

plan

deepwaterooo

October 10, 2024

Contents

1 Notes: 主要是呆校园的时候，小文件方便作点儿笔记	1
1.1 游戏项目【现，第二第三个】	1
1.2 算法总结题型: 主要是动规，和自己相对陌生的题型	1
2 数据规模与算法	1
3 客户端屏幕适配	3
4 新项目构思: 游戏项目	3
5 双副牌双升 108 张卡牌游戏	4
6 其它项目【未必游戏】: 安卓蓝牙、安卓视频，post-processing 处理，其它自己能够想到的小项目	7
7 【算法、快速、归纳、总结】小文件: 整理、记载、要点	8
8 【字符串、偏难算法掌握】: 基础算法，与【动规】思路的题型等	8
9 【0,1】问题: 先前，没被亲爱的表哥的活宝妹的笨脑袋，消化好。。	9
10 【BIT 树状数组】与【线段树】	10
10.1 lowbit 的原理	10
10.2 【BIT 树状数组、区间相关】: 【区间加、区间和】【区间乘、区间积】【区间异或一个数，求区间异或值】	11
10.3 BIT 树状数组: 写几个比较典型的题目	12
10.3.1 327: 应该是最经典、最典型的例子了。用【线段树】，多种解法，把这个题目参透。。	12
10.3.2 【BIT 树状数组: 区间加区间和，写几个比较典型的题目】	12
10.4 【线段树】:	12
10.5 【B 树】: 下午、傍晚; 写写玩玩儿	12
10.6 【红黑树】: 下午、傍晚; 写写玩玩儿	13
10.7 【字典树】与【AC 自动机】: C++ 把机器里的例子，写几个比较典型的题目【TODO】:	13

1 Notes: 主要是呆校园的时候，小文件方便作点儿笔记

1.1 游戏项目【现，第二第三个】

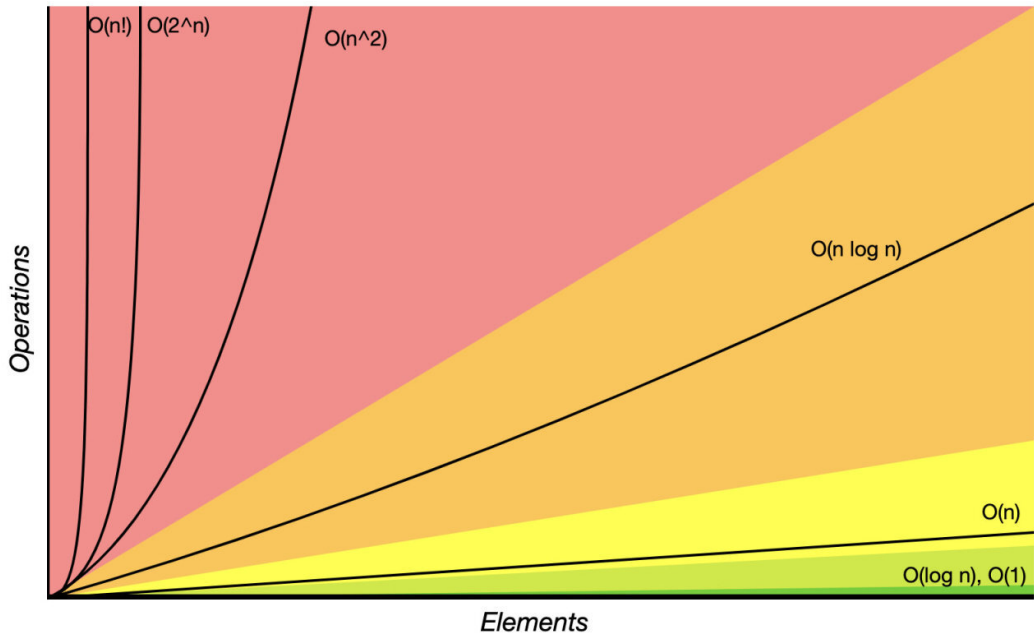
- 现项目: 作后期加工，必要的客户端屏幕适配，和自己能够想到的优化
- 构思第二第三个游戏项目

1.2 算法总结题型：主要是动规，和自己相对陌生的题型

- 动规：不会的题型
- 简单的就不用再浪费时间了

2 数据规模与算法

Input Size	Complexity
50000	$O(n)$
20000	$O(n \log n)$
1000	$O(n^2)$
30	$O(n^4)$
16 (20)	$O(2^n)$



