

第十一章

光学

第8节 《衍射光栅》

- 一 了解衍射光栅的概念。
- 二 理解衍射光栅的主方程极大。
- 三 理解衍射与干涉对光栅的作用。



对单缝衍射后续思考

第一暗纹的衍射角 $\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{b}$

◆ λ 一定 $\left\{ \begin{array}{l} b \text{ 增大, } \theta_1 \text{ 减小} \\ b \text{ 减小, } \theta_1 \text{ 增大} \end{array} \right. \quad \frac{\lambda}{b} \Rightarrow 0, \theta_1 \Rightarrow 0$

光直线传播

$$b \Rightarrow \lambda, \theta_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2}$$

衍射最大

◆ b 一定, λ 越大, θ_1 越大, 衍射效应越明显



光栅现象

光盘的凹槽形成一个反射光栅，在白光下能观察到入射光被分离成彩色光谱。



蝴蝶身上层叠的细微鳞片、鸟羽细密的羽管都形成了天然的反射光栅。



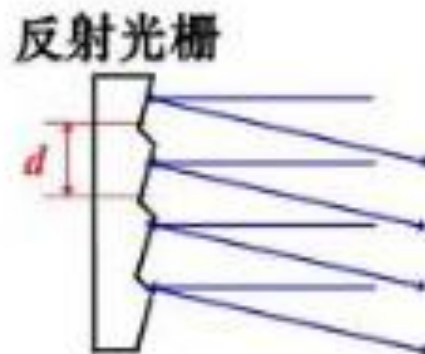
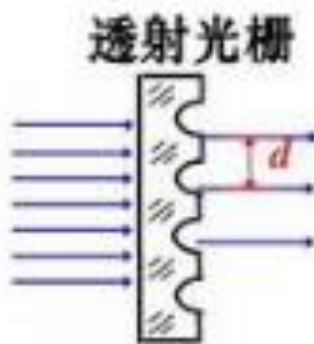
11.8 衍射光栅及光栅光谱

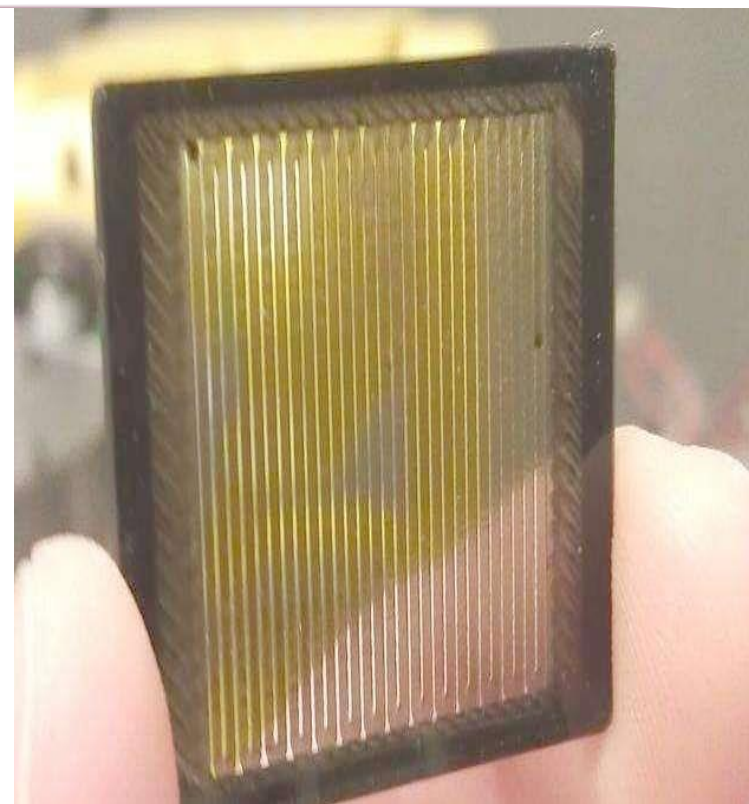
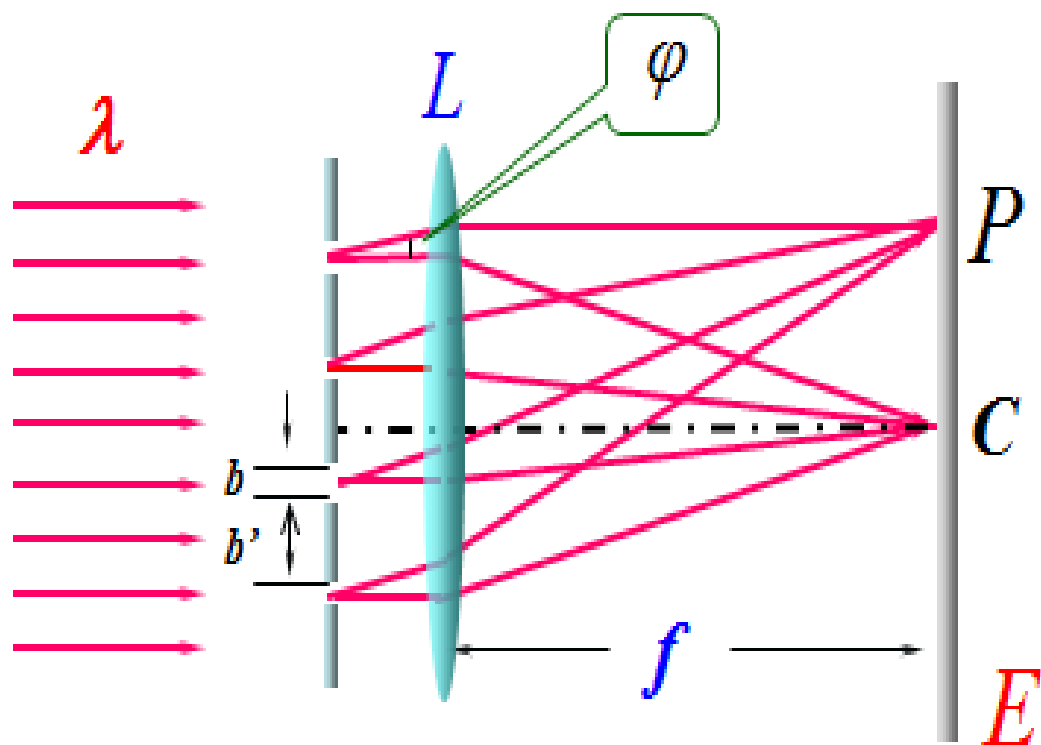
一、衍射光栅

