

# Ex: Unidade de Hounsfield

\* Qual é a unidade de Hounsfield para um material cujo coeficiente de atenuação é igual a duas vezes o coeficiente de atenuação da água.

A equação que determina o número de HU p/ materiais diferentes da água é:

$$H = \left[ \frac{\mu - \mu_{\text{aq}}}{\mu_{\text{aq}}} \right] \times 1000$$

seja  $\mu = 2\mu_{\text{aq}}$ , então

$$H = \left[ \frac{2\mu_{\text{aq}} - \mu_{\text{aq}}}{\mu_{\text{aq}}} \right] \times 1000$$

$$H = \underline{1000} //$$

# Ex: Energia mínima do fóton espalhado no Efeito Compton

\* Qual a energia mínima do fóton espalhado no efeito Compton devido a interação de um fóton incidente com energia de 10 MeV.

a equação que relaciona a energia do fóton incidente com o fóton espalhado é dada por:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)}$$

→ a menor energia ocorre no retroespalhamento, onde  $\theta = 180^\circ$  portanto:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + 2 \frac{h\nu}{m_0 c^2}}$$

$$\text{como } \frac{h\nu}{m_0 c^2} \rightarrow \infty \quad (>> 1).$$

$$\frac{m_0 c^2}{h\nu} \ll 1$$

$$h\nu' = \frac{\cancel{h\nu} \cdot m_0 c^2}{\cancel{m_0 c^2}}$$

$$\frac{h\nu}{m_0 c^2} \left( \frac{m_0 c^2}{h\nu} + 2 \right)$$

$$h\nu' = \frac{m_0 c^2}{2}$$

portanto.

$$h\nu' \approx 0,256 \text{ MeV}$$

## Ex: $E_K$ na produção de pares

\* Qual a energia cinética compartilhada por um par elétron-pósitron produzidos devido ao processo de produção de pares resultante da interação de um fóton com energia de 5 MeV com o campo nuclear do átomo.

Como são criadas duas partículas após a interação, pelo princípio de conservação de energia temos que:

$$h\nu = E_K + 2m_0c^2$$

$$\text{Portanto } E_K = h\nu - 2m_0c^2$$

$$E_K = 5 \text{ MeV} - 1,022 \text{ MeV}$$

$$E_K = \underline{3,978 \text{ MeV}}$$

# Ex: Atividade Específica e massa da fonte

\* Uma fonte calibrada de  $^{137}\text{Cs}$  possui uma taxa de exposição de  $2000 \text{ R/h}$  a uma distância de  $100 \text{ cm}$  da fonte. Dado que a  $^{137}\text{Cs}$  possui uma atividade específica de  $88 \text{ Ci/g}$ , qual é a massa de  $^{137}\text{Cs}$  presente na fonte,  $\left( \Gamma = \frac{3.43 \text{ R} \cdot \text{cm}^2}{\text{mCi} \cdot \text{h}} \right)$

A exposição e a atividade estão relacionadas através da seguinte equação:

$$X = \frac{\Gamma A}{d^2}$$

sabendo que a atividade específica "a" é dada

por

$$a = \frac{A}{m} \rightarrow A = m \cdot a$$

onde  $m$  é a massa do material.

portanto

$$X = \frac{\Gamma a m}{d^2}$$

$$m = \frac{X \cdot d^2}{\Gamma \cdot a}$$

$$m = \frac{2000 \text{ R} \cdot \text{h}^{-1} \cdot (100)^2 \text{ cm}^2}{3.43 \text{ R} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mCi}^{-1} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 88 \text{ Ci/g}}$$

$$m = \frac{2000 \cdot (100)^2}{3.43 \cdot (10^{-3} \text{ Ci})^{-1} \cdot 88 \text{ Ci} \cdot \text{g}^{-1}}$$

