



HP Prime
AP Statistics –
Sommer-Fortbildung
Unterlagen von GT Springer





















Inhaltsverzeichnis


Kennenlernen des HP Prime	3-6
Frauen in der Informatik	7-10
Anscombe-Quartett	11-15
Zigarettenraucher in den USA	16-23
Die Ebola-Epidemie in Westafrika	24-30
Verteilungen und Stichproben	31-39
Diskrete Zufallsvariablen und deren Verteilungen	40-44
Die Normalverteilung	45-52
Konfidenzintervalle	53-59
Signifikanztest	60-62
Verteilungen von kategorialen Daten	63-66

Kennenlernen des HP Prime

Der HP Prime ist ein Taschenrechner mit einem berührungsempfindlichen Farbdisplay und Multi-Touch-Funktionalität, der ein Computeralgebrasystem (CAS) und eine Erweiterte Grafiken-App umfasst, mit der Sie jede Relation zwischen zwei Variablen grafisch darstellen können (z. B. $\sin(xy) = \cos(xy)$). Darüber hinaus gibt es drei Apps für statistische Probleme (Statistiken 1 Var, Statistiken 2 Var und Inferenz). In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie Sie den HP Prime bedienen. Darüber hinaus wird die App-Struktur des Prime vorgestellt.

In diesem Dokument werden die folgenden Konventionen verwendet:




- Tasten, die eine Hauptfunktion aufrufen, werden durch eine Abbildung der Taste dargestellt: , ,  usw.
- Eine Tastenkombination, die eine Alternativfunktion aufruft (oder ein Zeichen einfügt), wird durch die entsprechende Umschalttaste ( oder ) gefolgt von der Taste für die entsprechende Funktion/das entsprechende Zeichen dargestellt.
 -   gibt die natürliche Exponentialfunktion ein und   fügt den Buchstaben F ein.
- Auch der Name der Alternativfunktion wird gegebenenfalls in Klammern nach der Tastenkombination angegeben:
 -   (Clear),   (Plot Setup)
- Eine Taste, die zum Einfügen einer Zahl dient, wird durch die betreffende Zahl dargestellt:
 - 5, 7, 8 usw.
- Alle unveränderlichen Display-Anzeigen, z. B. Bildschirm- und Feldnamen, werden fettgedruckt dargestellt:
 - **CAS-Einstellungen**, **X-Schrittweite**, **Dezimaltrenner** usw.
- Menüoptionen, die durch Tippen auf das Display ausgewählt werden, werden durch ein Bild der Option dargestellt:
 - , ,  usw.
- Cursortasten werden durch , ,  und  dargestellt. Mit diesen Tasten bewegen Sie sich auf einem Bildschirm von Feld zu Feld oder in einer Optionsliste von einer Option zur anderen.







HINWEIS: Sie müssen eine Menüoption mit dem Finger auswählen oder zur gewünschten Auswahl navigieren und  drücken.







Die ON-OFF-Taste befindet sich unten links auf dem Tastenfeld. Beim ersten Einschalten eines neuen HP Prime wird ein Begrüßungsbildschirm angezeigt, in dem der Benutzer aufgefordert wird, eine Sprache und einige Ersteinrichtungsoptionen auszuwählen. Die meisten Benutzer können ohne Weiteres die Standardeinstellungen übernehmen.

Die Bildschirmhelligkeit kann durch Drücken und Halten von  und  erhöht bzw. durch Drücken und Halten von  und  verringert werden.








Nehmen Sie sich eine Minute Zeit, um das Layout des Tastenfelds zu betrachten. Die obere Tastengruppe mit dem schwarzen Hintergrund dient hauptsächlich zur Navigation von einer Umgebung zur anderen.

Wenn Sie  drücken, wird die Startansicht für Berechnungen angezeigt. Wenn Sie  drücken, wird eine ähnliche Umgebung für symbolische oder exakte Berechnungen angezeigt. Durch Drücken von  wird ein Menü angezeigt, in dem Sie eine der Anwendungen im HP Prime auswählen können, z. B.

Statistiken 1 Var, **Inferenz** oder **Funktion**. Die untere Tastengruppe dient hauptsächlich zum Eingeben oder Bearbeiten von mathematischen Ausdrücken. Außerdem gibt es Umgebungen zum Eingeben von Listen,  , Matrizen,  , und Benutzerprogrammen,  .

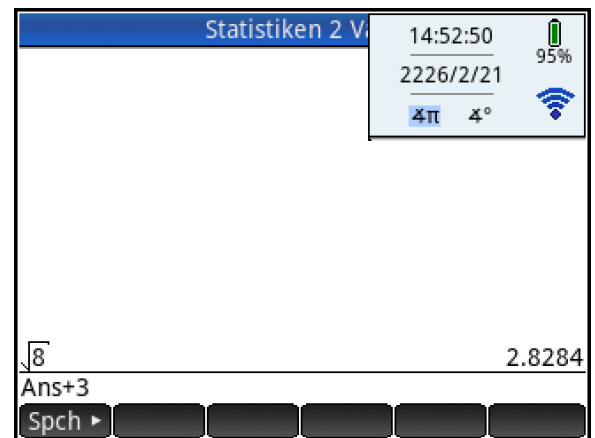
Dabei wurde besonders auf die Position bestimmter Tasten geachtet. Die Zahl π ist beispielsweise über   erreichbar. Die Listenbegrenzer, {}, werden direkt rechts neben der LISTEN-Taste   angezeigt. Die Matrixbegrenzer, [], werden direkt rechts neben der MATRIX-Taste   angezeigt.


Sie haben in der CAS-Ansicht und in der Startansicht folgende Möglichkeiten:





- Durch Tippen auf ein Element, können Sie es auszuwählen; tippen Sie zweimal darauf, um es in dem Befehlszeileneditor zu kopieren.
- Durch Tippen und Ziehen nach oben oder unten können Sie durch den Berechnungsverlauf scrollen.
- Durch Drücken von  können Sie einen vorherigen Eintrag oder ein Ergebnis aus einer anderen Ansicht abrufen.
- Durch Drücken der Toolbox-Taste () können Sie die Math- und CAS-Menüs sowie den Katalog anzeigen.
- Durch Drücken von  können Sie ein Menü mit benutzerfreundlichen Vorlagen öffnen.
- Durch Drücken von  können Sie diese Menüs verlassen, ohne eine Auswahl vorzunehmen.
- Sie können auf die Menüschaftflächen ,  und  tippen.

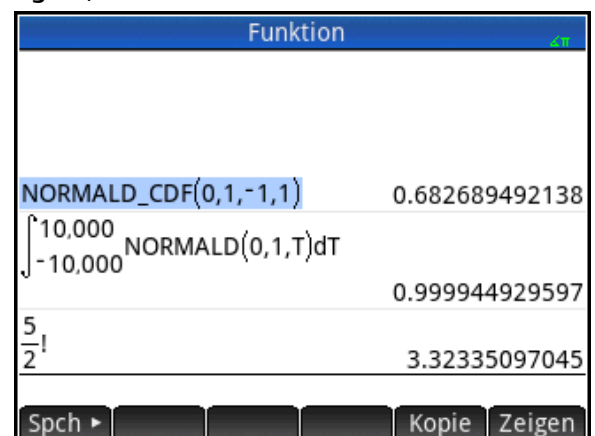
Startansicht

Schalten Sie Ihren HP Prime ein und betrachten Sie die verschiedenen Bildschirmbereiche der **Startansicht**. Das Band am oberen Rand wird Titelleiste genannt. Darin wird die Umgebung angezeigt, in der Sie sich derzeit befinden (z. B. **FUNKTION** oder **FUNKTION SYMBOLISCHE ANSICHT**). Wenn Sie eine Shift-Taste drücken, wird im linken Bereich der Titelleiste ein Indikator angezeigt. Im rechten Bereich werden eine Batteriezustandsanzeige, eine Uhr und der aktuelle Winkelmodus angezeigt. Sie können auf diesen Schnelleinstellungsbereich oben rechts klicken, um einen Kalender anzuzeigen (durch Tippen auf Datum und Uhrzeit), um eine Verbindung zu einem WLAN-Schulnetzwerk herzustellen (durch Tippen auf das WLAN-Symbol) oder um den Winkelmodus zu ändern (durch Tippen auf die Winkelmodusanzeige).



