14-3 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式

第十四章

相对论

第3节《狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式》

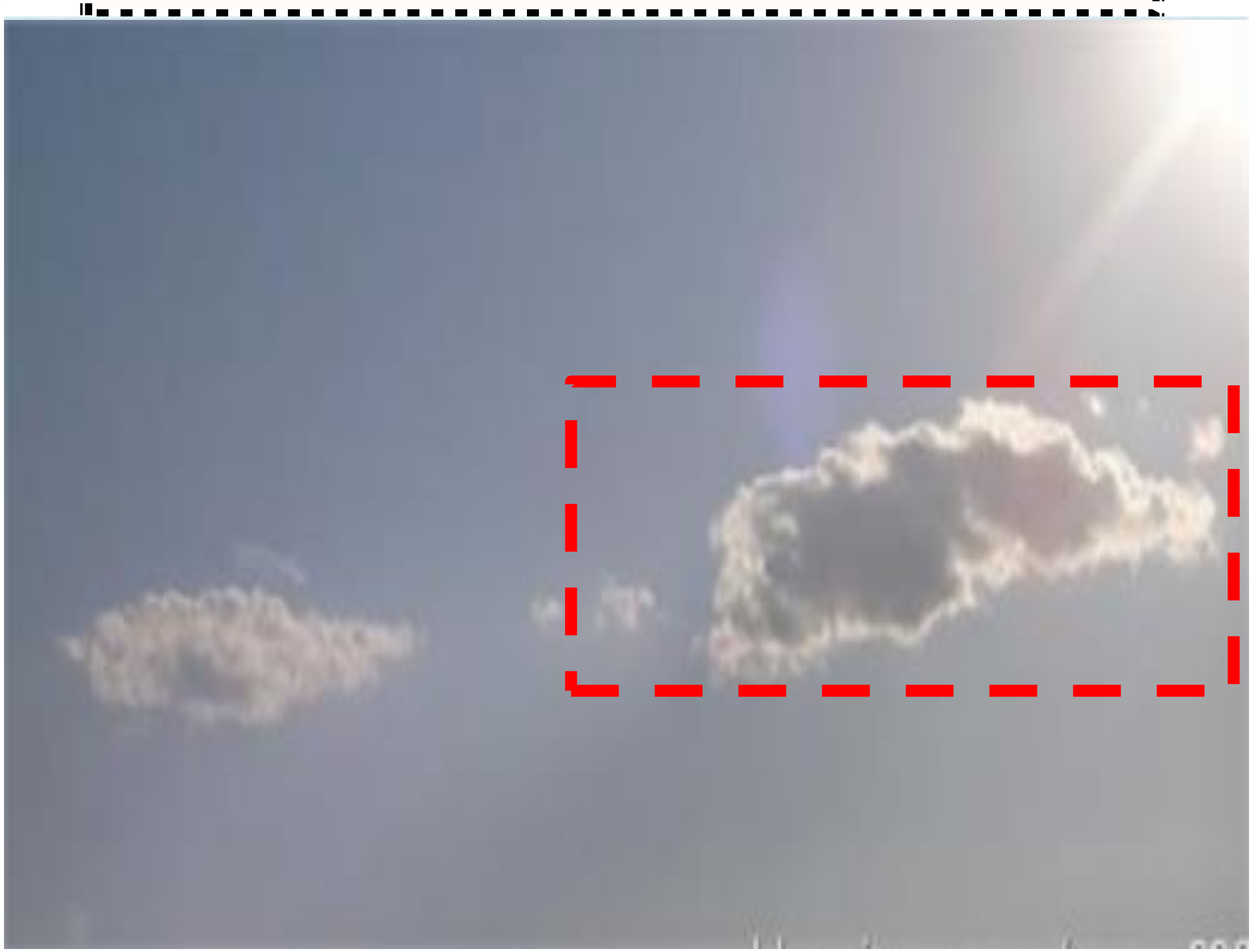
一 理解光速不变原理。

二 理解相对性原理

三 了解洛伦兹变换。

14-3 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式

19世纪末物理学两朵乌云:

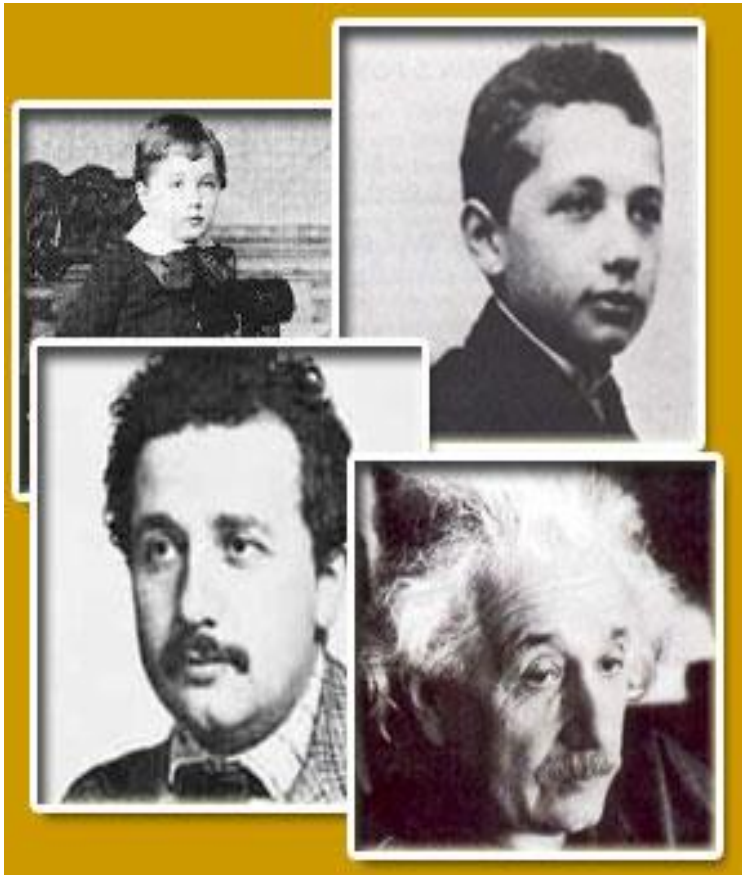


迈克耳孙干涉仪零结果

$$\Delta N = 0$$

爱因斯坦（1879-1955）

20世纪最伟大的物理学家之一，1905年、1915年先后创立狭义和广义相对论，1905年提出了光量子假设，1921年获得诺贝尔物理学奖，还在量子理论方面有重要贡献．



一 狭义相对论的基本原理

1 相对性原理

物理定律在所有惯性系中都具有相同的表达形式.

2 光速不变原理

真空中的光速是常量，沿各个方向都等于c，与光源或观测者的运动状态无关.

讨论

1. 相对性原理是经典力学相对性原理的推广。

需要注意的是，联系被测量有关各量间的规律，是对任一惯性系都是相同的，这是假设的真正含义。

2. 光速不变原理与经典力学是完全不相容的。

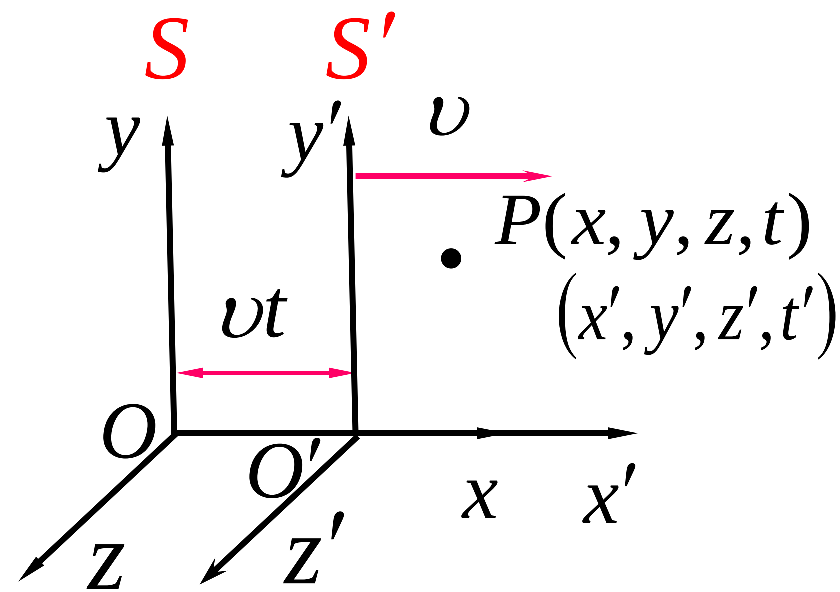
但正是根据这个假设才准确地定义了“同时”的概念，并建立起狭义相对论时空观。

二 洛伦兹变换式

符合相对论理论的时空变换关系.