数据结构	时间复杂度								空间复杂度
	平均				最差				最差
	访问	搜索	插入	删除	访问	搜索	插入	删除	
顺序表	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
栈	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$
单链表	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$
双链表	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$
跳表	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n \log(n))$
散列表	–	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	–	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
二叉搜索树	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
笛卡尔树	–	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	–	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
B-树	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$
红黑树	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$
伸展树	–	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	–	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$
AVL 树	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(n)$

算法	时间复杂度			空间复杂度
	最佳	平均	最差	最差
快速排序	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n^2)$	$O(\log(n))$
归并排序	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n)$
Timsort	$O(n)$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n)$
堆排序	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(n \log(n))$	$O(1)$
冒泡排序	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
插入排序	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
选择排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
希尔排序	$O(n)$	$O((n \log(n))^2)$	$O((n \log(n))^2)$	$O(1)$
桶排序	$O(n + k)$	$O(n + k)$	$O(n^2)$	$O(n)$
基数排序	$O(nk)$	$O(nk)$	$O(nk)$	$O(n + k)$

节点 / 边界管理	存储	增加顶点	增加边界	移除顶点	移除边界	查询
邻接表	$O(V + E)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(V + E)$	$O(E)$	$O(V)$
邻接矩阵	$O(V ^2)$	$O(V ^2)$	$O(1)$	$O(V ^2)$	$O(1)$	$O(1)$

类型	时间复杂度						
	建堆	查找最大值	分离最大值	提升键	插入	删除	合并
(排好序的) 链表	-	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(m + n)$
(未排序的) 链表	-	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
二叉堆	$O(n)$	$O(1)$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(m + n)$
二项堆	-	$O(1)$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$	$O(1)$	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$
斐波那契堆	-	$O(1)$	$O(\log(n))$	$O(1)$	$O(1)$	$O(\log(n))$	$O(1)$

3 客户端屏幕适配

4 新项目构思：游戏项目

- 因为狠想要写个【多人网络游戏】，所以，现在能够想到的，不外乎：
 - 两人的五子棋【网络上有了，自己的仓库里也有了】，三人的斗地主【ET 框架有示例】，四人的麻将【其它语言的很多，主要借视图 UI 图片用】与拖拉机【与三人的斗地主类似】等纸牌或是卡牌游戏, UNO 等卡牌游戏
- 麻将图片：<https://github.com/jynnie/majiang>

5 双副牌双升 108 张卡牌游戏

- 昨天晚上找见了别人几年前就开发出来的卡五星麻将，所以写麻将游戏的想法就被恶杀在摇篮中。现在再写什么好呢？就只能写【双升拖拉机】了，就是两副牌 108 张来打的拖拉机。现在已经 ios iPhone 上有的双升游戏，可能搜索一下设计，写安卓版的双升了，看下能否套用 ET 框架，写成四人网络【客户端与服务器双热更新的】网络游戏
- 现在先搜索必要的框架设计，出版规则比大小算法之类的。
- 【服务器与客户端的同步】：尤其是在分四人牌后，亮主拖底的时候，谁先亮，亮什么主，顺序重要，结果重要。【ET 框架有专用的游戏服，由游戏服来状态同步】在本程序中，采用的是服务器保存所有的状态，处理所有的逻辑。比如，客户端在点击亮主后，做的事情就是发一个消息给服务器，不做任何显示操作，等待服务器传来亮主的消息后再显示
 - 【发牌，公正性】：随机分牌。第一步就是要发牌。需要做到一个完全随机的发牌，就要保证每张牌发到每个玩家手里的概率都是一样的，而且牌的顺序是等概率随机打乱的。程序中采用的是如下的发牌算法（感谢 Dr.Light 提供）：假如有两幅牌，编号从 1 到 108，首先随机选出一个，并且将牌发给玩家，然后将这个编号的牌与 108 号牌交换编号，那

么剩下的牌就是从 1 到 107 号。于是再从中选出一个，重复以上的过程，这样一来，算法的复杂度就是 $O(n)$ 。

- 【牌的逻辑 OOD/OOP】设计：三个类，对应单张，拖拉机（对子是长度为 1 的拖拉机），和混合单张与拖拉机，如下图

牌的逻辑

在升级中，牌只有三种形式，一种是拖拉机，一种是单张（对子其实就只是长度为1的拖拉机），另一种就是甩牌时两种牌的混合。在序中，将牌的类型抽象为三个类，如下图所示：（CCardFactory只是创建牌用的，不是具体的牌类型）

