14-4 狭义相对论的时空观

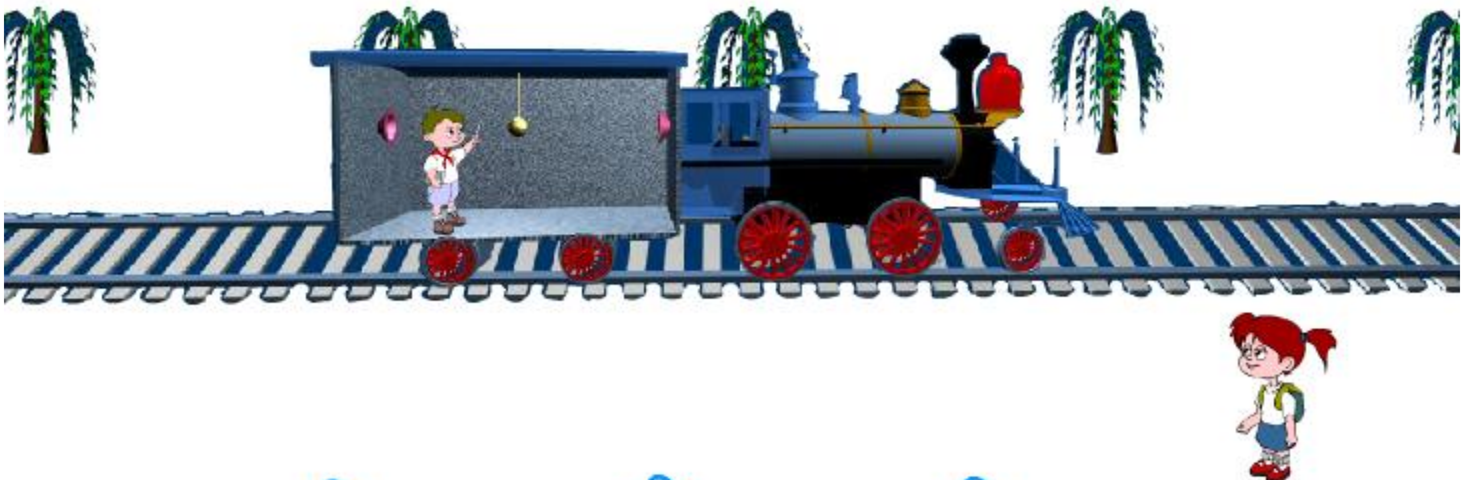
第4节《狭义相对论的时空观》

一 理解同时的相对性。

二 理解长度收缩效应。

三 理解时间延缓效应。

一 同时的相对性



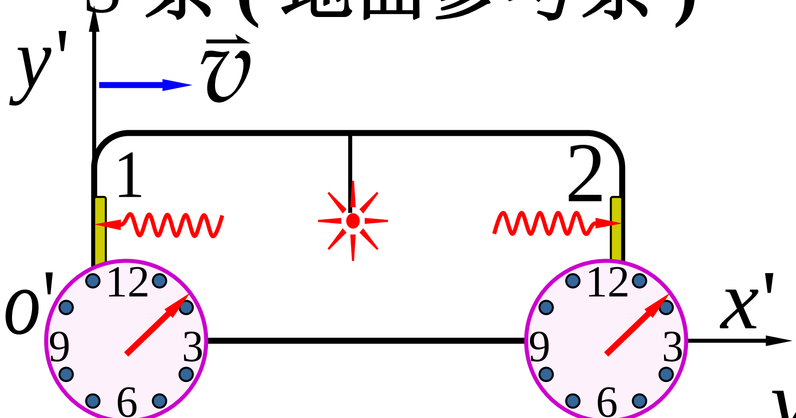
车厢 地面 开始

事件 1 :车厢后壁接收器接收到光信号.

事件 2 :车厢前壁接收器接收到光信号.

设 S系中x_1、x_2两处发生两事件,时间间隔为$\Delta t = t_2 - t_1$. 问 S′ 系中这两事件发生的时间间隔是多少?

S 系 (地面参考系)



事件 **1** (x_1, y_1, z_1, t_1)

