10-3 波的能量 能流密度

第3节《波的能量、能流密度》

一　理解波的能量传播特征及能流、能流密度概念

一 波动能量的传播

1 波的能量

波的传播是能量的传播，传播过程中，介质中的质点由不动到动，具有动能 W_{k} ，媒质形变具有势能 W_{p} .

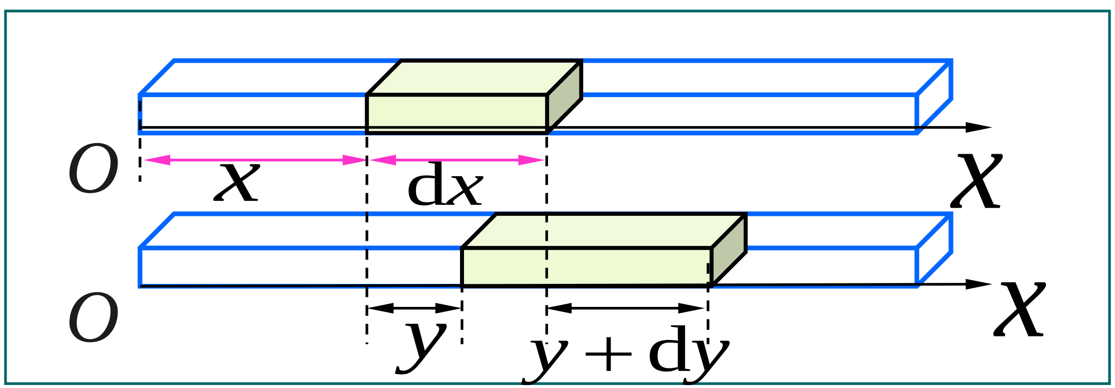
10-3 波的能量 能流密度

以固体棒中传播的纵波为例分析波动能量的传播.

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}(\mathrm{d}m)v^2=\frac{1}{2}(\rho\mathrm{d}V)v^2 \qquad y=A\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\therefore v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin\omega(t-\frac{x}{u})$$

振动动能 $$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}\rho\mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

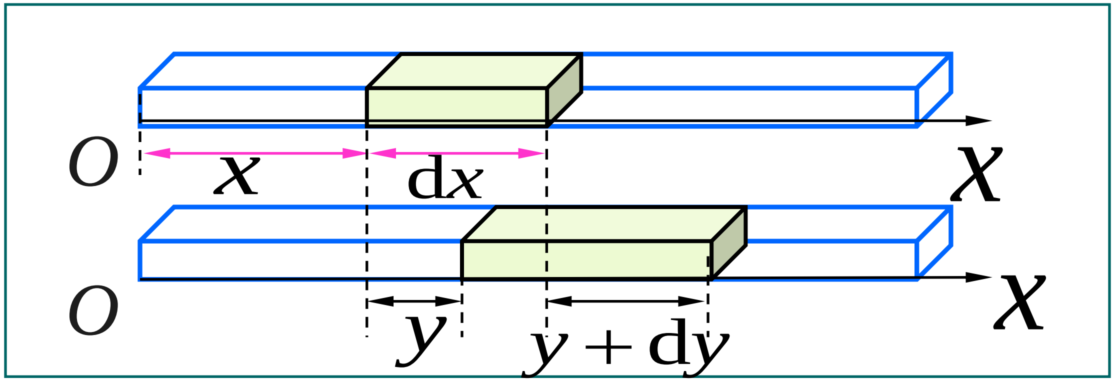


10-3 波的能量 能流密度

弹性势能 $$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}k(\mathrm{d}y)^2$$

杨氏模量 $$F=\frac{ES}{l}\Delta l \qquad \frac{F}{S}=E\frac{\Delta l}{l}$$

$$k=\frac{SE}{\mathrm{d}x}$$

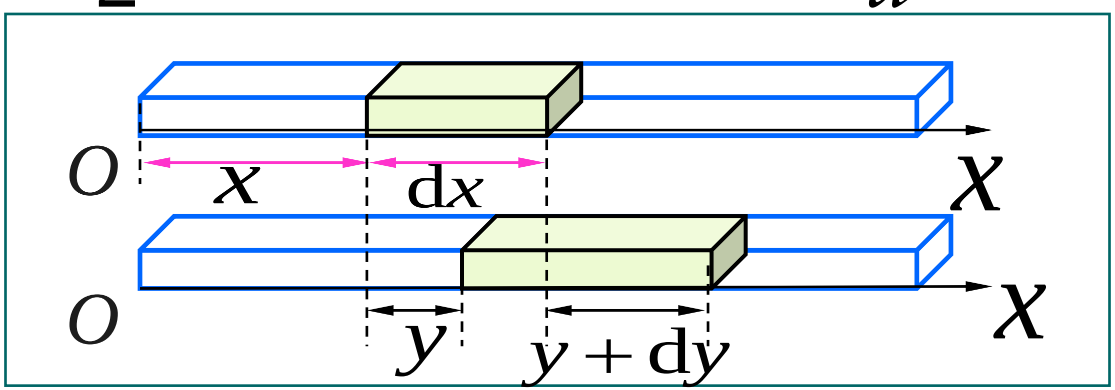


弹性势能

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}k(\mathrm{d}y)^2=\frac{1}{2}ES\mathrm{d}x(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x})^2$$