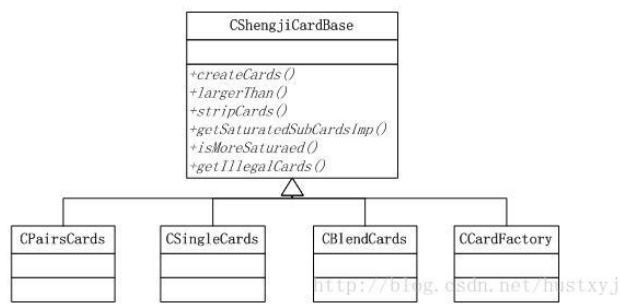
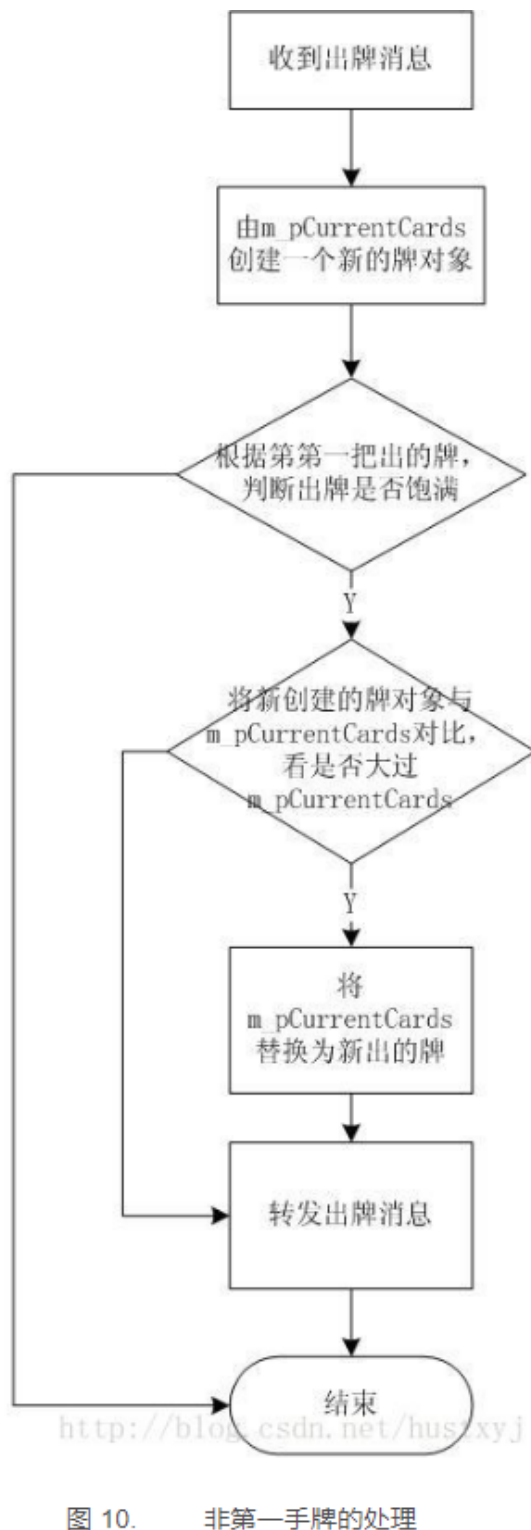
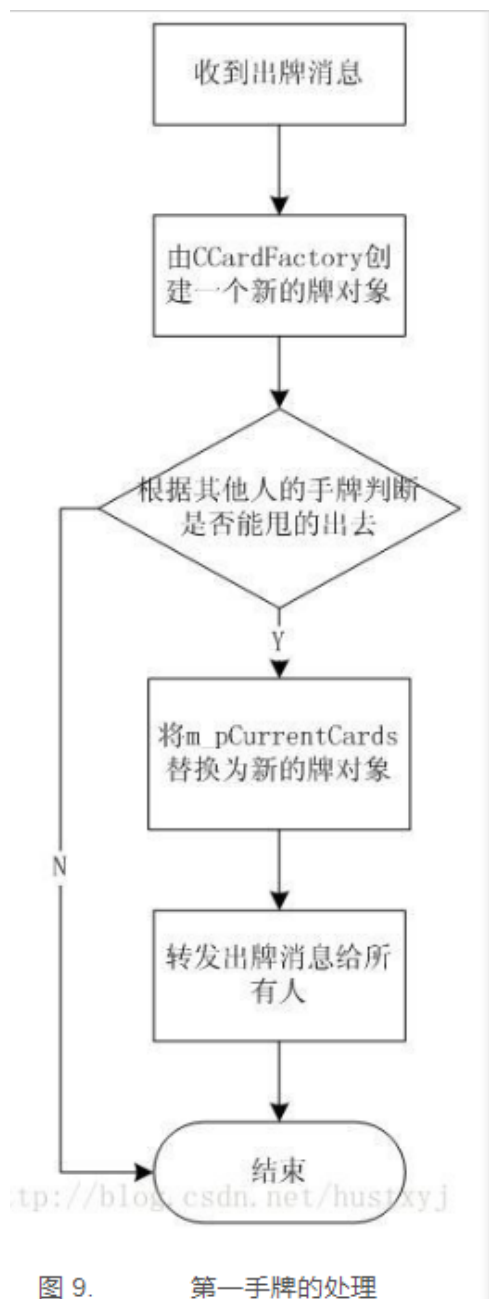