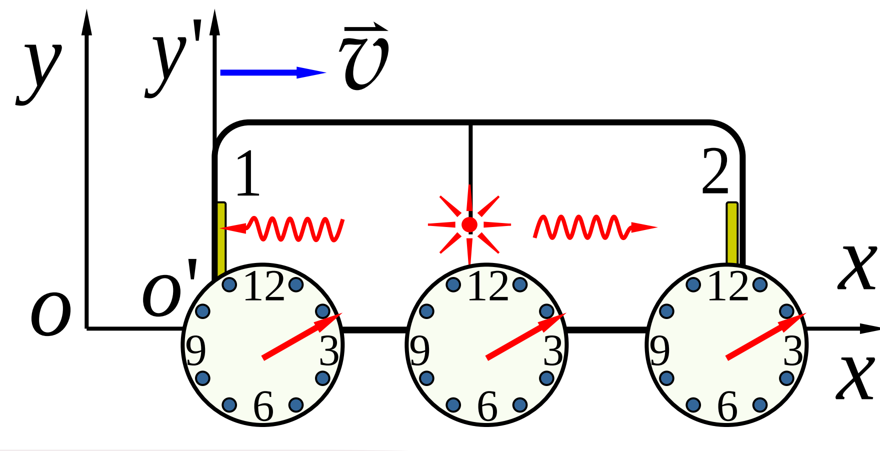
事件 **2** (x_2, y_2, z_2, t_2)

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

S' 系 (车厢参考系)

(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)

(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)



在一个惯性系同时发生的两个事件，在另一个惯性系是否同时?

根据洛伦兹变换：

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

在s'系下测量两个对应时间间隔：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

讨论：同时的相对性：

s'中的同时 $\Delta t' = 0$ 与 $\Delta t, \Delta x$ 紧密相关

讨论同时的相对性

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

1 $\Delta x \neq 0 \quad \Delta t = 0$ 同时不同地 $\quad \Delta t' \neq 0$ −不同时

2 $\Delta x = 0 \quad \Delta t \neq 0$ 同地不同时 $\quad \Delta t' \neq 0$ −不同时

3 $\Delta x = 0 \quad \Delta t = 0$ 同时同地 $\quad \Delta t' = 0$ −同时

4 $\Delta x \neq 0 \quad \Delta t \neq 0$ 不同时不同地 $\quad \Delta t' \neq 0$ −不同时

$\Delta t = \frac{u}{c^2}\Delta x$ 时 $\quad \Delta t' = 0$ −−同时

时间间隔、空间间隔的变换关系

正变换　　逆变换

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

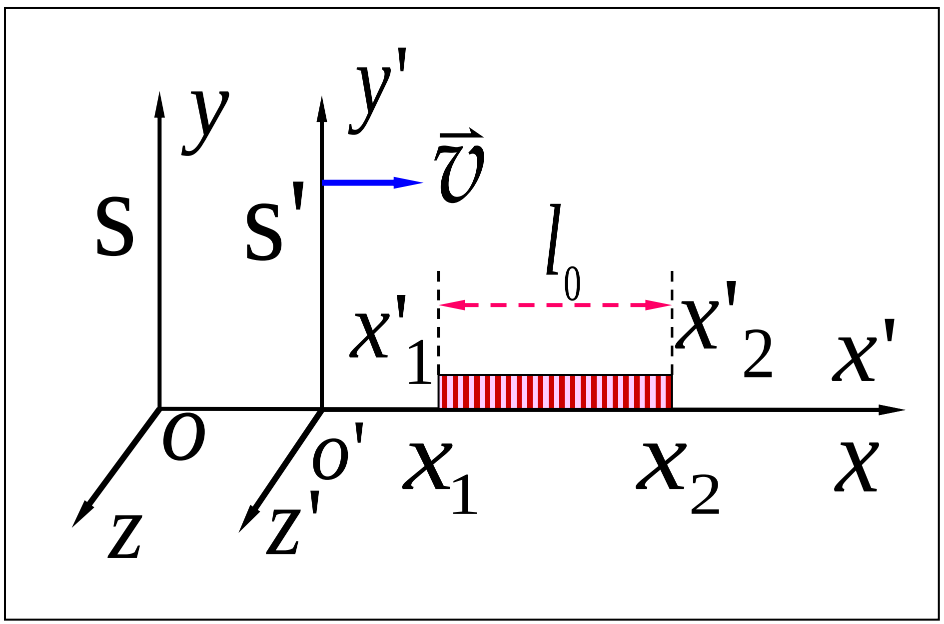
$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

结论　同时性具有相对意义

沿两个惯性系运动方向，不同地点发生的两个事件，在其中一个惯性系中是同时的，在另一惯性系中观察则不同时，所以同时具有相对意义；只有在同一地点，同一时刻发生的两个事件，在其他惯性系中观察也是同时的.

