Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 7.

Вычислить площадь фигуры

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-014

Обухов Артём Игоревич

Преподаватель: Терещенко Анастасия Фёдоровна

Вариант 22

Найдите площадь фигуры, указанной на рисунке.

В ответ запишите наименьшее количество областей, на которые требуется разбить заштрихованную область

Для вычисления точек пересечения *<u>можно</u>* *использовать калькулятор.*

$y_1 = 1 - x$

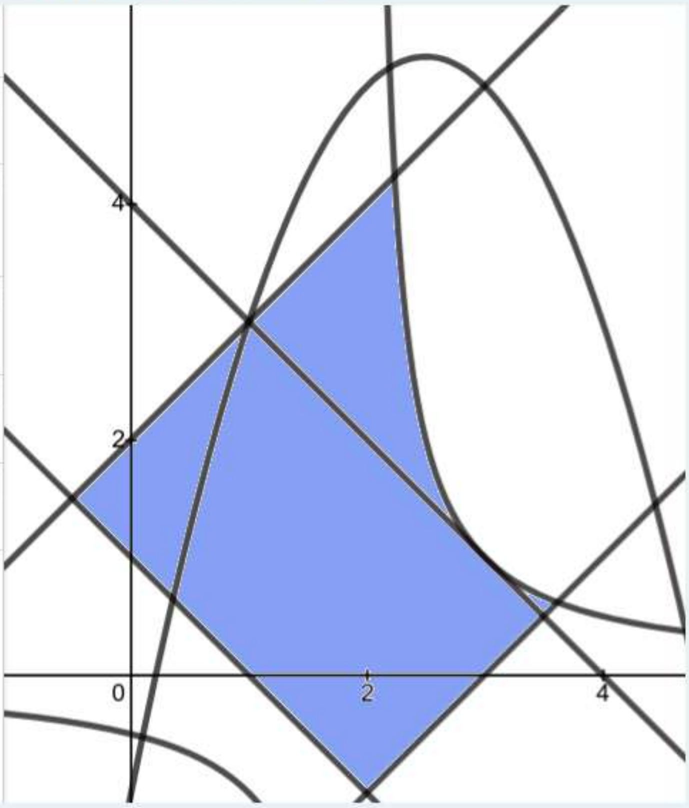
$y_2 = x + 2$

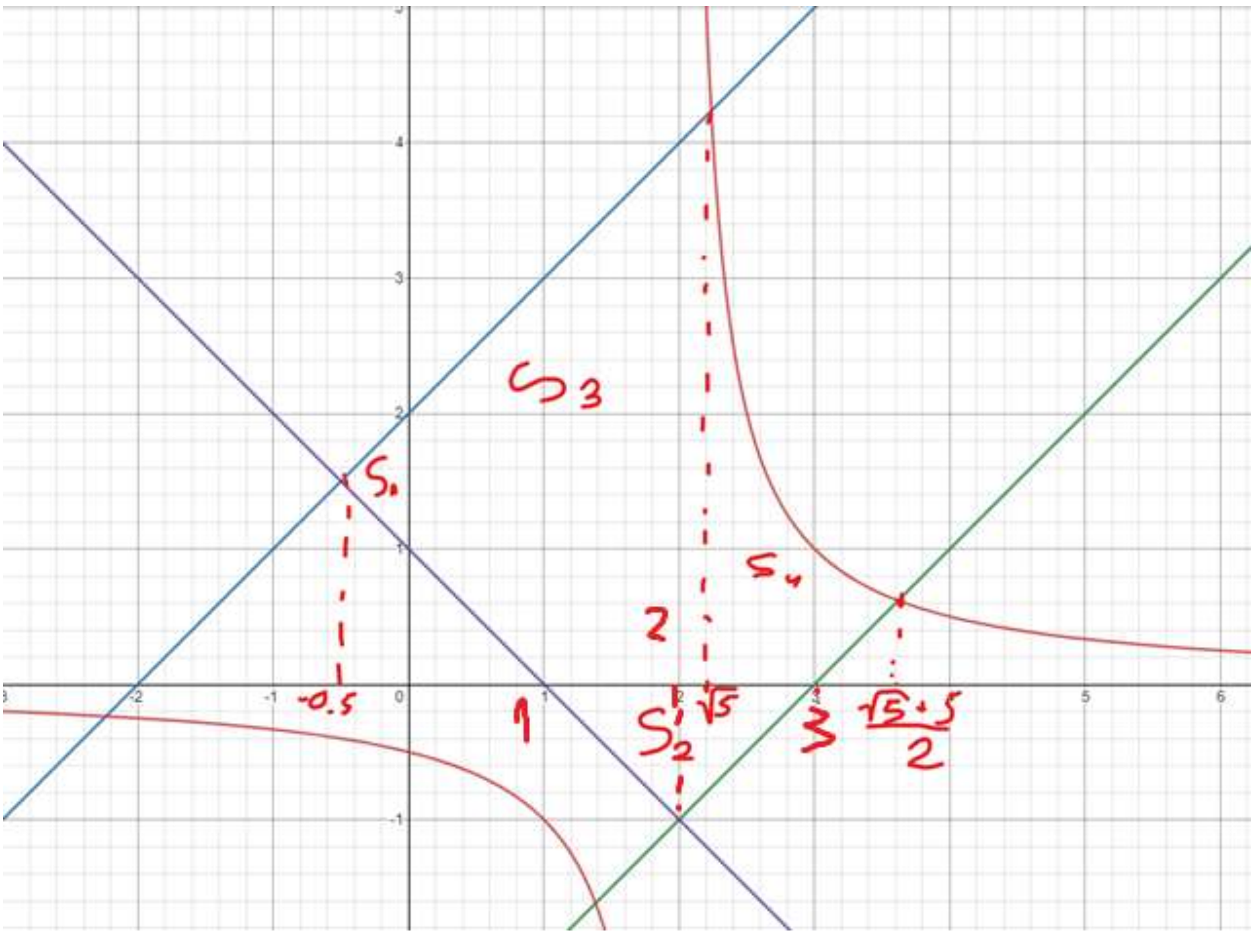
$y_3 = \frac{1}{x-2}$

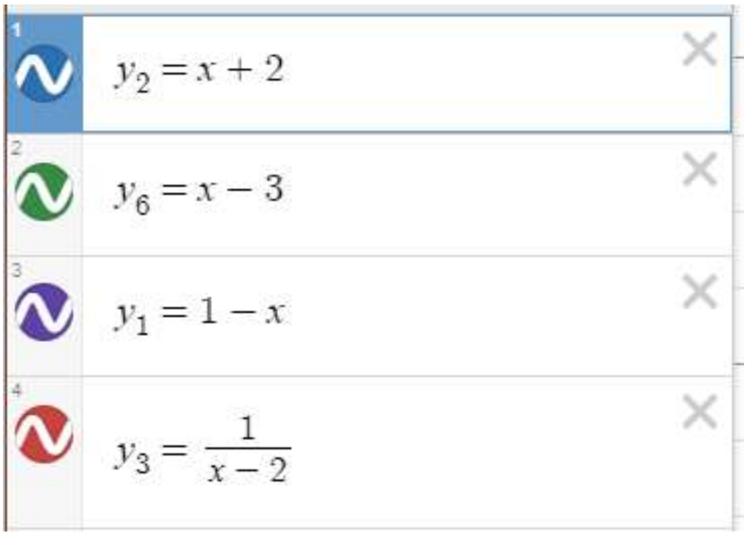
$y_4 = -x^2 + 5x - 1$

$y_5 = 4 - x$

$y_6 = x - 3$







Найдет пределы интегрирования

Точка пересечения y1 и y2…

$1 - x = x + 2$

$2x = -1$

$x = -0.5$

Точка пересечения y1 и y6…

$1 - x = x - 3$

$2x = 4$

$x = 2$

Точка пересечения y2 и y3…

$\frac{1}{x-2} = x + 2$

$1 = (x-2)(x+2)$

$1 = x^2 - 4$

$x^2 = 5$

$x = \pm\sqrt{5}$

Но нам нужен только $+\sqrt{5}$

Точка пересечения y3 и y6…

$x - 3 = \frac{1}{x-2}$

$(x-3)(x-2) = 1$

$x^2 - 2x - 3x + 6 = 1$

$x^2 - 5x + 5 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 * 1 * 5 = 5$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