图 1. 牌的类结构图

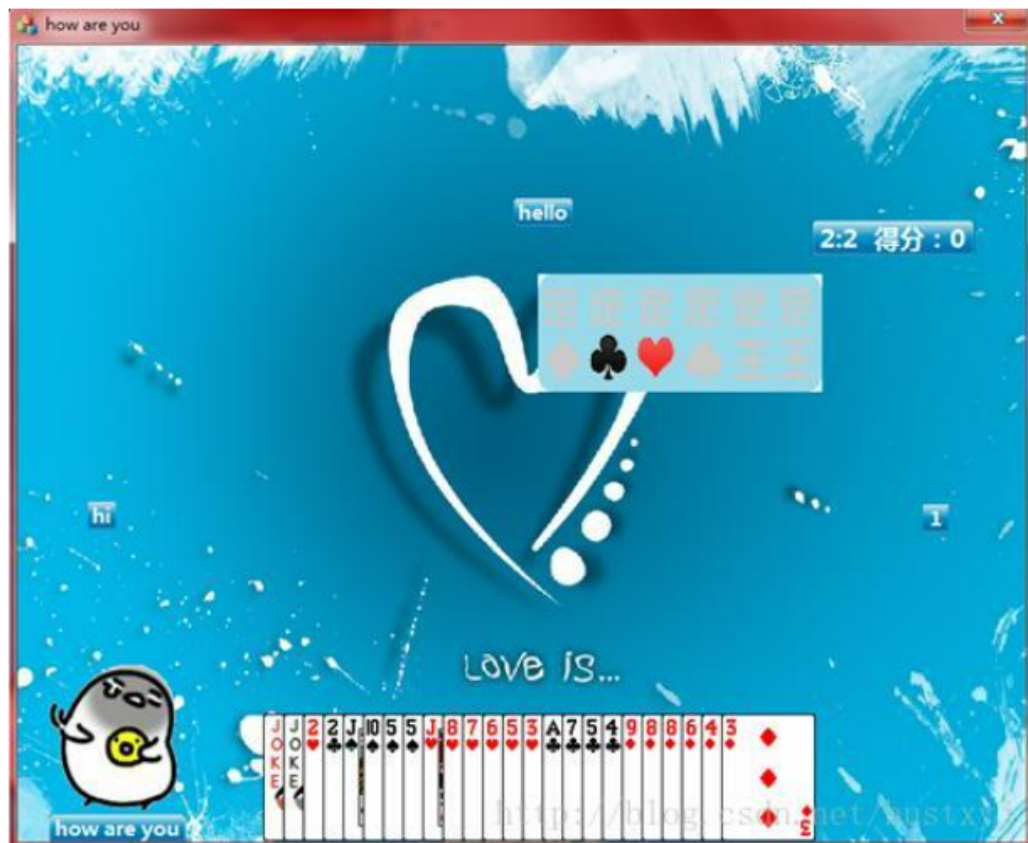
里面的几个虚函数主要解决了以下几个问题：

- Ø 牌对象的创建。
- Ø 两手牌比大小。
- Ø 甩牌时判断是否能够甩，即：保证甩出来的各个牌对象在其他玩家中，都是最大的。
- Ø 先出拖拉机（对子）时，对方出牌时必须从最长的拖拉机开始出，通俗点的意思就是有对子必须先出对子。在后面的讨论中，我们将其称为出的牌是否饱满。

