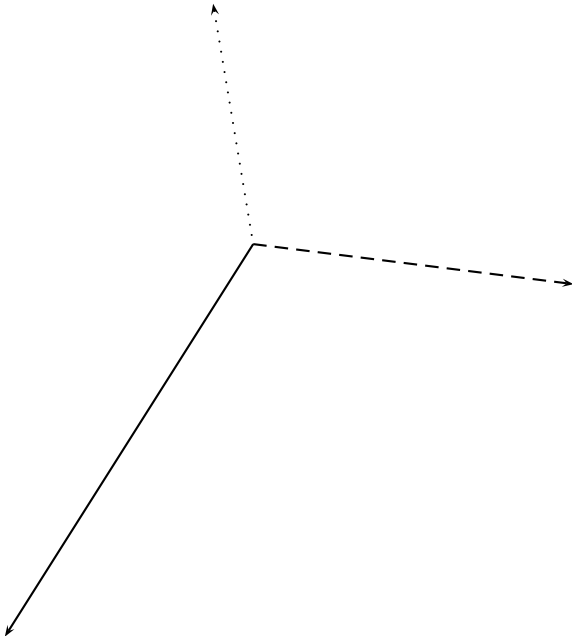
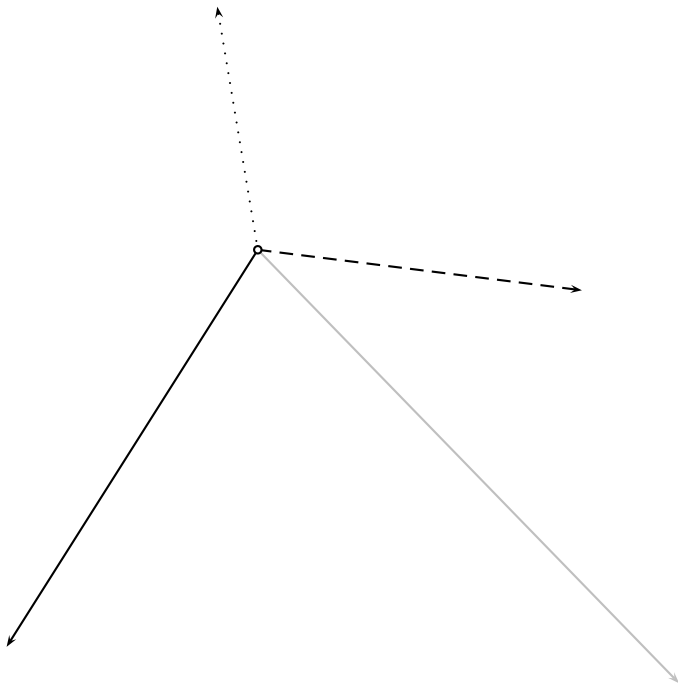


