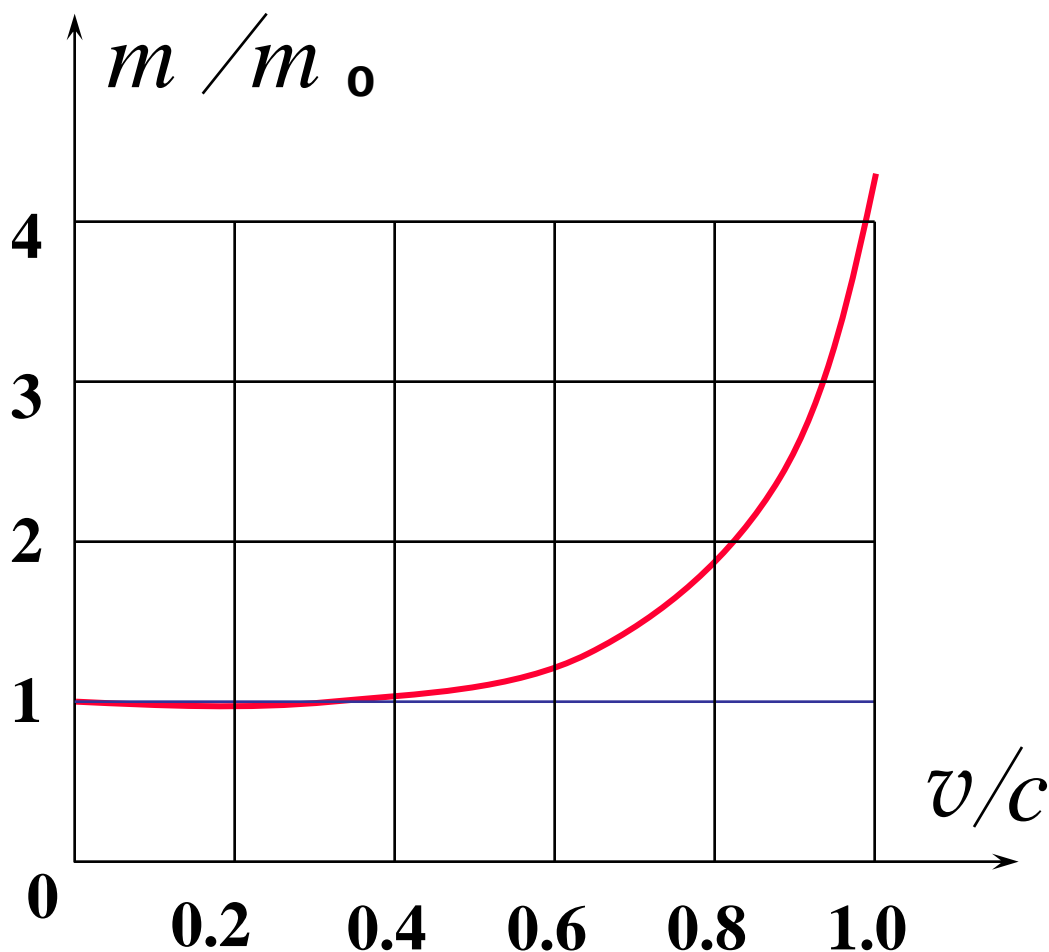
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



## 相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$m(v)$ 说明  
质量与速度有  
关。



**静质量**  $m_0$  :

物体相对于惯性系静止时的质量。

**结论：质量具有相对意义。**

当  $v \ll c$  时  $m \rightarrow m_0$  , 可以认为质点的质量是一个常量, 牛顿力学仍然适用.



## 二 狭义相对论力学的基本方程

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

当  $v \ll c$  时  $m \rightarrow m_0$   $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

即  $\vec{F} = m_0 \vec{a}$  变为牛顿第二定律.

当  $\sum_i \vec{F}_i = 0$  时,  $\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \frac{m_{0i} \vec{v}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}$  不变

相对论动量守恒定律



### 三 质量与能量的关系

动能定理

设  $E_k = \int_0^x F_x dx = \int_0^x \frac{dp}{dt} dx = \int_0^p v dp$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad d(pv) = p dv + v dp$$

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \int_0^v \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} dv \quad \text{积分}$$

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} - m_0 c^2$$



$$E_k = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2} - m_0 c^2 \quad m = \gamma m_0$$

### 相对论动能

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

当  $v \ll c$  时,  $E_k \rightarrow \frac{1}{2} m_0 v^2$

静能量  $E_0 = m_0 c^2$

物体静止时所具有的能量.