$$=\frac{1}{2}\rho u^2\mathrm{d}V(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x})^2$$

$$=\frac{1}{2}\rho\mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

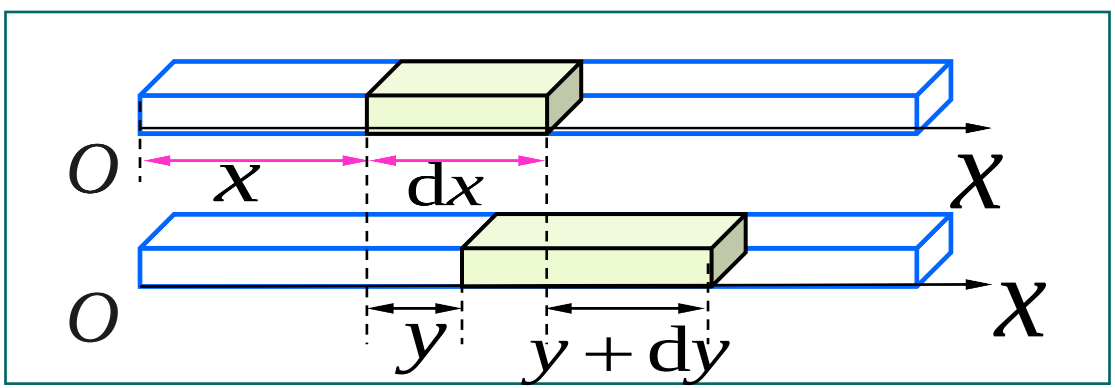


10-3 波的能量 能流密度

$$\mathrm{d}W = \rho \mathrm{d}VA^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

体积元的总机械能

$$\mathrm{d}W = \mathrm{d}W_{\mathrm{k}} + \mathrm{d}W_{\mathrm{p}} = \rho \mathrm{d}VA^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$



讨 论

(1) 在波动传播的介质中，任一体积元的动能、势能、总机械能均随 x, t 作周期性变化，且变化是同相位的.

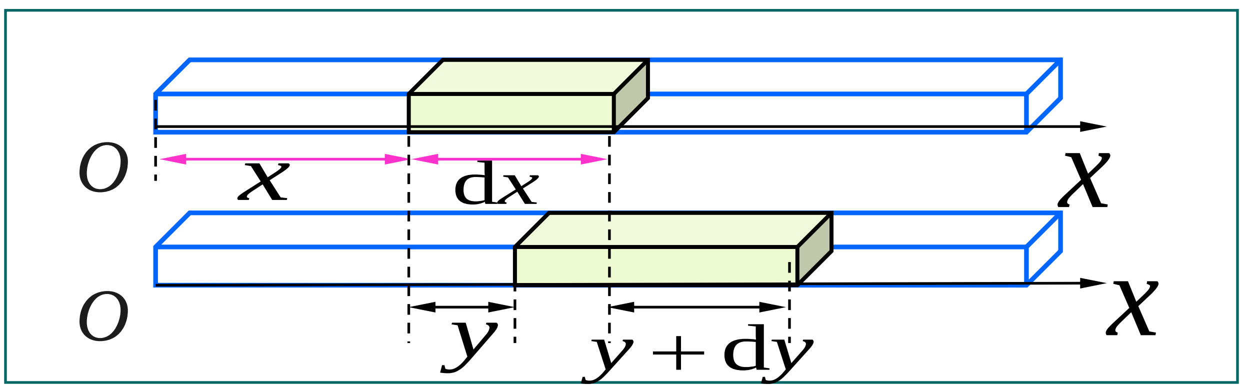
体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大.

体积元的位移最大时，三者均为零.

