

第十五章

量子物理

第4节 《氢原子的玻尔理论》

一、理解氢原子光谱的实验规律及玻尔氢原子理论。



引言：

1、量子论

1900年，普朗克引入能量子的概念，解释了黑体辐射的规律，为量子理论奠定了基础；1905年，爱因斯坦提出光量子学说，说明了光电效应的实验规律，为量子理论的发展开创了新的局面；1920~1926年，康普顿效应的发现、以及理论分析和实验结果的一致，有力地证明了光子学说的正确性。

2、光谱学

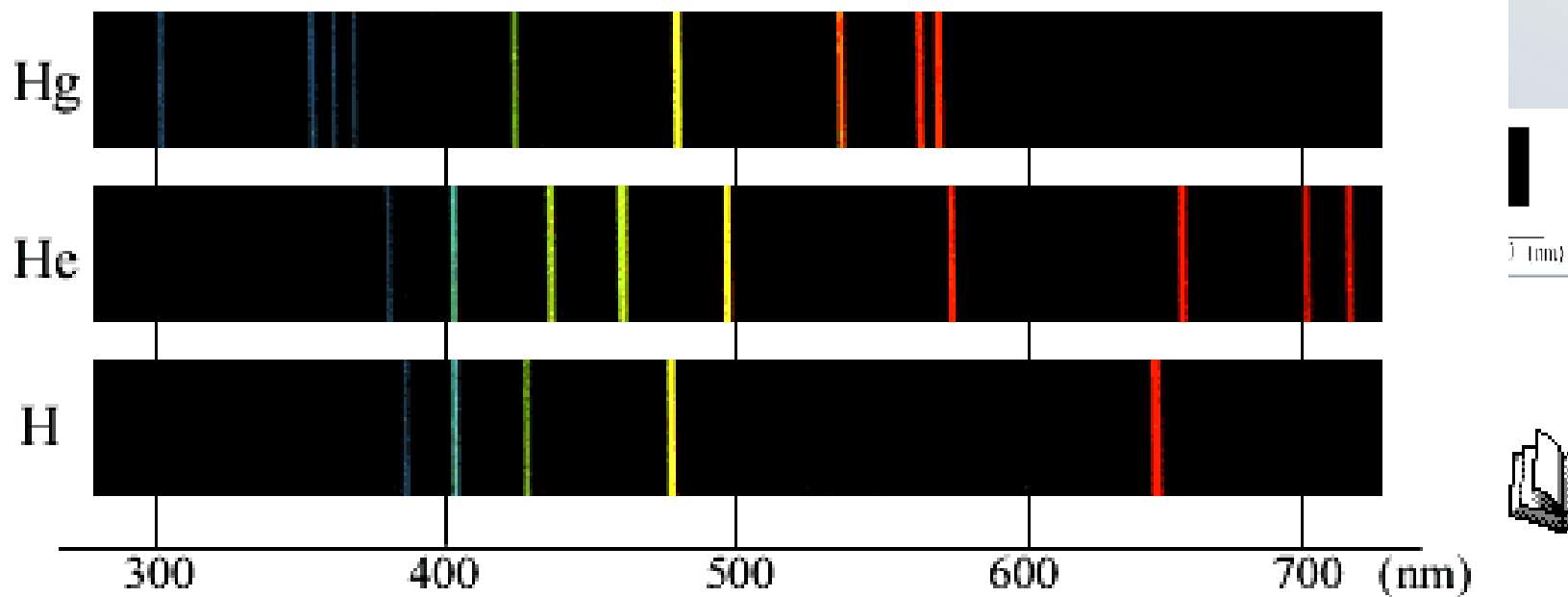
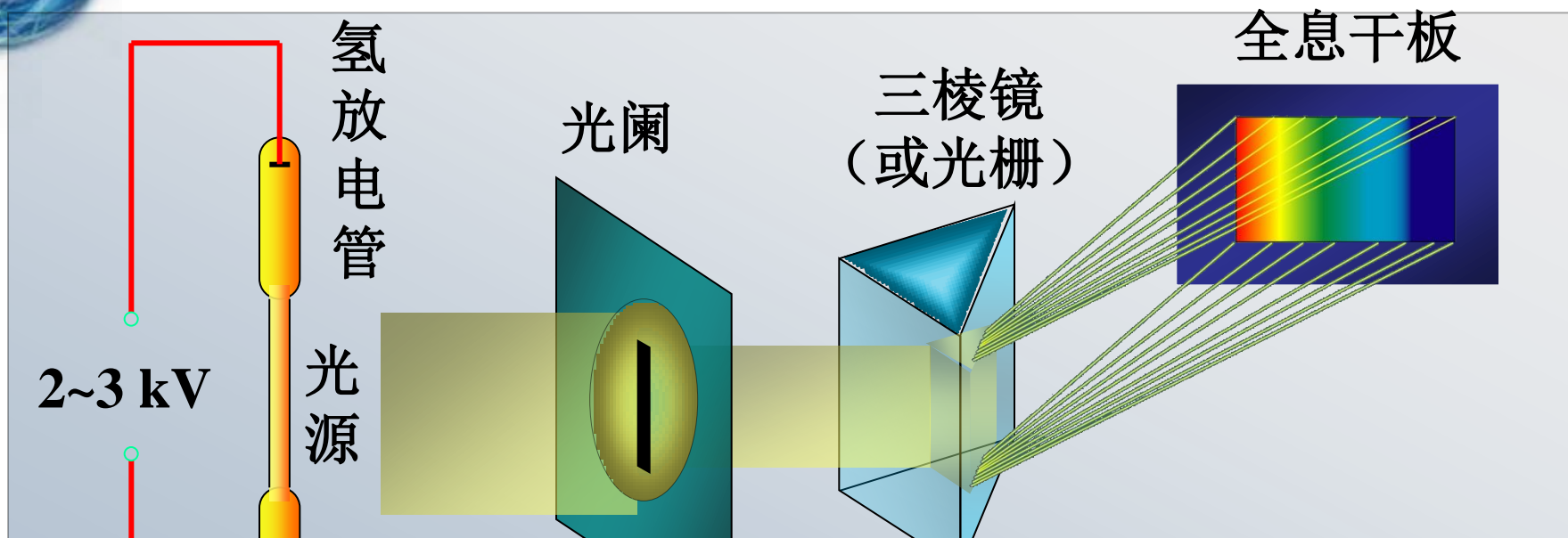
19世纪80年代，光谱学的发展，使人们意识到光谱规律实质是显示了原子内在的机理。