Der mittlere Bereich der Startansicht enthält einen Verlauf der bisherigen Berechnungen. Sie können mit den Cursortasten durch den Verlauf navigieren bzw. mit Ihrem Finger eine Auswahl vornehmen (durch Tippen) oder scrollen (durch Wischen). Direkt unter dem Verlauf befindet sich die Bearbeitungszeile. Dort können Sie mathematische Ausdrücke eingeben, die numerisch ausgewertet werden sollen. Am unteren Rand befinden sich Menüschaftflächen, z. B.  in der Ansicht **START**. Diese Menüschaftflächen sind kontextsensitiv. Die jeweilige Beschriftung und Funktion hängt von der Umgebung ab, in der Sie sich befinden.

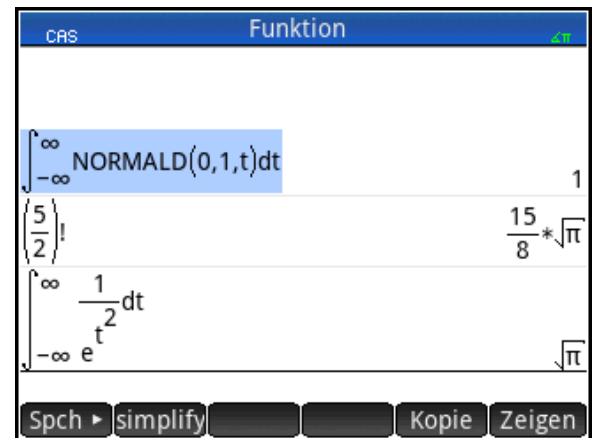
In der Startansicht können Sie numerische Berechnungen durchführen. Drücken Sie , um die Startansicht zu öffnen, wenn Sie sich nicht bereits dort befinden. Drücken Sie , um das Toolbox-Menü zu öffnen, und tippen Sie auf . Tippen Sie im Math-Menü auf **Wahrscheinlichkeit, Kumulativ** und wählen Sie **Normal** aus. Die Funktion `NORMAL_CDF()` wird in die Befehlszeile eingefügt. Geben Sie in den Klammern 0, 1, -1, 1 ein (siehe Abbildung rechts). Drücken Sie , um das Ergebnis anzuzeigen. In der Abbildung werden auch einige andere Berechnungen angezeigt.



In allen Fällen sind die Ergebnisse eine reelle Zahl. In der Startansicht sind alle Ergebniswerte reelle oder komplexe Zahlen oder eine Matrix, Liste usw. mit reellen und/oder komplexen Zahlen. Sie können im Verlauf auf eine vorherige Eingabe oder auf ein Ergebnis klicken, um den Eintrag auszuwählen. Daraufhin werden zwei zusätzliche Menüs Schaltflächen angezeigt: **Kopie** und **Zeigen**. Über die erste Schaltfläche wird die Auswahl an der Cursorposition in die Befehlszeile kopiert, über die zweite wird die Auswahl im Vollbildmodus im Lehrbuchformat angezeigt.

CAS-Ansicht

Demgegenüber ist die CAS-Ansicht für symbolische oder exakte numerische Ergebnisse vorgesehen. Drücken Sie **CAS Settings**, um die CAS-Ansicht zu öffnen. Lassen Sie uns die erste Integralberechnung wiederholen. Drücken Sie **Units** und wählen Sie zuerst die Integralvorlage aus. Geben Sie für die Untergrenze $-\infty$ ein. Drücken Sie **Shift** **9**, um das Symbol für unendlich zu finden. Geben Sie ∞ für die Obergrenze ein. Drücken Sie **Units**, um den Integranden einzugeben, und tippen Sie auf **Math**. Tippen Sie im Math-Menü auf **Wahrscheinlichkeit**, **Dichte** und wählen Sie **Normal** aus.



Vervollständigen Sie den Befehl wie gezeigt und drücken Sie **Enter**. Wie in der Abbildung ersichtlich ist das Ergebnis ein exakter numerischer Wert. Ebenso ergeben $\frac{5}{2}!$ und $\int_{-\infty}^{\frac{5}{2}} \frac{1}{e^{t^2}} dt$ exakt denselben Wert.

Kopieren und Einfügen

Wie bereits erwähnt können Sie die Auswahl im Verlauf der CAS- und Startansicht über **Kopie** in die Befehlszeile kopieren. Darüber hinaus können Sie die Auswahl mit **Shift** **Menu Paste** (Copy) und **Shift** **Menu Paste** (Paste) in die Prime-Zwischenablage kopieren bzw. aus der Zwischenablage an der Cursorposition einfügen. Diese Funktionalität bietet die Möglichkeit, Einträge in einer Umgebung zu kopieren und an einer beliebigen anderen Stelle im HP Prime einzufügen. Bei Daten können Sie auch auf einen Wert tippen und durch Halten und Ziehen des Fingers einen rechteckigen Wertebereich auswählen, kopieren und an einer anderen Stelle einfügen. Der virtuelle HP Prime-Taschenrechner bietet außerdem die Möglichkeit, einen Zellenbereich in einem Arbeitsblatt auf Ihrem PC zu kopieren und die numerischen Daten an einer beliebigen Stelle im virtuellen Prime-Taschenrechner einzufügen. Sie können die Daten dann an einen anderen HP Prime senden.

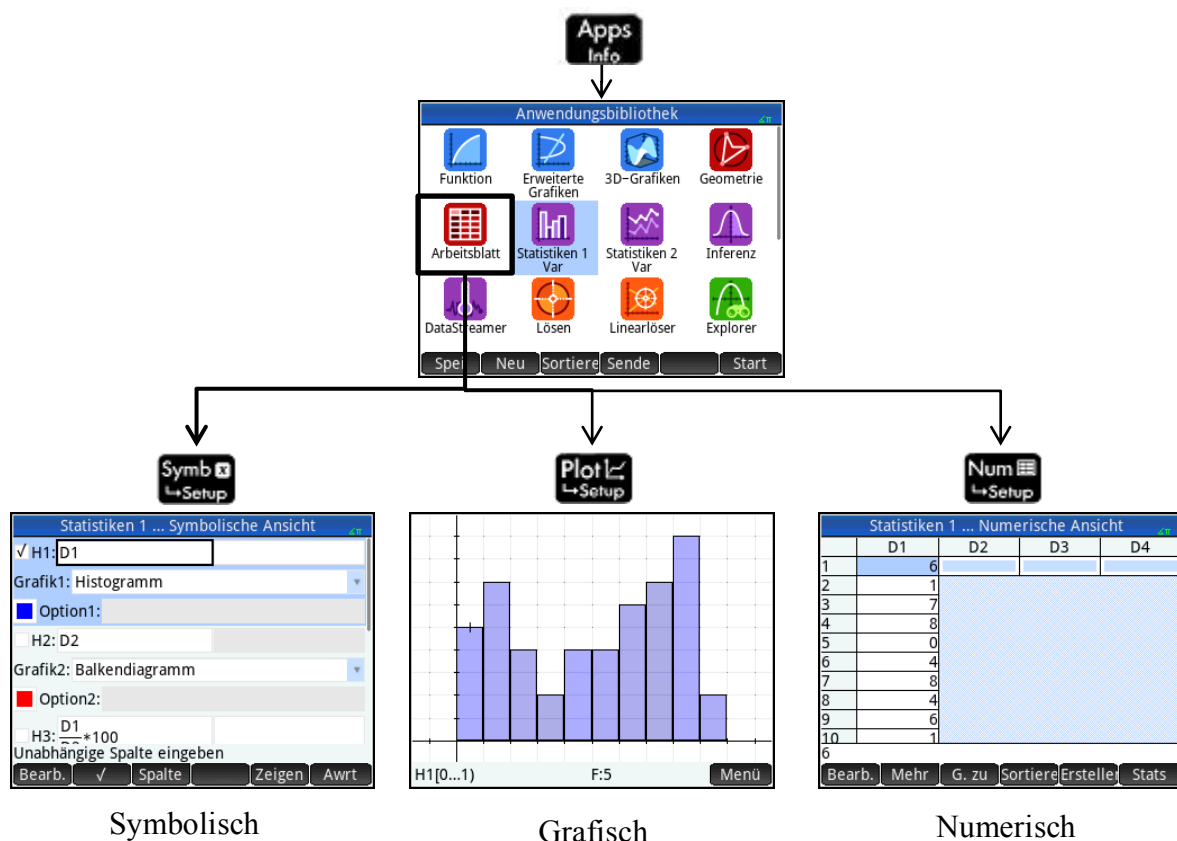
Löschen und Leeren

In der CAS- und Startansicht können Sie einen Eintrag im Verlauf auswählen und **Del** drücken, um ihn zu löschen. Drücken Sie **Shift** **Esc** (Clear), um den gesamten Verlauf zu löschen. In einer Ansicht (symbolische Ansicht, Grafikeinstellungen usw.) werden mit **Shift** **Esc** (Clear) alle Einstellungen in der aktuellen Seite der Ansicht auf die jeweiligen werkseitigen Standardeinstellungen zurückgesetzt (gelöscht).