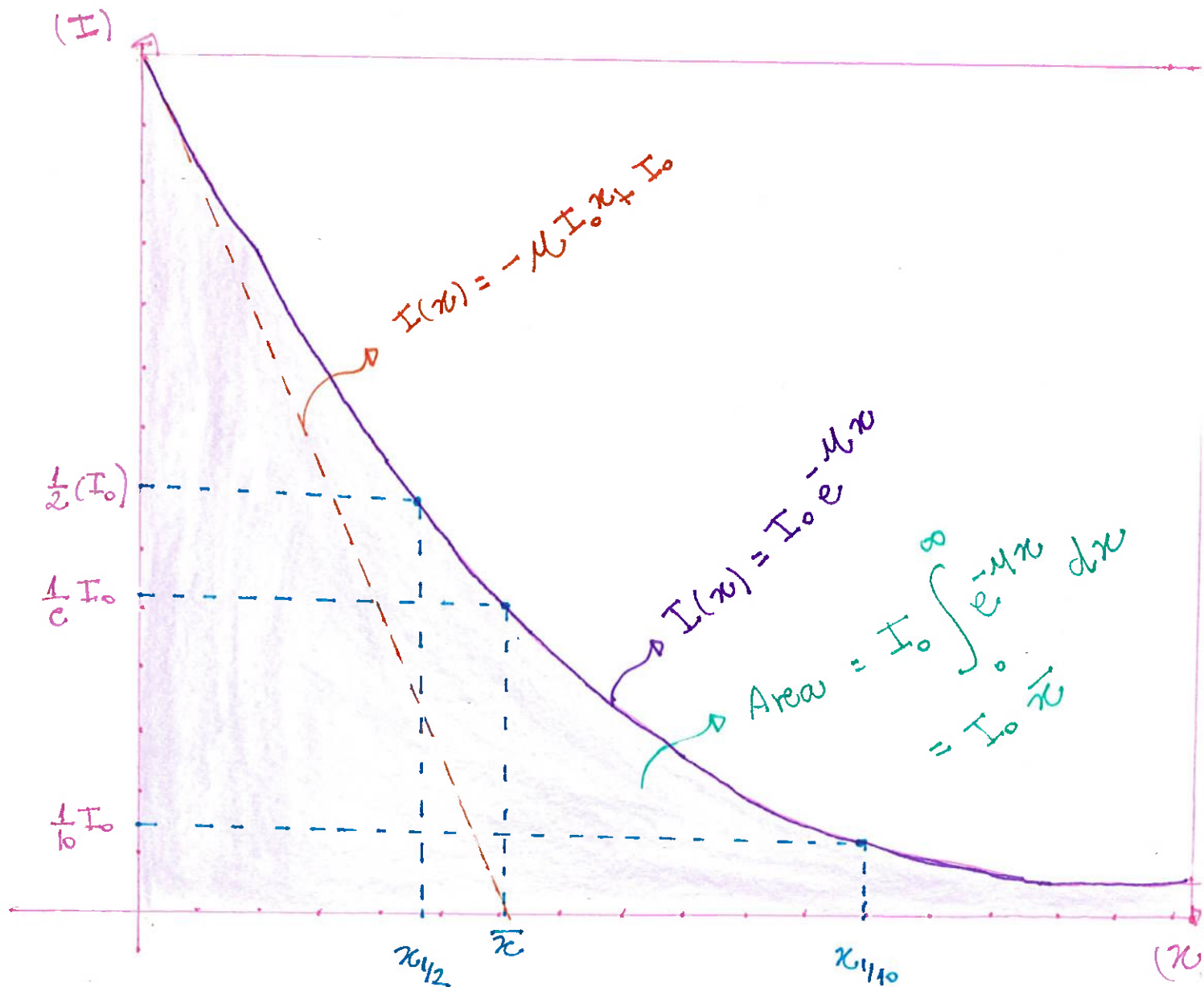
$$m \approx 66 \text{ g}$$

## Exercício: Curva de Atenuação do Fluxo de Fótons.

\* A atenuação de um feixe de fótons monoenergético de intensidade  $I$  e energia  $h\nu$  em um absorvedor de espessura  $x$  é dada pela função exponencial.

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

a) Desenhe uma curva de atenuação de  $I$  vs  $x$ , destacando  $I_0$ ,  $x_{1/2}$ ,  $x_{1/10}$  e  $\bar{x}$  (livre caminho médio)



Exercício: Atenuação do feixe de fótons. Coeficiente de atenuação livre caminho médio de feixe desconhecido.