Но нам нужен только $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

$$S = S1 + S2 + S3 + S4$$

$$\boldsymbol{S1} = \int_{-0.5}^{0} (x + 2 - (1 - x))dx = \int_{-0.5}^{0} (2x + 1)dx = \left(\frac{2x^2}{2} + x\right)\Big|_{-0.5}^{0}$$
$$= -\left(\frac{2 * (0.5)^2}{2} - 0.5\right) = \mathbf{0.25} \text{ ед}^{\mathbf{2}}$$

Далее, вычислим S2. Заметим, что эту область можно разбить на две равные, поэтому найдем только половину площади, а потом умножим её на два. Прямая y1 пересекает ось Ox в точке (1;0), а также пересекает прямую y6 в точке (2;-1)

$$\frac{S2}{2} = -\int_{1}^{2} (1 - x)dx = -\left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{1}^{2} = -\left(\left(2 - \frac{4}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right)$$
$$= 0.5 \text{ ед}^2$$

Также вычислим другую половину

$$\frac{S2}{2} = -\int_{2}^{3} (x - 3)dx = -\left(\frac{x^2}{2} - 3x\right)\Big|_{2}^{3}$$
$$= -\left(\left(\frac{3^2}{2} - 3 * 3\right) - \left(\frac{2^2}{2} - 3 * 2\right)\right) = 0.5 \text{ ед}^2$$

При сложении двух долей получаем, что **S2 = 1 ед^2**

При вычислении площади S3 нужно отнять площадь под прямой у = 1 - х

