Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 8.

Дифференциал и приращение функции двух переменных

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-014

Обухов Артём Игоревич

Преподаватель: Терещенко Анастасия Фёдоровна

Вариант 22

Для функции $z = -2x^2y - 4x^2 + 3$ и точек $A(1;2),\ B(0,9;2,05)$ найти:

а) приращение Δf при переходе от A к B,

б) дифференциал df при переходе от A к B,

в) вектор нормали $\bar{n}_A$ к поверхности $z = f(x,y)$ в точке $(A, z(A))$, запишите уравнение касательной плоскости в точке A,

г) экстремумы $z = f(x,y)$

В ответ запишите число точек экстремума функции.

Ответ:

а) $\Delta f = f(B) - f(A) = -2 * 0.81 * 2.05 - 4 * 0.81 + 3 - (-2 * 1 * 2 - 4 * 1 + 3) = 1.439$

б) $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -4xy - 8x; \frac{\partial f}{\partial x}|A = -4 * 1 * 2 - 8 * 1 = -16$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2;\ \frac{\partial f}{\partial y}|A = -2 * 1 = -2$$

$x = 1$

$y = 2$

$x + \Delta x = 0.9;\ \Delta x = \ -0.1 = dx$

$y + \Delta y = 2.05;\ \Delta y = 0.05 = dy$

$df = -16 * (-0.1) + (-2) * 0.05 = 1.5$

Заметим, что $df \sim \Delta f$, что является верным

в) $\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_A (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_A (y - y_0) + \frac{\partial f}{\partial z}\Big|_A (z - z_0) = 0$ – уравнение касательной плоскости

Т.к. функция задана в явном виде, то

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_A (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_A (y - y_0) + (-1) * (z - z_0) = 0$$

$M = \big(A, z(A)\big) = (1; 2; -5)$

Тогда уравнение касательной плоскости к поверхности будет выглядеть так

$-16 * (x - 1) - 2 * (y - 2) - (z + 5) = 0$

И из него можно взять вектор нормали $n_A = (-16; -2; -1)$

г) *Составим систему уравнений из частных производных*

$$\begin{cases} -4xy - 8x = 0 \\ -2x^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x(y + 2) = 0 \\ -2x^2 = 0 \end{cases}$$

Ответ будет x = 0; y = -2. Пометим в качестве точки D

Далее, найдём частные производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -4y - 8$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -4x$$

Составим матрицу из значений частных производных второго порядка и посчитаем детерминант

$\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix} \Big|_D = \begin{vmatrix} -4*(-2)-8 & -4*0 \\ -4*0 & 0 \end{vmatrix} = 0 = 0 -$ *это говорит о том, что требуется дополнительное исследование функции*