利用多缝衍射原理使光发生色散的元件称为光栅。

光栅的种类很多，有透射光栅、平面反射光栅和凹面光栅等。

光栅种类





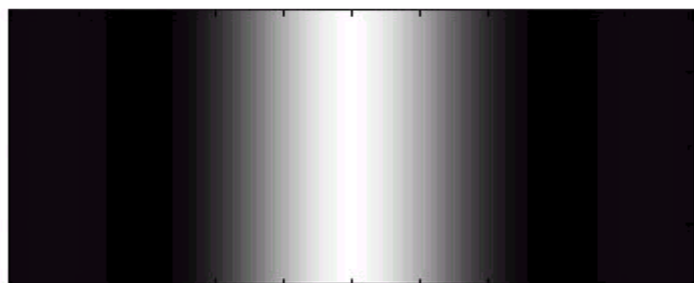
在一块透明的平板上刻有大量相互平行等宽等间距的刻痕，为透射光栅。

两刻痕之间的宽度为 b' ，刻痕宽度为 b ，则 $d = b' + b$ 称为光栅常数。

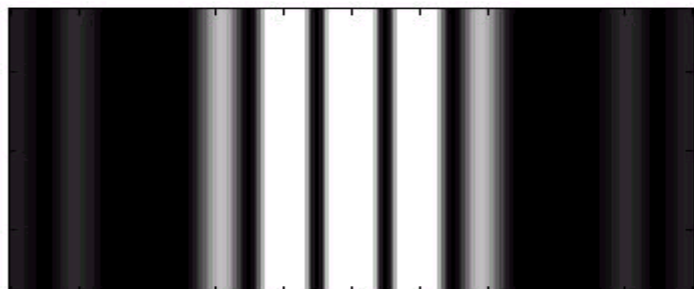


◆ 光栅中狭缝条数越多，明纹越细.