Jméno		výsledky	25981
<p>Najděte hodnoty x, y, z, α tak, aby platilo</p> $(0, x, y, z) = (-9, 1, 3, -1) + \alpha(5, -7, -6, -5) .$ <p>Výsledky uveďte s přesností na setiny.</p>	1	$\begin{aligned}\alpha &= 1.80 \\ x &= -11.60 \\ y &= -7.80 \\ z &= -10.00\end{aligned}$	
<p>Řešte soustavu rovnic</p> $\begin{aligned}-x - y - 2z &= 3 \\ x + 2y + 3z &= 1 \\ -x - 3y - 3z &= -1\end{aligned} .$	2	$\begin{aligned}x &= -11 \\ y &= 0 \\ z &= 4\end{aligned}$	
<p>Řešte Gaussovou eliminací soustavu rovnic</p> $\begin{aligned}1.25x + 0.03y - 0.01z &= 0.15 \\ -0.12x + 1.23y + 0.17z &= 0.01 \\ 0.02x + 0.05y + 0.87z &= 0.24\end{aligned} .$ <p>Do výsledku uveďte také průběh eliminace (tvary upravené matice soustavy po jednotlivých krocích).</p>	3	$\begin{aligned}1. \text{ sloupec: } & \begin{pmatrix} 0.096 & -0.016 \\ * & 0.030 & -0.010 & & 0.150 \\ 0 & 1.233 & 0.169 & & 0.024 \\ 0 & 0.050 & 0.870 & & 0.238 \end{pmatrix} \\ 2. \text{ sloupec: } & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.863 & & 0.237 \end{pmatrix} \\ & x = 0.12, y = -0.02, z = 0.27\end{aligned}$	
<p>Najděte všechna řešení soustavy rovnic</p> $\begin{aligned}-3u - 6x - 6y + 6z &= 15, \\ -3u - 6x - 6y + 3z &= 6, \\ u + 5x + 2y - z &= 1, \\ u + 2x + 2y - z &= -2 .\end{aligned}$	4	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	
<p>V tělese \mathbb{Z}_7 řešte soustavu rovnic</p> $\begin{aligned}4x + 5y &= 5 \\ 5x + 2y &= 5\end{aligned}$	5	$\begin{aligned}x &= 5 \\ y &= 4\end{aligned}$	
<p>Najděte hodnotu x tak, aby trojice čísel $(1, -9, x)$ byla lineární kombinací trojic $(3, -1, -7)$ a $(5, -6, -5)$. Výsledek uveďte s přesností na setiny.</p>	6	$x = 11.00$	
<p>Trojici čísel $(26, 54, 12)$ vyjádřete jako lineární kombinaci trojic $(-1, -7, -6)$, $(-6, -5, 3)$ a $(1, 2, 3)$. Koeficienty kombinace uveďte s přesností na setiny.</p>	7	$\begin{aligned}& -6 \cdot (-1, -7, -6) + \\ & -4 \cdot (-6, -5, 3) + \\ & -4 \cdot (1, 2, 3)\end{aligned}$	
<p>Vektor c (plný) vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů a (čárkovaný) a b (tečkovaný). Uveďte koeficienty lineární kombinace s přesností na setiny, toleruje se odchylka do 10%</p> 	8	$c = -1.0a - 1.8b$	

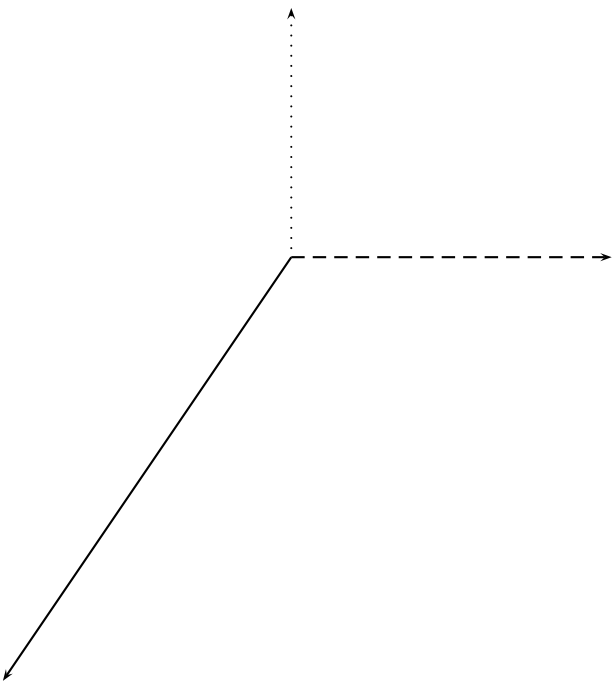
Jméno		výsledky	25981
<p>V rovině je dán pravidelný osmiúhelník $ABCDEFGH$. Vyjádřete vektor \vec{HF} jako lineární kombinaci vektorů \vec{HA}, \vec{CA}. Koeficienty lineární kombinace uveďte s přesností na tisíciný, toleruje se chyba ± 0.002.</p>	9	$\vec{HF} = -1.414\vec{HA} - 1.000\vec{CA}$	
<p>Vypočítejte dimenzi lineárního obalu množiny vektorů z \mathbf{R}^5:</p> $\begin{aligned} u_1 &= (-2, 0, 1, 1, 1) \\ u_2 &= (2, 2, -2, 0, -2) \\ u_3 &= (0, -4, 2, 6, 2) \\ u_4 &= (2, 2, -2, 0, -2) \\ u_5 &= (-4, 0, 2, 2, 2) \end{aligned}$	10	3	
<p>Určete souřadnice polynomu</p> $P(x) = -x^2 - 10$ <p>v bazi $\mathcal{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3)$ tvořené mnohočleny</p> $\begin{aligned} Q_1 &= x(x+4) \\ Q_2 &= (x-3)(x+4) \\ Q_3 &= (x-3)x \end{aligned}$	11	$\begin{bmatrix} -\frac{19}{21} \\ \frac{5}{6} \\ -\frac{13}{14} \end{bmatrix}$	
<p>Najděte matici přechodu od baze $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ k bazi $\mathcal{F} = (f_1, f_2)$. Vektor e_1 je na obrázku zobrazen plně, vektor e_2 šedě, vektor f_1 čárkovaně a vektor f_2 tečkovaně. Prvky matice přechodu uveďte s přesností na setiny, toleruje se odchylka do 10%</p> 	12	$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} -1.0 & 1.1 \\ -1.8 & -1.6 \end{pmatrix}$	
<p>Najděte matici přechodu od baze $\mathcal{P} = (P_1, P_2, P_3)$ prostoru kvadratických funkcí tvořené mnohočleny</p> $\begin{aligned} P_1 &= (x-2)(x+5) \\ P_2 &= (x+1)(x+5) \\ P_3 &= (x+1)(x-2) \end{aligned}$ <p>k bazi $\mathcal{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3)$ tvořené mnohočleny</p> $\begin{aligned} Q_1 &= 1 \\ Q_2 &= x+5 \\ Q_3 &= (x+5)(x+7) \end{aligned}$	13	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 28 \\ -9 & -6 & -13 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	