- 第一手牌与非第一手牌的处理：



• 参考一个很 Q 的界面：



- 亮着牌打的不好玩，一定会把其它三副牌藏起来的
- <http://www.homygame.com/ngscom/help/shengji.htm>
- 简易版设计原理：模拟拖拉机（升级）玩法；

- 1. 创建两副牌的集合：HashMap
 - 2. 创建纸牌：四个花色共 108 张
 - 3. 创建 poker 的 ArrayList 操作集合
 - 4. 创建亮主牌的操作
 - 5. 将所有牌放入牌盒中
 - 6. 创建四个玩家与底牌的集合：HashSet wj1,wj2,wj3,wj4,dipai
 - 7. 洗牌
 - 8. 发牌操作
 - 9. 创建看牌方法
 - 10. 调用方法看牌
- 安卓上的游戏现在是这样的：还要再写一个吗？【活宝妹就是一定要嫁给亲爱的表哥!!!】还是说更为完善或是好玩儿的游戏逻辑？或是 UI 视图画面，或是性能表现？反正一定是套用 ET 框架写得最容易快速方便。【感觉现在这个截图的 UI 长得有点儿丑怪。。】不好看不经典，看了就不想玩儿了。。



- 其它再小的游戏，写都感觉没什么意思：连连看，五子棋、扫雷，祖玛。。。

6 其它项目【未必游戏】：安卓蓝牙、安卓视频，post-processing 处理，其它自己能够想到的小项目

- 【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】
- 【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】
- 【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**

7 **【算法、快速、归纳、总结】小文件：整理、记载、要点**

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【题型、原理、文档】**：先总结在，这个最小的文件里。总结完后，再分割到、相关题型的、各自的、总结文档里去
- 亲爱的表哥的活宝妹，惊见一架**【刷题机器】**。亲爱的表哥的活宝妹，这个周，这个周中、用几天的时间，把亲爱的表哥的活宝妹，感觉生疏、先前没能理解消化透彻的、几个比较难的数据结构、比较难的题型，参看别人的、**【刷题机器】**的总结、自己手写几个必要的题目、作为理解消化的帮助，亲爱的表哥的活宝妹，自己把这些相对难的题型、解法、总结一遍。
- 亲爱的表哥的活宝妹，感觉生疏、比较喜欢、想要这次总结的题型、主要包括、四大类：
 - **【BIT 与线段树，顺便捡起、差分数组、前缀后缀和等基础】**：这次，能够理解透彻!!
 - **【图：图，总是、很简单!】**：所有基础概念、基本图论算法、先前不懂的难题，总部理清思路!!
 - **【复杂的、深翻的、各种树!】**：平衡树、四种破烂平衡的情况、左右旋转、使用上下文环境。
 - **【动规题型总结】**：
- 亲爱的表哥的活宝妹，这次，受限于**【刷题机器】**的总结，是用 C++ 语言写的。亲爱的表哥的活宝妹，这次练习这些复杂题目，可能用 c++ 来写。可是每周比赛的时候，亲爱的表哥的活宝妹，还是喜欢用 java 来刷题。

8 **【字符串、偏难算法掌握】：基础算法，与【动规】思路的题型等**

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【字符串哈希 Hashing】**：O(N) 遍历：找子串重复的 Hash Roll ??? 不喜欢 long 与 mod, 亲爱的表哥的活宝妹，这些细节上，总出错。找一个题目，仔仔细细、自己，把它写对，以后，就再不会出那些恶心的小细节错误了
- AC 自动机：O(N) 遍历，找【多个、不同、字符串】重复的【多点查询、具特殊指针的、字典树】？
 - AC 自动机——活宝妹眼里，【多一个、极特殊指针】的、特殊字典树，自动机里的【多出的那一个、极特殊指针】，多像，亲爱的表哥的活宝妹，昨天写 Morris 算法里，聪明地【临时添加、后又、及时删除】的、指向父节点的、那个右子节点、链接指针?!!
- **【KMP】**：感觉，基本看懂了；但得延伸的题型，没看懂看透，很多还想不明白 **【TODO】**：下午把【字符串】相关的、机器码全部写一遍但总体，现在的亲爱的表哥的活宝妹，理解比先前、甚至一两年，已经能够理解深入很多了!! **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【前后缀】处理与应用：【前后缀】与 KMP**
 - 前后缀处理的【字符串】题型，其实本质，感觉同一维、二维【数组】上的前后缀处理，原理一样！遍历字符串、【预处理、前后缀】数据，感觉与遍历数组一样。。除了【算法所要求的、特殊】遍历方式
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- 亲爱的表哥的活宝妹，上次看【字符串】以为看懂了，可是没有。。午餐前约 0.75 小时，把字符串相关，基础原理与算法，再快速扫描、读一遍