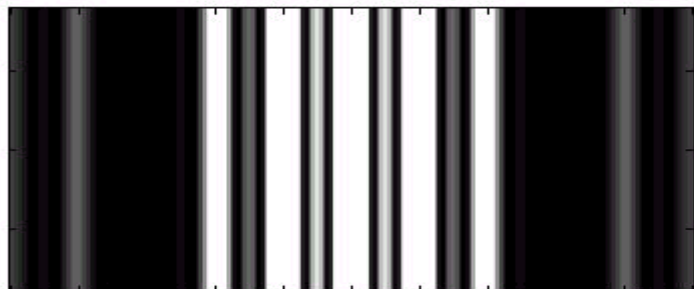
(a)1条缝



(b)2条缝



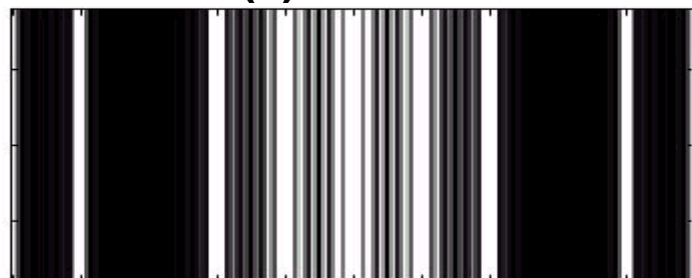
(c)3条缝



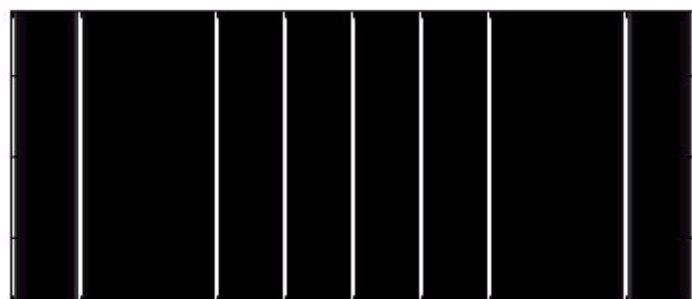
(d)5条缝



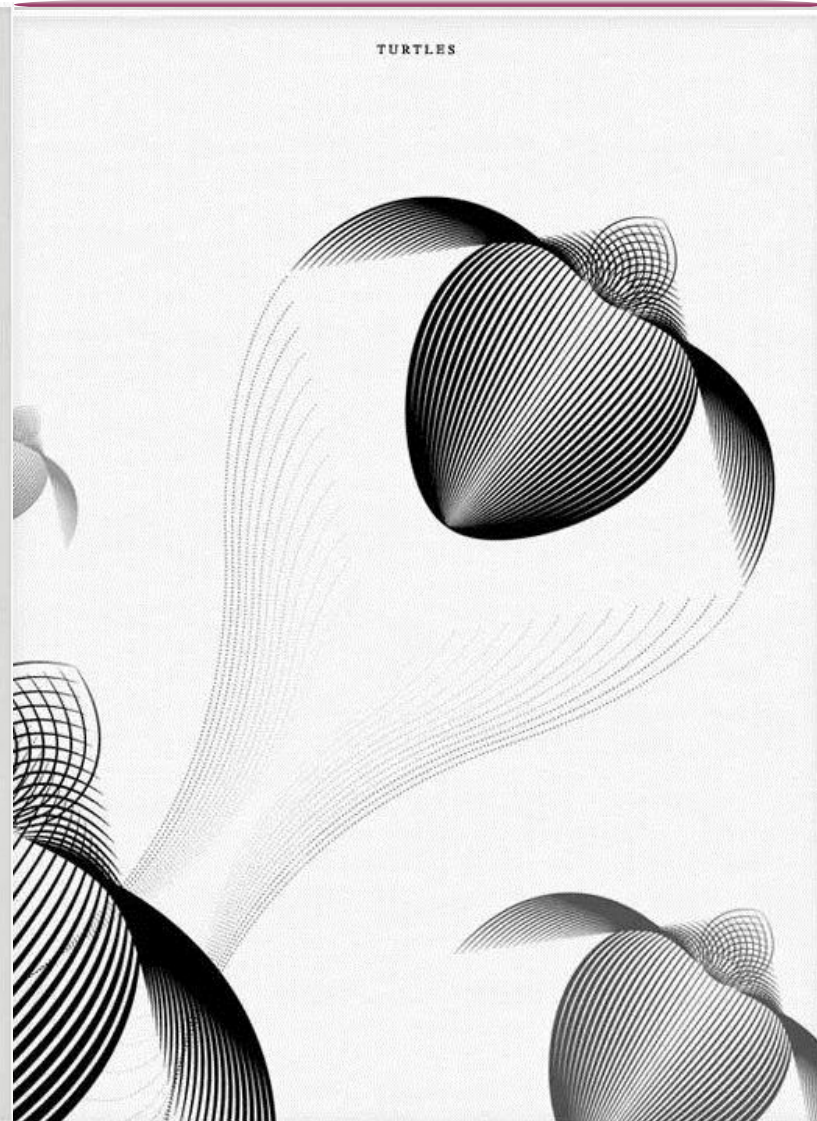
(e)6条缝



(f)20条缝



莫尔条纹



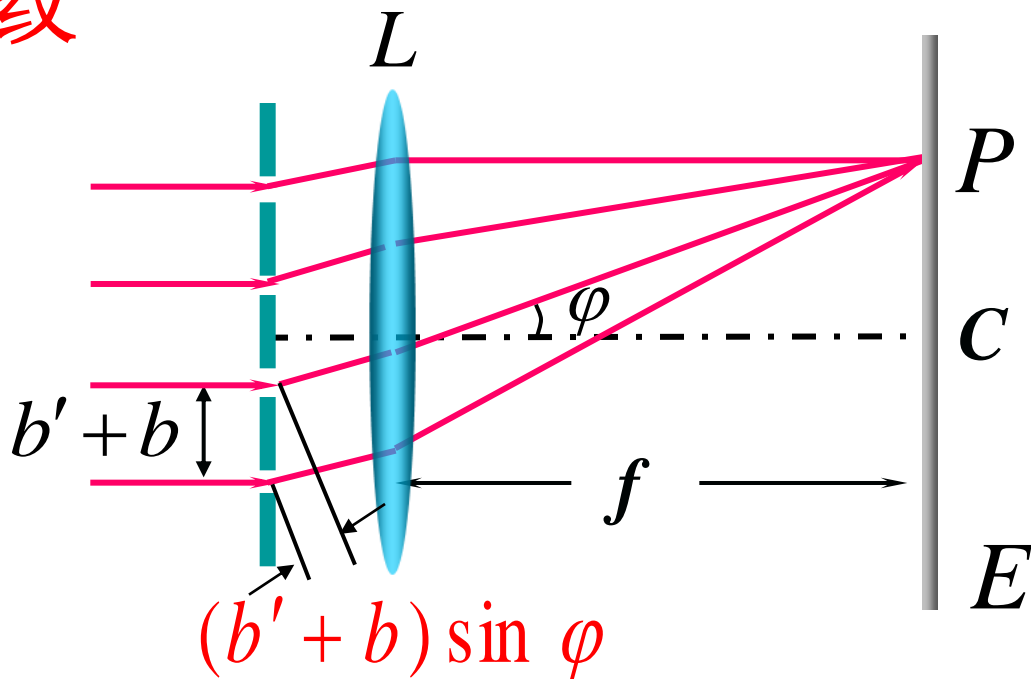
二、光栅衍射条纹

1. 光栅方程

单色光照到光栅上时，每一狭缝都要产生衍射，缝与缝之间的光为相干光，发生干涉。

光栅衍射明条纹的条件是衍射角 φ 必须满足光栅方程

$$(b' + b) \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$



2. 主极大条纹

光栅衍射的明条纹称为**主极大条纹**，也称**光谱线**， k 称主极大级数。

$k = 0$ 时， $\varphi = 0$ ，称中央明条纹；

$k = 1$ 、 $k = 2$ 、 \dots 分别为第一级、第二级、 \dots 主极大条纹。正、负号表示各级明纹对称地分布在中央明纹的两侧。

如果入射光由波长不同的光组成，每一波长的光都将产生与其对应的又细又亮的明纹，即光栅有色散分光作用。



◆ 条纹最高级数 $\sin \varphi_k = \pm \frac{k\lambda}{b+b'}$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2}, \quad k = k_{\max} = \frac{b+b'}{\lambda}$$

$$(b+b') \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\Delta k = 1, \quad \sin \varphi_{k+1} - \sin \varphi_k = \frac{\lambda}{b+b'}$$