HP Prime-Apps und deren Ansichten

Im Lieferumfang des HP Prime-Grafiktaschenrechners sind mehrere Standard-Apps enthalten. Jede App ermöglicht die Untersuchung eines Teilgebiets der Mathematik oder die Lösung von speziellen Problemen. Jede Prime-App umfasst mindestens eine Ansicht. Eine App verfügt im Allgemeinen über eine symbolische Ansicht, eine grafische Ansicht und eine numerische Ansicht. Alle Apps weisen so gesehen eine gemeinsame Struktur auf, sodass die Verwendung der Apps einfacher zu erlernen ist. Das Schema der Prime-Apps ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

HP Apps und ihre Ansichten



Drücken Sie **Apps Info**, um die App-Bibliothek zu öffnen. Tippen Sie auf eine App, um sie zu starten, oder navigieren Sie mit dem Cursor-Pad durch die Bibliothek und tippen Sie auf **Start**, um die App zu starten.

Geben Sie die Arbeitsdaten für die App ein. Sie können jederzeit zu einer gespeicherten App zurückkehren und die App sogar an Arbeitskollegen senden! Sie können eine App mit einem leicht zu merkenden Namen speichern. Setzen Sie dann die ursprüngliche App zurück, damit Sie sie für andere Berechnungen verwenden können. HP Apps verfügen über App-Funktionen und App-Variablen, die Sie in der App, in der CAS-Ansicht, in der Startansicht oder in Programmen verwenden können.

Frauen in der Informatik

Es gibt Bedenken, dass Frauen im High-Tech-Feld der Computerprogrammierung unterrepräsentiert sind. In dieser Übung untersuchen wir den Prozentsatz der Bachelor- und Master-Abschlüsse in Informatik, die Frauen in verschiedenen Ländern verliehen wurden.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 1 Var-App;
Berechnung der Gesamtstatistik für Datenmengen mit 1 Variablen

AP Statistics-Inhalt:

Erstellen und Interpretieren der grafischen Darstellungen univariater Daten (Stamm-Blatt-Diagramme, Histogramme); Wahrscheinlichkeitsverteilungen von univariaten Daten; Verwendung von Kastengrafiken

Die Tabelle rechts zeigt den Prozentsatz der Abschlüsse in Informatik, die Frauen in 22 Ländern im Jahr 2011 verliehen wurden.

1. Drücken Sie **Apps Info**, wählen Sie **Statistiken 1 Var** aus und geben Sie die Daten in der numerischen Ansicht manuell in die Liste D1 ein. Sie können die *WomenInCSDe*-App auch von Ihrem Kursleiter anfordern.
2. Tippen Sie auf **Sortiere** und dann auf **OK**, um die Daten in aufsteigender Reihenfolge zu sortieren. Verringern Sie dann die Schriftgröße, indem Sie die Finger zusammenziehen. Die Datenmenge umfasst 22 Werte. Wie sieht die 5-zahlige Übersicht der Datenmenge aus?

Minimum= _____

Q1= _____





Median= _____

Q3= _____

Maximum= _____

IT-Abschlüsse von Frauen im Jahr 2011			
Land	Prozent	Land	Prozent
Österreich	15.7	Israel	26.1
Belgien	9.8	Italien	25.5
Tschechische Republik	12.2	Niederlande	12.8
Dänemark	26.8	Norwegen	13.2
Estland	23.1	Polen	15.6
Finnland	23.9	Portugal	22.4
Frankreich	16.6	Spanien	17.0
Deutschland	16.7	Schweden	29.4
Ungarn	17.2	Schweiz	8.6
Island	13.1	UK	19.0
Irland	42.3	USA	21.1

WomenInCS... Numerische Ansicht				
	D1	D2	D3	D4
1	8.6			
2	9.8			
3	12.2			
4	12.8			
5	13.1			
6	13.2			
7	15.6			
8	15.7			
9	16.6			
10	16.7			
8.6				
Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats				

3. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Richten Sie H1 so ein, dass die Daten von D1 verwendet werden, und erstellen Sie ein Stamm-Blatt-Diagramm (siehe Abbildung rechts). Sie können D1 eingeben oder auf  tippen und **D1** in der Liste auswählen. Tippen Sie auf das Feld **Grafik1**, um es auszuwählen, tippen Sie erneut darauf, um die Liste der Grafikoptionen anzuzeigen, und wählen Sie **Stamm-Blatt** aus. Übernehmen Sie unter „Option1“ die Option **Einzelner Stamm** (bei **Geteilter Stamm** erfolgt eine 5er-Teilung).
4. Drücken Sie , um zur numerischen Ansicht zurückzukehren. Tippen Sie dann auf , um die Gesamtstatistik für H1 anzuzeigen.
5. Stimmt 5-zahlige Übersicht mit den Werten überein, die Sie in 2 ermittelt haben?

WomenInCS... Symbolische Ansicht

✓ H1: D1

Grafik1: Stamm-Blatt

Option1: Einzelner Stamm

H2:

Grafik2: Histogramm

Option2:

H3:

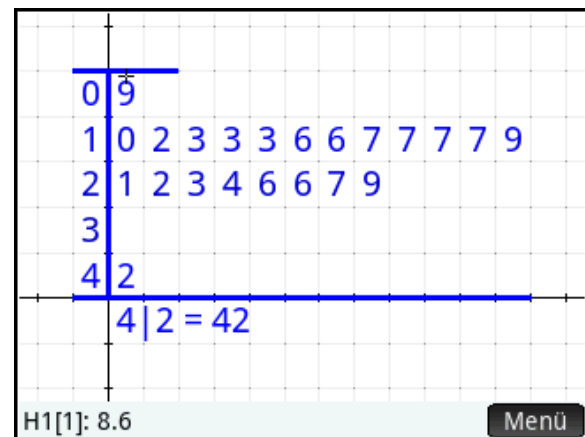
Grafikoption auswählen

Ausw ✓


WomenInCS... Numerische Ansicht



H1	
n	22
Min	8.6
Q1	13.2
Med	17.1
Q3	23.9
Max	42.3
ΣX	428.1
ΣX^2	9,573.81
\bar{x}	19.4591
sX	7.6947
Median	

Mehr OK



6. Der Mittelwert ist etwas größer als der Median. Was bedeutet das für eine mögliche Verzerrung der Daten?

7. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Stamm-Blatt-Diagramm anzuzeigen. Tippen Sie auf einen Datenpunkt oder verwenden Sie das Cursor-Pad, um durch die Datenmenge zu navigieren.
8. Was schließen Sie aus der 5-zahligen Übersicht und dem Stamm-Blatt-Diagramm über den Frauenanteil bei Informatikabschlüssen?

9. Kehren Sie zur symbolischen Ansicht zurück und ändern Sie die Grafik in ein Histogramm.
10. Drücken Sie  , um die Ansicht „Grafikeinstellungen“ zu öffnen. Ändern Sie die Einstellungen wie in der Abbildung rechts.