\* Um experimento conduzido para um feixe de fótons desconhecido utilizando uma geometria de feixe estreito e várias espessuras de chumbo, com  $\rho = 11.36 \text{ g/cm}^3$  e massa atômica  $A = 207.2 \text{ g/mol}$ , resultou nas seguintes taxas de exposição apresentadas na tabela abaixo, medidos com uma câmara de ionização:

$x(\text{mm Pb})$	0	2	4	6	8	10	12	15	20	25	30	40	50
$\dot{X} (\text{R/min})$	123.6	108.3	94.9	83.2	72.9	63.9	56.0	45.9	33.0	23.7	17.1	8.8	4.6

a) A partir dos dados fornecidos, determine o coeficiente de atenuação linear para o feixe desconhecido.

aplicando  $\ln$  p/ambos os lados

A equação é:

$$I = I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

$$\ln I(x) = \ln(I_0 e^{-\mu x})$$

$$\ln I(x) = \ln I_0 + \ln e^{-\mu x}$$

$$\ln I(x) = \ln I_0 - \mu x$$

$$Y - Y_0 = m(x - x_0)$$

$$m = \frac{Y - Y_0}{x - x_0}$$

onde  $m = -\mu$

$$Y = \ln I(x)$$

$$x = x$$

→ coeficiente angular da reta.

c) Determine o coeficiente de atenuação mássico.

$$\Rightarrow \mu_m = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,660 \text{ cm}^{-1}}{11,36 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$$

$$\frac{\mu}{\rho} = 0,058 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

portanto, o coeficiente de atenuação mássico é  $0,058 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$

d) Determine o coeficiente de atenuação atômico:

O coeficiente de atenuação atômico  $\alpha \mu$  é dado por:

$$\alpha \mu = \frac{1}{\rho} \frac{A}{N_A} \mu$$

$$\alpha \mu = \frac{207,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 0,660 \text{ cm}^{-1}}{11,36 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$\alpha \mu = \frac{136,752 \text{ cm}^2}{6,840992 \cdot 10^{24} \text{ átomos}}$$

$$\alpha \mu = 1,999 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^2 / \text{átomos}$$

$$\alpha \mu \approx 20 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 / \text{átomos}$$



## Exemplo: Atenuação de Fótons.

1) Para um feixe monoenergético de fótons de 2 MeV interagindo com um absorvedor de chumbo ( $Z=82$  ;  $A = 207.2 \text{ g/g-atomo}$  ;  $\rho = 11.36 \text{ g/cm}^3$ ), o coeficiente de atenuação linear para o efeito fotoelétrico, efeito Compton e produção de pares são:

$$\tau = 0.055 \text{ cm}^{-1}$$

$$\sigma_R = 0.008 \text{ cm}^{-1} ;$$

$$\sigma_C = 0.395 \text{ cm}^{-1}$$

$$K = 0.056 \text{ cm}^{-1}$$

A energia média transferida para partículas carregadas é:

$$(\bar{E}_K)_{Tr} = 1.13 \text{ MeV}$$

A energia média absorvida pelo chumbo é:

$$(\bar{E}_K)_{ab} = 1.04 \text{ MeV}$$

a) Calcule o coeficiente de atenuação linear total:



portanto  $\mu_a = \frac{1}{\rho} \frac{A}{N_A} \mu.$

$$\mu_a = \frac{1}{11,36 \text{ g/cm}^3} \frac{207,2 \text{ g/átomo}}{6,022 \cdot 10^{23}} \cdot 0,514 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_a = \frac{106,5008}{6,840992 \cdot 10^{24}} \frac{\text{g/átomo} \cdot \text{cm}^{-1}}{\text{g/cm}^3}$$

$$\mu_a = 1,56 \cdot 10^{-23} \left[ \frac{\frac{\text{g}}{\text{átomo} \cdot \text{cm}}}{\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \right] = \frac{\cancel{\text{g}}}{\text{átomo} \cancel{\text{cm}}} \cdot \frac{\text{cm}^3}{\cancel{\text{g}}}$$

$$\mu_a = 1,56 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^2/\text{átomo}.$$

d) Determine o coeficiente mássico de transpôrncia de energia:

O coeficiente mássico de transpôrncia de energia é dado pelo coeficiente de atenuação mássico multiplicado pela fração da energia do fóton incidente que é convertida como energia cinética para as partículas carregadas

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{(\bar{E}_{ktr})}{h\nu} \cdot \frac{\mu}{\rho}.$$

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{1.13 \text{ MeV}}{2 \text{ MeV}} \cdot 0.0453 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = 0.0256 \text{ cm}^2/\text{g}$$

e) Determine o coeficiente <sup>massico</sup> de absorção de energia;  
 é dado por.