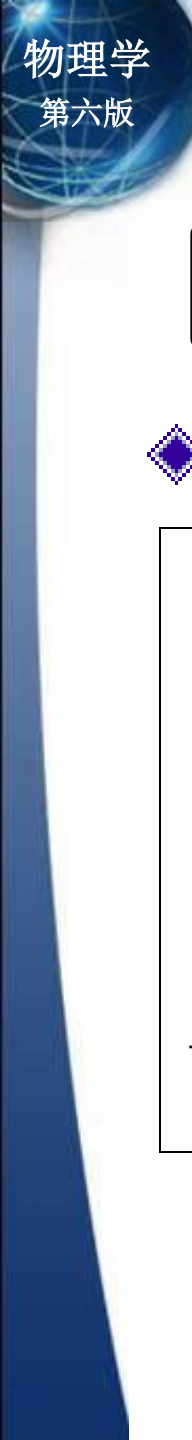
◆ 光栅常数越小，明纹越窄，明纹间相隔越远。

λ 一定， $b+b'$ 减少， $\varphi_{k+1} - \varphi_k$ 增大。

◆ 入射光波长越大，明纹间相隔越远。

$b+b'$ 一定， λ 增大， $\varphi_{k+1} - \varphi_k$ 增大。

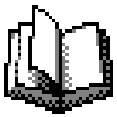
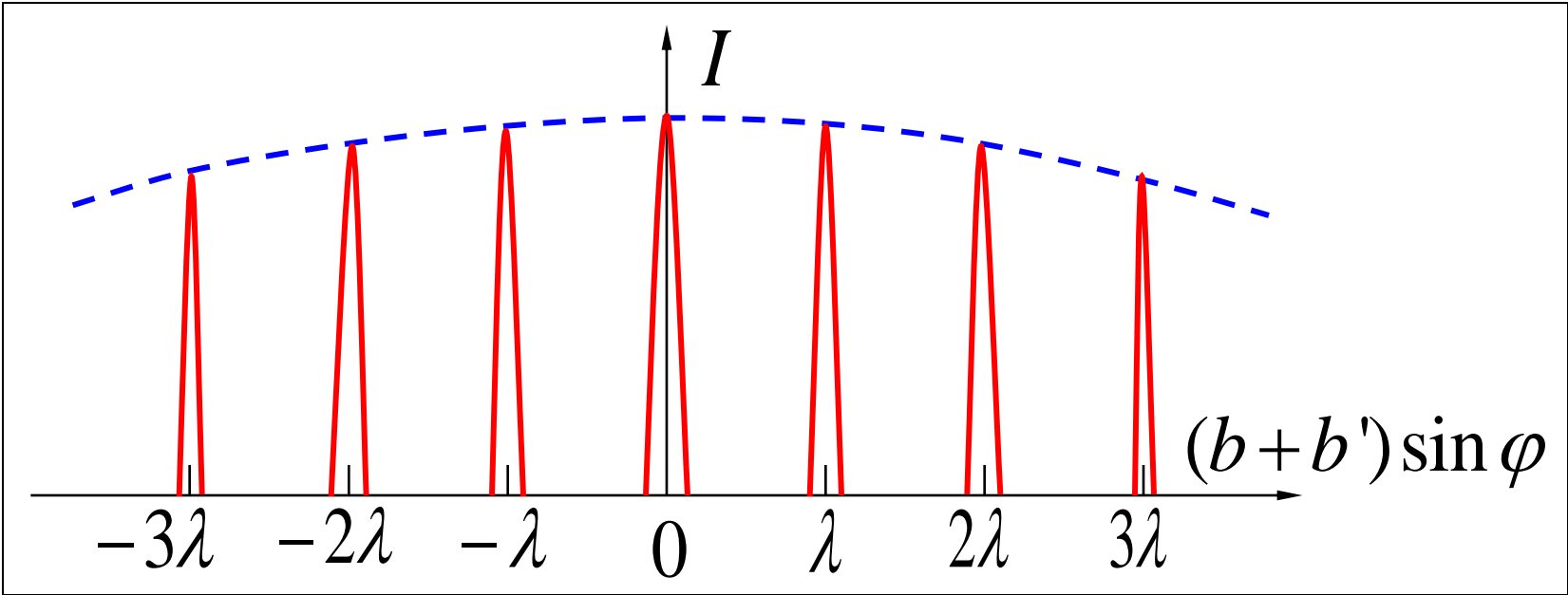




讨论

$$(b + b') \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

◆ 光强分布



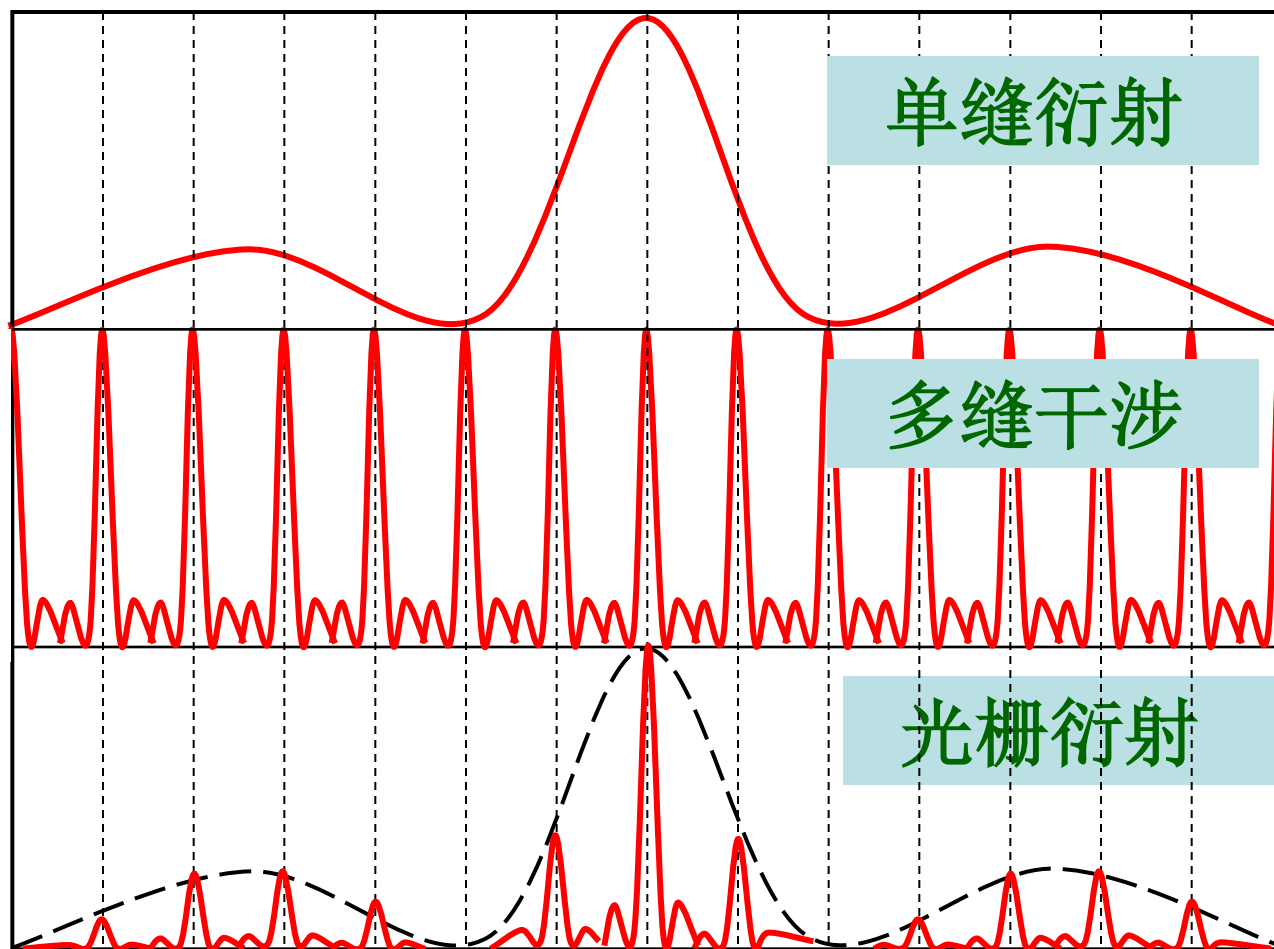
3. 谱线的缺级

光栅衍射条纹是多个狭缝的衍射光相互干涉形成的。

如果某一衍射角 φ 满足光栅方程，干涉结果是一主极大明纹。但是，如果 φ 又恰好符合单缝衍射的暗纹条件，其结果只能是暗纹，因为此方向上单缝衍射的光相消，光强为零。可见，光栅衍射谱线存在缺级现象。