3、电子的发现

1897年，J. J. 汤姆孙发现了电子，促使人们探索原子的结构。为运用量子理论研究原子结构提供的坚实的理论和实验基础。



15-4 氢原子的玻尔理论





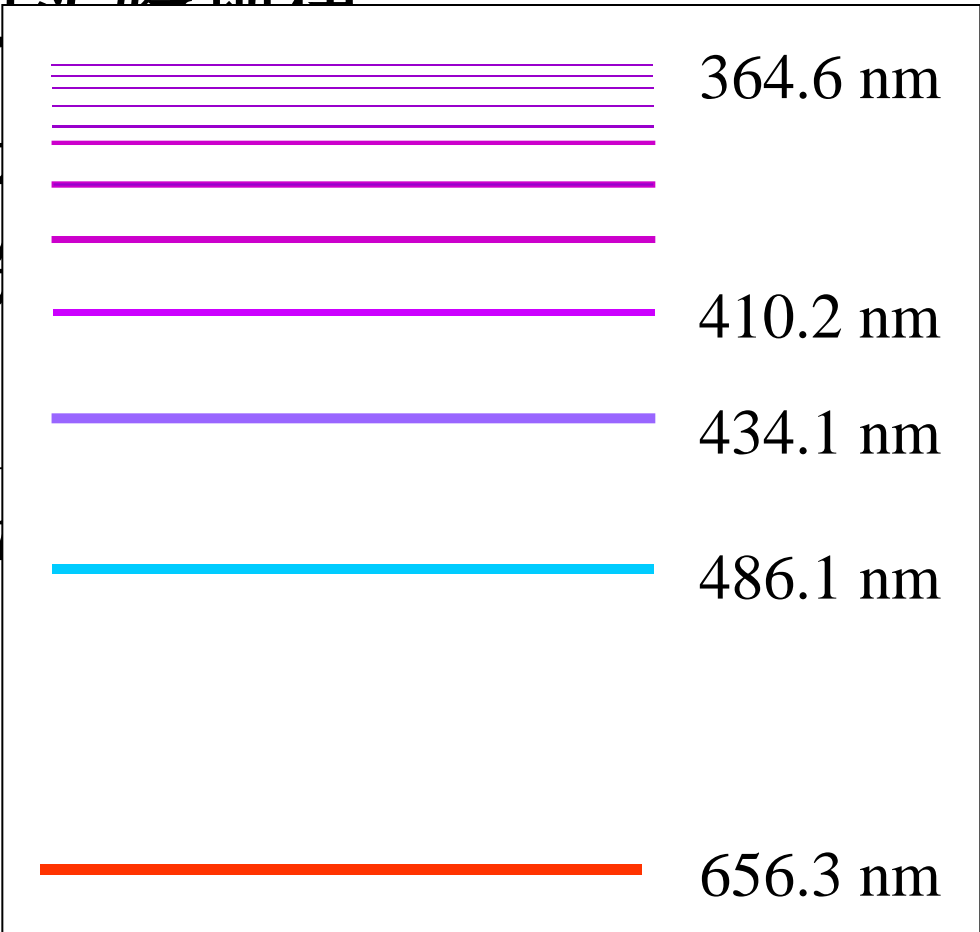
近代氢原子观的回顾

1 氢原子光谱的实验规律

◆ 1885 年瑞士
光谱可见光部分

$\lambda = 365.46$
 n

氢原子光谱的
巴耳末系





◆ 1890 年瑞典物理学家里德伯给出氢原子光谱公式

波数 $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$

$\left[n_f = 1, 2, 3, 4, \dots, n_i = n_f + 1, n_f + 2, n_f + 3, \dots \right]$
里德伯常量 $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$



紫外 莱曼系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 2, 3, \dots$$

可见光

巴尔末系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3, 4, \dots$$

帕邢系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 4, 5, \dots$$

布拉开系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 5, 6, \dots$$

红外

普丰德系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 6, 7, \dots$$

汉弗莱系

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 7, 8, \dots$$



$$\text{波数 } \sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

当 n_f 一定时，由不同的 n_i 构成一个谱系；
不同的 n_f 构成不同的谱系。

表面上如此繁杂的光谱线可以用如此简单的公式表示，这是一项出色的成果。但是它是凭经验凑出来的，它为什么与实验符合得如此之好，在公式问世将近三十年内，一直是个谜。

实验表明：

- 原子具有线光谱；
- 各谱线间具有一定的关系；
- 每一谱线的波数都可表达为两个光谱项之差。

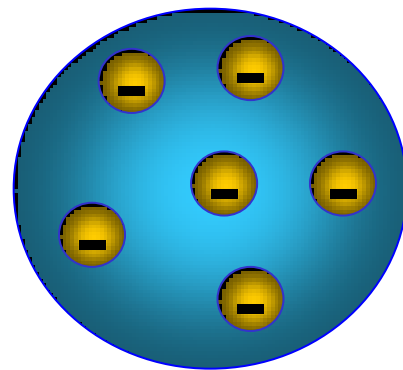
氢原子光谱是线状谱，原子内部的结构依然成谜？



2. 经典氢原子模型较典型的有两种：

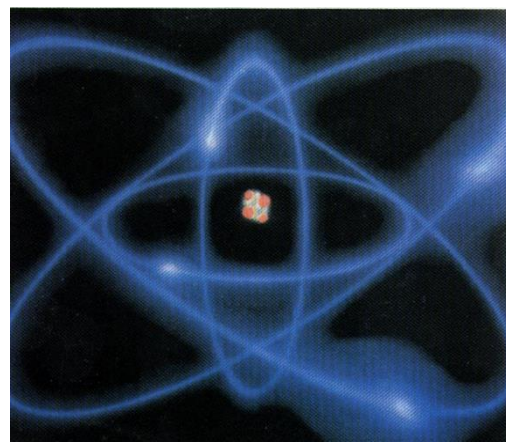
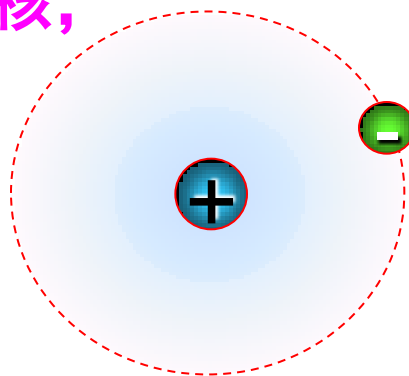
1903年，汤姆孙（英国）提出原子的“葡萄干蛋糕模型”：