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = \frac{(\bar{E}_\gamma)_{ab}}{h\nu} \cdot \frac{\mu}{\rho}$$

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = \frac{1.04 \text{ MeV}}{2 \text{ MeV}} \cdot 0.0453 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = 0.0236 \text{ cm}^2/\text{g}$$

# Exemplo: Inter. Ref. de Atenuação Linear

\* Determine o coeficiente de atenuação linear ( $\mu$ ) dado que 2-mm de espessura de um material transmite 25% de um feixe de fótons monoenergéticos.

Como 25% é o equivalente a 2 HVL,

$$1 \text{ HVL} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$$2 \text{ HVL} = \frac{2 \cdot \ln 2}{\mu}$$

$$2 \text{ mm} = \frac{2 \ln 2}{\mu}$$

$$\mu = \frac{2 \ln 2}{2 \text{ mm}}$$

$$\mu = \ln 2 \text{ mm}^{-1}$$

$$\mu = 0,693 \text{ mm}^{-1}$$

# Exemplo: variação da A.

\* Qual é, aproximadamente, a meia vida de um radio isótopo que decresce sua atividade em torno de 5% por dia?

o tempo de meia vida é dado por:

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} (*) \quad \text{podemos escrever } \lambda \text{ em termos de } A \text{ e } A_0;$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0}$$

$$\lambda = -\frac{1}{t} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Substituindo em (\*) temos

$$t_{1/2} = \frac{-t \ln(2)}{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)} (♡)$$

Sabendo que o isótopo decresce sua atividade em 5% em um

$$t = 1 \text{ dia.}$$

$$\text{então } A = 0.95 A_0 \text{ p/ } t = 1.$$

substituindo em ♡

temos

$$t_{1/2} = \frac{-1 \ln(2)}{\ln\left(\frac{0.95 A_0}{A_0}\right)}$$

$$t_{1/2} = -\frac{\ln(2)}{\ln(0.95)}$$

$$t_{1/2} = 13.5 \text{ dias}$$

Qual a espessura de chumbo necessária para reduzir a exposição de uma fonte de  $^{99m}\text{Tc}$  produzindo  $0.64 \text{ mSv/h}$  a 1 metro para um nível aceitável em uma área livre?  
( $\text{HVL} = 0.027 \text{ cm}$ )

O limite de taxa de dose para áreas livres é de  $0.02 \text{ mSv/h}$ .

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = n \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{I}{I_0} = \dots \quad n = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{0.02}{0.64}\right)}{\ln(0.5)} \quad \checkmark \quad n = 5$$

são necessários 5 HVL's.

$$5 \times 0,027 \text{ cm} = \underline{0.135 \text{ cm}}$$

Qual a espessura de chumbo necessária para reduzir a taxa de exposição de 3.0 mR/h para 1.0 mR/h atrás de uma barreira secundária dado que a TVL para o chumbo é de 4.826 cm.

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$TVL = \frac{\ln 10}{\mu} \quad \mu = \frac{\ln 10}{TVL}$$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{\ln 10}{TVL} \cdot x}$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{\ln 10}{TVL} \cdot x$$

$$x = -\frac{TVL}{\ln(10)} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$x = -\frac{TVL}{\ln 10} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$x = \frac{-4.826}{\ln 10} \cdot \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$x = 2.30 \text{ cm}$$

\* outra forma:

$$n = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$n \approx 0.48$$

$$x = TVL \cdot n$$

$$x \approx 4.826 \cdot 0.48$$

$$x \approx 2.31$$

Um levantamento radiométrico em uma área livre utilizando uma câmara de ionização mostra uma taxa de 25 mR/h para um feixe que atinge diretamente uma das barreiras da área; Se o fator uso ( $U$ ) for de 0.5 e o feixe estiver ligado por um total de 5 minutos por hora, quantos mR é estimado em qualquer hora neste local.