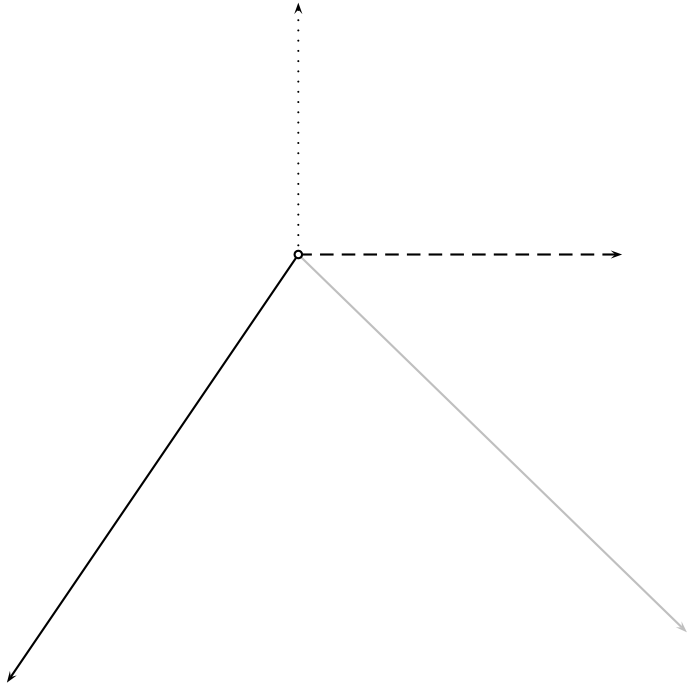
Jméno		výsledky	25981
Jsou dány matice			
$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$	14	$A \cdot A =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 15 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$	
Vypočítejte součiny matic $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot A$, $B \cdot B$.			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$	15	$\begin{pmatrix} 9 & -25 & 7 \\ -9 & 3 & -18 \\ 3 & 10 & -16 \end{pmatrix}$	
Vypočítejte výraz			
$A^3 + A^2 + A.$			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$	16	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	
Vypočítejte inverzní matici A^{-1} .			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$	17	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$	
Vypočítejte inverzní matici A^{-1} .			
Je dána matice			
$A_p = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ p & 2 & 1 \end{pmatrix}$	18	$\frac{1}{-2p+3} \cdot$ $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ p & -p+3 & 3 \\ -p & 3p-6 & -3 \end{pmatrix}$ $p \neq \frac{3}{2}$	
závislá na reálném parametru p . Vypočítejte inverzní matici A_p^{-1} a zjistěte, pro které hodnoty parametru p není definována.			
V průběhu výpočtu inverzní matice Gaussovou-Jordanovou eliminací se došlo k následujícímu schématu:			
$\left(\begin{array}{ccc ccc} 1 & -\frac{9}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{29}{4} & \frac{5}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{31}{2} & -\frac{5}{2} & 0 & 1 \end{array} \right).$	19	$\begin{pmatrix} -11 & -139 & -65 \\ -5 & -62 & -29 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	
Dopočítejte hledanou inverzní matici.			
V prostoru dimenze 2 jsou dány baze \mathcal{E} , \mathcal{F} , \mathcal{G} a matice přechodu			
$\mathcal{P}_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{F}} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{G} \rightarrow \mathcal{F}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$	20	$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	
Najděte matici přechodu od baze \mathcal{G} k bazi \mathcal{E} .			
Najděte matici lineárního zobrazení f dvoudimenzionálního vektorového prostoru do sebe, které vektoru se souřadnicemi $\begin{pmatrix} -10 \\ -1 \end{pmatrix}$ přiřazuje vektor se souřadnicemi $\begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$ a vektoru se souřadnicemi $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ přiřazuje jeho opačně orientovaný dvojnásobek.	21	$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{13} & -\frac{27}{13} \end{pmatrix}$	