原子中的**正电荷**和原子的**质量**均匀地分布在半径为 10^{-10}m 的球体范围内，**电子**镶嵌于其中。



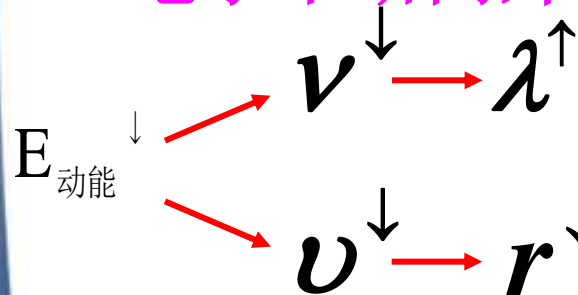
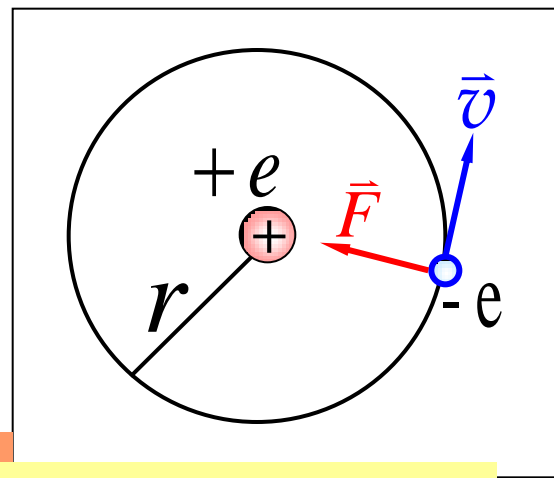
◆ **1911，卢瑟福(新西兰)提出“核式模型”：**

原子中心有一带正电的**原子核**，
核的尺寸小、质量大；
电子围绕这个核旋转，
如同行星绕太阳转动一样。



3、经典核式模型的困难

根据经典电磁理论，
绕核作圆周运动(变速运动)的
电子不断向外辐射电磁波， 则



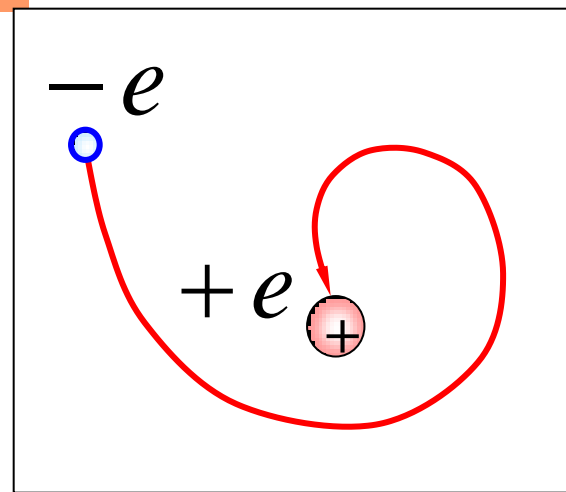
应发射连续光谱

与线状谱不符!

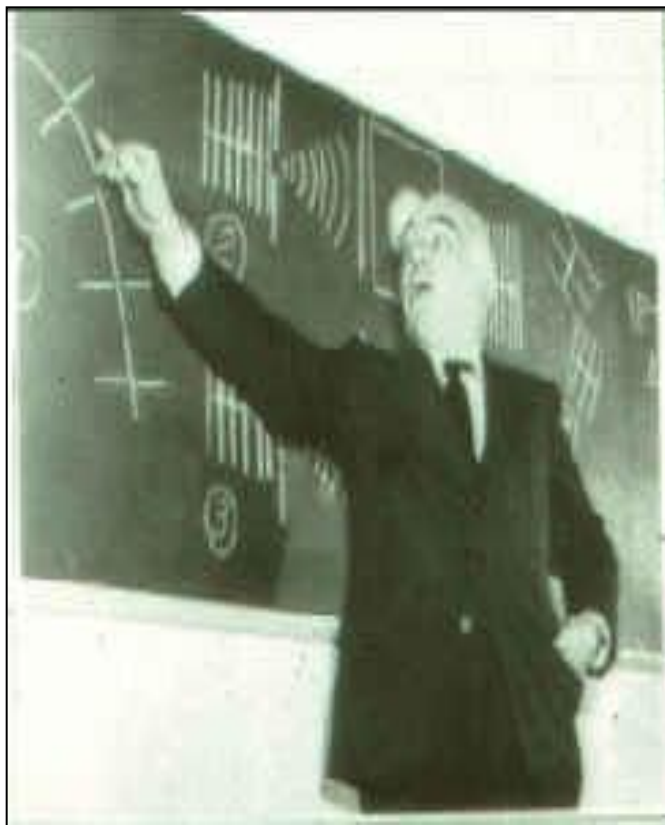
原子应不稳定

但事实是原子很稳定!