1.坐标和时间变换式

发生在P点的某一事件在惯性系 S 中的时空坐标为(x,y,z)， S' 中的时空坐标(x',y',z')。



设 $t=t'=0$ 时， 两个原点重合。

t 时刻，在 S 系中

$$x = \upsilon t + x'\sqrt{1-\beta^2} \qquad x' = \frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

在 S' 系中

$$x' = x\sqrt{1-\beta^2} - \upsilon t'$$

$$\beta = v/c$$

$$\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\beta^2}$$

两式相等，得 $t' = \dfrac{t - \dfrac{\upsilon}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}$

小结 洛伦兹坐标变换式

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

$$\beta = v/c$$

$$\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\beta^2}$$

14-3 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式

正变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{v}{c^2}x'\right) \end{cases}$$

注 意

$v << c$ 时，$\beta = v/c << 1$

转换为伽利略变换式.

2　洛伦兹速度变换式

正变换

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \\ u'_y = \dfrac{u_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{v}{c^2} u_x\right)} \\ u'_z = \dfrac{u_z}{\gamma\left(1 - \dfrac{v}{c^2} u_x\right)} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x\right)} \\ u_z = \dfrac{u'_z}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x\right)} \end{cases}$$

14-3 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式

如在S系中沿x方向发射一光信号，在S′系中观察：

$$u'_x = \frac{c-v}{1-\dfrac{vc}{c^2}} = c$$

光速不变

光速在任何惯性系中均为同一常量，利用它可将时间测量与距离测量联系起来.

讨论

1.洛伦兹变换是狭义相对论的基本方程，是以两个基本假设为依据导出的(同学们可以参考相关资料如何导出)。

2.变换式中(x,y,z) 和(x',y',z') 是线性关系。

3.当$v \ll c$ 洛伦兹变换简化为伽利略变换。

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} \\ t' = \dfrac{t-\upsilon x/c^2}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} \end{cases} \xrightarrow{u \ll c} \begin{cases} x' = x-\upsilon t \\ t' = t \end{cases}$$

绝对时空观是低速情况下相对论时空观的近似。

例1在地面参考系 S 中, 在 $x = 1.0\times10^{6}$ m 处, 于 $t = 0.02$s 时刻爆炸了一颗炸弹，如果有一沿 x 轴正方向以 $v = 0.75\,c$ 速率运动的飞船经过。试求在飞船参考系 S' 中的观察者测得的这颗炸弹爆炸的地点(空间坐标)和时间。 若按伽俐略变换，结果如何?

解 由洛仑兹变换式，可求出在飞船系S'中测得炸弹爆炸的空间、时间坐标。

14-3 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换式

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{10^6 - 0.75\times 3\times 10^8 \times 0.02}{\sqrt{1-0.75^2}} = -5.29\times 10^6\,\mathrm{m}$$

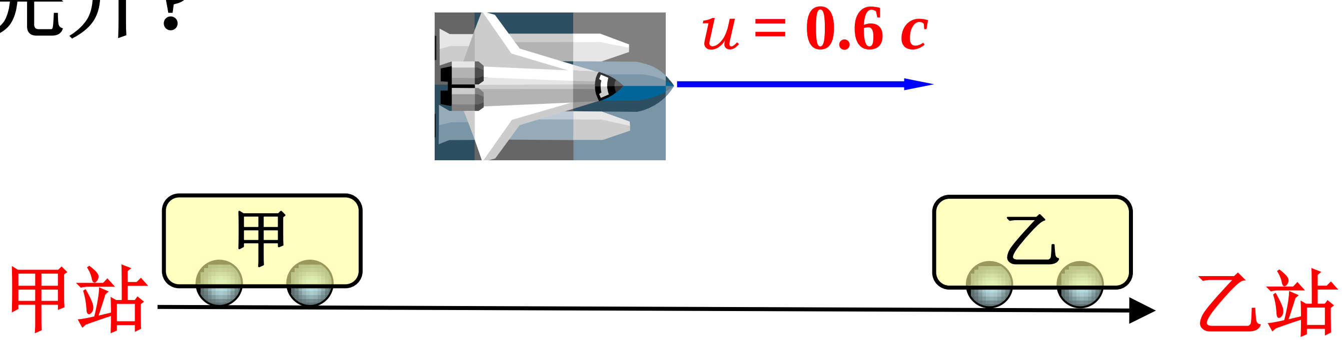
$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{0.02 - 0.75\times 10^6/3\times 10^8}{\sqrt{1-0.75^2}} = 0.026\mathrm{s}$$

按伽俐略变换式，则：

$$x' = x - ut = -3.5\times 10^6\,\mathrm{m} \quad t' = t = 0.02\mathrm{s}$$

显然与洛仑兹变换所得结果不同，这说明在本题所述条件下，必须用洛仑兹变换计算。

例2甲乙两地相距1000km，甲站的甲车先于乙站的乙车1.0×10^{-3} s发车。现有一艘飞船沿从甲到乙的方向从高空掠过，速率恒为 $u = 0.6c$。求飞船系中测得两车发车的时间间隔，哪一列先开?