Jméno	výsledky		25981
<p>V prostoru \mathcal{V} orientovaných úseček v rovině je dána báze $\mathcal{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$, přičemž \mathbf{e}_2 dostaneme otočením \mathbf{e}_1 o pravý úhel proti směru hodinových ručiček. Lineární zobrazení $f : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ přiřazuje vektoru $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ vektor, který dostaneme pomocí čtyř operací (v uvedeném pořadí):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. kolmý průmět vektoru \mathbf{u} do směru vektoru \mathbf{e}_2 zvětšíme 2krát, kolmý průmět vektoru \mathbf{u} do směru vektoru \mathbf{e}_1 se nezmění, 2. výsledek otočíme o úhel $\frac{1}{6}\pi$ po směru hodinových ručiček, 3. kolmý průmět výsledku do směru vektoru \mathbf{e}_2 zvětšíme 4krát, kolmý průmět výsledku do směru vektoru \mathbf{e}_1 se nezmění, 4. výsledek otočíme o úhel $\frac{2}{3}\pi$ proti směru hodinových ručiček. <p>Najděte matici, která reprezentuje zobrazení f v bazi \mathcal{E}. Výsledek uveďte s přesností na desetitisíciny.</p>	22	$\begin{pmatrix} 1.2990 & -6.5000 \\ 1.7500 & -2.5981 \end{pmatrix}$	
<p>Zjistěte, pro kterou hodnotu x má determinant</p> $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -2 \\ x & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ <p>hodnotu 0.</p>	23	27	
<p>Rozhodněte, které z vektorů</p> $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ <p>jsou vlastními vektory matice</p> $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -12 & 22 & -10 & -30 \\ 23 & -27 & 10 & 46 \\ 17 & -22 & 11 & 34 \\ 15 & -22 & 10 & 33 \end{pmatrix}.$ <p>Pro vektory, které vyhodnotíte jako vlastní, určete příslušná vlastní čísla.</p>	24	$\mathbf{a} : \lambda = -5$	
<p>Najděte matici lineárního zobrazení f, jehož vlastní vektory mají souřadnice</p> $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$ <p>a jejich vlastní hodnoty jsou $\lambda_a = 2$, $\lambda_b = 0$, $\lambda_c = 2$.</p>	25	$\begin{pmatrix} 8 & 12 & 18 \\ 2 & 6 & 6 \\ -4 & -8 & -10 \end{pmatrix}$	