二　长度的收缩（动尺变短）

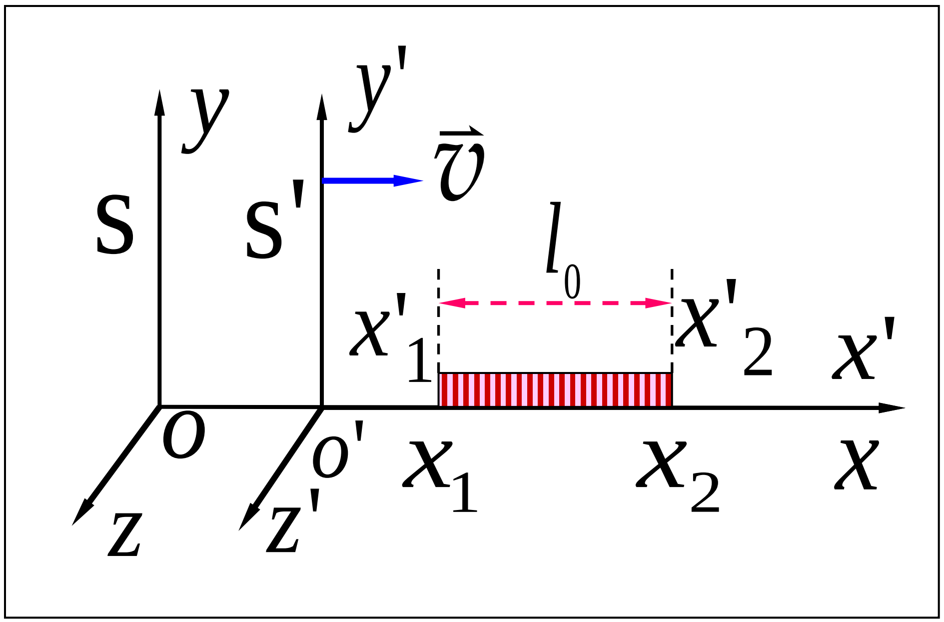
长度的测量和同时性概念密切相关.



棒沿 Ox' 轴对 S′ 系静止放置,在 S′ 系中同时测得两端坐标　x_1', x_2'

则棒的**固有长度**为 $l_0 = x_2' - x_1'$

固有长度：物体**相对静止**时所测得的长度.（**最长**）(注意在哪里测量)



问 在S系中测得棒有多长?

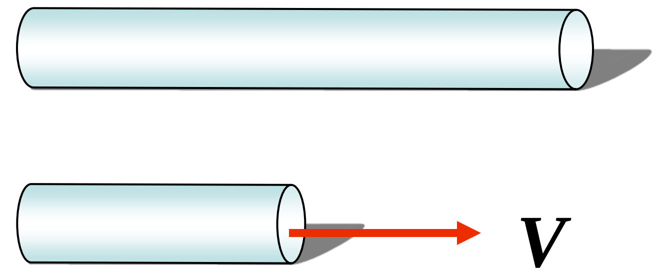
设 在S系中某时刻 t 同时测得棒两端坐标为x_1、x_2，则S系中测得棒长 $l = x_2 - x_1$，l 与l_0的关系为：

$$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - vt) - (x_1 - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

讨论

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$



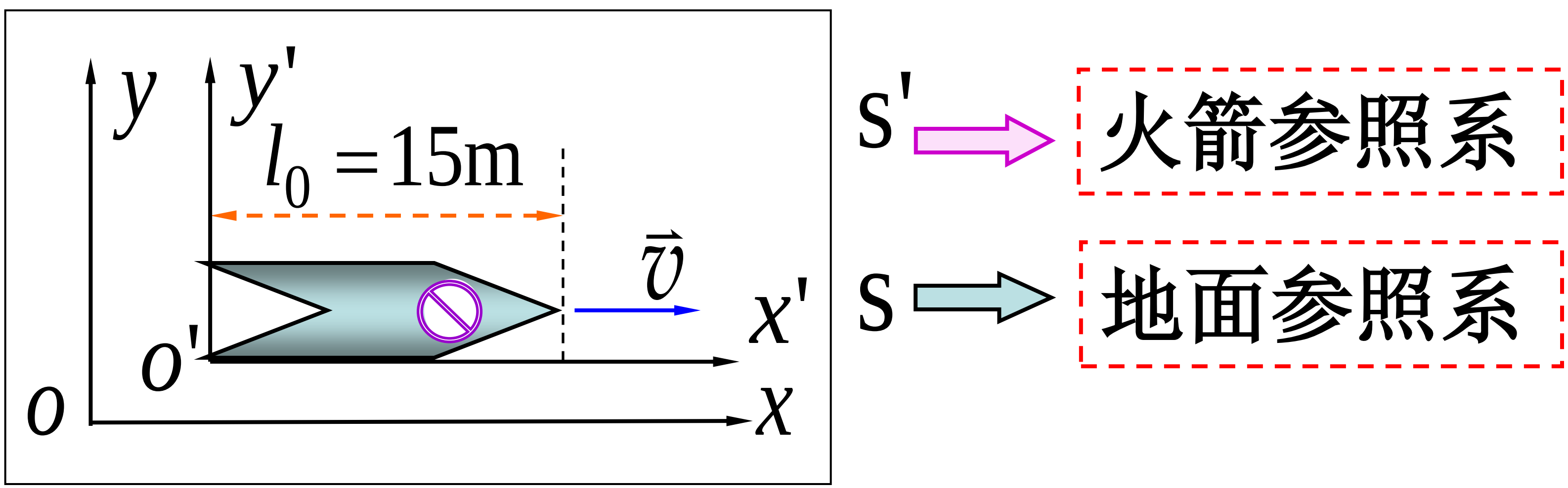
1 长度收缩 $l<l_0$

2 如将物体固定于 S 系，由 S' 系测量，同样出现长度收缩现象.