地面测量:事件1 $(x_1, \quad t_1)$ 事件2 $(x_2, \quad t_2)$

飞船测量:事件1 $(x'_1, \quad t'_1)$ 事件2 $(x'_2, \quad t'_2)$

解 地面系S

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 1000\ \text{km}$$

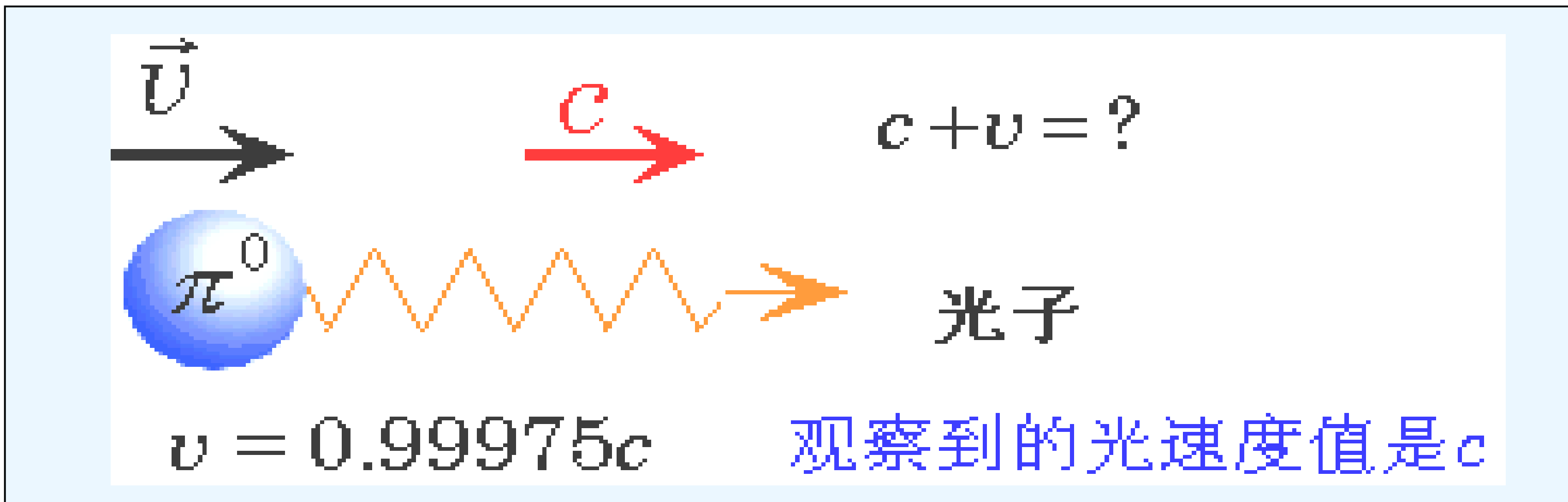
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 1.0\times 10^{-3}\ \text{s}$$

飞船系S'