Jméno	výsledky		25981								
Určete parametry p, q tak, aby vektor $\mathbf{u}_q = (-1, q, -1)^T$ byl vlastním vektorem matice $\mathbf{A}_p = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -3 & -6 & p \\ 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$ Najděte odpovídající vlastní číslo.	26	$\begin{array}{rcl} p & = & -5 \\ q & = & 1 \\ \lambda & = & 2 \end{array}$									
Určete vlastní čísla a jim odpovídající vlastní vektory matice $\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}.$ Výsledky uveďte přesně (nevyjadřujte odmocniny v desetinném tvaru).	27	$\begin{array}{l} \frac{1+\sqrt{173}}{2} : \begin{pmatrix} \frac{-13+\sqrt{173}}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \\ \frac{1-\sqrt{173}}{2} : \begin{pmatrix} \frac{-13-\sqrt{173}}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}$									
Určete vlastní čísla a jim odpovídající vlastní vektory matice $\begin{pmatrix} -8 & -15 & -24 \\ -2 & -3 & -6 \\ 5 & 9 & 15 \end{pmatrix}.$	28	<table><tr><th>λ</th><th>vektor</th></tr><tr><td>0</td><td>$(-3, 0, 1)$</td></tr><tr><td>3</td><td>$(-3, -1, 2)$</td></tr><tr><td>1</td><td>$(-1, -1, 1)$</td></tr></table>	λ	vektor	0	$(-3, 0, 1)$	3	$(-3, -1, 2)$	1	$(-1, -1, 1)$	
λ	vektor										
0	$(-3, 0, 1)$										
3	$(-3, -1, 2)$										
1	$(-1, -1, 1)$										
V prostoru \mathbf{R}^3 můžeme zavést skalární součin předpisem $\langle \mathbf{u} \mathbf{v} \rangle_G = \sum_{i,j=1}^3 u_i g_{ij} v_j,$ kde g_{ij} jsou prvky matice $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 4 \\ 11 & 14 & 6 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$ Najděte takovou hodnotu x , pro kterou jsou vektory $\mathbf{a} = (3, 1, -1)$, $\mathbf{b} = (x, 2, 3)$ navzájem kolmé při skalárním součinu $\langle \cdot \cdot \rangle_G$.	29	$x = -\frac{127}{37}$									
Na prostoru \mathcal{P}_5 mnohočlenů nejvýše pátého stupně lze definovat skalární součin $\langle \cdot \cdot \rangle$ předpisem $\begin{aligned} \langle P Q \rangle &= 3P(-3)Q(-3) + 4P(-2)Q(-2) + 5P(-1)Q(-1) + \\ &+ 6P(0)Q(0) + 7P(1)Q(1) + 8P(2)Q(2) \end{aligned}$ Vypočítejte normu mnohočlenu $P(x) = x^2 - 1$ definovanou uvedeným skalárním součinem.	30	$\begin{aligned} \ P\ &= \sqrt{306} = \\ &= 1.74929e + 01 \end{aligned}$									
V lineárním obalu množiny vektorů v E_4 $\mathcal{A} = \{a_1 = (1, -1, -1, -1), a_2 = (6, 1, 0, 1), a_3 = (7, 3, -1, 1)\}$ vytvořte Gramovou-Schmidtovou ortogonalizací ortogonální množinu.	31	$\begin{array}{l} e_2 = (5, 2, 1, 2) \\ e_3 = (-\frac{3}{17}, \frac{26}{17}, -\frac{21}{17}, -\frac{8}{17}) \end{array}$									
V lineárním obalu množiny vektorů v E_4 $\mathcal{A} = \{a_1 = (2, 5, 6, 14), a_2 = (5, 1, -8, 12)\}$ najděte vektor nejbližší k vektoru $\mathbf{u} = (-5, -1, -1, 5)$. Určete velikost odchylky vektoru \mathbf{u} od jeho aproximace v lineárním obalu množiny \mathcal{A}	32	$\begin{array}{l} \mathbf{u}_\perp = (\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, 0, \frac{28}{9}) \\ \ \Delta\ = \sqrt{\frac{370}{9}} = 6.41179 \end{array}$									

Jméno		výsledky	25981
K dispozici je sada 16 znaků A, B, C, \dots, P . Jaký je maximální počet slov o 16 znacích, která z nich lze vytvořit, pokud požadujeme, aby obsahovala znak A právě jednou, znak B právě dvakrát, znak C právě jednou a ostatní znaky nejvýše jednou? (bez ohledu na to, jestli mají smysl)	33	$\approx 1.3599813427e + 14$	
V Newtonově vzorci pro výpočet hodnoty $\frac{1}{\sqrt[4]{(x+81)^3}}$ určete koeficient u x^4 .	34		
V mnohočlenu, který dostanete roznásobením výrazu $(1 + x + 3x^2)^6,$ určete koeficient u mocniny x^9 .	35	2970	
Najděte 50. člen posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$ definované tak, že $a_1 = 3$, $a_2 = -4$ a $a_n = -3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 12$ pro $n \geq 3$.	36	$-\frac{5}{2}(-2)^{50} + 4(-1)^{50} + 2$ $\approx -2.81475e + 15$	
Najděte 59. člen posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$ definované tak, že $a_1 = -5$, $a_2 = -2$ a $a_n = -1.8a_{n-1} - a_{n-2}$ pro $n \geq 3$.	37	$\phi = \arccos(-0.9) = 2.69057,$ $11 \cos(59\phi) + \frac{245}{5\sqrt{19}} \sin(59\phi)$ ≈ 10.17179861	
Najděte všechny posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$, jejichž členy vyhovují rekurentnímu vztahu $a_n = \frac{4}{5}a_{n-1} + \frac{1}{5}a_{n-2} - 180n^2 + 120n - 40$ pro $n \geq 3$ (člen a_n vyjádřete jako funkci jeho pořadového čísla n).	38	$a_n = -50n^3 - 50n^2$ $+C + D \left(-\frac{1}{5}\right)^n$	
Je-li to možné, načrtněte graf, jehož skóre je $(1, 1, 1, 3, 1, 7, 5, 1, 3, 1, 8).$	39		