结论 长度具有**相对**意义

物体对观察者向何处运动，观察者观测到在该方向上其长度收缩.

例1 设想有一光子火箭， 相对于地球以速率 $v=0.95c$ 直线飞行，若以火箭为参考系测得火箭长度为 15 m ，问以地球为参考系，此火箭有多长？

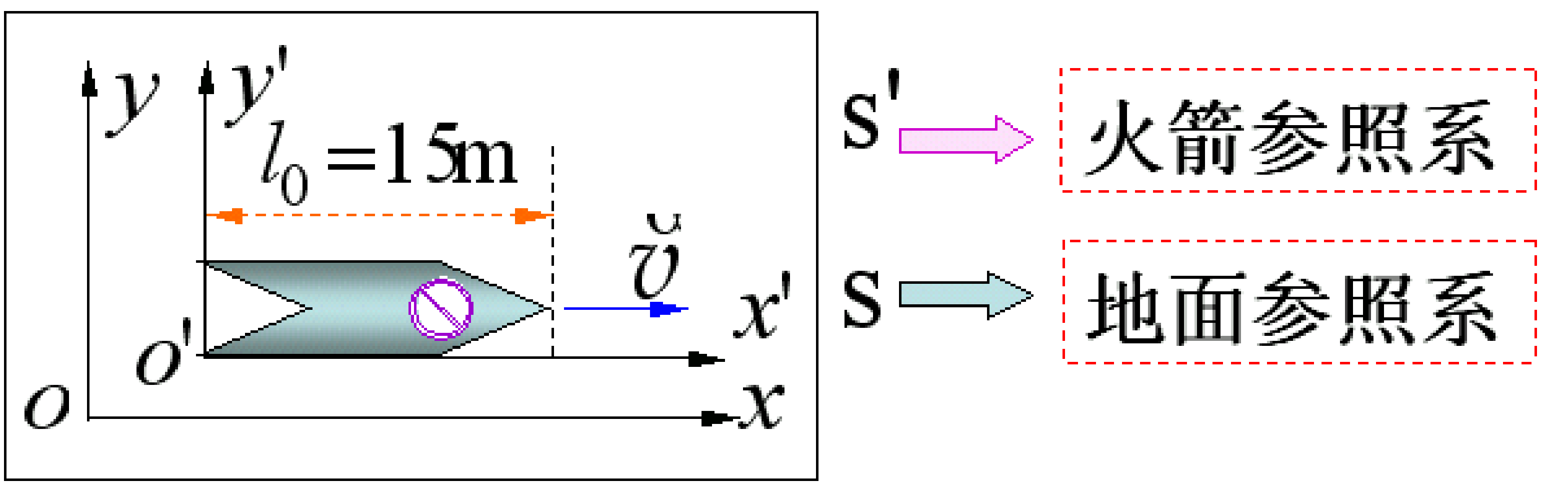


14-4 狭义相对论的时空观

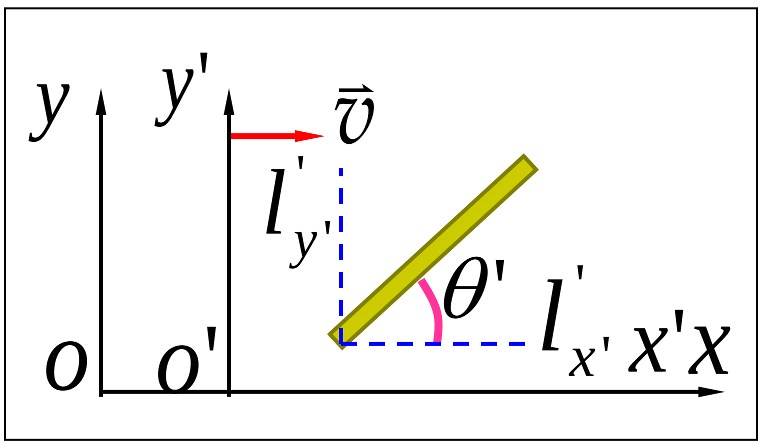
解 固有长度 $l_0 = 15\,\mathrm{m} = l'$

运动长度 $l = l'\sqrt{1-\beta^2}$

$$l = 15\sqrt{1-0.95^2}\,\mathrm{m} = 4.68\mathrm{m}$$



例2 长为 1 m 的棒静止地放在 $O'x'y'$ 平面内，在 S' 系的观察者测得此棒与$O'x'$ 轴成 45° 角，试问从 S 系的观察者来看，此棒的长度以及棒与 Ox 轴的夹角是多少？设 S′ 系相对 S 系的运动速度 $v=\sqrt{3}c/2$ 。