9 **【0,1】问题：先前，没被亲爱的表哥的活宝妹的笨脑袋，消化好。。**

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【0,1】背包、动规：**
- **【0,1】BFS, 双端队列：**
- **【0,1】Trie: 【数位 01】。字典也是树、各种【树上：可打懒惰标记】!**
 - 01-trie 是指字符集为 {0,1} 的 trie。01-trie 可以用来维护一些数字的 **【异或和】**，支持
 - * **【修改（删除 + 重新插入）】**，和
 - * **【全局加一（即：让其所维护所有数值递增 1，本质上是一种特殊的修改操作）】**亲爱的表哥的活宝妹，还没有、至少没有印象写过 **【全局加 1】**。它需要维护每个数，哪怕极小的数字 1, 每个数全局固定长度 31 位，方便每个数加 1 后的自动进位，还不需要补充节点。
- 涉及两个不同的 **【插入方向】**
 - **【异或最大值】**：从根到叶子节点，**【从高位向低位建立 Trie】**。这样**【自顶向下】**自然天然**【遍历搜索、树】**，能保证：最高位、最显著异或最大成效
 - **【异或和】**：如果要维护异或和，需要按值 **【从低位到高位建立 trie】**。

10 【BIT 树状数组】与【线段树】

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【BIT】：【单点修改】【区间查询】【单点查询】【区间修改】等**
- **【线段树】：**

树状数组是一种支持 **单点修改** 和 **区间查询** 的，代码量小的数据结构。

什么是「单点修改」和「区间查询」？

假设有这样一道题：

已知一个数列 a ，你需要进行下面两种操作：

- 给定 x, y ，将 $a[x]$ 自增 y 。
- 给定 l, r ，求解 $a[l \dots r]$ 的和。

其中第一种操作就是「单点修改」，第二种操作就是「区间查询」。

类似地，还有：「区间修改」、「单点查询」。它们分别的一个例子如下：

- 区间修改：给定 l, r, x ，将 $a[l \dots r]$ 中的每个数都分别自增 x ；
- 单点查询：给定 x ，求解 $a[x]$ 的值。

注意到，区间问题一般严格强于单点问题，因为对单点的操作相当于对一个长度为 1 的区间操作。

普通树状数组维护的信息及运算要满足 **结合律** 且 **可差分**，如加法（和）、乘法（积）、异或等。

- 结合律： $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ ，其中 \circ 是一个二元运算符。
- 可差分：具有逆运算的运算，即已知 $x \circ y$ 和 x 可以求出 y 。
- **lowBit()**：这里注意：lowbit 指的不是最低位 1 所在的位数 k ，而是这个 1 和后面所有 0 组成的 2^k 。
- 怎么计算 lowbit？根据位运算知识，可以得到 $\text{lowbit}(x) = x \& -x$ 。

10.1 lowbit 的原理

- 将 x 的二进制所有位全部取反，再加 1，就可以得到 $-x$ 的二进制编码。例如，6 的二进制编码是 110，全部取反后得到 001，加 1 得到 010。
- 设原先 x 的二进制编码是 $(\dots)10\dots00$ ，全部取反后得到 $[\dots]01\dots11$ ，加 1 后得到 $[\dots]10\dots00$ ，也就是 $-x$ 的二进制编码了。这里 x 二进制表示中第一个 1 是 x 最低位的 1。
- (\dots) 和 $[\dots]$ 中省略号的每一位分别相反，所以 $x \& -x = (\dots)10\dots00 \& [\dots]10\dots00 = 10\dots00$ ，得到的结果就是 lowbit。
- **【TODO】**：补加，BIT 的什么什么狗屁狗屁性质之类的。。。
- **【TODO】**：重点掌握：
 - BIT 适用于、可解的几大题型：

- BIT 与线段树, 适用题型的区别、本质区别——算法时间、空间复杂度上的区别

- **【TODO】**: 应用于数组上的、二维 BIT, 等亲爱的表哥的活宝妹, 写熟练了一维、完全掌握后, 再扩展

10.2 【BIT 树状数组、区间相关】: 【区间加、区间和】 【区间乘、区间积】 【区间异或一个数, 求区间异或值】

- **【区间加、区间和】** 意思是, 往一个区间 **【l,r】** 里的每个数, 加上一个变量 v ; 或是求一个区间 **【l,r】** 的和。上面, 其它同理。
- 前置知识: 前缀和 & 差分。