电子最后将落到原子核上，与
正电荷中和，因此
不可能有稳定的原子存在。



玻尔 (Bohr . Niels 1885—1962)



丹麦理论物理学家，现代物理学的创始人之一。

在卢瑟福原子有核模型基础上提出了关于原子稳定性和量子跃迁理论三条假设，从而完满地解释了氢原子光谱的规律。

1922年玻尔获诺贝尔物理学奖。





玻尔仔细研究了普朗克和爱因斯坦的理论后意识到

普朗克能量子假设



微观系统以量子形式
发射和吸收能量
(辐射场)

爱因斯坦光量子假设



微观系统以量子形式
发射和吸收量子化的
(辐射场)



玻尔假设—微观系统的能量结构本身就是量子化的



玻尔的逻辑是：如果微观系统只能以量子化的方式吸收或发射量子化的场，那么最简单的解释就是，假设微观系统的能量都被限制为分立的结构。

这时的玻尔是一位28岁的研究生，他作为访问学者在著名的卢瑟福实验室工作。因而他很熟悉卢瑟福的原子行星模型，同时他也很了解普朗克、爱因斯坦的新思想。

玻尔当时的研究课题是：卢瑟福模型的稳定性问题和原子光谱线状结构成因的解释。



4 玻尔的氢原子理论

1913年玻尔在卢瑟福的原子结构模型的基础上，将量子化概念应用于原子系统，提出三条假设：

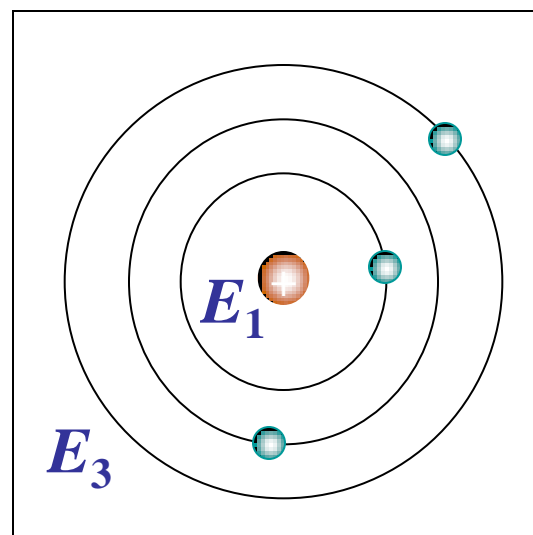
- (1) 定态假设
- (2) 频率条件
- (3) 量子化条件



(1) 定态假设

电子在原子中可以在一些特定的圆轨道上运动而不辐射电磁波，这时，原子处于稳定状态，简称**定态**。

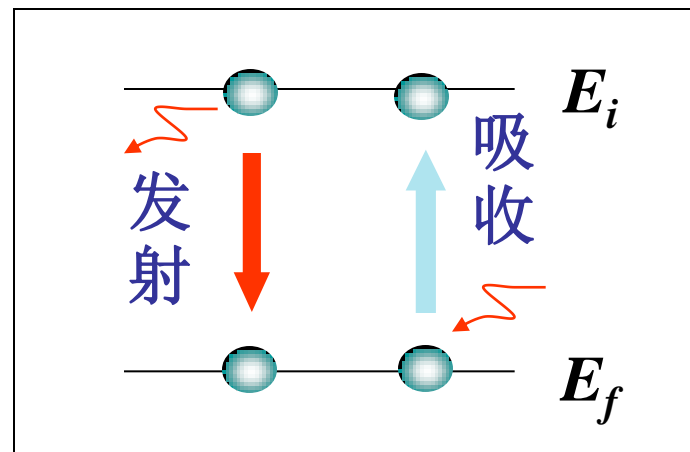
与定态相应的能量分别为 $E_1, E_2 \cdots$ ，
 $E_1 < E_2 < E_3$



(2) 频率条件

$$h\nu = E_i - E_f$$

(3) 量子化条件



$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

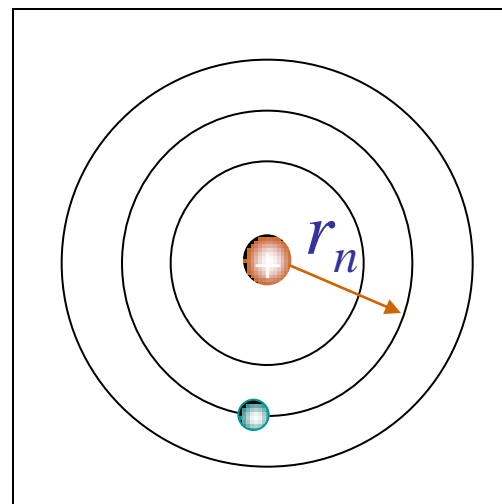
主量子数



3 氢原子轨道半径和能量的计算

(1) 轨道半径

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{经典力学: } \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r_n^2} = m \frac{v_n^2}{r_n} \\ \text{量子化条件: } m v_n r_n = n \frac{h}{2\pi} \end{array} \right.$$



$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$



$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

$$n = 1, \text{玻尔半径 } r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

(2) 能量

第 n 轨道电子总能量:

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r_n}$$



$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

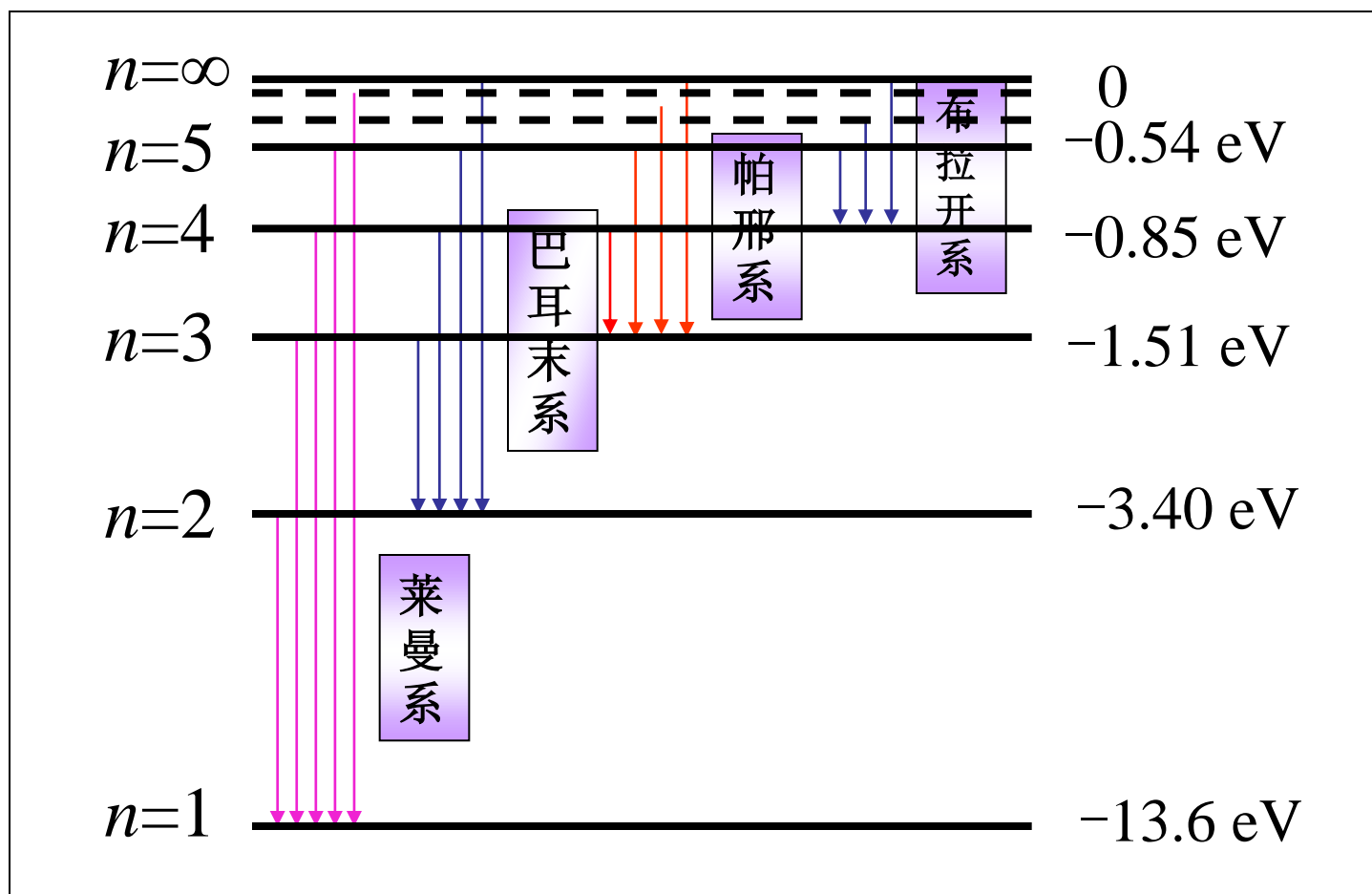
基态能量 ($n=1$)

$$E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6 \text{ eV (电离能)}$$

激发态能量 ($n > 1$) $E_n = E_1 / n^2$



氢原子能级跃迁与光谱图



4 玻尔理论对氢原子光谱的解释

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad h\nu = E_i - E_f$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i > n_f$$

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \approx R \text{ (里德伯常量)}$$



三 氢原子玻尔理论的意义和困难

1 意义

(1) 正确地指出原子能级的存在(原子能量量子化).

(2) 正确地指出定态和角动量量子化的概念.

(3) 正确地解释了氢原子及类氢离子光谱规律.



2 缺陷

(1) 无法解释比氢原子更复杂的原子.

(2) 微观粒子的运动视为有确定的轨道.

(3) 对谱线的强度、宽度、偏振等一系列问题无法处理.

(4) 半经典半量子理论, 既把微观粒子看成是遵守经典力学的质点, 同时, 又赋予它们量子化的特征.



例题 1:

计算赖曼系的最短波长和最长波长
计算帕邢系第二条谱线的波长

解： 赖曼系 $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

$$\lambda = 1/[1.097 \times 10^{-4} (1 - \frac{1}{n^2})](\text{nm})$$

$n = 2$ 时对应最长波长 $\lambda_{\text{max}} = 121.5\text{nm}$

$n = \infty$ 时对应最短波长 $\lambda_{\text{min}} = 91.2\text{nm}$

帕邢系 $\lambda = 1/[1.097 \times 10^{-4} (\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2})](\text{nm})$

$$\lambda_{53} = 1282\text{nm}$$



例题2 :

在气体放电管中，用能量为12.2eV的电子去轰击处于基态的氢原子。请确定此时氢原子所能辐射的谱线波长。

解： 氢原子吸收能量 E 后由基态跃迁到激发态

$$E_n = E_1 + 12.2 = -13.6 + 12.2 = -1.4\text{eV}$$

由 $E_n = -\frac{E_1}{n^2} \implies n = \sqrt{E_1 / E_n} = 3.12$

即 $n = 3$ 12.2eV的能量不能全部被吸收

当原子由这个能态跃迁回基态时，将有可能发射三种不同波长的电磁波。



15-4 氢原子的玻尔理论

3→1

$$\lambda_{31} = 1/[1.097 \times 10^{-4} (1 - \frac{1}{3^2})](\text{nm})$$

$$= 102.6\text{nm}$$

属于赖曼系

3→2

$$\lambda_{32} = 1/[1.097 \times 10^{-4} (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2})](\text{nm})$$