Najděte hodnoty x, y, z, α tak, aby platilo			
$(0, x, y, z) = (-8, 2, 4, 0) + \alpha(6, -6, -5, -4) \text{ .}$		1	
Výsledky uveďte s přesností na setiny.			
Řešte soustavu rovnic			
$\begin{array}{rcl} x + z & = & -3 \\ -2x - y - 2z & = & 2 \\ -2y - z & = & 1 \end{array} \text{ .}$		2	
Řešte Gaussovou eliminací soustavu rovnic			
$\begin{array}{rcl} 1.26x & +0.04y & -0.00z & = & 0.16 \\ -0.11x & +1.24y & +0.18z & = & 0.02 \\ 0.03x & +0.06y & +0.88z & = & 0.25 \end{array} \text{ .}$		3	
Do výsledku uveďte také průběh eliminace (tvary upravené matice soustavy po jednotlivých krocích).			
Najděte všechna řešení soustavy rovnic			
$\begin{array}{rcl} -2u + 5x + 5y - 2z & = & 6 \text{ ,} \\ -2u + 5x + 5y - 2z & = & 6 \text{ ,} \\ 2u - 4y + 2z & = & -2 \text{ ,} \\ 2u - 4x - 4y + 2z & = & -6 \text{ .} \end{array}$		4	
V tělese \mathbb{Z}_7 řešte soustavu rovnic			
$\begin{array}{rcl} 5x + 6y & = & 4 \\ 4x + 3y & = & 4 \end{array}$		5	
Najděte hodnotu x tak, aby trojice čísel $(2, -8, x)$ byla lineární kombinací trojic $(4, 0, -6)$ a $(6, -5, -4)$. Výsledek uveďte s přesností na setiny.		6	
Trojici čísel $(12, 36, 4)$ vyjádřete jako lineární kombinaci trojic $(0, -6, -5)$, $(-5, -4, 4)$ a $(1, 2, 3)$. Koeficienty kombinace uveďte s přesností na setiny.		7	
Vektor c (plný) vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů a (čárkovaný) a b (tečkovaný). Uveďte koeficienty lineární kombinace s přesností na setiny, toleruje se odchylka do 10%			
		8	

Jméno		výsledky	25982
V rovině je dán pravidelný osmiúhelník $ABCDEFGH$. Vyjádřete vektor \vec{DC} jako lineární kombinaci vektorů \vec{BC} , \vec{BF} . Koeficienty lineární kombinace uveďte s přesností na tisíciný, toleruje se chyba ± 0.002 .	9		
Vypočítejte dimenzi lineárního obalu množiny vektorů z \mathbf{R}^5 : $\begin{aligned} u_1 &= (1, 0, 0, -1, -2) \\ u_2 &= (-2, -2, 2, 2, 2) \\ u_3 &= (2, 4, -4, -2, 0) \\ u_4 &= (-2, -2, 2, 2, 2) \\ u_5 &= (2, 0, 0, -2, -4) \end{aligned}$	10		
Určete souřadnice polynomu $P(x) = x^2 + x - 9$ v bazi $\mathcal{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3)$ tvořené mnohočleny $\begin{aligned} Q_1 &= (x - 2)(x + 2) \\ Q_2 &= (x + 3)(x + 2) \\ Q_3 &= (x + 3)(x - 2) . \end{aligned}$	11		
Najděte matici přechodu od baze $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ k bazi $\mathcal{F} = (f_1, f_2)$. Vektor e_1 je na obrázku zobrazen plně, vektor e_2 šedě, vektor f_1 čárkovaně a vektor f_2 tečkovaně. Prvky matice přechodu uveďte s přesností na setiny, toleruje se odchylka do 10% 	12		
Najděte matici přechodu od baze $\mathcal{P} = (P_1, P_2, P_3)$ prostoru kvadratických funkcí tvořené mnohočleny $\begin{aligned} P_1 &= (x - 1)(x + 3) \\ P_2 &= (x + 4)(x + 3) \\ P_3 &= (x + 4)(x - 1) \end{aligned}$ k bazi $\mathcal{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3)$ tvořené mnohočleny $\begin{aligned} Q_1 &= 1 \\ Q_2 &= x + 3 \\ Q_3 &= (x + 3)(x + 6) . \end{aligned}$	13		