该问题可以使用两个树状数组维护差分数组解决。

考虑序列 a 的差分数组 d , 其中 $d[i] = a[i] - a[i - 1]$ 。由于差分数组的前缀和就是原数组, 所以 $a_i = \sum_{j=1}^i d_j$ 。

一样地, 我们考虑将查询区间和通过差分转化为查询前缀和。那么考虑查询 $a[1 \dots r]$ 的和, 即 $\sum_{i=1}^r a_i$, 进行推导:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r a_i \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^i d_j \end{aligned}$$

观察这个式子, 不难发现每个 d_j 总共被加了 $r - j + 1$ 次。接着推导:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^i d_j \\ &= \sum_{i=1}^r d_i \times (r - i + 1) \\ &= \sum_{i=1}^r d_i \times (r + 1) - \sum_{i=1}^r d_i \times i \end{aligned}$$

$\sum_{i=1}^r d_i$ 并不能推出 $\sum_{i=1}^r d_i \times i$ 的值, 所以要用两个树状数组分别维护 d_i 和 $d_i \times i$ 的和信息。

那么怎么做区间加呢? 考虑给原数组 $a[l \dots r]$ 区间加 x 给 d 带来的影响。

因为差分是 $d[i] = a[i] - a[i - 1]$,

- $a[l]$ 多了 v 而 $a[l - 1]$ 不变, 所以 $d[l]$ 的值多了 v 。
- $a[r + 1]$ 不变而 $a[r]$ 多了 v , 所以 $d[r + 1]$ 的值少了 v 。
- 对于不等于 l 且不等于 $r + 1$ 的任意 i , $a[i]$ 和 $a[i - 1]$ 要么都没发生变化, 要么都加了 v , $a[i] + v - (a[i - 1] + v)$ 还是 $a[i] - a[i - 1]$, 所以其它的 $d[i]$ 均不变。

那就不难想到维护方式了: 对于维护 d_i 的树状数组, 对 l 单点加 v , $r + 1$ 单点加 $-v$; 对于维护 $d_i \times i$ 的树状数组, 对 l 单点加 $v \times l$, $r + 1$ 单点加 $-v \times (r + 1)$ 。

而更弱的问题, 「区间加求单点值」, 只需用树状数组维护一个差分数组 d_i 。询问 $a[x]$ 的单点值, 直接求 $d[1 \dots x]$ 的和即可。

10.3 BIT 树状数组：写几个比较典型的题目

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**

10.3.1 327: 应该是最经典、最典型的例子了。用【线段树】，多种解法，把这个题目参透。。。

- 这个题目太经典，里面两三种解法，需要树基础的进一步扩展。亲爱的表哥的活宝妹，先慢慢来，把平衡树等、BIT 线段树，慢慢进展过度到相对复杂的、【动态添加节点】之类的。。。

10.3.2 【BIT 树状数组：区间加区间和，写几个比较典型的题目】

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- 根据这个原理，应该可以实现「区间乘区间积」，「区间异或一个数，求区间异或值」等，只要满足维护的信息和区间操作是同种运算即可【TODO】：看不懂读不懂。。
- 这个题型，前不久刚做过一题【同时，使用 2 个 BIT 树状数组，分别维护 $a[i]$ 与 $a[i]*i$ 的】，再写一遍，写透彻!!!
- 把机器给的例子，也看懂看透彻

10.4 【线段树】：

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- 最基础、完整建树的、 $4N$ 大小【 $2p, 2p+1$ 】为左右儿子下标标记的、完整树写法
- **【懒惰标记】**的掌握：这个标记，其它基础里，如 treap 区间当且仅当、必要的时候【改变更新、与查询实时数据】才【标记下放】等，原理一样
- **【动态开点】**儿的 $2N$ 大小的、动态树 $f[2N]$ 、左儿子 $ls[2N]$ 、右儿子 $rs[2N]$ 的写法
- 相对高阶：线段树的【分裂】与【合并】操作，感觉这些都很简单，只需要如昨天晚上、极度 boring 的把它们写一遍加深印象。需要找到合适的题目，仔仔细细地写一遍才好
- BIT 与线段树、本质区别，优点缺点比较
- **【TODO】**：亲爱的表哥的活宝妹，先前，还有一个【图论】的 DFS?【时间戳】的难题，没弄错过。要把那个找出来，写一遍