$$\boldsymbol{S3} = \int_0^{\sqrt{5}} (x+2)dx - \int_0^1 (1-x)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_0^{\sqrt{5}} - \left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{5}{2} + 2\sqrt{5}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \mathbf{2 + 2\sqrt{5}\ \text{ед}^2}$$

При вычислении площади S4 также нужно отнять площадь, но уже под прямой у=х-3

$$\boldsymbol{S4} = \int_{\sqrt{5}}^{\frac{\sqrt{5}+5}{2}} \left(\frac{1}{x-2}\right) d(x-2) - \int_{3}^{\frac{\sqrt{5}+5}{2}} (x-3)dx$$

$$= (\ln(|\mathrm{x}-2|))\Bigg|_{\sqrt{5}}^{\frac{\sqrt{5}+5}{2}} - \left(\frac{x^2}{2} - 3x\right)\Bigg|_{3}^{\frac{\sqrt{5}+5}{2}}$$

$$= \ln\left|\frac{\sqrt{5}+5}{2} - 2\right| - \ln|\sqrt{5} - 2|$$

$$- \left(\frac{\left(\frac{\sqrt{5}+5}{2}\right)^2}{2} - 3 * \frac{\sqrt{5}+5}{2} - \frac{3^2}{2} + 3 * 3\right)$$

$$= \ln\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{3-\sqrt{5}}{4}\ \text{ед}^2$$

Подставим все вычисленные площади в исходное выражение

$$\boldsymbol{S} = S1 + S2 + S3 + S4 = 0.25 + 1 + 2 + \mathbf{2\sqrt{5}} + \ln\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{3-\sqrt{5}}{4} = \mathbf{3.25 + 2\sqrt{5} + \ln\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{3-\sqrt{5}}{4}}\ \text{ед}^2$$