总能量  $E = E_K + m_0 c^2 = mc^2$

相对论质能关系

$$E = mc^2$$

质能关系指出：

物质的质量和能量之间有密切的联系。

相对论能量和质量守恒是一个统一的物理规律。





## 物理意义

$$E = mc^2$$

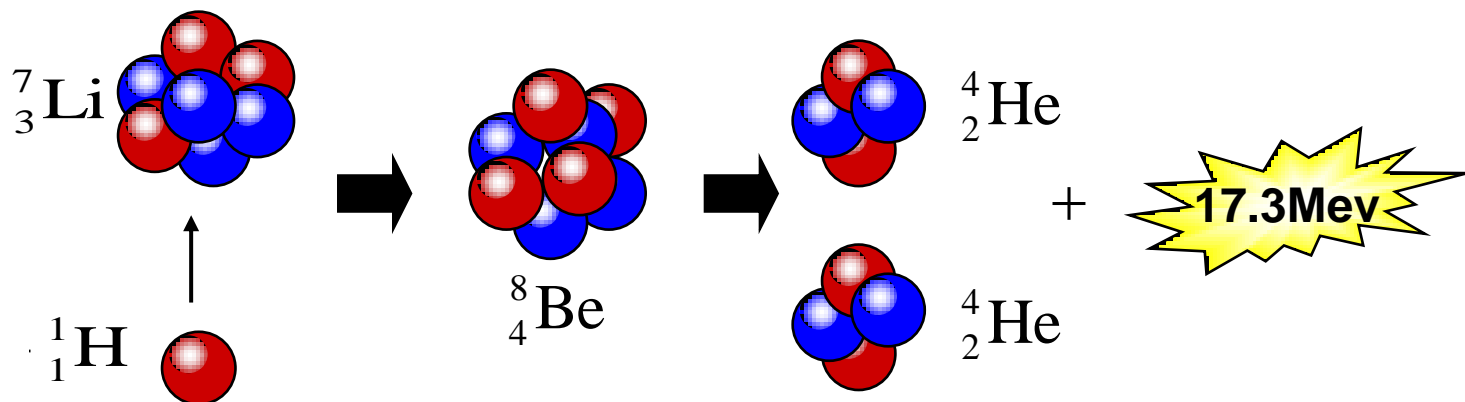
$$\Delta E = (\Delta m)c^2$$

惯性质量的增加和能量的增加相联系，能量的改变必然导致质量的相应变化，这是相对论的又一极其重要的推论。



## 质能关系的第一个实验验证

## 人工锂原子核蜕变为氦原子





## 1951年 诺贝尔 物理学奖

约翰·考克饶夫  
John Douglas Cockcroft

欧内斯特·沃顿  
Ernest Thomas Sinton Walton



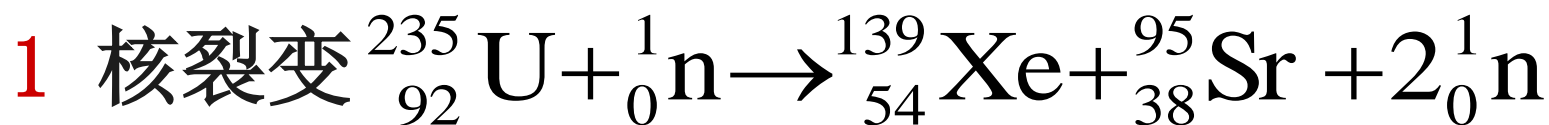
该实验的重大意义在于首次用人工控制改变了原子体系中的粒子，用诱导核反应的方法释放出了威力巨大的原子能，为质能关系理论提供了第一个最重要的证据。