$$= 656.3\text{nm}$$

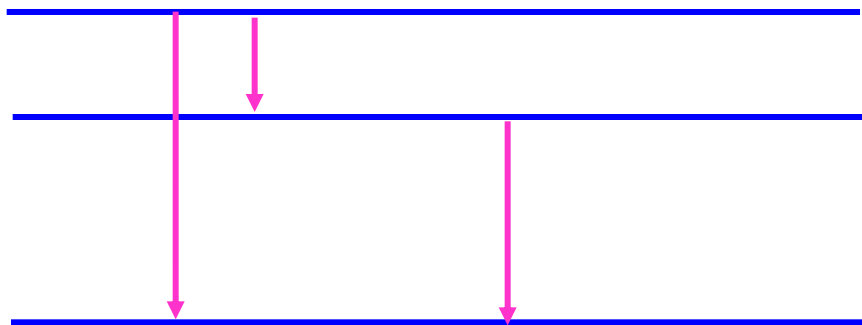
属于巴尔末系

2→1

$$\lambda_{21} = 1/[1.097 \times 10^{-4} (1 - \frac{1}{2^2})](\text{nm})$$

$$= 121.5\text{nm}$$

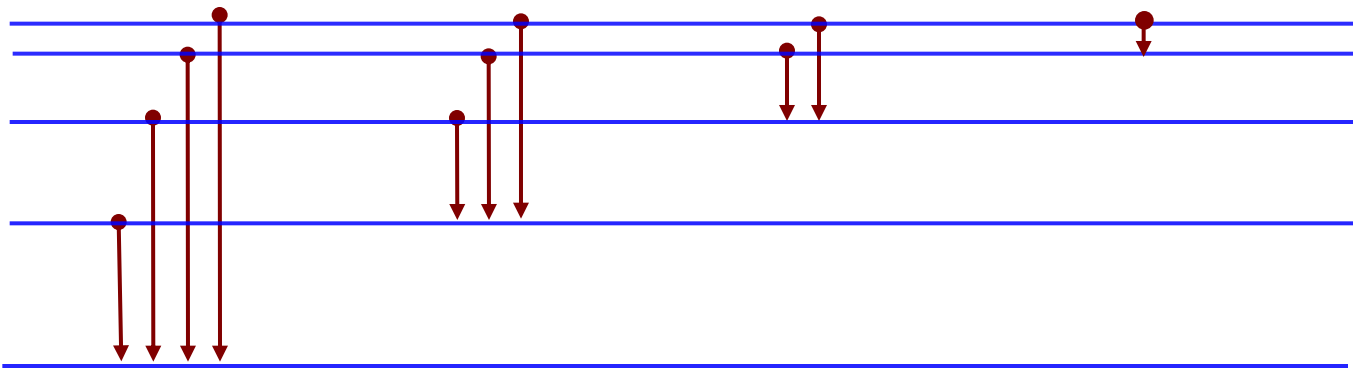
属于赖曼系



例题3 :

氢原子从 $n=5$ 的态跃迁到基态能发射多少种不同的光子？

解：



由图可见，可能有**10**种辐射光产生。

解析计算：考虑 $1 \rightarrow n$ 范围内任意一对不相等的整数

组合

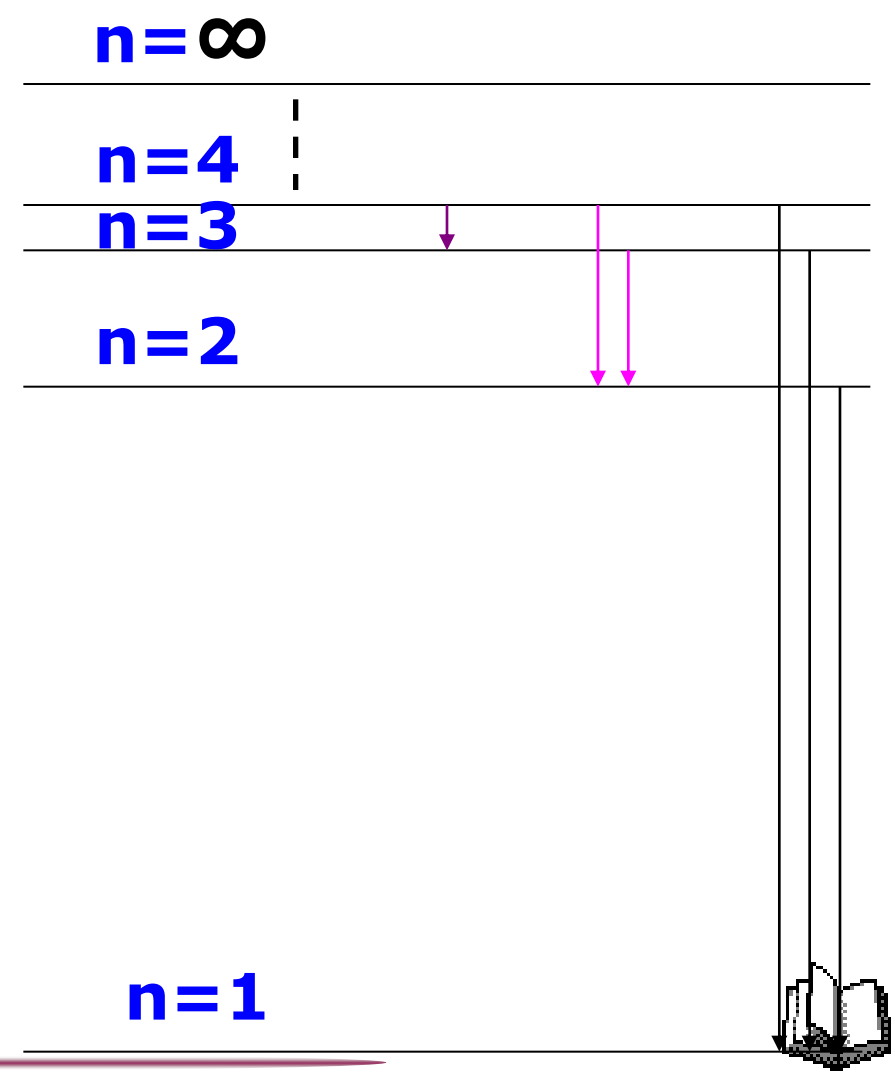
$$N = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{当 } n=5 \text{ 时, } N=10$$