Jméno		výsledky	25982
Jsou dány matice			
$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$	14		
Vypočítejte součiny matic $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot A$, $B \cdot B$.			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$	15		
Vypočítejte výraz			
$A^3 + 2A^2 + 2A.$			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$	16		
Vypočítejte inverzní matici A^{-1} .			
Je dána matice			
$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$	17		
Vypočítejte inverzní matici A^{-1} .			
Je dána matice			
$A_p = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & p & -1 \end{pmatrix}$	18		
závislá na reálném parametru p . Vypočítejte inverzní matici A_p^{-1} a zjistěte, pro které hodnoty parametru p není definována.			
V průběhu výpočtu inverzní matice Gaussovou-Jordanovou eliminací se došlo k následujícímu schématu:			
$\left(\begin{array}{ccc ccc} 1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{13}{4} & -\frac{7}{4} & 0 & 1 \end{array} \right).$	19		
Dopočítejte hledanou inverzní matici.			
V prostoru dimenze 2 jsou dány baze \mathcal{E} , \mathcal{F} , \mathcal{G} a matice přechodu			
$\mathcal{P}_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{F}} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{P}_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{G}} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}.$	20		
Najděte matici přechodu od baze \mathcal{F} k bazi \mathcal{G} .			
Najděte matici lineárního zobrazení f dvoudimenzionálního vektorového prostoru do sebe, které vektoru se souřadnicemi $\begin{pmatrix} -9 \\ 0 \end{pmatrix}$ přiřazuje vektor se souřadnicemi $\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ a vektoru se souřadnicemi $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ přiřazuje jeho dvojnásobek.	21		

V prostoru \mathcal{V} orientovaných úseček v rovině je dána baze $\mathcal{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$, přičemž \mathbf{e}_2 dostaneme otočením \mathbf{e}_1 o pravý úhel proti směru hodinových ručiček. Lineární zobrazení $f : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ přiřazuje vektoru $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ vektor, který dostaneme pomocí čtyř operací (v uvedeném pořadí):

1. kolmý průmět vektoru \mathbf{u} do směru vektoru \mathbf{e}_1 zvětšíme 3krát, kolmý průmět vektoru \mathbf{u} do směru vektoru \mathbf{e}_2 se nezmění,
2. výsledek otočíme o úhel $\frac{1}{4}\pi$ proti směru hodinových ručiček,
3. kolmý průmět výsledku do směru vektoru \mathbf{e}_1 zvětšíme 5krát a obrátíme jeho orientaci, kolmý průmět výsledku do směru vektoru \mathbf{e}_2 se nezmění,
4. výsledek otočíme o úhel $\frac{3}{4}\pi$ po směru hodinových ručiček.

Najděte matici, která reprezentuje zobrazení f v bazi \mathcal{E} . Výsledek uveďte s přesností na desetitisíciny.

Zjistěte, pro kterou hodnotu x má determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

hodnotu 0.

Rozhodněte, které z vektorů

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

jsou vlastními vektory matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -6 & -8 & -18 & -26 \\ -21 & -12 & -37 & -44 \\ 1 & 8 & 13 & 26 \\ 7 & 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Pro vektory, které vyhodnotíte jako vlastní, určete příslušná vlastní čísla.

Najděte matici lineárního zobrazení f , jehož vlastní vektory mají souřadnice $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, a jejich vlastní hodnoty jsou $\lambda_a = -2$, $\lambda_b = 1$, $\lambda_c = 3$.