10-3 波的能量 能流密度

$$\mathrm{d}W = \rho \mathrm{d}V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

(2) 任一体积元都在不断地接收和放出能量，即不断地传播能量．任一体积元的机械能不守恒．波动是能量传递的一种方式．



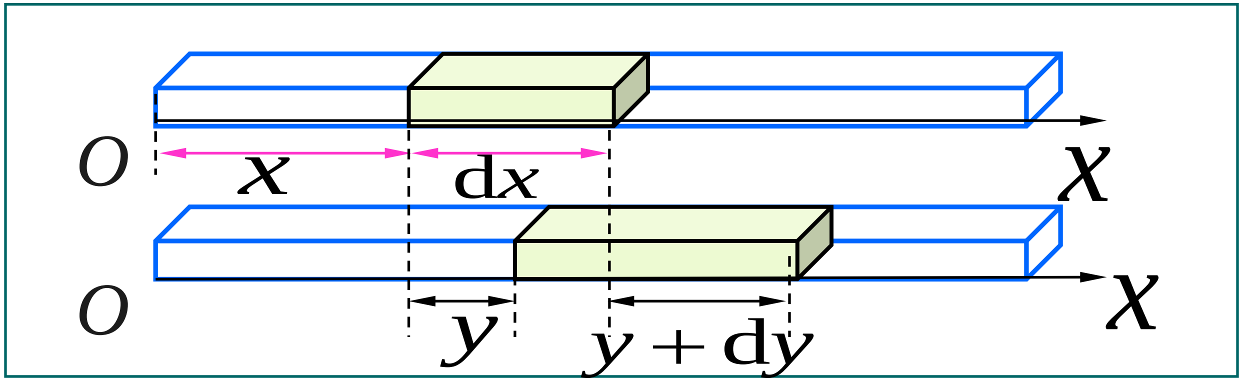
10-3 波的能量 能流密度

能量密度： 单位体积介质中的波动能量

$$w = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

平均能量密度： 能量密度在一个周期内的平均值

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

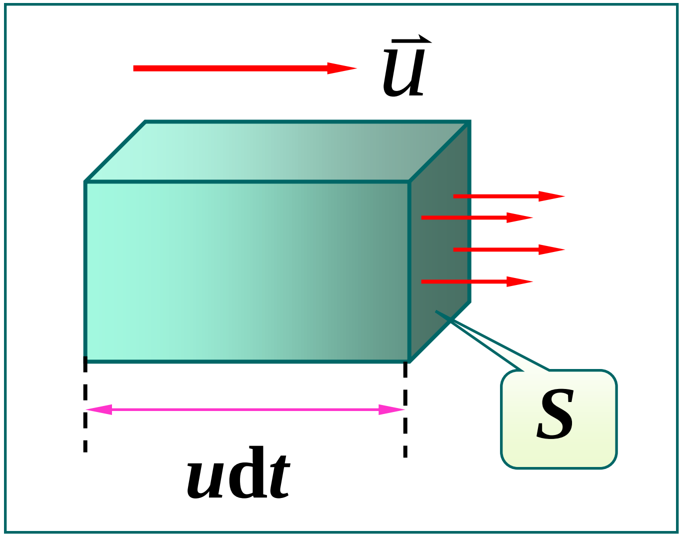


二 能流和能流密度

能流： 单位时间内垂直通过某一面积的能量.

平均能流：

$$\boxed{\overline{P} = \overline{w}uS}$$



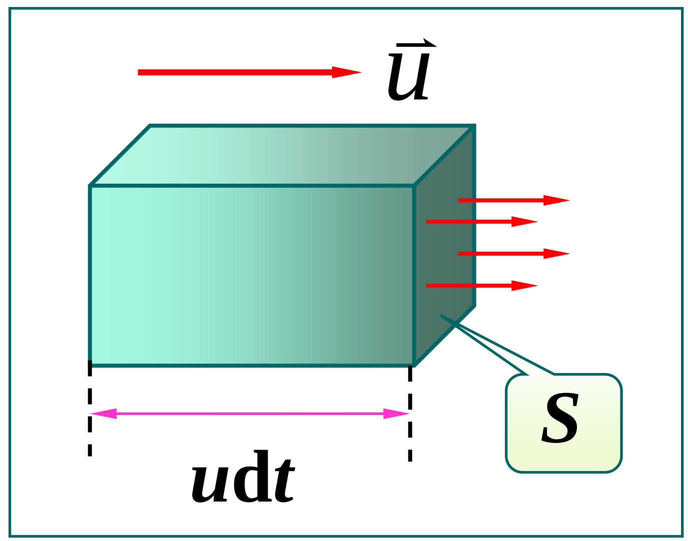
能流密度（ 波的强度 ）I:

通过垂直于波传播方向的单位面积的平均能流.

$$I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u$$

$$\overline{P}=\overline{w}uS$$

$$\boxed{I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u}$$



例 证明球面波的振幅与离开其波源的距离成反比，并求球面简谐波的波函数.

证 介质无吸收，通过两个球面的平均能流相等. $\overline{w}_1 u S_1 = \overline{w}_2 u S_2$

即 $\frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2 u 4\pi r_1^2 = \frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2 u 4\pi r_2^2$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$y = \frac{A_0 r_0}{r}\cos\omega(t - \frac{r}{u})$$