• Сумма матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix};$$

• Произведение матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix};$$

• Линейная комбинация $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$:

$$3A - 2B + 4C \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix};$$

$$3A = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix};$$

$$2B = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix};$$

$$4C = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix};$$

• Вычислить AA^T:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

• Вычислить $A^T A$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot4+5\cdot5+2\cdot2 & 4\cdot1+5\cdot(-2)+2\cdot3 \\ 1\cdot4+(-2)\cdot5+3\cdot2 & 1\cdot1+(-2)\cdot(-2)+3\cdot3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix};$$

· Определитель:

а) $\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x - (-\cos x) \cdot \cos x =$

$= \sin^2 x + \cos^2 x = \underline{1}$

б) $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 8 \cdot 5 \cdot 9 + 0 \cdot 6 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \cdot 0 - 0 \cdot 5 \cdot 6 - 4 \cdot 0 \cdot 9 -$

$- 1 \cdot 0 \cdot 8 = 360 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 360 ;$

в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - 3 \cdot (-6) + 4 \cdot (-3)$

$= -6 + 18 - 12 = \underline{0} ;$

· $\det(A) = 4$:

а) $\det(A^2) = 16$

б) $\det(A^1) = 4$

в) $\det(2A) = 2^n \det(A) = 2^{2+n}$

• Доказать, что матрица вырожденная:

$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -2a + 7b - 3c = 0 \\ 4a - 14b + 6e = 0 \\ -3a + 7b + 13 = 0 \end{cases} \quad - \text{умножим на } -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4a - 14b + 6c = 0 \\ 4a - 14b + 6c = 0 \\ -3a + 7b + 13 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{линейная} \\ \text{зависимость!} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{матрица} \\ \text{вырожденная} \end{array}$$

• Ранг матрицы

а) $\text{rang} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \overset{(1)+(2)}{=} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \overset{(1)-(3)}{=} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = 2;$

б) $\text{rang} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \overset{(1)+(2)}{=} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \overset{(1)-(3)}{=} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = 3;$