• Como  $U = \frac{1}{2}$ ;

a taxa p/ a parede é de 12.5 mR/h.

$$12.5 \text{ mR} \longrightarrow 60 \text{ min}$$

$$x? \longrightarrow 5 \text{ min}$$

$$x = \frac{12.5 \text{ mR} \cdot 5 \text{ min}}{60 \text{ min}}$$

$$x \approx 1,04 \text{ mR}$$

$$x \approx 1 \text{ mR a cada hora.}$$



Qual a espessura de chumbo necessária para reduzir a exposição de uma fonte pontual de  $^{137}\text{Cs}$  em 70% sendo  $\text{HVL} = 0,65 \text{ cm}$ .

$$\frac{I}{I_0} = 0,3$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{\text{HVL}}}$$

$$\frac{x}{\text{HVL}} = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln(0,5)}$$

$$x = \frac{\ln(0,3)}{\ln(0,5)} \cdot \text{HVL}$$

$$x = \frac{\ln(0,3)}{\ln(0,5)} \cdot 0,65$$

$$x = 1,129 \text{ cm}$$

$$x \approx 1,1 \text{ cm}$$

\* A taxa de dose aumenta por um fator 2 após um atenuador de feixe ser removido. Qual a espessura do atenuador caso possua um coeficiente de atenuação linear de  $0,25 \text{ cm}^{-1}$

- A taxa de dose com o absorvedor é dada por

$$\dot{D}_1 = \dot{D}_0 e^{-\mu x} \quad (*)$$

- A taxa de dose sem o absorvedor é dada por

$$\dot{D}_2 = \dot{D}_0 e^{-\mu x}, \quad \text{como } x = 0.$$

$$\dot{D}_2 = \dot{D}_0$$

portanto a taxa de dose sem o absorvedor

é igual a taxa de dose inicial

pois como  $\dot{D}_2 = 2 \cdot \dot{D}_1$  (enunciado)

e como  $\dot{D}_2 = \dot{D}_0$  portanto  $\dot{D}_0 = 2 \dot{D}_1$

substituindo em

$$\dot{D}_2 = 2 \dot{D}_1 e^{-\mu x}$$

$$\frac{\dot{D}_2}{2 \dot{D}_1} = e^{-\mu x}$$

$$e^{-\mu x} = \frac{1}{2}$$

$$-\mu x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\mu}$$

$$x = 2,773$$

$$x \approx 2,8 \text{ cm}$$

Se 0.5 mm de Pb atenua o feixe em 91%, 0.25 mm Pb atenuará quantos por cento do feixe.

$$f_1 = \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x_1}{HVL}}$$

$$f_2 = \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{x_2}{HVL}}$$

$$\ln(f_1) = \left( \frac{x_1}{HVL} \right) \cdot \ln(0,5)$$

$$\ln f_2 = \frac{x_2}{HVL} \cdot \ln(0,5)$$

$$\frac{\ln f_2}{\ln f_1} = \frac{\frac{x_2}{HVL} \cdot \ln 0,5}{\frac{x_1}{HVL} \cdot \ln 0,5}$$

$$\frac{\ln f_2}{\ln f_1} = \frac{x_2 \ln 0,5}{x_1 \ln(0,5)} \cdot \frac{HVL}{HVL}$$

$$\frac{\ln f_2}{\ln f_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$\ln f_2 = \frac{x_2}{x_1} \ln f_1$$

$$\ln f_2 = \ln f_1^{\frac{x_2}{x_1}}$$

$$f_2 = f_1^{\frac{x_2}{x_1}}$$

$$f_2 = 0,09^{\frac{0,25}{0,5}}$$

$$f_2 = 0,3$$

atenua 70%

---

## Ex: Transmissão após $n$ HVL's - Camadas Semi-Redutoras

\* Qual a fração de transmissão de um feixe de fótons após atravessar 5 HVL's? ( Percentual de transmissão )

sabendo que a fração dos fótons transmitidos

é dada por  $\frac{I}{I_0}$ , e sabendo que,

$$\frac{I}{I_0} = \left( \frac{1}{2} \right)^n \text{ onde } n \text{ é o número de HVL's.}$$

$$\frac{I}{I_0} = \left( \frac{1}{2} \right)^5 = 0,03125$$

$$\frac{I}{I_0} = 3,125\%$$

Um tubo de raios-X está funcionando a 80 kVp e a 10 mAs. As configurações são alteradas para 120 kVp e 5 mAs. Qual é a mudança aproximada na saída do tubo.