解　在 S' 系

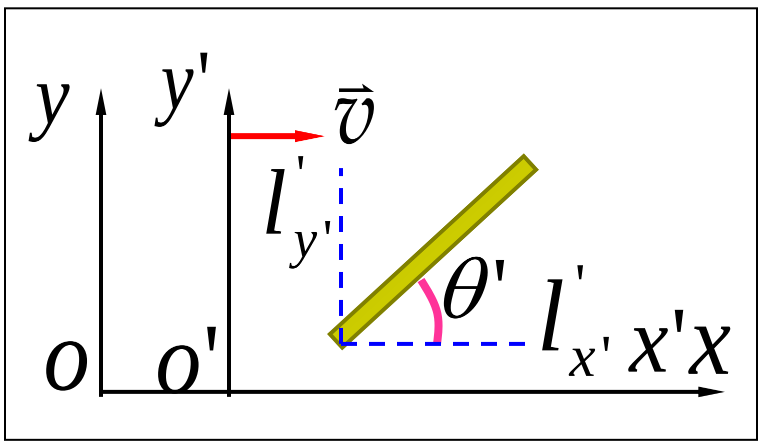
$$\theta' = 45^\circ,\quad l' = 1\mathrm{m}$$

14-4 狭义相对论的时空观

$$l'_{x'} = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m} \qquad \upsilon = \sqrt{3}c/2$$

在 **S** 系 $l_y = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$

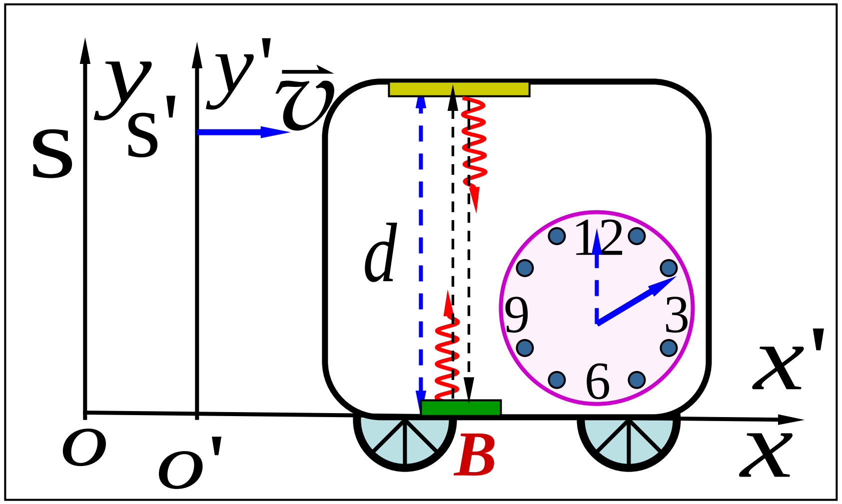
$$l_x = l'_x \sqrt{1-\upsilon^2/c^2} = \sqrt{2}l'/4$$



$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.79\text{m}$$

$$\theta = \arctan\frac{l_y}{l_x} \approx 63.43^\circ$$

三 时间的延缓(动钟变慢)

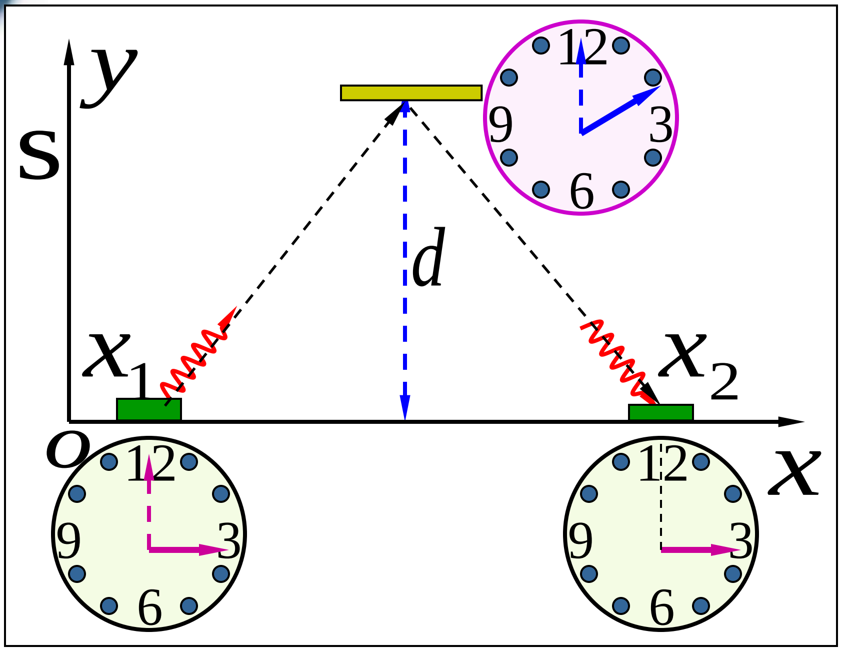


S'系同一地点 *B* 发生两事件

发射光信号 (x',t'_1) 接受光信号 (x',t'_2)