光栅衍射是衍射与干涉的综合结果



缺级处同时满足:

光栅明纹条件

$$(b' + b) \sin \varphi = \pm k \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$$

单缝暗纹条件

$$b' \sin \varphi = \pm k' \lambda, k' = 1, 2, \dots$$

两式相除, 得 $\frac{b' + b}{b} = \frac{k}{k'}$

当 $b' + b$ 与缝宽 b 成整数比时, 出现缺级现象。

例如, 当 $b + b' = 3b$ (3:1), $k' = 1, 2, 3, \dots$ 时, 缺级的级数为 $k = 3, 6, 9, \dots$ 。



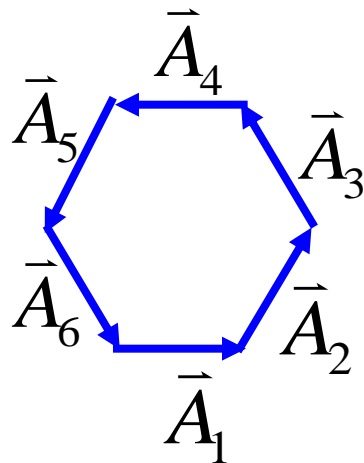
4. 暗纹条件

在光栅衍射中，两主极大条纹之间分布着一些暗条纹，也称极小。暗条纹是由于在 φ 方向上，各狭缝射出的光因干涉相消形成的。

N 个狭缝的光振幅矢量为 $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \dots, \vec{A}_N$ ，这 N 个矢量叠加后消失，可用闭合图形表示。

两相邻狭缝的光矢量间的相位差：

$$\Delta\theta = \frac{2\pi(b' + b)\sin\theta}{\lambda}$$



N 个矢量构成闭合图形时

$$N \Delta \varphi = \pm m \cdot 2\pi \quad (m \neq kN, k = 1, 2, \dots)$$

或 $N(b' + b) \sin \theta = \pm m \lambda$

式中 $m = 1, 2, \dots, (N-1), (N+1), \dots, (2N-1), (2N+1), \dots$

当衍射角满足上式时，出现暗纹。

此处 m 不含 $N, 2N, \dots$ 。共有 $N-1$ 个暗纹。

若 m 取 $N, 2N, \dots$ ，为明纹条件。



5. 次明纹

两相邻明纹之间有 $N - 1$ 个暗纹，而相邻两个暗纹之间必有一个明纹，可见，在两主级大明纹之间应有 $N - 2$ 个明纹存在。

这 $N - 2$ 个明纹的光强远小于主级大明纹的光强，称为次明纹。

事实上，当 N 很大时，暗纹和次明纹已连成一片，在两个主极大明纹之间形成了微亮的暗背景。



三、衍射光谱

根据方程 $(b' + b)\sin\theta = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

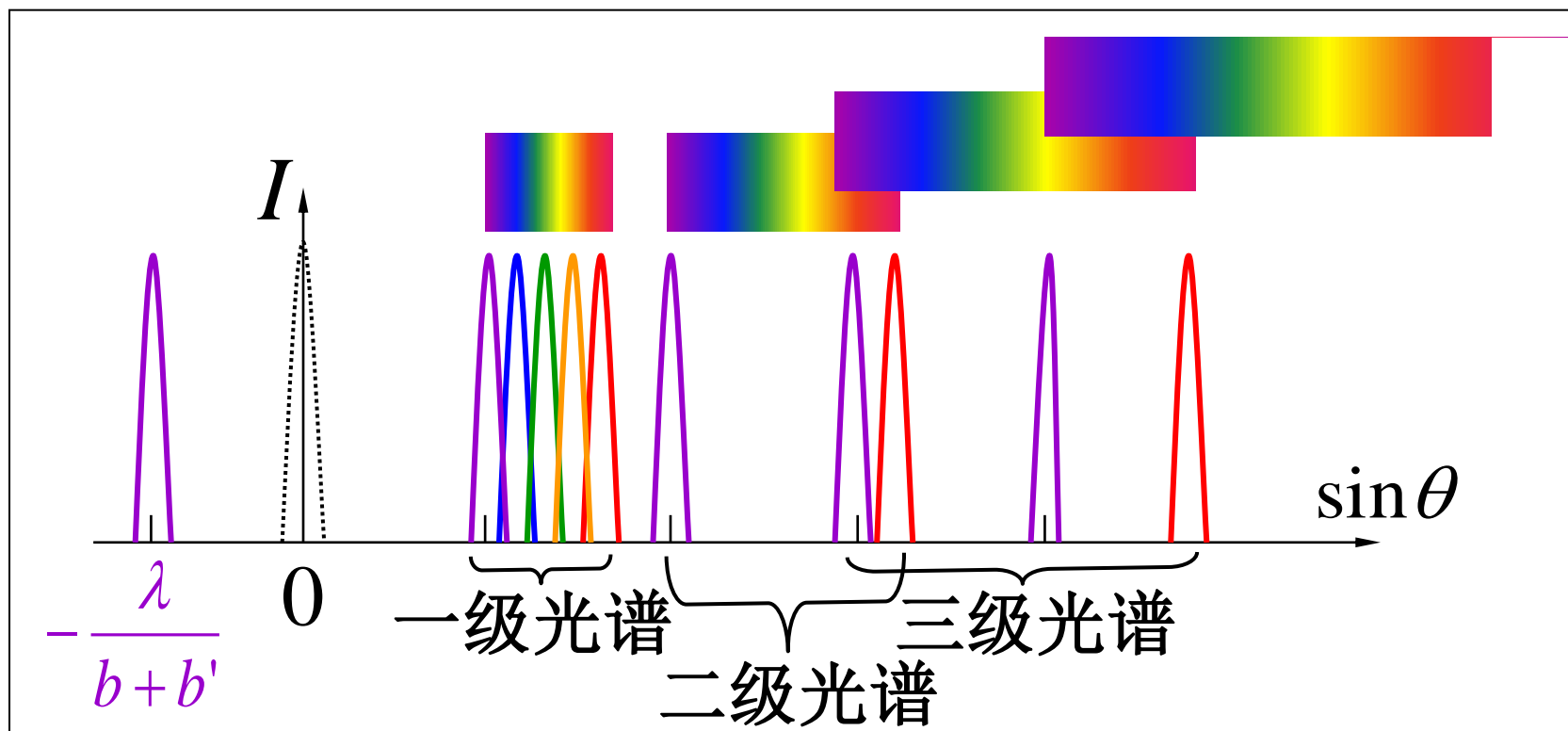
在光栅常数 $b' + b$ 一定时，波长对衍射条纹的分布有影响，波长越长，条纹越疏。

