

Федеральное агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и
Информатики
СибГУТИ
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 6.
Методы интегрирования

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-014
Обухов Артём Игоревич
Преподаватель: Терещенко Анастасия Фёдоровна

Вариант 22

Вычислите интеграл $\int \frac{e^{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

В процессе вычисления вы последовательно используете ровно две формулы из таблицы интегралов*

В ответ запишите их номера в порядке использования в решении, через запятую.

Ответ:

Вычислить, используя приём интегрирования по частям, интеграл $\int \cos(\ln(5x)) dx$.

В ответ запишите сколько раз вам пришлось применить приём интегрирования по частям в процессе решения (число).

Ответ:

Используя рационализирующую тригонометрическую подстановку, взять интеграл $\int \frac{(\sqrt{4x-x^2} + x - 2)dx}{x-2}$.

В ответ записать номер формулы в таблице интегралов*, к которой сводится интеграл в процессе решения. Если формул несколько, выберите самую "дальнюю".

Ответ:

$$1. \int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx = \left| \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x) \right| = \int e^{\arcsin x} d \arcsin x = | \arcsin x = t | = \int e^t dt =$$

$$| \text{Формула №3} | = e^t + C = | \text{Вернемся к замене} | = e^{\arcsin x} + C$$

$$2. \int \cos \ln(5x) dx = \left| \begin{array}{l} \text{Сделаем замену} \\ t = \ln 5x \\ e^t = 5x \\ x = \frac{e^t}{5} \\ dx = d\left(\frac{e^t}{5}\right) = \frac{1}{5} e^t dt \end{array} \right| = \frac{1}{5} \int \cos t * e^t dt =$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Применим формулу интегрирования по частям} \\ dv = e^t dt \\ u = \cos t \\ v = \int e^t dt = e^t \\ du = d(\cos t) = -\sin t dt \end{array} \right| = uv - \int v du = \frac{1}{5} (\cos t * e^t +$$

$$\int e^t \sin t dt) = \left| \begin{array}{l} \text{Применим формулу интегрирования по частям} \\ dv = e^t dt \\ u = \sin t \\ v = \int e^t dt = e^t \\ du = d(\sin t) = \cos t dt \end{array} \right| = \frac{1}{5} (\cos t e^t + \sin t *$$

$$e^t - \int e^t \cos t dt) = | \text{Интеграл является циклическим} |$$

$$= \frac{1}{5} * \frac{\cos t e^t + \sin t e^t}{2} = | \text{Вернемся к замене} | = \frac{1}{5} * \frac{\cos \ln 5x e^{\ln 5x} + \sin \ln 5x e^{\ln 5x}}{2} + C$$

$$\begin{aligned}
3. \quad & \int \frac{\sqrt{4x-x^2}+x-2}{x-2} dx = \int \frac{\sqrt{4x-x^2}}{x-2} dx + x = |4x - x^2 = 4 - (4 - 4x + x^2) = 4 - (x-2)^2| = \\
& \int \frac{\sqrt{4-(x-2)^2}}{x-2} dx + x = \left| \begin{array}{l} x-2 = a \\ dx = d(a+2) = da \end{array} \right| = \int \frac{\sqrt{4-a^2}}{a} da + x = |a = 2 \sin b| = \\
& \int \frac{\sqrt{4-4 \sin^2 b}}{2 \sin b} d \sin b + x = \int \frac{\sqrt{1-\sin^2 b}}{\sin b} d \sin b + x = \int \frac{\cos b}{\sin b} \cos b db + x = \int \frac{(\cos b)^2}{\sin b} db + \\
& x = \int \frac{1-(\sin b)^2}{\sin b} db + x = \int \frac{1}{\sin b} db - \int \sin b db + x = \left| \begin{array}{l} \tan \frac{b}{2} = c \\ \sin b = \frac{2c}{1+c^2} \\ db = \frac{2dc}{1+c^2} \end{array} \right| = \int \frac{1+c^2}{2c} * \\
& \frac{2}{1+c^2} dc + \cos b + x = \int \frac{1}{c} dc + \cos b + x = \ln|c| + \cos b + x = \\
& |\text{Вернемся к замене}| = \ln \left| \tan \frac{b}{2} \right| + \cos b + x + C = \left| \begin{array}{l} x-2 = 2 \sin b \\ b = \arcsin \frac{x-2}{2} \end{array} \right| = \\
& \ln \left| \tan \frac{\arcsin \frac{x-2}{2}}{2} \right| + \cos \arcsin \frac{x-2}{2} + x + C
\end{aligned}$$