时间间隔 $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 2d/c$

14-4　狭义相对论的时空观



$$t_1=\gamma(t_1'+\frac{vx'}{c^2})$$

$$t_2=\gamma(t_2'+\frac{vx'}{c^2})$$

$$\Delta t=\gamma(\Delta t'+\frac{v\Delta x'}{c^2})$$

在 **S** 系中观测两事件

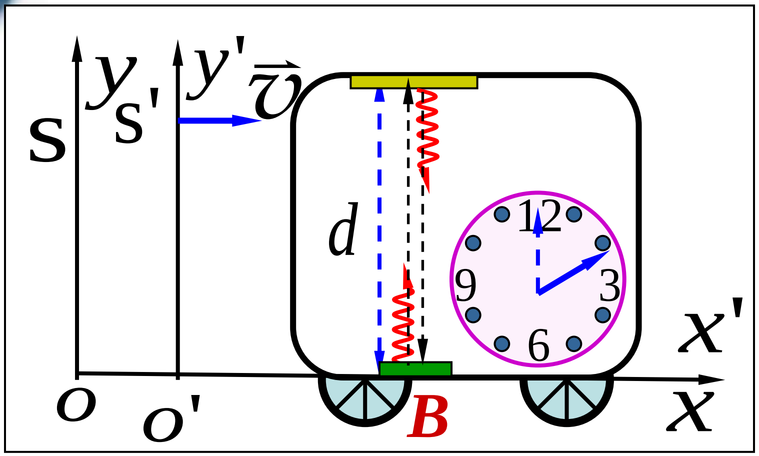
$$(x_1,t_1),(x_2,t_2)$$

$$\boxed{\because \Delta x'=0}$$

$$\therefore \Delta t=t_2-t_1=\gamma\Delta t'$$

$$\boxed{\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

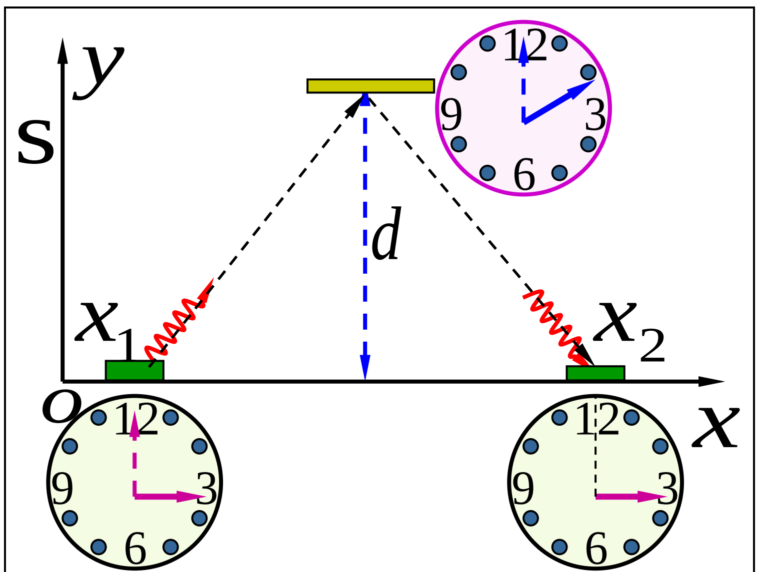
14-4　狭义相对论的时空观



$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

固有时间：同一地点发生的两事件的时间间隔 .

$$\Delta t>\Delta t'=\Delta t_0$$



时间延缓：运动的钟走得慢 .

注意

1 时间延缓是一种相对效应 .