习题 当氢原子被激发到 $n = 4$ 的能态时，可能发射几种频率的光？

如图，可能发射6种频率的光。





5. 夫兰克-赫兹实验

玻尔的氢原子理论与氢光谱的实验结果符合得非常好。但是，原子的能级量子化这一假设当时是很难为人接受的。

仔细推敲会发现，氢光谱实验可以作为证据证明，物质（原子）系统的能量量子化，就能使其按量子化的形式发射电磁场。

那么吸收过程是否也是量子化的呢？

1914年，德国物理学家，32岁的夫兰克与27岁的赫兹合作，进行了电子与惰性气体原子的碰撞实验研究，发现在非弹性碰撞中，电子与原子间的能量转移是量子化的。



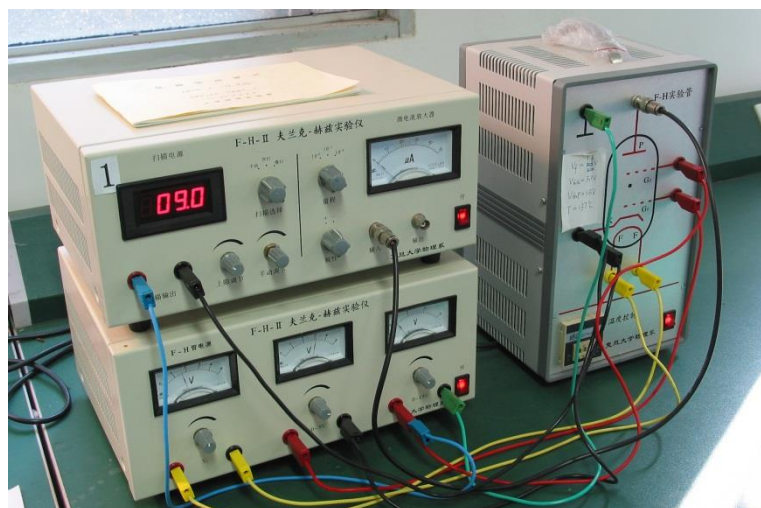
15-4 氢原子的玻尔理论



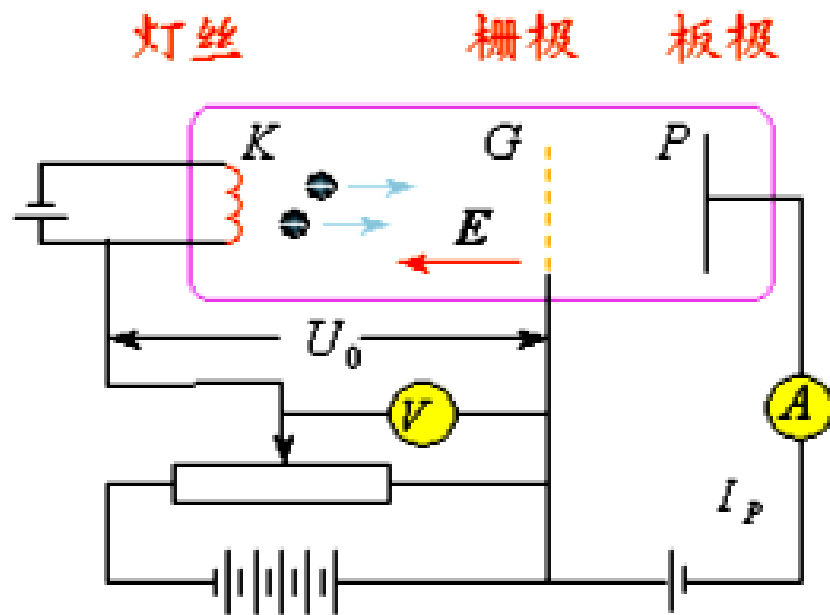
弗兰克



赫兹



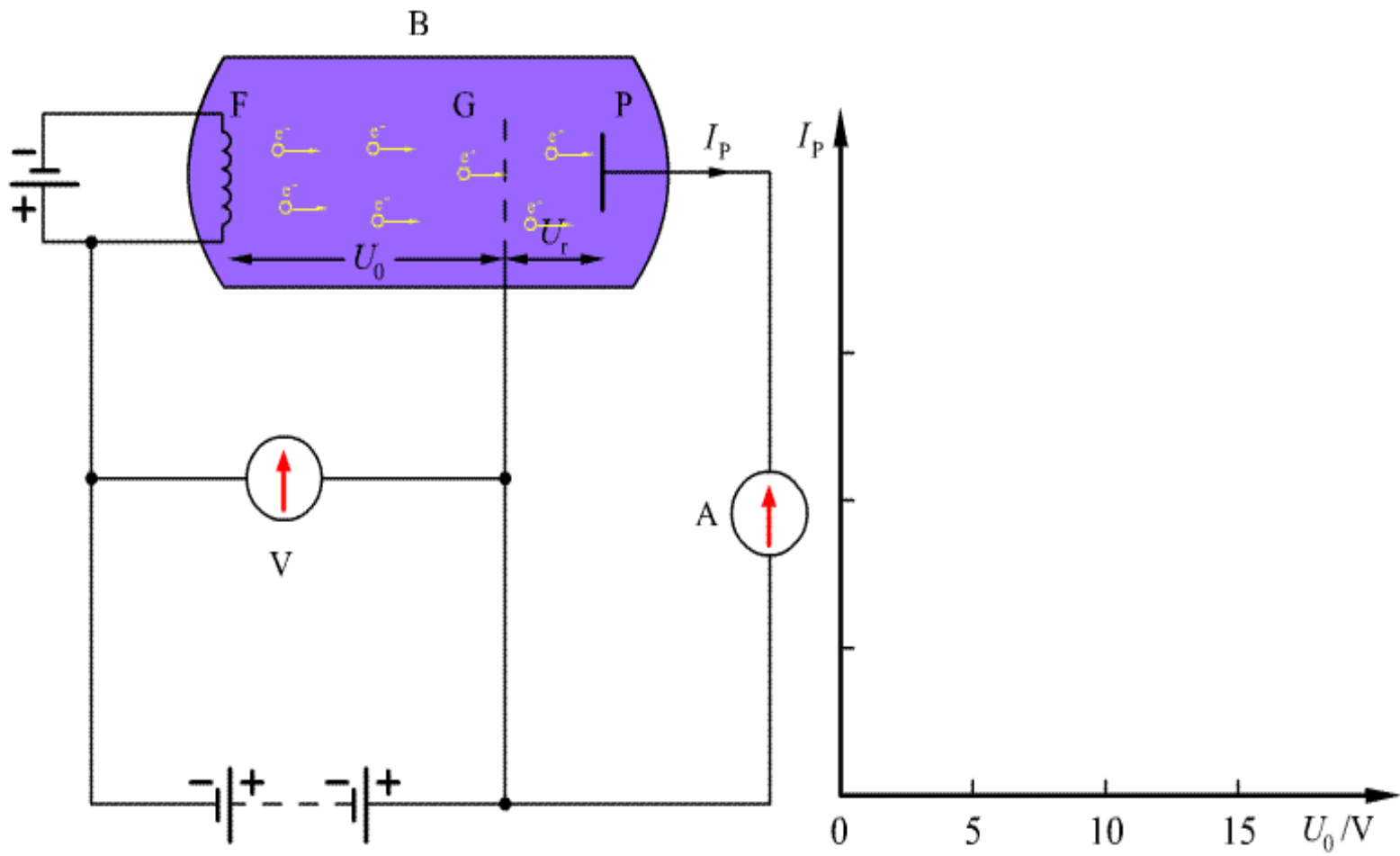
实验装置如图，密闭玻璃管内抽真空后充入氦气。加热灯丝 K 发射电子， KG 间加正向电压对电子加速，使电子获得一定的动能与氦原子碰撞传递能量。