WomenInCSDe Grafikeinstellung

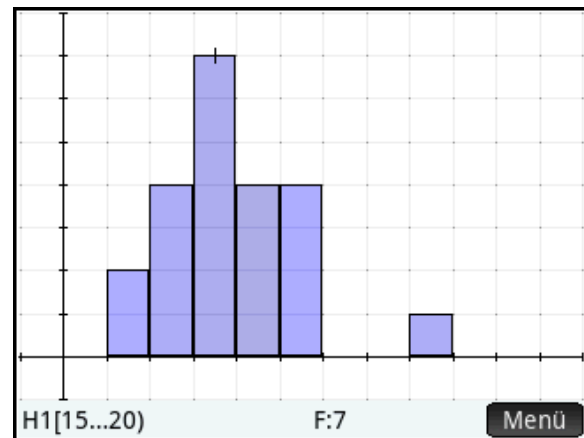
H-Bre...: 5


H-Ber.: -5	60
X-Ber.: -5	60
Y-Ber.: -1	8
X-Tlg: 5	
Y-Tlg: 1	

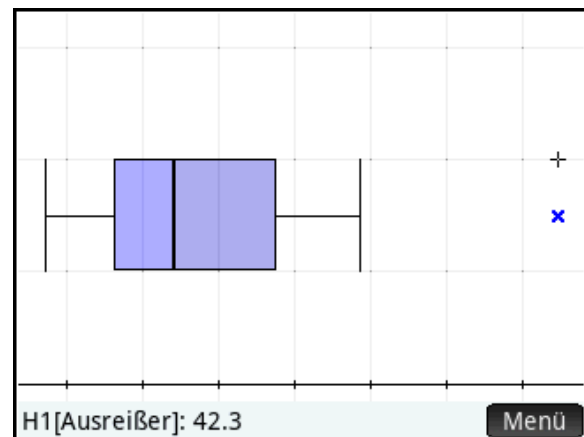
Abstand für vertikalen Teilstrich eingeben

Bearb. Seite 1/3

11. Drücken Sie , um das Histogramm anzuzeigen. Wie würden Sie diese Verteilung beschreiben?



12. Ist das Maximum ein Ausreißer? Kehren Sie zur symbolischen Ansicht zurück und ändern Sie das Feld **Grafik1** in **Kastengrafik**. Wählen Sie im Feld **Option** den Eintrag **Ausreißer anzeigen** aus.
13. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um die Grafik anzuzeigen.
14. Der Datenpunkt von 42.3 für Irland wird als Ausreißer angezeigt. Was können wir von diesem Ausreißer über den Frauenanteil im Informatikbereich lernen?



Antworten

2. Das Minimum ist der erste Datenpunkt (8.6). Q1 ist der 6. Datenpunkt (13.2). Der Median ist 17.1, der Mittelwert des 11. und 12. Datenpunkts. Q3 ist der 17. Datenpunkt (23.9). Das Maximum ist der letzte Datenpunkt (42.3).
5. Ja, die berechnete 5-zahlige Übersicht stimmt mit unseren Antworten aus 2 überein.
6. Die Tatsache, dass der Mittelwert größer ist als der Median, weist auf eine geringfügige positive Verzerrung hin.
8. Da mehr als die Hälfte der Datenpunkte kleiner als 20 % ist, scheint klar zu sein, dass Frauen zumindest in Europa, in UK und in den USA tatsächlich unterrepräsentiert sind.
11. Die Verteilung ist unimodal und ziemlich symmetrisch mit einer möglichen geringfügigen positiven Verzerrung.
14. Die Tatsache, dass in Irland 42.3 % der Informatikabschlüsse an Frauen gehen, weist auf eine Gleichberechtigung der Geschlechter in diesem Bereich hin. Für Indien wurde 2011 ebenfalls ein Frauenanteil von 40 % im Informatikbereich gemeldet.

Die Daten in dieser Übung stammen aus dem *2014 Digest of Education Statistics*, der vom National Center for Educational Statistics entwickelt wurde. Die Quelle der Daten ist die *Online Education-Datenbank* der OECD (Organization for Economic Cooperation and Development). Sie finden die Daten hier:

https://nces.ed.gov/programs/digest/d14/tables/dt14_603.70.asp

Anscombe-Quartett

Das Anscombe-Quartett bezieht sich auf vier Mengen von Datenpunkten, die 1973 von Francis Anscombe konstruiert wurden. In dieser Übung wurden die Daten bereits in eine App namens *AnscombeDe* geladen.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 2 Var-App;
Berechnung der Gesamtstatistik für Datenmengen mit 2 Variablen der Resid()-Befehl

AP Statistics-Inhalt:

Analysieren von Mustern in Streudiagrammen; Korrelation und Linearität; Regressionsgeraden nach der Methode der kleinsten Quadrate; Residuendiagramme, Ausreißer und Einflussfaktoren

Teil 1

1. Drücken Sie **Apps** und scrollen Sie nach unten zur *AnscombeDe*-App. Tippen Sie auf **Start**, um die App zu starten.
2. Drücken Sie **Num**, um die Datenmengen in der numerischen Ansicht anzuzeigen. C1 enthält die gemeinsamen x-Variablendaten für die 1. drei Datenmengen. C2, C3 und C4 enthalten jeweils eine andere y-Variablendatenmenge für die ersten 3 Datenmengen. Die 4. Datenmenge ist in C5 und C6 enthalten.
3. Tippen Sie auf **Stats**. Die Gesamtstatistik wird angezeigt (siehe Abbildung rechts).
4. Tippen Sie auf **X**, um die Gesamtstatistik für die unabhängige Variable anzuzeigen.
5. Tippen Sie auf **Y**, um eine ähnliche Statistik für die abhängige Variable anzuzeigen. Tippen Sie anschließend auf **OK**.

AnscombeDe Numerische Ansicht							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
1	10	8.04	9.14	7.46	8	6.58	
2	8	6.95	8.14	6.77	8	5.76	
3	13	7.58	8.74	12.74	8	7.71	
4	9	8.81	8.77	7.11	8	8.84	
5	11	8.33	9.26	7.81	8	8.47	
6	14	9.96	8.1	8.84	8	7.04	
7	6	7.24	6.13	6.08	8	5.25	
8	4	4.26	3.1	5.39	19	12.5	
9	12	10.84	9.13	8.15	8	5.56	
10	7	4.82	7.26	6.42	8	7.91	
11	5	5.68	4.74	5.73	8	6.89	
12							

Wert oder Ausdruck eingeben


Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats

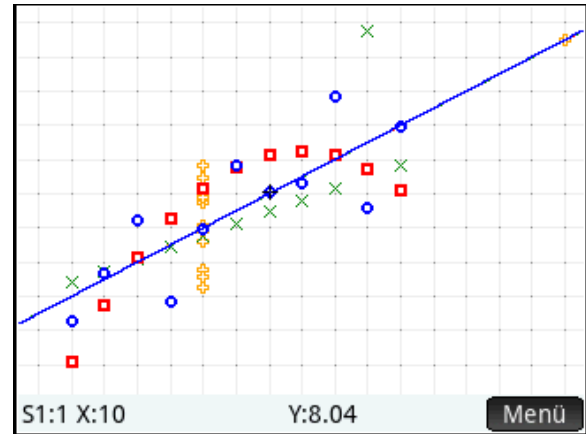
AnscombeDe Numerische Ansicht				
	S1	S2	S3	S4
n	11	11	11	11
r	0.8164	0.8162	0.8163	0.8165
R ²	0.6665	0.6662	0.6663	0.6667
sCOV	5.501	5.5	5.497	5.499
σCOV	5.0009	5	4.9973	4.9991
ΣXY	797.6	797.59	797.47	797.58

Anzahl der Elemente

Mehr Stats• X Y OK

6. Schreiben Sie in ein oder zwei Sätzen auf, was Sie bisher über diese vier Datenmengen feststellen konnten.

7. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus.
8. Das Streudiagramm ist farbcodiert. Wie viele Streudiagramme können Sie unterscheiden?







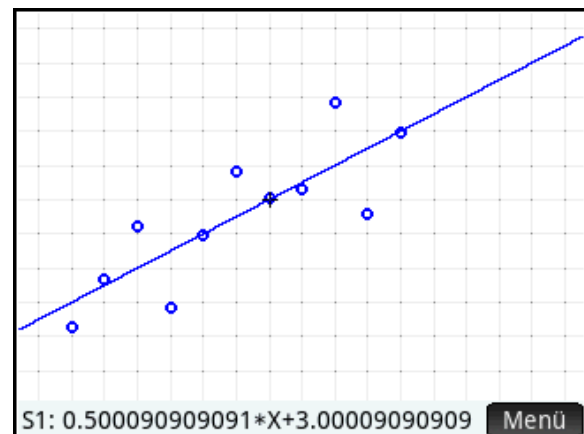
9. Wie viele lineare Regressionen können Sie unterscheiden?

10. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen.


Wie Sie sehen können, verwendet S1 C1 als unabhängige Variable und C2 als abhängige Variable. S2 verwendet ebenfalls C1 als unabhängige Variable und C3 als abhängige Variable. Weiterhin verwendet S3 C1 als unabhängige Variable und C4 als abhängige Variable. Nicht angezeigt wird S4, das C5 und C6 verwendet. Standardmäßig sind alle 4 Analysen aktiviert.



11. Untersuchen Sie die Regressionen der Analysen S1-S4. Warum war in der grafischen Ansicht nur eine Regression sichtbar?


12. Deaktivieren Sie S2, S3 und S4, sodass nur S1 aktiviert bleibt.
13. Drücken Sie , um die grafische Ansicht zu öffnen. Das Streudiagramm und die lineare Regression von S1 werden angezeigt.
14. Drücken Sie , um den Verfolgungscursor vom Streudiagramm zur Regressionsgeraden zu bewegen. Tippen Sie auf , dann auf  und wählen Sie **Definition** aus, um den Ausdruck in X für die lineare Regression anzuzeigen: $S1=0.5*X+3$.




Lassen Sie uns das Residuendiagramm für S1 anzeigen. Um das Residuendiagramm zu erstellen, speichern wir die Residuen in der Liste C7. Anschließend erstellen wir ein Streudiagramm mit C1 und C7.

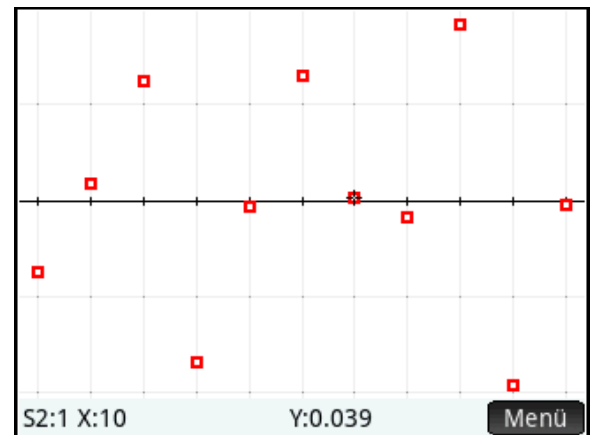
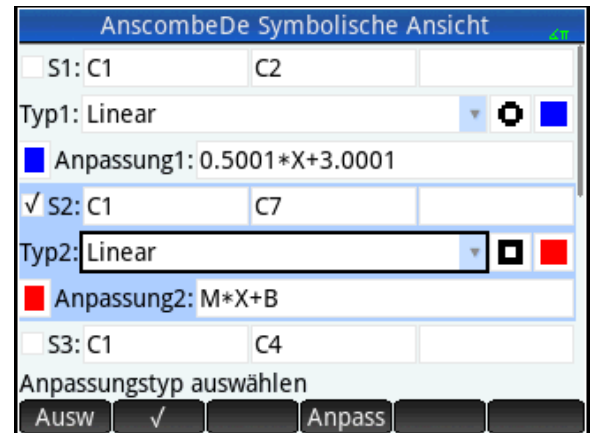
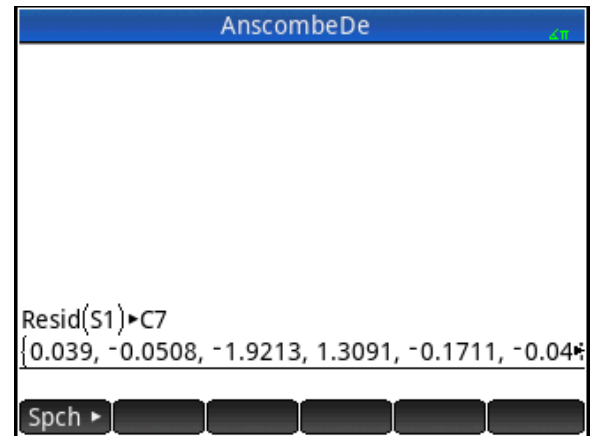
15. Drücken Sie , um die Startansicht zu öffnen, und geben Sie Resid(S1)►C7 ein.

Drücken Sie , um den Resid-Befehl zu finden. Tippen Sie dann auf , **AnscombeDe** und wählen Sie **Resid** aus.

16. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Ändern Sie S2 so, dass C1 und C7 verwendet werden (siehe Abbildung rechts).

17. Drücken Sie , und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus. Können Sie ein Muster im Residuendiagramm erkennen?

18. Erscheint ein lineares Modell für die erste Datenmenge geeignet zu sein?



Teil 2

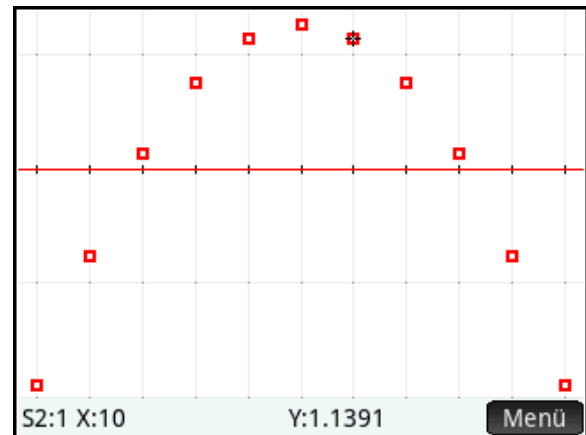
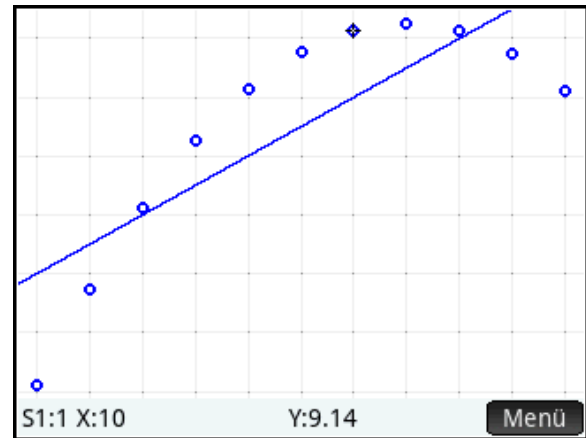
Wiederholen Sie die obigen Schritte mit der zweiten Datenmenge. Das heißt, richten Sie S1 so ein, dass die Listen C1 und C3 zum Erstellen eines Streudiagramms verwendet werden. Speichern Sie dann die Residuen für S1 in C7 und erstellen Sie mit den Listen C1 und C7 ein Residuendiagramm in S2.

19. Erkennen Sie ein Muster im Streudiagramm der Daten oder Residuen?

20. Ist ein lineares Modell für die zweite Datenmenge geeignet?

21. Untersuchen Sie die dritte Datenmenge genauso wie die erste und zweite Datenmenge. Zeichnen Sie Ihre Schlussfolgerungen unten auf.

22. Untersuchen Sie die vierte Datenmenge und zeichnen Sie Ihre Schlussfolgerungen unten auf.



Antworten

6. Die vier Datenmengen weisen eine auffallend ähnliche Gesamtstatistik auf. Beachten Sie insbesondere, dass der Korrelationskoeffizient bei 0.82 liegt.