当用白光入射时，中央零级条纹的中心仍为白光，在其两侧对称地分布由紫到红的第一级、第二级等光谱。但从第二级光谱开始，各级条纹发生重叠。

如果入射光是波长不连续的复色光，将出现与各波长对应的各级线光谱。如汞灯光谱。



入射光为白光时，形成彩色光谱。



例如 二级光谱重叠部分光谱范围

$$\begin{cases} (b + b') \sin \theta = 3\lambda_{\text{紫}} \\ (b + b') \sin \theta = 2\lambda \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_{\text{紫}} = 600 \text{ nm}$$

$$\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$$

二级光谱重叠部分：

$$600 \sim 760 \text{ nm}$$



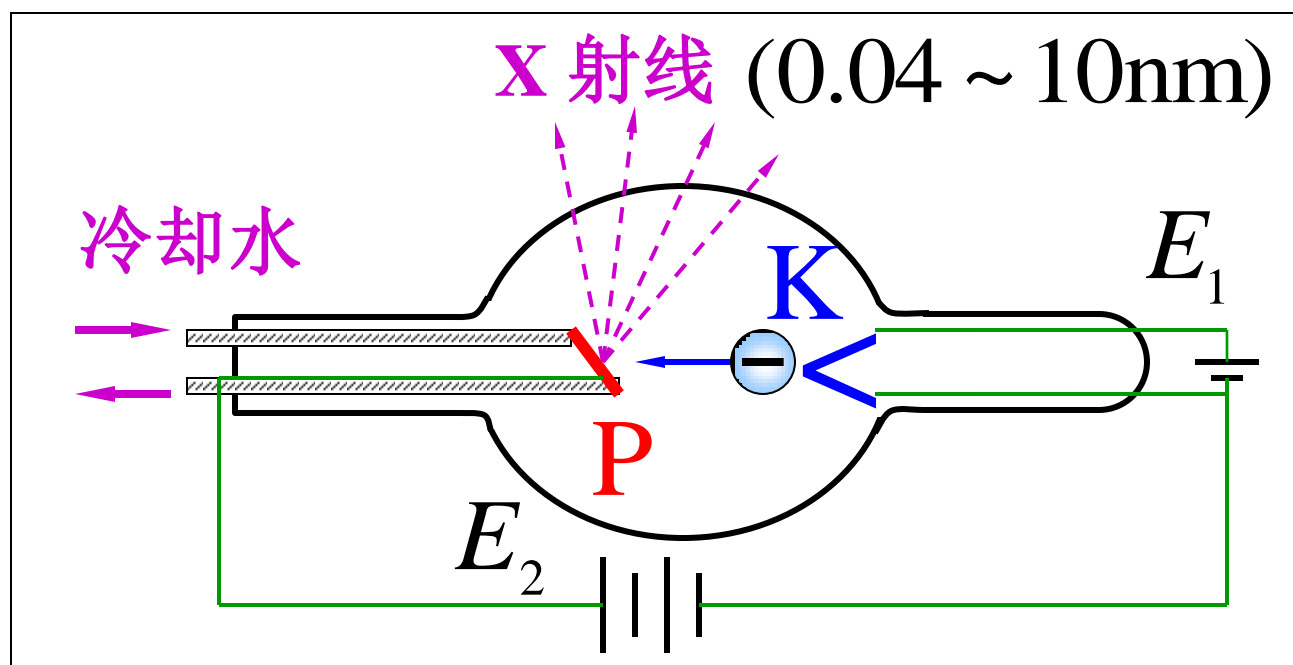
◆ 光谱分析

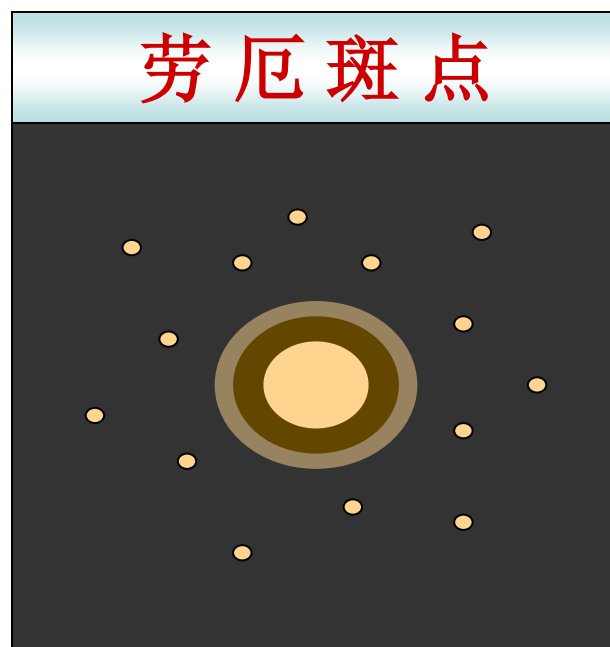
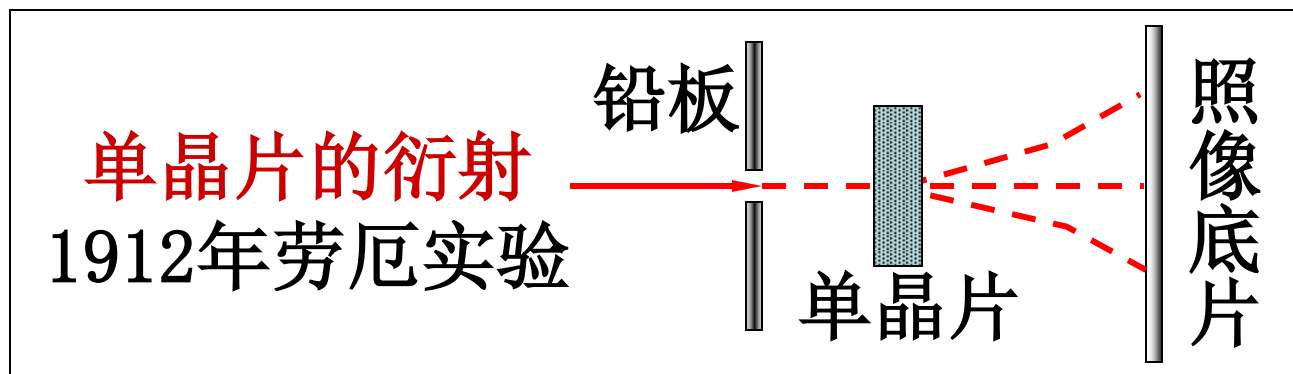
由于不同元素（或化合物）各有自己特定的光谱，所以由谱线的成分，可分析出发光物质所含的元素或化合物；还可从谱线的强度定量分析出元素的含量。