$$\text{output} \propto \text{kVp}^2 \cdot \text{mAs}$$

$$\theta_1 = 80^2 \cdot 10$$

$$\theta_2 = 120^2 \cdot 5$$

$$\theta_1 = 64000$$

$$\theta_2 = 72000$$

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{72000}{64000}$$

$$\theta_2 \approx 1,1 \theta_1$$

Aumenta o output em 10%

Dado um material com coeficiente de atenuação mássico de  $(0,0329 \text{ cm}^2/\text{g})$  e densidade de  $1,2 \text{ g/cm}^3$ , que espessura do material é necessária para criar um bloco de transmissão parcial que forneça 85% da dose de campo aberto?

$$\frac{\mu}{\rho} = 0,0329 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln(0,5)} \cdot \frac{\ln(2)}{\frac{\mu}{\rho} \cdot \rho}$$

$$x = \frac{\ln(0,85) \cdot \ln 2}{\ln(0,5) \cdot 0,0329 \cdot 1,2}$$

$$x = 4,116 \text{ cm}$$

$$x \approx 4,1 \text{ cm}$$

Assumindo que  $3.12 \cdot 10^{10}$  elétrons de 6 MeV são necessários para tratar um tumor superficial com 2 Gy. Dado que a carga do elétron é  $1.62 \cdot 10^{-19}$  C, qual é a corrente do feixe incidindo no paciente caso a dose seja entregue em 10 s?

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{3,12 \cdot 10^{10} \cdot 1,62 \cdot 10^{-19}}{10}$$

$$I = 5,05 \cdot 10^{-10} \text{ A}$$

$$I = 505 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

$$I \approx 500 \text{ pA}$$

\* Um isótopo que decursa sua atividade em 5% por dia tem uma meia vida de aproximadamente quantos dias?

um decréscimo de 5% por dia indica que  $\lambda = 0,05/\text{dia}$ .

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{0,05}$$

$$T_{1/2} = 13,863$$

$$T_{1/2} \approx 13,9 \text{ dias}$$



\* Qual é o percentual de transmissão após de um bloco com 5 HVL

Como  $\frac{I}{I_0}$  é a fração de transmissão  
em %:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{HVL}}$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5HVL}{HVL}}$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$\frac{I}{I_0} = 0,03125$$

$$0,03125 \times 100\%$$

= 3,125% de transmissão  
após 5 HVL.

\* Se os valores brutos de transmissão para filmes radiocrômicos reportados a 0,69 é de 30 000 w 250 cGy e de 3000 qual é a densidade óptica líquida correspondente a 250 cGy?

$$p = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$p = -\log\left(\frac{3000}{30000}\right)$$

$$p = -\log\left(\frac{3}{30}\right)$$

$$p = 1.0$$

$$OD = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$OD = \log\left(\frac{I_0}{I}\right)^{-1}$$

$$OD = \log\left(\frac{I_0}{I}\right)$$

$$OD = \log\left(\frac{30000}{3000}\right)$$

$$OD = \log(10)$$

$$= 1$$

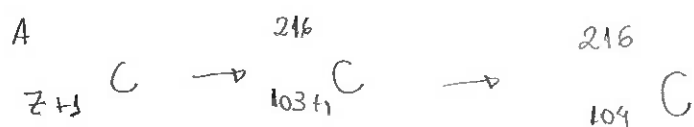
(3)

\* Se um isótopo  $^{220}_{105}A$  decai por emissão  $\alpha$  e na sequência por emissão  $\beta^-$ , qual o número atômico e o número de massa do novo elemento.

\* No decaimento  $\alpha$ , é emitido um núcleo de Hélio, e portanto o novo elemento será

$$^{A-4}_{Z-2}B \rightarrow ^{220-4}_{105-2}B \rightarrow ^{216}_{103}B$$

\* No decaimento  $\beta^-$ , o núcleo está com excesso de nêutrons e portanto precisa de mais prótons, e isto é realizado convertendo um nêutron em um próton + um "negatron", portanto.



Portanto o novo elemento terá  $A=216$  e  $Z=104$ .