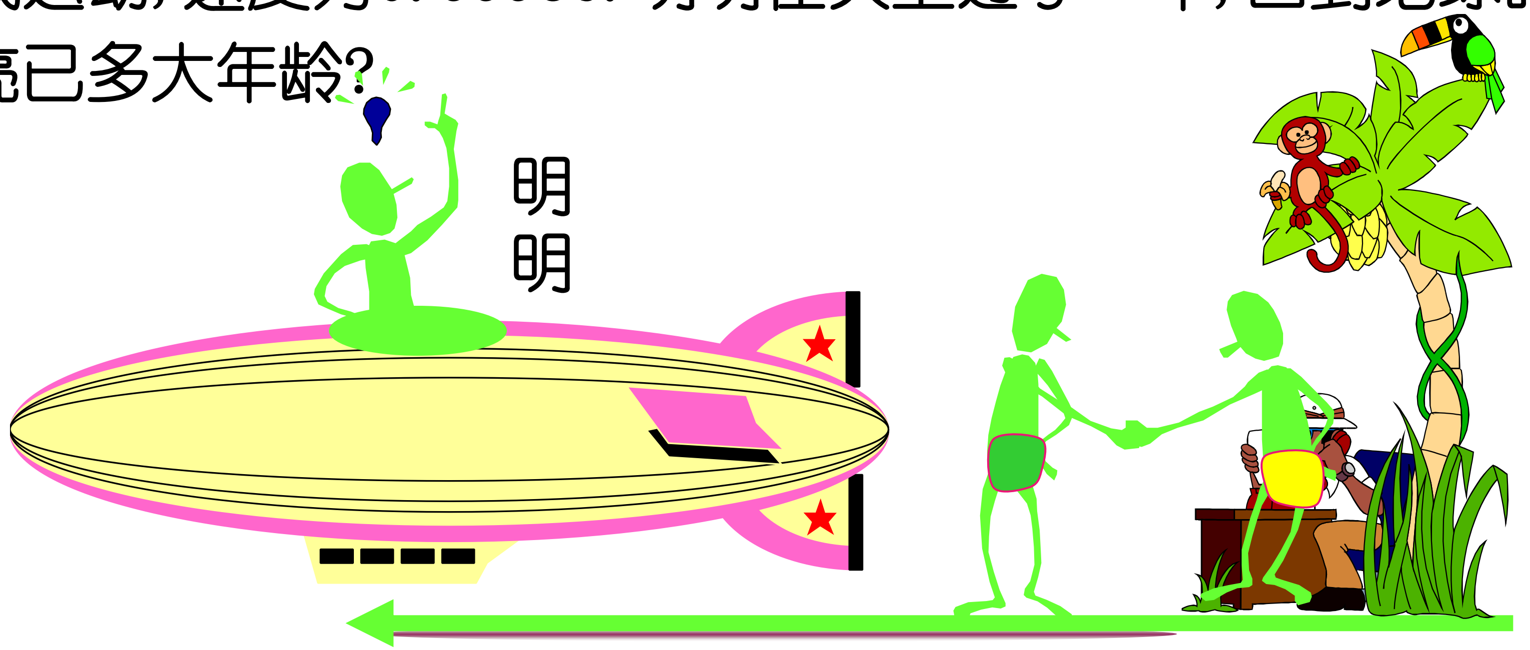
2 时间的流逝不是绝对的，运动将改变时间的进程.（例如新陈代谢、放射性的衰变、寿命等 ）

3 $v << c$ 时，$\Delta t \approx \Delta t'$.

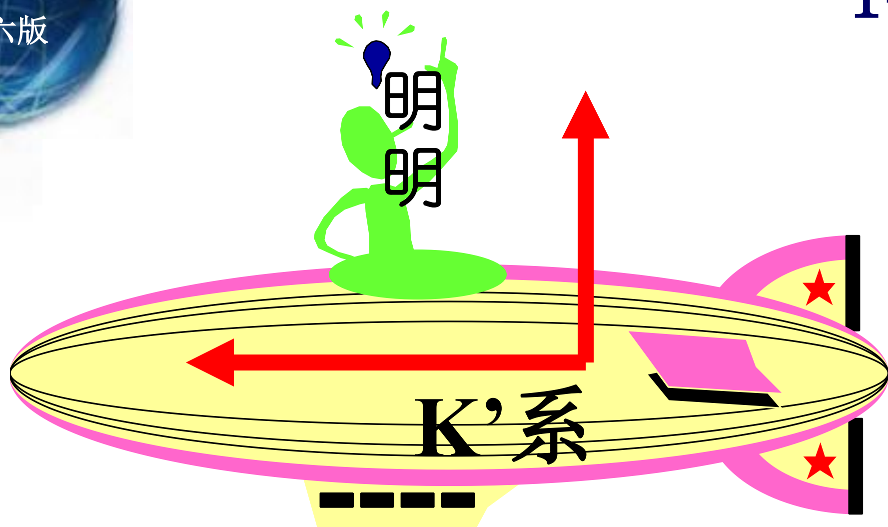
14-4　狭义相对论的时空观

注意:时间的延缓是时空的自身的一种特性,与过程是生物的,化学的还是机械的无关!包括人的生命.为此介绍双生子佯谬.(Twin paradox)