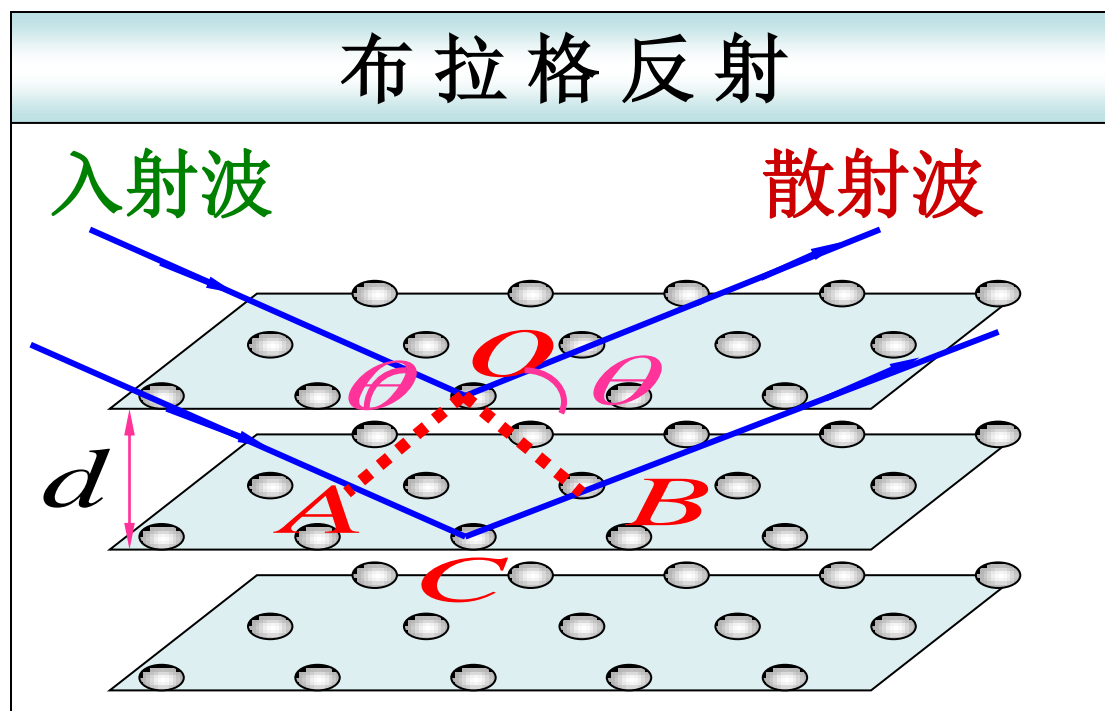
三 X 射线的衍射

1885年伦琴发现，受高速电子撞击的金属会发射一种穿透性很强的射线称 X 射线。





1913年英国**布拉格父子**提出了一种解释X射线衍射的方法，给出了定量结果，并于1915年荣获物理学诺贝尔奖。



晶格常数 d 掠射角 θ

$$\Delta = AC + CB$$

$$= 2d \sin \theta$$

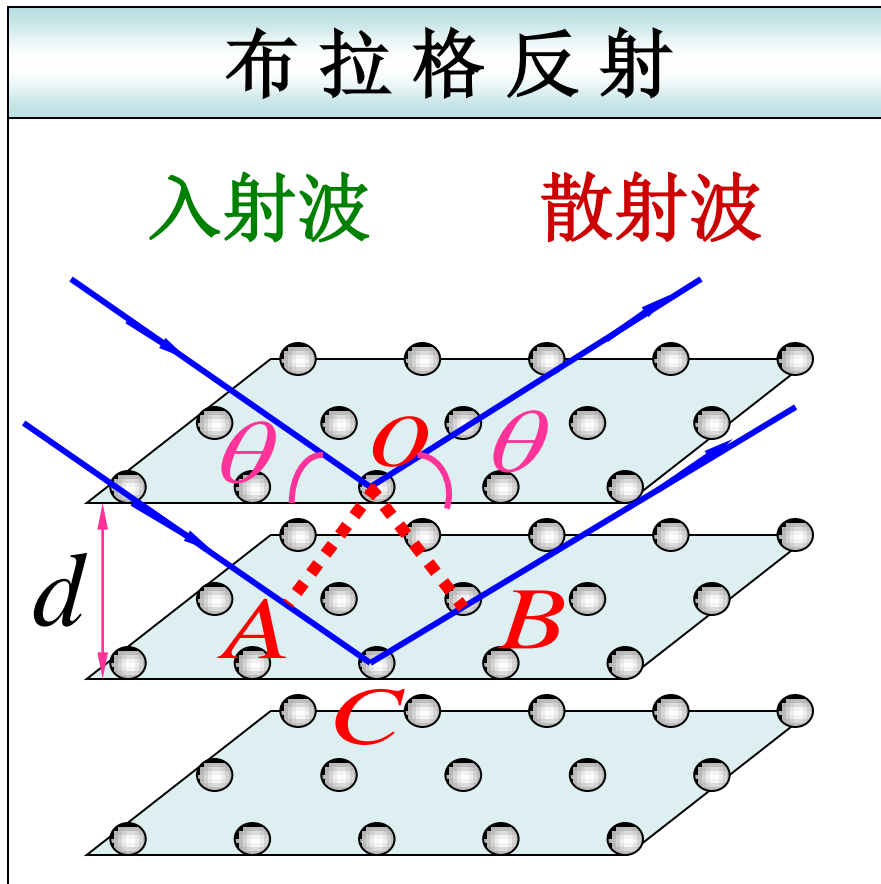
相邻两个晶面

反射的两X射线干涉加强的条件

◆ 布拉格公式

$$2d \sin \theta = k\lambda$$

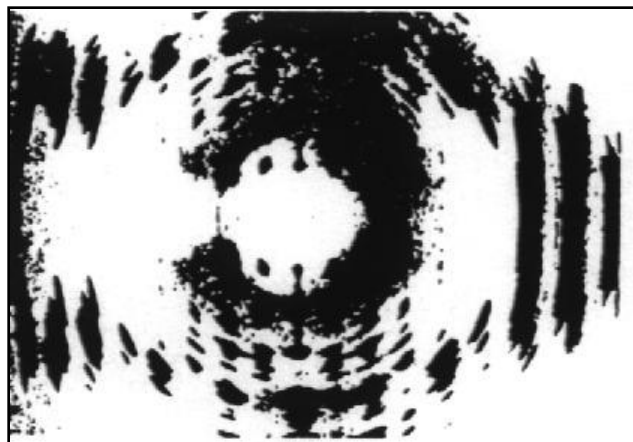
$$k = 0, 1, 2, \dots$$



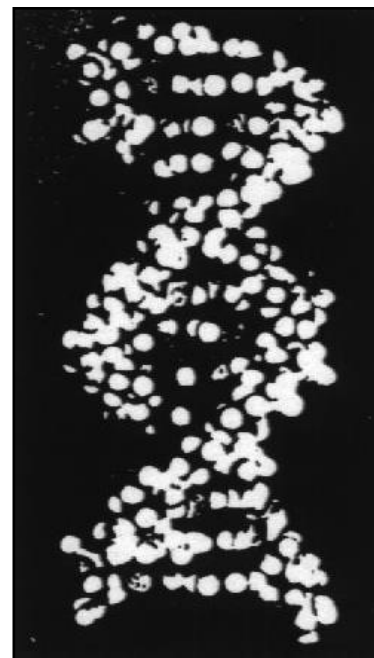
◆ 布拉格公式 $2d \sin \theta = k\lambda$ $k = 0, 1, 2, \dots$

用途 测量射线的波长研究X射线谱，进而研究原子结构；研究晶体的结构，进一步研究材料性能.例如对大分子 **DNA** 晶体的成千张的X射线衍射照片的分析，显示出DNA分子的双螺旋结构.





DNA 晶体的X衍射照片



DNA 分子的双螺旋结构

例2 用一块 500条/mm刻痕的光栅，刻痕间距为 $b = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}$ ，观察波长 $\lambda = 0.59 \mu\text{m}$ 光谱线。

问（1）平行光垂直入射时最多能观察到几级光谱线？（2）平行光与光栅法线夹角 $\theta = 30^\circ$ 时入射，最多能观察到几级光谱线？

解（1）光栅常数 $b' + b = \frac{1 \times 10^{-3}}{500} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$

k 的可能最大值相应于 $\varphi = \pi/2$ ，即 $\sin \varphi = 1$

$$k = \frac{(b' + b) \sin \varphi}{\lambda} = \frac{2 \times 10^{-6}}{0.59 \times 10^{-6}} = 3.4$$

故最多能观察到第3级光谱。