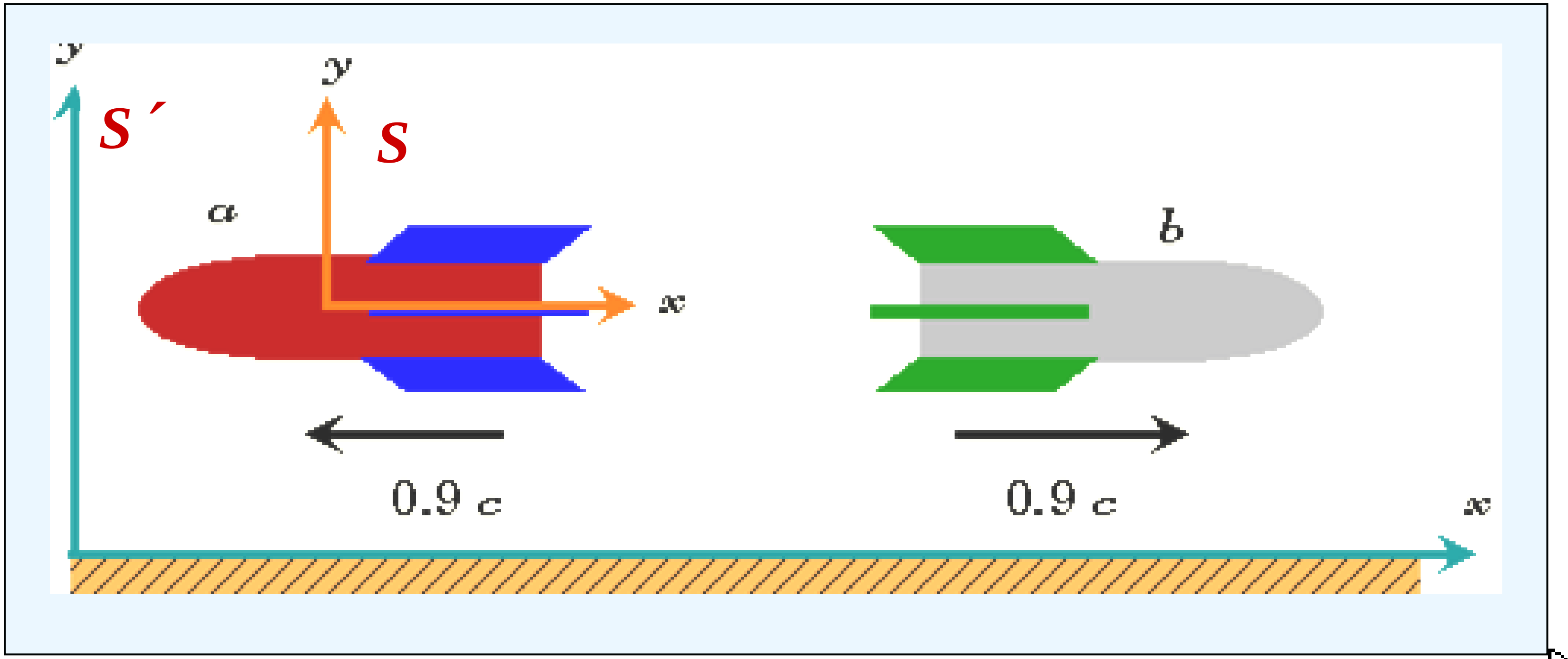
$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = -1.25\times 10^{-3}\ \text{s}$$

飞船中测量是乙站的先于甲站发出，两独立事件的时序发生了颠倒。

1964年到1966年，欧洲核子中心在质子同步加速器中作了有关光速的精密实验。在同步加速器中产生的π°介子以 0.99975 c 的高速飞行，它在飞行中发生衰变，辐射出能量为 6×10^{9}eV光子，测得光子的实验室速度值仍是c。



例3 在地面上测到有两个飞船 a、b 分别以 $+0.9c$ 和 $-0.9c$ 的速度沿相反方向飞行。
求飞船 a 相对于飞船 b 的速度有多大?



解 设S系被固定在飞船 a 上，地面对S系以$0.9c$的速度向右运动。以地面为 S' 系，则飞船 b 相对于 S' 系的速度为 $u_x' = 0.9c$。将数值代入洛伦兹变换式，即可求得飞船 b 相对于S系的速度，亦即相对于飞船 a 的速度。

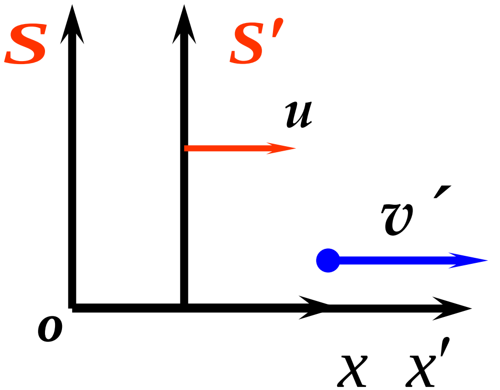
$$v_x = \frac{v_x' + x}{1 + u/c^2 \cdot v_x'} = \frac{0.9c + 0.9c}{1 + 0.9 \times 0.9} = \frac{1.80c}{1.81} = 0.944c < c$$

如用伽俐略速度变换进行计算，结果为：

$$u_x = u_x' + v = 0.9c + 0.9c = 1.8c > c$$

例4 设想一飞船以0.80c 的速度在地球上空飞行，如果这时从飞船上沿速度方向抛出一物体，物体相对飞船速度为0.90c 。问从地面上看，物体速度多大?

解 选飞船参考系为 S' 系，地面参考系为 S 系



$$u = 0.80c \quad v'_x = 0.90c$$

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} = \frac{0.90c + 0.80c}{1 + 0.80 \times 0.90} = 0.99c$$