Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 6.

Методы интегрирования

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-014

Обухов Артём Игоревич

Преподаватель: Терещенко Анастасия Фёдоровна

Вариант 22

Вычислите интеграл $\int \frac{e^{arcsinx}\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

В процессе вычисления вы последовательно используете ровно две формулы из таблицы интегралов*

В ответ запишите их номера в порядке использования в решении, через запятую.

Ответ:

Вычислить, используя приём интегрирования по частям, интеграл $\int \cos(\ln(5x))\,dx$.

В ответ запишите сколько раз вам пришлось применить приём интегрирования по частям в процессе решения (число).

Ответ:

Используя рационализирующую тригонометрическую подстановку, взять интеграл $\int \frac{(\sqrt{4x-x^2}+x-2)dx}{x-2}$.

В ответ записать номер формулы в таблице интегралов, к которой сводится интеграл в процессе решения. Если формул несколько, выбирайте самую "дальнюю".*

Ответ:

1. $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}dx = \left|\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(arcsinx)\right| = \int e^{\arcsin x} d\arcsin x = |\arcsin x = t| = \int e^t dt =$

$|\text{Формула №3}| = e^t + C = |\text{Вернемся к замене}| = e^{arcsinx} + C$

2. $\int \cos\ln(5x)\,dx = \left|\begin{matrix}\text{Сделаем замену}\\ t = \ln 5x\\ e^t = 5x\\ x = \frac{e^t}{5}\\ dx = d\left(\frac{e^t}{5}\right) = \frac{1}{5}e^t dt\end{matrix}\right| = \frac{1}{5}\int \cos t * e^t dt =$

$\left|\begin{matrix}\text{Применим формулу интегрирования по частям}\\ dv = e^t dt\\ u = \cos t\\ v = \int e^t dt = e^t\\ du = d(\cos t) = -\sin t\,dt\end{matrix}\right| = uv - \int vdu = \frac{1}{5}(\cos t * e^t +$

$\int e^t \sin t\,dt) = \left|\begin{matrix}\text{Применим формулу интегрирования по частям}\\ dv = e^t dt\\ u = \sin t\\ v = \int e^t dt = e^t\\ du = d(\sin t) = \cos t\,dt\end{matrix}\right| = \frac{1}{5}(\cos t\, e^t + \sin t *$

$e^t - \int e^t \cos t\,dt) = |\text{Интеграл является циклическим}|$

$= \frac{1}{5} * \frac{\cos t\, e^t + \sin t e^t}{2} = |\text{Вернемся к замене}| = \frac{1}{5} * \frac{\cos\ln 5x\, e^{\ln 5x} + \sin\ln 5x e^{\ln 5x}}{2} + C$

3. $\int \frac{\sqrt{4x-x^2}+x-2}{x-2}dx = \int \frac{\sqrt{4x-x^2}}{x-2}dx + \int \frac{x-2}{x-2}dx = \int \frac{\sqrt{4x-x^2}}{x-2}dx + \int dx = \int \frac{\sqrt{4x-x^2}}{x-2}dx + x =$
$|4x - x^2 = 4 - (4 - 4x + x^2) = 4 - (x-2)^2| = \int \frac{\sqrt{4-(x-2)^2}}{x-2}dx + x =$
$\left|\begin{matrix} x-2 = a \\ dx = d(a+2) = da \end{matrix}\right| = \int \frac{\sqrt{4-a^2}}{a}da + x = |a = 2\sin b| = \int \frac{\sqrt{4-4\sin b^2}}{2\sin b}d\sin b + x =$
$\int \frac{\sqrt{1-\sin b^2}}{\sin b}d\sin b + x = \int \frac{\cos b}{\sin b}\cos b\, db + x = \int \frac{(\cos b)\text{^}2}{\sin b}db + x = \int \frac{1-(\sin b)^2}{\sin b}db + x =$
$\int \frac{1}{\sin b}db - \int \sin b\, db + x =$
|Воспользуемся рационализирующей тригометрической посдтановкой | =
$\left|\begin{matrix} \tan\frac{b}{2} = c \\ \sin b = \frac{2c}{1+c^2} \\ db = \frac{2dc}{1+c^2} \end{matrix}\right| = \int \frac{1+c^2}{2c} * \frac{2}{1+c^2}dc + \cos b + x = \int \frac{1}{c}dc + \cos b + x = \ln|c| + \cos b +$
$x =$ |Вернемся к замене| $= \ln\left|\tan\frac{b}{2}\right| + \cos b + x + C = \left|\begin{matrix} a = x-2 = 2\sin b| \\ b = \arcsin\frac{x-2}{2} \end{matrix}\right| =$
$\ln\left|\tan\frac{\arcsin\frac{x-2}{2}}{2}\right| + \cos\arcsin\frac{x-2}{2} + x + C$