8. Die vier Streudiagramme sind leicht erkennbar: eines ist blau, eines rot, eines grün und eines violett.

9. Es ist nur eine Regression, eine blaue Gerade, zu sehen.

11. Es ist nur eine Regression sichtbar, weil die vier Regressionsgeraden nahezu identisch sind.

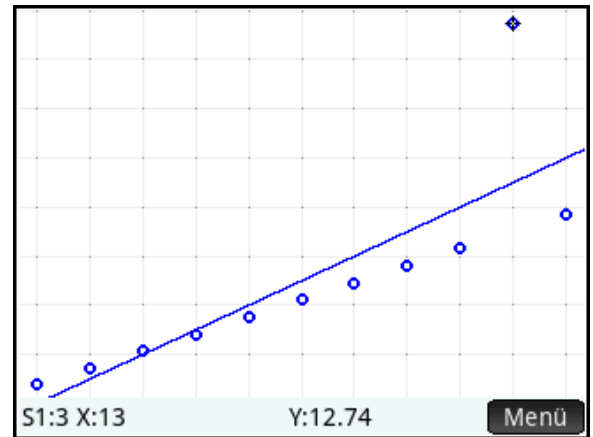
17. Es ist kein Muster für das Residuendiagramm der ersten Datenmenge erkennbar.

18. Ja, ein lineares Modell scheint für die erste Datenmenge geeignet zu sein.

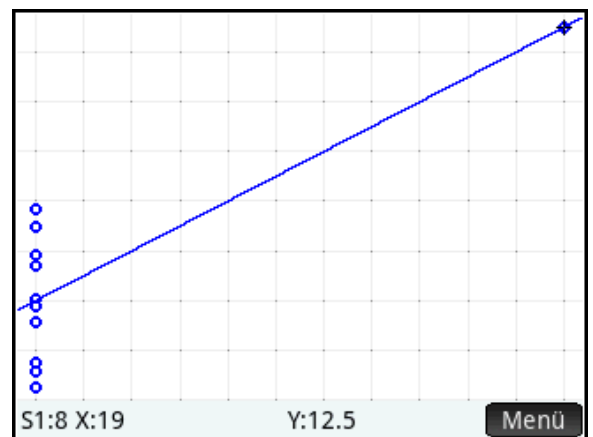
19. Ja, es gibt ein deutlich erkennbares quadratisches Muster im Streudiagramm und im Residuendiagramm für die zweite Datenmenge.

20. Nein, ein lineares Modell ist hier nicht geeignet.

21. Die dritte Datenmenge ist eindeutig linear, wenn auch anders als die Regressionsgerade. Der Einfluss eines Ausreißers wird in dieser Datenmenge verdeutlicht.



22. Die vierte Datenmenge ist überhaupt nicht linear. Diese Datenmenge zeigt, dass ein Ausreißer einen hohen Korrelationswert erzeugen kann, obwohl die Beziehung überhaupt nicht linear ist.



Das Anscombe-Quartett wurde mit dem Ziel entwickelt, zu betonen, wie wichtig eine grafische Betrachtung als erster Schritt jeder Analyse ist! Probieren Sie, mit der ANSCOMBESSR-App für alle vier Datenmengen interaktiv eine Regressionsgerade zu transformieren!

Zigarettenraucher in den USA

In dieser Übung betrachten wir Daten vom Center for Disease Control für die Anzahl der Personen in den USA, die täglich rauchen, und ermitteln die Tendenz dieser Daten. Sie können entweder die *Statistiken 2 Var*-App starten oder die *SmokersDe*-App von Ihrem Kursleiter anfordern.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:


Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 2 Var -App; Vorhersage von y-Werten aus x-Werten mittels einer Regression; Verwendung der Inferenzfunktion der Inferenz-App für Regressionsverfahren

AP Statistics-Inhalt:

Regressionsgeraden nach der Methode der kleinsten Quadrate; Konfidenzintervall für die Steigung einer Regressionsgeraden nach der Methode der kleinsten Quadrate; Signifikanztest für die Steigung einer Regressionsgeraden nach der Methode der kleinsten Quadrate













Teil 1

Die Tabelle rechts zeigt den Prozentsatz der Personen in den USA, die täglich Zigaretten rauchen, für die Jahre 2000 bis 2010.

1. Drücken Sie , um die Anwendungsbibliothek zu öffnen, und wählen Sie die App *Statistiken 2 Var* oder *SmokersDe* aus.
2. Geben Sie die Daten in der numerischen Ansicht in C1 und C2 ein, wenn Sie die Statistiken 2 Var-App verwenden. Wenn Sie die *SmokersDe*-App von Ihrem Kursleiter erhalten haben, wurden die Daten bereits eingegeben. Wenn Sie die Daten manuell eingeben, sollten Sie 0 für 2000, 1 für 2001 usw. eingeben (siehe Abbildung rechts).
3. Wie groß ist die mittlere prozentuale Abnahmerate der täglichen Raucher pro Jahr von 2000 bis 2010? Ist ein lineares Modell geeignet?



Prozentsatz der täglichen Raucher in den USA	
Jahr	% der täglichen Raucher
2000	17.7
2001	17.4
2002	17.8
2003	16.9
2004	15.8
2005	15.3
2006	14.9
2007	14.5
2008	13.4
2009	12.8
2010	12.4

SmokersDe Numerische Ansicht				
	C1	C2	C3	C4
3	2	17.8		
4	3	16.9		
5	4	15.8		
6	5	15.3		
7	6	14.9		
8	7	14.5		
9	8	13.4		
10	9	12.8		
11	10	12.4		
12				
Wert oder Ausdruck eingeben				
<div> <div>Bearb.</div> <div>Mehr</div> <div>G. zu</div> <div>Sortiere</div> <div>Erstelle</div> <div>Stats</div> </div>				

4. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Richten Sie S1 so ein, dass C1 für die unabhängigen Daten und C2 für die abhängigen Daten sowie eine lineare Regression verwendet werden. Sie können auch verschiedene Farben für das Streudiagramm und die Regression verwenden. In der Abbildung rechts wird das Streudiagramm rot und die Regression blau dargestellt. Tippen Sie auf , um den weißen Punkt zu entfernen. Die Regression ist jetzt inaktiv und wird nicht in der grafischen Ansicht angezeigt.
5. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus. Ändern Sie die Ansicht durch Spreizen/Zusammenführen der Finger und Ziehen, bis beide Achsen sichtbar sind.
6. Tippen Sie auf ,  und wählen Sie **Skizzieren...** aus. Skizzieren Sie jetzt mit dem Finger eine lineare Regression. Die Skizze wird durch eine Gerade ersetzt und der zugehörige Ausdruck wird unten links im Display angezeigt. Tippen Sie auf , wenn Sie mit der Regression zufrieden sind. Zeichnen Sie andernfalls eine neue Gerade. Drücken Sie , um die Regression zu übernehmen, und dann erneut auf , um den Skizzenmodus zu verlassen. Zusammen mit dem Streudiagramm werden die skizzierte Regression und die berechnete lineare Regression angezeigt.
7. Tippen Sie auf , Tippen Sie auf  und wählen Sie **Definition** aus. Drücken Sie  und , um beide Ausdrücke anzuzeigen. Die optimale Regression ist $S1 = -0.58 \cdot X - 18.2545$. Deaktivieren Sie die skizzierte Regression in S2.
8. Erläutern Sie, was die Parameter dieser Regressionsgleichung für den Prozentsatz der täglichen Raucher in den USA bedeuten.



SmokersDe Symbolische Ansicht

✓ S1: C1 C2

Typ1: Linear  

Anpassung1: $M \cdot X + B$

S2:

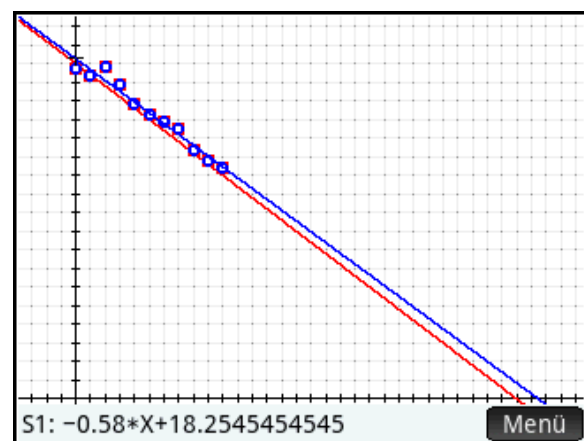
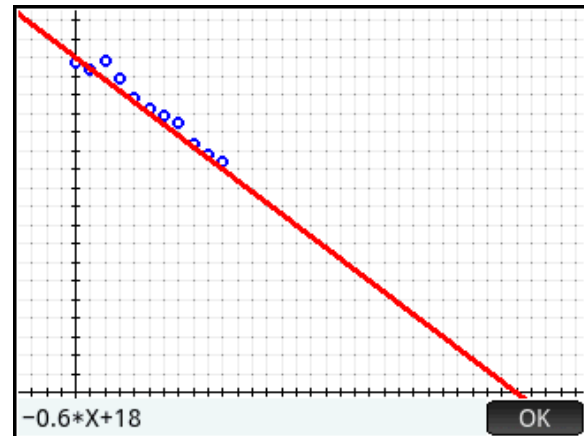
Typ2: Linear  