\* A atividade inicial de um elemento desconhecido é de  $3\text{Ci}$ , após 12 dias sua atividade é de  $2,61\text{Ci}$ . Qual a meia-vida deste elemento? Que elemento poderia ser

Sabendo que

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}, \text{ portanto temos que}$$

$$\text{como } t = 12 \text{ dias, } A = 2,61 \text{ Ci e } A_0 = 3 \text{ Ci,}$$

temos

$$t_{1/2} = 12 \cdot \frac{\ln(0,5)}{\ln\left(\frac{2,61}{3}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{t}{t_{1/2}} \ln(0,5)$$

$$t_{1/2} = t \cdot \frac{\ln(0,5)}{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}$$

$$t_{1/2} = 59,7 \text{ dias}$$

poderia ser o  $^{125}_{53}\text{I}$ , que possui  $t_{1/2} = 59,4 \text{ dias}$ .

para  $n = 2$

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0,25, \text{ portanto após } 2 \text{ } t_{1/2} \text{ restará } 25\% \text{ da}$$

atividade inicial.

para  $n = 3$

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = 0,125; \text{ restará } 12,5\% \text{ de } A_0 \text{ após}$$

3  $t_{1/2}$ .

para  $n = 4$

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0,0625; \text{ restará } 6,25\% \text{ de } A_0$$

após 4  $t_{1/2}$ .

para  $n = 5$

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0,03125; \text{ restará } 3,125\% \text{ de } A_0$$

após 5  $t_{1/2}$ .

para  $n = 10$

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024} = 0,0009765 = 0,097\% \text{ de } A_0$$

após 10  $t_{1/2}$ .  $\sim 0,1\%$

(5)

\* Dado que a atividade inicial de uma nova fonte de  $^{192}\text{Ir}$  é de  $9,98\text{ Ci}$ , qual será sua atividade, em  $\text{GBq}$  três meses depois (90 dias) dado que a meia vida do  $^{192}\text{Ir}$  é de 74 dias?

• A relação entre  $\text{Ci}$  e  $\text{Bq}$  é:

$$1\text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}, \quad \text{como o prefixo G} = 10^9,$$

o  $\text{Ci}$  em  $\text{GBq}$  é:

$$1\text{ Ci} = 37 \cdot 10^9 \text{ Bq} = 37 \text{ GBq}.$$

\* Obtendo a atividade após 90 dias, temos

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \cdot A_0$$

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{90}{74}} \cdot 9,98\text{ Ci}$$

$$A = 4,2955 \text{ Ci}$$

\* Convertendo para  $\text{GBq}$ ,

$$A = 4,2955 \cdot 37 \text{ GBq}$$

$$A = 158,93 \text{ GBq}$$

$$A \approx 159 \text{ GBq}$$

\* Qual é a atividade de um implante de próstata após um ano dado que foi utilizado sementes de  $^{125}\text{I}$  com atividade inicial de  $30 \text{ mCi}$ .

sabendo que  $t_{1/2} = 59,4$  dias. e a atividade em função do tempo é dada por:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot t}$$

para  $t = 1 \text{ ano} = 365 \text{ dias}$ , temos

$$A = 30 \text{ mCi} e^{-\frac{\ln(2)}{59,4} \cdot 365}$$

$$A = 0,42 \text{ mCi}$$

\* Uma fonte decai 3% em um dia. Qual é o decaimento em sua atividade após 30 dias.

• após 1 dia, a atividade da fonte diminui em 3%, portanto a fração  $\frac{A}{A_0} = 0,97$ ;

• obtendo a meia vida da fonte, temos

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{t}{t_{1/2}} \ln(0,5)$$

$$t_{1/2} = \frac{t \cdot \ln(0,5)}{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}$$

para  $t = 1 \text{ d}$  e  $\frac{A}{A_0} = 0,97$ .

$$t_{1/2} = \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,97)} \quad \text{pois} \quad t_{1/2} = 22,76 \text{ dias}$$

(7)

\* Se 2mm de espessura de um material transmite 25% de um feixe de fótons monoenergéticos, calcule a camada semi redutora (HVL) e o coeficiente de atenuação linear do feixe.