22

23

24

25

Jméno		výsledky	25982
<p>Určete parametry p, q tak, aby vektor $u_q = (0, -1, q)^T$ byl vlastním vektorem matice</p> $A_p = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \\ p & -10 & 2 \end{pmatrix}.$ <p>Najděte odpovídající vlastní číslo.</p>	26		
<p>Určete vlastní čísla a jim odpovídající vlastní vektory matice</p> $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}.$ <p>Výsledky uveďte přesně (nevyjadřujte odmocniny v desetinném tvaru).</p>	27		
<p>Určete vlastní čísla a jim odpovídající vlastní vektory matice</p> $\begin{pmatrix} -12 & -10 & -14 \\ -6 & -3 & -6 \\ 12 & 10 & 14 \end{pmatrix}.$	28		
<p>V prostoru \mathbf{R}^3 můžeme zavést skalární součin předpisem</p> $\langle u v \rangle_G = \sum_{i,j=1}^3 u_i g_{ij} v_j,$ <p>kde g_{ij} jsou prvky matice</p> $G = \begin{pmatrix} 29 & 16 & -7 \\ 16 & 9 & -4 \\ -7 & -4 & 2 \end{pmatrix}.$ <p>Najděte takovou hodnotu x, pro kterou jsou vektory $\mathbf{a} = (-3, 3, 1)$, $\mathbf{b} = (1, x, 3)$ navzájem kolmé při skalárním součinu $\langle \cdot \cdot \rangle_G$.</p>	29		
<p>Na prostoru \mathcal{P}_5 mnohočlenů nejvýše pátého stupně lze definovat skalární součin $\langle \cdot \cdot \rangle$ předpisem</p> $\begin{aligned} \langle P Q \rangle &= 4P(-4)Q(-4) + 5P(-2)Q(-2) + 6P(-1)Q(-1) + \\ &\quad + 7P(0)Q(0) + 8P(1)Q(1) + 9P(2)Q(2) + 10P(3)Q(3) \end{aligned}$ <p>Vypočítejte normu mnohočlenu $P(x) = x^1 - 1$ definovanou uvedeným skalárním součinem.</p>	30		
<p>V lineárním obalu množiny vektorů v E_4</p> $\mathcal{A} = \{a_1 = (1, 1, 0, 0), a_2 = (1, 1, 1, 2), a_3 = (1, -3, 1, 1)\}$ <p>vytvořte Gramovou-Schmidtovou ortogonalizací ortogonální množinu.</p>	31		
<p>V lineárním obalu množiny vektorů v E_4</p> $\mathcal{A} = \{a_1 = (2, 3, -4, -14), a_2 = (6, -4, 1, 10)\}$ <p>najděte vektor nejbližší k vektoru $u = (-4, 0, 0, 6)$. Určete velikost odchylky vektoru u od jeho aproximace v lineárním obalu množiny \mathcal{A}</p>	32		

Jméno		výsledky	25982
K dispozici je sada 17 znaků A, B, C, \dots, Q . Jaký je maximální počet slov o 10 znacích, která z nich lze vytvořit, pokud požadujeme, aby obsahovala znak A právě dvakrát, znak B právě třikrát, znak C právě dvakrát a ostatní znaky nejvýše jednou? (bez ohledu na to, jestli mají smysl)	33		
V Newtonově vzorci pro výpočet hodnoty $\frac{1}{\sqrt[5]{x+32}}$ určete koeficient u x^5 .	34		
V mnohočlenu, který dostanete roznásobením výrazu $(1 + 2x^2 - 2x^3)^7,$ určete koeficient u mocniny x^{10} .	35		
Najděte 51. člen posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$ definované tak, že $a_1 = -3$, $a_2 = -3$ a $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} - 12$ pro $n \geq 3$.	36		
Najděte 60. člen posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$ definované tak, že $a_1 = -4$, $a_2 = -1$ a $a_n = -1.0 a_{n-1} - a_{n-2}$ pro $n \geq 3$.	37		
Najděte všechny posloupnosti $(a_n)_{n \geq 1}$, jejichž členy vyhovují rekurentnímu vztahu $a_n = \frac{9}{10}a_{n-1} + \frac{1}{10}a_{n-2} - 132n^2 + 68n - 15$ pro $n \geq 3$ (člen a_n vyjádřete jako funkci jeho pořadového čísla n).	38		
Je-li to možné, načrtněte graf, jehož skóre je $(2, 2, 2, 4, 2, 1, 6, 2, 4, 2, 3, 4).$	39		