Anpassung2: $M \cdot X + B$

S3:

Funktion eingeben

Bearb. ✓ X Anpass Zeigen Awrt



9. Der PredX()-Befehl verwendet unsere Regression, um den x-Wert für einen angegebenen y-Wert zu berechnen. Wie Sie in der Abbildung rechts sehen können, ist $\text{PredX}(0)=31.4734$. Erläutern Sie, was das für den Prozentsatz der täglichen Raucher in den USA bedeutet.
-
-

SmokersDe	
PredX(0)	31.4734
PredX(100)	-140.9404
Spch ▶	

10. $\text{PredX}(100) = -140.9404$. Erläutern Sie, was das bedeutet, und drücken Sie die Konfidenz dieser Interpretation aus.
-
-

Teil 2

In diesem Teil der Übung führen wir einen linearen t-Test aus und konstruieren ein 95 %-Konfidenzintervall für die Steigung der Geraden. Lassen Sie uns zuerst annehmen, dass wir einen t-Test für die Steigung bei $\alpha=0.05$ durchführen möchten.

1. Kopieren Sie die Daten in die numerische Ansicht. Halten Sie den Finger dazu auf den ersten Datenpunkt in C1 und ziehen Sie den Finger nach rechts unten bis zum letzten Datenpunkt in C2. Drücken Sie **Shift** **View Copy** (Copy), wenn alle Daten ausgewählt wurden.
2. Wir führen jetzt den linearen t-Test durch. Öffnen Sie die Anwendungsbibliothek und wählen Sie die Inferenz-App aus. Die App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet. Tippen Sie auf das Feld **Methode** und wählen Sie **Regression** aus. Wählen Sie im Feld **Typ** den Eintrag **Linearer t-Test** aus.
3. Die Nullhypothese für den linearen t-Test ist, dass die Steigung der Regressionsgeraden null ist. Da die Daten darauf hinweisen, dass der Prozentsatz der Raucher abnimmt, ist die Alternativhypothese, dass die Steigung der Regressionsgeraden negativ ist. Wählen Sie in der symbolischen Ansicht $\beta_1 < 0$ im Feld **Alt. Hypoth.** aus.
4. Drücken Sie **Num** **Setup**, um die numerische Ansicht zu öffnen, und fügen Sie die Raucherdaten ein, indem Sie **Shift** **Menu Paste** (Paste) drücken. Sie werden gefragt, ob Sie die Daten als Tabellendaten oder Text einfügen möchten. Fügen Sie die Daten als Tabellendaten ein und tippen Sie auf **OK**.
5. Tippen Sie auf **Rechn**, um die Ergebnisse des linearen t-Tests anzuzeigen.
6. Was sagt der p-Wert zur Nullhypothese gegenüber der Alternativhypothese aus?

Inferenz Symbolische Ansicht

Methode: Regression

Typ: Linearer t-Test

Alt. Hypoth.: $\beta_1 < 0$

Alternative Hypothese auswählen

Ausw

Inferenz Numerische Ansicht

	Xlist	Ylist
1	0	17.7
2	1	17.4
3	2	17.8
4	3	16.9
5	4	15.8
6	5	15.3
7	6	14.9
8	7	14.5
9	8	13.4
10	9	12.8










Bearb. Mehr G. zu Import Erstelle Rechn

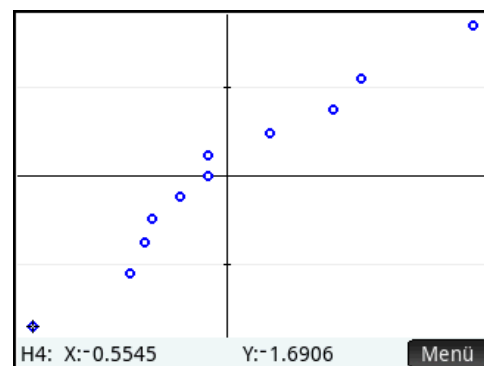
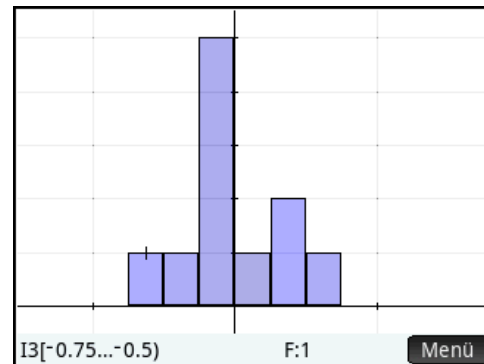
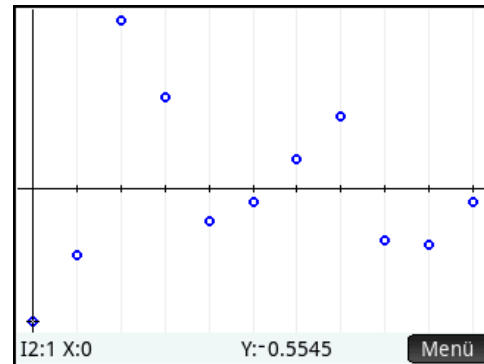
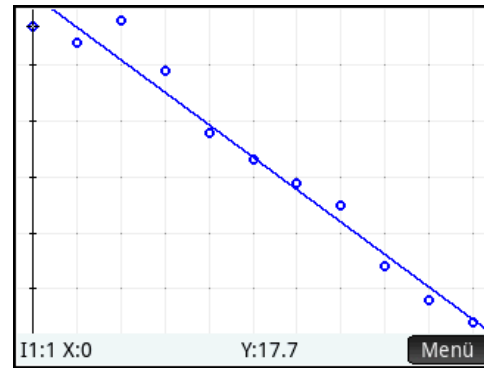
Stats

Test T	-16.2367
P	2.8295E-8
FG	9
b ₀	18.2545
b ₁	-0.58
serrLine	0.3747
serrSlope	0.0357
serrInter	0.2113
r	-0.9834
R ²	0.967

Berechnete Testwahrscheinlichkeit

Mehr OK

7. Tippen Sie auf **OK**, um zur numerischen Ansicht zurückzukehren. Drücken Sie **Plot** , um die grafische Ansicht zu öffnen. Sie sehen das Streudiagramm der Daten sowie die lineare Regression.
8. Drücken Sie ein- oder zweimal , um das Streudiagramm der Residuen anzuzeigen. Das Streudiagramm zeigt kein erkennbares Muster.
9. Beachten Sie, dass kein Residuum einen absoluten Wert größer als 1 aufweist. Für das Histogramm der Residuen ist eine Klassenbreite von 0.25 angemessen. Drücken Sie **Shift** **Plot** , um die Grafikeinstellungen zu öffnen, und ändern Sie **H-Breite** in 0.25. Drücken Sie dann **View** **Copy** , und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus.
10. Drücken Sie erneut , um das Histogramm der Residuen anzuzeigen. Drücken Sie , um zum Streudiagramm der Residuen zurückzukehren.
11. Drücken Sie schließlich erneut , um das Normalwahrscheinlichkeitsdiagramm der Residuen anzuzeigen. Dieses weist keine beunruhigende Abweichung von einer Linearität auf. Drücken Sie erneut , um zum ursprünglichen Streudiagramm der Daten und der Regressionsgeraden zurückzukehren, oder drücken Sie , um zum Histogramm der Residuen zurückzukehren.