• Como o material transmite 25% do feixe, ou seja a razão entre a intensidade final e a inicial é de  $\frac{1}{4}$ , o que equivale a 2HVL, portanto

$$2HVL = 2\text{mm}$$

$$HVL = 1\text{mm}$$

• Outra forma de calcular é através da relação.

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{HVL}}$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{HVL}}$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{x}{HVL} \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$HVL = \frac{x \cdot [\ln(1) - \ln(2)]}{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

$$HVL = \frac{-x \ln(2)}{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

$$HVL = \frac{-2\text{mm} (\ln(2))}{\ln(0,25)}$$

$$HVL = 1\text{mm} \quad \text{ou} \quad HVL = 0,5\text{cm}$$

• o coeficiente de atenuação linear é determinado através da equação:

$$HVL = \frac{\ln(2)}{\mu} \quad \mu = \frac{\ln(2)}{HVL}$$

$$\mu = \frac{0,693}{1}$$

$$\mu = 0,693/\text{mm}$$

$$\mu = 6,93/\text{cm}$$

8

\* Um campo de fótons é calculado para uma SSD de 100 cm. Qual seria uma boa estimativa para o erro da dose absorvida <sup>entruque</sup> caso o paciente fosse posicionado na SSD de 110 cm?

Uma boa estimativa para o erro seria utilizando o fator de redução do feixe com base na lei do inverso quadrado da distância.

$$I_{100} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = \left( \frac{100}{110} \right)^2 = 0,826$$

portanto será entruque  $\approx 83\%$  da dose

resultando em uma diferença de 17%

\* No espalhamento Compton, um feixe incidente de fótons de 6 MeV interage com um elétron aproximadamente livre e é espalhado em um ângulo de  $60^\circ$ . Qual a energia do elétron ejetado?

A relação entre a energia do fóton incidente com a energia do fóton espalhado é dada pela seguinte relação

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)}$$

sabendo que  $h\nu = 6 \text{ MeV}$ ,  $m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$  e  $\theta = 60^\circ$



\* Dado que as energias de ligação das camadas K L M N de um átomo de Iodo são 34 KeV, 5 KeV, 0.6 KeV e ~ 0 KeV, respectivamente, quais são as possíveis energias dos raios-X característicos seguindo a ejeção de um elétron da camada K?

• Uma vacância na camada K, será preenchida por um elétron de uma camada mais alta, que irá gerar outra vacância caso a transição ocorra nas camadas intermediárias L ou M, e essas transições podem emitir não somente raios-X característicos como elétrons Auger.

→ As possíveis transições:

$$L \rightarrow K$$

$$E_{LK} = 34 - 5 = 29 \text{ KeV}$$

$$M \rightarrow L$$

$$E_{ML} = 5 - 0.6 = 4,4 \text{ KeV}$$

$$M \rightarrow K$$

$$E_{MK} = 34 - 0.6 = 33,4 \text{ KeV}$$

$$N \rightarrow L$$

$$E_{NL} = 5 \text{ KeV}$$

$$N \rightarrow K$$

$$E_{NK} = 34 \text{ KeV}$$

$$N \rightarrow M$$

$$E_{NM} = 0.6 \text{ KeV}$$

Portanto, as possíveis energias para os raios-X característicos são

$$0,6 \text{ KeV}; 4,4 \text{ KeV}; 5 \text{ KeV}; 29 \text{ KeV}; 33,4 \text{ KeV} \text{ e } 34 \text{ KeV}.$$

# Qual o comprimento de onda de uma onda eletromagnética propagando com uma frequência de 500 kHz

(10)

A relação de  $\lambda$  com  $\nu$  é dada por

$c = \lambda \nu$  ; sendo  $c$  a velocidade da luz por se tratar de onda eletromagn.

Como  $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;

convertendo  $\nu$  de  $\text{Hz}$  para  $\text{s}^{-1}$  , temos  $\nu = 500 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$

$$\text{Portanto } \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{500 \cdot 10^3 \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\lambda = 600 \text{ m}$$

# Qual a energia cinética de uma massa de 10 kg viajando a uma velocidade de 5 m/s?

A energia cinética é dada por

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 ; \text{ sabendo que } 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Como se está no SI

$$[K] = \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$K = \frac{1}{2} 10 \text{ kg} \cdot (5 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2$$

$$K = 5 \text{ kg} \cdot 25 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$K = 125 \text{ J}$$