GP 间加一很小的反向电压（设计用意精妙）。

通过了栅极 G 的电子中，有一些因为与氦原子发生非弹性碰撞而只剩下很小的动能，通不过 GP 间的减速电场，因而不被记录。





因此，集电极电流记录的只能是没有发生碰撞或碰撞中未向氢原子转移能量的电子。

实验结果及分析

第一峰值：

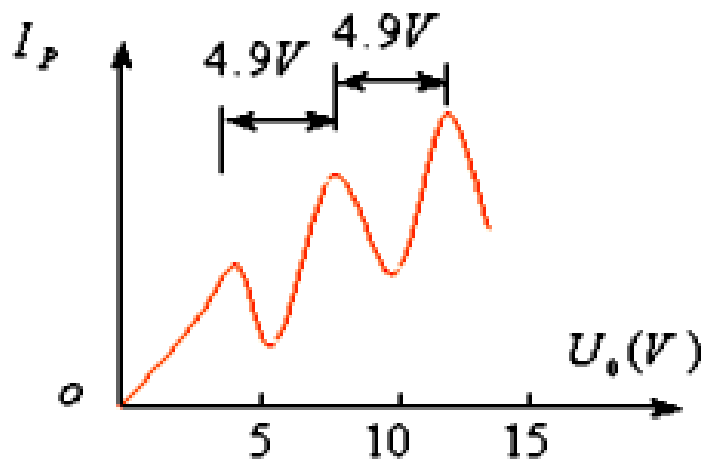
开始电子的动能很小

$$E_k < E_2 - E_1$$

不足氢原子的基态和第一激发态的能级差，因而电子与氢原子碰撞时，电子的动能不被吸收。电子就有足够的动能通过减速区到达集电极。

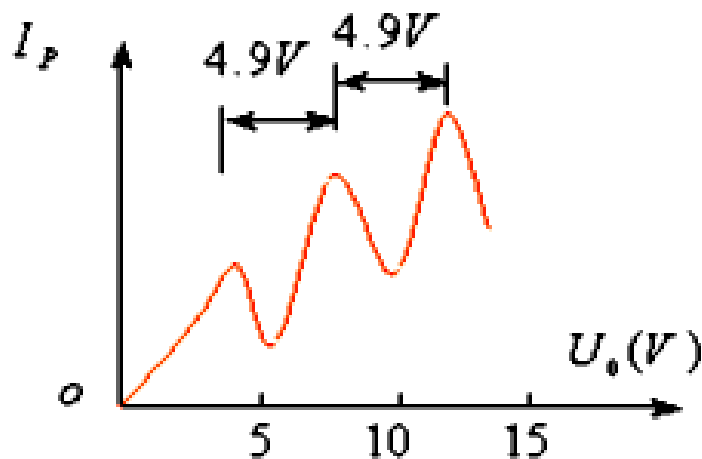
增大加速电压，当电子的动能达到一定值

$$U_1 = 4.9\text{V} \quad \text{则} \quad E_k = E_2 - E_1$$



这时的电子与氢原子碰撞，其动能就被强烈吸收，氢原子进入激发态。

损失了动能的电子经过 G 后，已无力通过减速场，因而集电极电流骤然下降。



此后继续增加电压，使电子与氢原子碰撞并交付能量后，还能有足够的动能通过减速场。因而集电极电流又开始上升。

第二峰值：

直到 KG 间电压达到 $2 \times 4.9V$ ，电子在 KG 间可能经历两次碰撞而失去大部分动能，使集电极电流再次大幅度下降。...



夫兰克—赫兹实验表明，在电子与氢原子碰撞过程中，电子失去的动能只能是 4.9eV 的整数倍。这就完全证实了原子系统的能量量子化假设。

对这个实验装置的改进，可以直接测量原子系统两能态之间的能级差。

夫兰克与赫兹也因此荣获1925年诺贝尔物理学奖

玻尔理论成功地解释了原子的稳定性、原子的大小及氢原子光谱的规律性。玻尔理论中的定态、量子化、跃迁等概念现在仍然有效。

玻尔的出色工作，使物理学的发展达到一个里程碑——量子论完成了它的创生过程。





1920年，哥本哈根大学根据玻尔的提议，创立了理论物理研究所，1965年更名为玻尔研究所。玻尔一直任所长，直到1956年退休。在此期间，他以自己的崇高威望吸引了一大批国内外杰出的物理学家，创建了著名的哥本哈根学派，在量子力学领域作出了杰出的贡献。

由于研究原子结构和原子辐射的贡献，玻尔荣获1922年诺贝尔物理学奖。

更加难能可贵的是，玻尔与他的同事们在创建和发展物理科学的同时，还创建了哥本哈根精神。这是一种独特的、浓厚的、平等自由的讨论和相互合作的学术氛围。



15-4 氢原子的玻尔理论



玻尔与海森伯在讨论

第十五章 量子物理

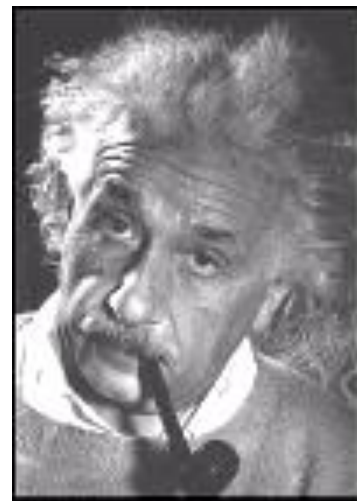


15-4 氢原子的玻尔理论



曾经有人问玻尔，你是怎样做到把那么多有才华的年轻人团结在身边的？他回答说，因为我不怕在年轻人面前承认自己的知识不足，不怕承认自己是傻瓜。

在对于量子力学的哲学问题上，玻尔与爱因斯坦是一对论敌。两人一遇见就会展开辩论，进行思想的交锋。但他们始终是一对相互尊敬的好友。



玻尔高度评价这种争论，认为它是许多新思想产生的源泉。

爱因斯坦则赞扬玻尔是一位科学思想家，具有很强的直觉理解力和批判能力，是当代科学领域最伟大的发现者之一。