又, 已知缝宽 $b = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$, 由

$$\frac{b' + b}{b} = \frac{2 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-6}} = 2$$

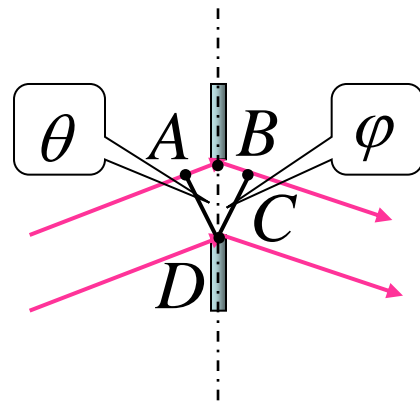
知光栅衍射光谱线 2, 4, 6, ... 缺级, 故实际能看到 0、1、3 级谱线共 5 条。

(2) 光程差

$$AB + BC$$

$$= (b' + b) \sin \theta + (b' + b) \sin \varphi$$

$$= (b' + b)(\sin \theta + \sin \varphi)$$



由光栅方程，得

$$k = \frac{(b' + b)(\sin \theta + \sin \varphi)}{\lambda}$$

由题设 $\theta = 30^\circ$ ， k 的可能最大值相应于 $\varphi = \frac{\pi}{2}$

因此
$$k = \frac{2 \times 10^{-6} (\sin 30^\circ + 1)}{0.59 \times 10^{-6}} \approx 5$$

30°斜入射时，可以观察到5级光谱线。



例3 波长为 0.154nm 的X射线沿硅某原子层系掠入射，当掠入射角由 0° 逐渐增大时，实验发现第1次光强极大发生在掠射角为 34.5° 处。（1）问该原子层的间距 d 为多大？（2）在这一实验中，能否观察到角度更大的光强极大？

解 （1）利用布喇格公式并令 $k = 1$

$$d = \frac{k\lambda}{2\sin\varphi} = \frac{1 \times 0.154}{2\sin 34.5^\circ} = 0.36\text{nm}$$

（2）为考察是否有比 34.5° 大的掠射角所对应的光强极大，只要看 $k \geq 2$ 时，布喇格公式能否满足。



即

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= \frac{k\lambda}{2d} \\ &= \frac{0.154k}{2 \times 0.136} = 0.566k\end{aligned}$$

由于 $\sin \varphi \leq 1$ ，因此对应于这一原子层系，不能有另一光强极大。