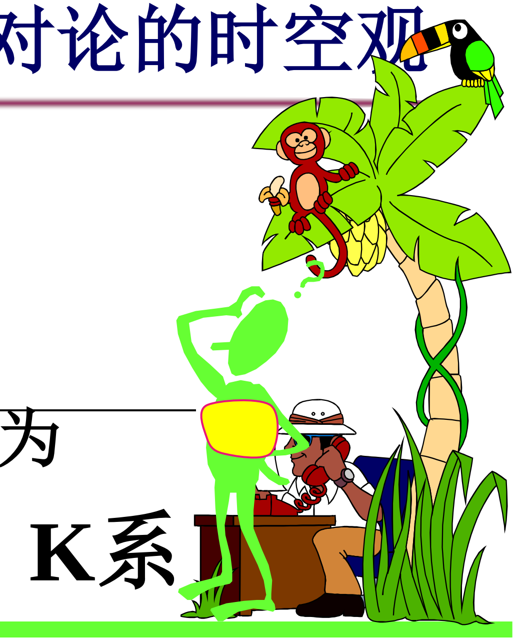
一对双生兄弟:“明明”和“亮亮”,在他们20岁生日的时候,明明坐宇宙飞船去作一次星际旅游,飞船一去一回作匀速直线运动,速度为0.9998C.明明在天上过了一年,回到地球时,亮亮已多大年龄?



14-4 狭义相对论的时空观



取飞船为K'系
地球为K系，
飞船飞出为事件“1”，飞回为事件“2”



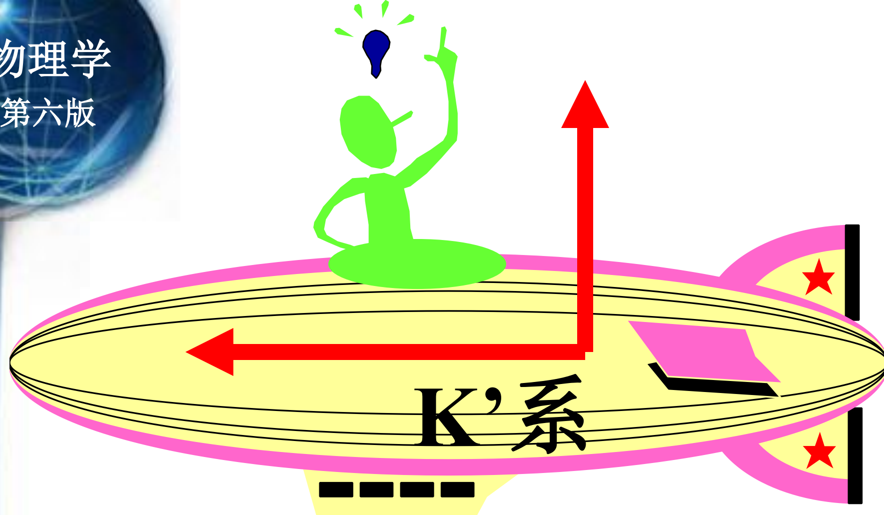
对K'系：$\Delta t'_0 = t'_2 - t'_1 = 1\text{年}$

对K系：

$$\Delta t = \frac{\Delta t'_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{1\text{年}}{\sqrt{1-0.9998^2}} = 50\text{年}$$

14-4 狭义相对论的时空观



取飞船为K系

地球为K' 系，

飞船飞出为事件"1"，飞回为事件"2"

K系

对K系：$\Delta t_0 = t_2 - t_1 = 1\text{年}$

对K'系：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{1\text{年}}{\sqrt{1-0.9998^2}} = 50\text{年}$$

因为亮亮在地球上过了一年，赶回来祝贺的是71岁的明明。

这就是双生子佯谬，明明和亮亮到底是谁年轻呢？人们迷惑不解。有些人用这来攻击 相对论。其实不是相对论有问题。是人们不恰当地应用了相对论。相对论只适用于惯性系，飞船一去一回要加速和减速，不是惯性系，因此飞船上的结论是不正确的。地球上亮亮年老的结论是正确的。

1971年国际上将铯原子钟放在速度为$10^{-6}C$的飞机上环绕地球飞行，然后与地面上的钟比较，发现飞机是的钟慢了。实际上是一个广义相对论的问题，此分析与广义相对论的结论一致。

狭义相对论的时空观

(1) 两个事件在不同的惯性系看来，它们的空间关系是相对的，时间关系也是相对的，只有将空间和时间联系在一起才有意义.

(2) 时—空不互相独立，而是不可分割的整体.

(3) 光速 C 是建立不同惯性系间时空变换的纽带.

例3 设想一光子火箭以 $v = 0.95c$ 速率相对地球作直线运动，火箭上宇航员的计时器记录他观测星云用去 10 min，则地球上的观察者测此事用去多少时间？

解 设火箭为 S′ 系、地球为 S 系

$$\Delta t' = 10\text{min}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{1-0.95^2}}\text{min} = 32.01\text{min}$$

运动的钟似乎走慢了.