相对论的质能关系为开创原子能时代提供了理论基础，这是一个具有划时代意义的理论公式。



## 四 质能公式在原子核裂变和聚变中的应用



质量亏损  $\Delta m = 0.22\text{u}$

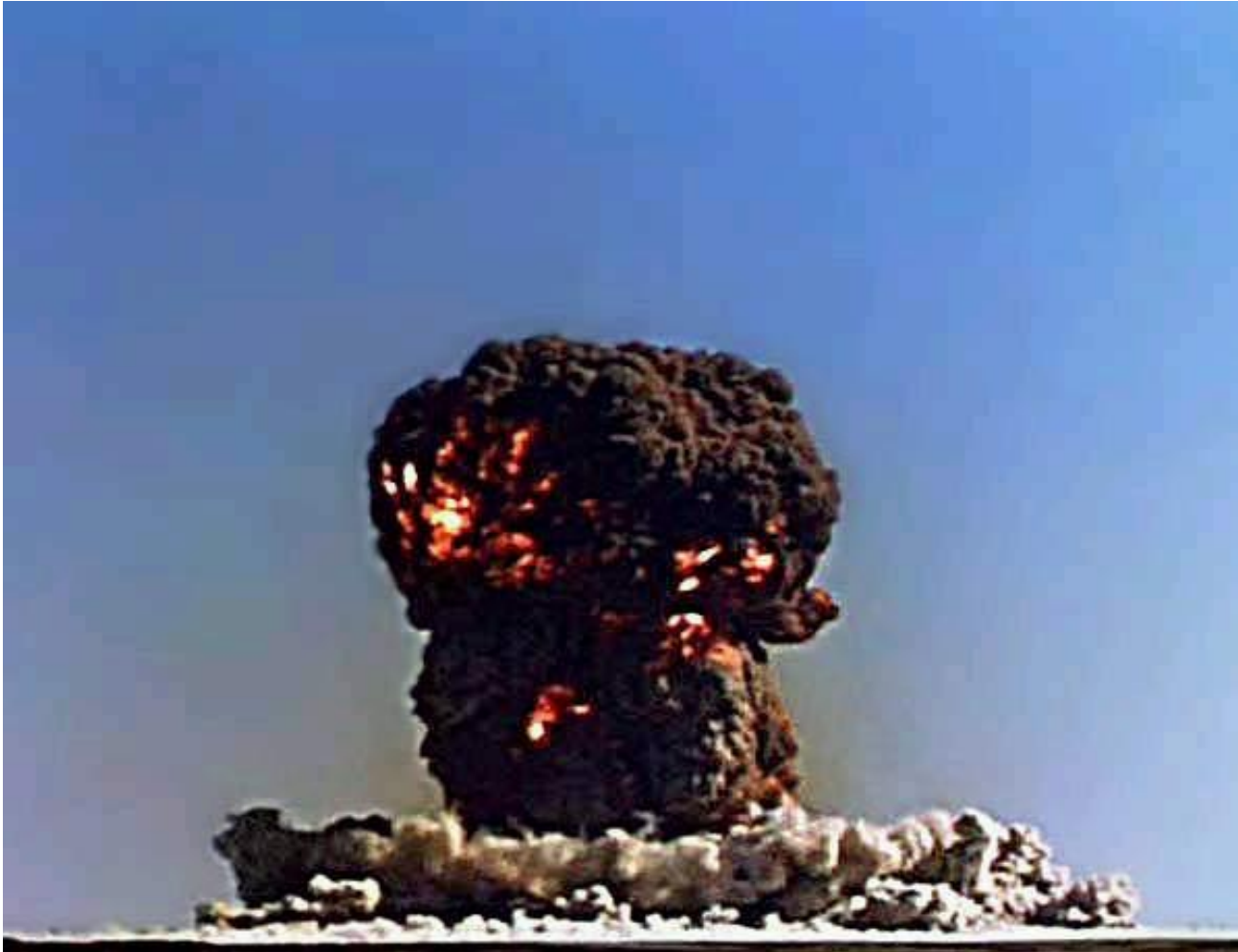
原子质量单位  $1\text{u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