10.5 【B 树】：下午、傍晚；写写玩玩儿

- 亲爱的表哥的活宝妹，先前觉得：世界上，链表链条最好写；后来觉得：世界上，二叉树最好写；现在觉得：天下的树长得都一样，怎么都好写。。。
- 亲爱的表哥的活宝妹，有丝毫、任何的惧怕、它们的贱鸡、贱畜牲吗？亲爱的表哥的活宝妹，对他们的黑势力，有任何、丝毫的向往与依赖吗？当他们的黑势力、贱鸡、贱畜牲，给亲爱的表哥的活宝妹，造成了足够深刻的打劫亲爱的表哥的活宝妹的余生的印记，呵呵呵，亲爱的表哥的活宝妹的余生，对他们的黑势力，还有任何、丝毫的向往与依赖吗?!! 天底下，最贱恶的

谋杀、国际留学生中国大陆的父母双亲、天底下，最贱恶的谋杀、暗杀、作贱国际留学生的健康与性命、天底下、最缺德、贱恶的绑架它人的人生十多年、许诺过的婚姻，生生还想要再被他们的黑势力自己拆散，他们的黑势力，真贱恶!! 人在做，天在看。天下平民老百姓的眼睛，也都在看：当年的绑架，今天的他人人生被极度绑架、打劫的结果；天下人都在看：黑势力的猖獗、猖狂与阴险、歹毒!! 天网恢恢，疏而不漏! 不是不报，时候示到! 他们的黑势力，也必然走向平民认知；他们的割韭菜手段，天下认知，不再有效，他们不再能够收割得到；他们的黑势力，也必将走向衰败、走向灭亡!! 亲爱的表哥的活宝妹的余生，怎么过，不能够过得好好的吗?!!! 他们的贱鸡、贱畜牲，就是天底下最大的笑话!!! 不为亲爱的表哥的活宝妹送上，亲爱的表哥的活宝妹，同活宝妹的亲爱的表哥，一纸、具备【法律效应】的【结婚证】!!! 他们就永远也不能拿亲爱的表哥的活宝妹怎么样!!! 亲爱的表哥的活宝妹，生死看淡，亲爱的表哥的活宝妹，还未能如愿嫁给活宝妹的亲爱的表哥的、亲爱的表哥的活宝妹，余生会、永远、不再、坐飞机；永远不再离开活宝妹的亲爱的表哥的身边半步!!!

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**

10.6 【红黑树】：下午、傍晚；写写玩玩儿

- 从【大方向上概括】：从树上，到图上，链接【动规】。**【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【树上问题：最大直径、Morris 重心等】、【树上游走？【TODO】可以去看下】、【树上的、动规】——树上动规，同样【数位动规、数位 DP】及【图上动规】等**
 - **【树上动规】**：世界上最聪明的小偷，【数组】里偷、【环形数组】里偷、【树上】二叉树里偷——**【TODO】**：亲爱的表哥的活宝妹，把这个题解思路又忘记了。。它还能，跑去【图上：有向图、无向图】上去偷吗？
 - **遍历【环形数组】求解的、几种特殊处理，要掌握**
- **【图上问题：最最小短长大轻重 | 最值问题；环（判断与找环，还有个图论落座的难题找出来）、入度出度、拓朴排序、欧拉回路?、切边割边桥相关、带时间戳!】、【图上可重复绕千遍.. 数数..】、【图上动规？有这种吗??】**
 - **【图上动规】**：世界上最聪明的小偷，【数组】里偷、【环形数组】里偷、【树上】二叉树里偷——**【TODO】**：亲爱的表哥的活宝妹，把这个题解思路又忘记了。。它还能，跑去【图上：有向图、无向图】上去偷吗？可以想想这个破烂问题
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**

10.7 【字典树】与【AC 自动机】：C++ 把机器里的例子，写几个比较典型的题目【TODO】：

- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【亲爱的表哥的活宝妹，任何时候，亲爱的表哥的活宝妹，就是一定要、一定会嫁给活宝妹的亲爱的表哥!!! 爱表哥，爱生活!!!】**
- **【懒惰标记】**：树上，都可以有。。

- **【字典树】的合并**：一个难题里，每个节点都建立其字典树，并 **【自底向上？仅只能此向？】** 合并众多子树。。