放出的能量  $Q = \Delta E = \Delta m \cdot c^2 \approx 200 \text{ MeV}$

1g 铀—235 的原子裂变释放的能量

$$Q = 8.5 \times 10^{10} \text{ J}$$





原子弹爆炸（核裂变）





我国于 1958 年建成的首座重水反应堆



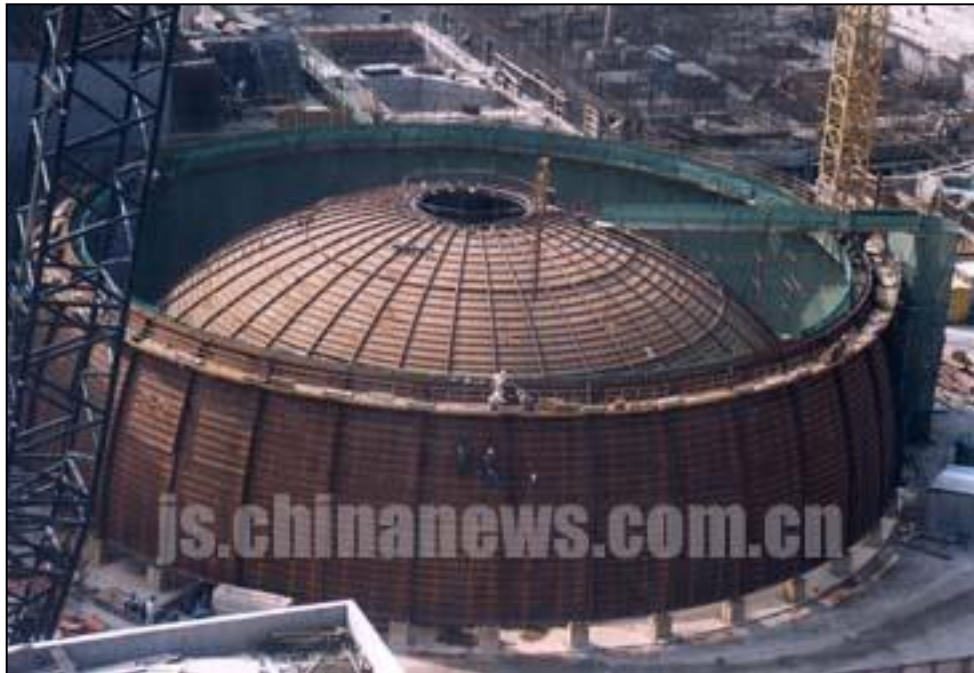


秦山核电站  
全景图

阳江核电站  
效果图







江苏连云港  
田湾核电站

## 2 轻核聚变 ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$

氘核  $m_0({}^2_1\text{H}) = 3.3437 \times 10^{-27} \text{ kg}$

氦核  $m_0({}^4_2\text{He}) = 6.6425 \times 10^{-27} \text{ kg}$

质量亏损  $\Delta m = 0.026\text{u} = 4.3 \times 10^{-29} \text{ kg}$

释放能量  $Q = \Delta E = (\Delta m)c^2 = 3.87 \times 10^{-12} \text{ J}$

轻核聚变**条件** 温度达到  $10^8 \text{ K}$  时，  
使  ${}^2_1\text{H}$  具有  $10 \text{ keV}$  的动能，足以克服  
两  ${}^2_1\text{H}$  之间的库仑排斥力。





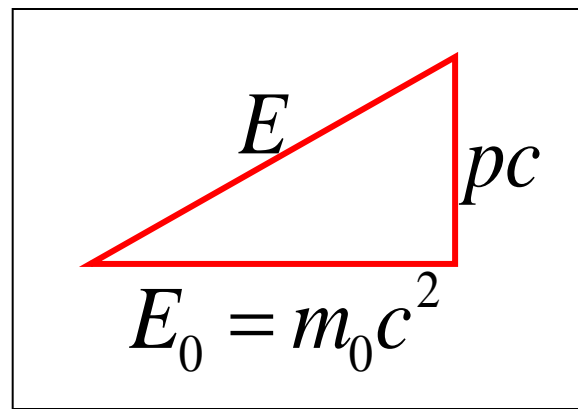
1967年6月17  
日，中国第  
一颗氢弹爆  
炸成功



## 五 动量与能量的关系

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$

$$(mc^2)^2 = (m_0 c^2)^2 + m^2 v^2 c^2$$

极端相对论近似  $E \gg E_0$ ,  $E \approx pc$



光子

$$m_0 = 0, \quad v = c$$

$$p = E/c = mc$$

光的波粒二象性

$$\begin{cases} E = h\nu \\ p = h / \lambda \end{cases}$$





**例1** 设一质子以速度  $v = 0.80c$  运动.  
求其总能量、动能和动量.

**解** 质子的静能  $E_0 = m_0 c^2 = 938 \text{ MeV}$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1563 \text{ MeV}$$

$$E_k = E - m_0 c^2 = 625 \text{ MeV}$$

$$\begin{aligned} p = mv &= \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= 6.68 \times 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$





**例1** 设一质子以速度  $v = 0.80c$  运动.  
求其总能量、动能和动量.

动量也可如此计算

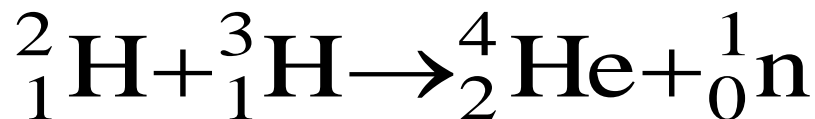
$$cp = \sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2} = 1250 \text{ MeV}$$

$$p = 1250 \text{ MeV}/c$$



**例2** 已知一个氚核 ( ${}^3_1\text{H}$ ) 和一个氘核 ( ${}^2_1\text{H}$ ) 可聚变成一氦核  ${}^4_2\text{He}$  , 并产生一个中子  ${}_0^1\text{n}$  , 试问这个核聚变中有多少能量被释放出来 .

**解** 核聚变反应式





$$m_0 c^2 ({}^2_1\text{H}) = 1875.628 \text{ MeV}$$

$$m_0 c^2 ({}^3_1\text{H}) = 2808.944 \text{ MeV}$$

$$m_0 c^2 ({}^4_2\text{He}) = 3727.409 \text{ MeV}$$

$$m_0 c^2 ({}_0^1\text{n}) = 939.573 \text{ MeV}$$

氘核和氚核聚变为氦核的过程中，  
静能量减少了  $\Delta E = 17.59 \text{ MeV}$