12. Kehren Sie zur symbolischen Ansicht zurück, um ein 95 %-Konfidenzintervall für die Steigung zu konstruieren, und ändern Sie das Feld **Typ** in **Intervall: Steigung**.
13. Kehren Sie zur numerischen Ansicht zurück und tippen Sie auf **Rechn**. Sie werden aufgefordert, ein Konfidenzniveau einzugeben. Geben Sie $C=0.95$ ein und tippen Sie auf **OK**.
14. Die Ergebnisseite für das Konfidenzintervall wird angezeigt (siehe Abbildung rechts). Wie groß ist das 95 %-Konfidenzintervall für die Steigung der wahren Regressionsgeraden und was bedeutet dies für die jährliche prozentuale Änderung der täglichen Raucher in den USA?

Ergebnisse	
C	0.95
Krit. T	2.2622
FG	9
b_1	-0.58
serrSlope	0.0357
Mindest...	-0.6608
Maxima...	-0.4992
0.95	
<div> <div></div> <div>Mehr</div> <div></div> <div></div> <div></div> <div>OK</div> </div>	

Antworten

Teil 1

3. Die mittlere jährliche prozentuale Änderungsrate der Raucher in den USA beträgt -0.53 , d. h., die Anzahl der täglichen Raucher in den USA nimmt jedes Jahr um 0.53 % ab.

7. Die Steigung ($m = -0.58$) bedeutet eine jährliche prozentuale Abnahme der täglichen Raucher in den USA von 0.58 %. Der Schnittpunkt ($b = 18.2545$) gibt an, dass im Jahr 2000 18.2545 % der Bevölkerung der USA täglich geraucht haben. Dieser Wert ist ungefähr ein halber Prozentpunkt höher als die Daten anzeigen.

8. $\text{PredX}(0) = 31.4734$ kann so interpretiert werden, dass es im Jahr 2031 in den USA keine täglichen Raucher mehr gibt. Hierbei handelt es sich um eine Extrapolation.

9. $\text{PredX}(100) = -140.9404$ kann so interpretiert werden, dass 1859 jeder in den USA geraucht hat. Dies ist eine extreme Extrapolation und sicherlich keine realistische Schlussfolgerung. Dies ist daraus ersichtlich, dass $Y > 100$ für $X < -141$ gilt. Diese Werte machen im aktuellen Zusammenhang keinen Sinn.

Teil 2

6. Da $p \approx 0.00000003$ ist, d. h. kleiner als 0.05 (unser α -Niveau), können wir die Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese, dass die Steigung der wahren Regressionsgeraden negativ ist, getrost ablehnen.

9. Das 95 %-Konfidenzintervall für die Steigung der wahren linearen Regressionsgeraden ist $(-0.6608, -0.4992)$. Wir können zu 95 % sicher sein, dass die wirkliche prozentuale Abnahme der täglichen Raucher in den USA zwischen 0.4992 % und 0.6608 % liegt.

Hinweise für Lehrer

Im Allgemeinen enthalten die Seiten „Stats“ und „Ergebnisse“ der Inferenz-App (die angezeigt werden, wenn Sie in der numerischen Ansicht auf **Rechn** tippen) die benötigten statistischen Daten, um die Hauptergebnisse

händig zu berechnen. Im linearen t-Test ist der gesuchte t-Wert beispielsweise gegeben durch $t = \frac{\beta_1 - \beta_{null}}{SE_{\beta_1}}$. Die

Ergebnisseite für den linearen t-Test (siehe Abbildung) enthält diese Werte (β_{null} ist bekanntermaßen 0). Abhängig von den Umständen kann Schritt für Schritt vorgegangen werden, um den gesuchten t-Wert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, um die angezeigten Ergebnisse zu bestätigen.

Stats	
Test T	-16.2367
P	2.8295E-8
FG	9
b ₀	18.2545
b ₁	-0.58
serrLine	0.3747
serrSlope	0.0357
serrInter	0.2113
r	-0.9834
R ²	0.967
Berechnete Testwahrscheinlichkeit	
	Mehr

Beachten Sie auch den Standardfehler der Geraden (serrLine). Dies ist die Standardabweichung der

Residuen, $s = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$. Diese kann so interpretiert werden, dass wir bei der Vorhersage der täglichen Raucher im Jahr durchschnittlich um 0.3747 danebenliegen.

Für das Konfidenzintervall der Steigung der Regressionsgeraden wird das eingegebene Konfidenzniveau der Einfachheit halber wiederholt. Danach wird der kritische Wert von t gefolgt von den Freiheitsgraden, der Steigung und dem Standardfehler der Steigung angegeben. Diese Werte reichen aus, um das Konfidenzintervall anhand der Formel $\beta_1 \pm t^* \cdot SE_{\beta_1}$ manuell zu berechnen.

Ergebnisse	
C	0.95
Krit. T	2.2622
FG	9
b ₁	-0.58
serrSlope	0.0357
Mindest...	-0.6608
Maxima...	-0.4992
0.95	
	Mehr

Die Daten in dieser Übung stammen vom Center for Disease Control and Prevention (*BRFSS Prevalence and Trends Data: Tobacco Use – Four Level Smoking Data for 1995-2000*). Sie finden die Daten hier:

<https://data.cdc.gov/Smoking-Tobacco-Use/BRFSS-Prevalence-and-Trends-Data-Tobacco-Use-Four-8zak-ewtm>

Die Ebola-Epidemie in Westafrika

Im März 2014 begann die World Health Organization (WHO) mit der Erfassung von Daten bestätigter Ebola-Fälle und -Toter in Westafrika. In dieser Übung untersuchen wir die Daten und erstellen basierend auf den Daten Modelle.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 2 Var -App; Vorhersage von y-Werten aus x-Werten mittels einer Regression;

AP Statistics-Inhalt:

Analysieren von Mustern in Streudiagrammen; Regressionsgeraden nach der Methode der kleinsten Quadrate; Transformationen zum Erreichen der Linearität











Teil 1

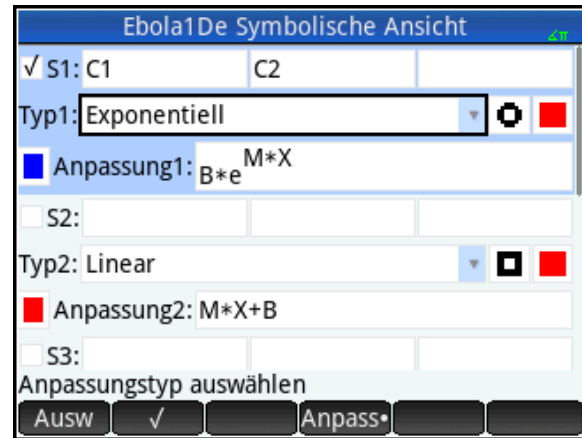
Nachstehend sind die monatlichen Daten für die ersten sechs Monate aufgeführt. Die Daten wurden am oder um den 24. eines Monats erfasst.

1. Geben Sie die Daten in der numerischen Ansicht der *Statistiken 2 Var* ein oder fordern Sie die *Ebola1De*-App von Ihrem Kursleiter an. Wenn Sie die *Ebola1De*-App verwenden, wurden die betreffenden Daten bereits in der numerischen Ansicht der Statistiken 2 Var-App eingegeben. Drücken Sie , um die Anwendungsbibliothek zu öffnen, und wählen Sie **Ebola1De** aus.
2. Drücken Sie , wenn Sie die Daten manuell eingeben, um die Anwendungsbibliothek zu öffnen, und wählen Sie **Statistiken 2 Var** aus. Die App wird in der numerischen Ansicht geöffnet. Geben Sie die Daten für die Monate in C1, die Anzahl der Fälle für den jeweiligen Monat in C2 und die Anzahl der Toten für die gemeldeten Fälle in C3 ein (siehe Abbildung rechts).
3. Untersuchen Sie die Daten und erläutern Sie, warum eine lineare Regression nicht geeignet ist.

Ebola-Fälle und -Tote in 2014		
Monat	Fälle	Tote
3	86	59
4	242	147
5	270	183
6	599	338
7	1093	660
8	2599	1422
9	6242	2909






Ebola1De Numerische Ansicht				
	C1	C2	C3	C4
1	3	86	59	
2	4	242	147	
3	5	270	183	
4	6	599	338	
5	7	1,093	660	
6	8	2,599	1,422	
7	9	6,242	2,909	
8				
C1				
<div> <div>Bearb.</div> <div>Mehr</div> <div>G. zu</div> <div>Sortiere</div> <div>Erstelle</div> <div>Stats</div> </div>				

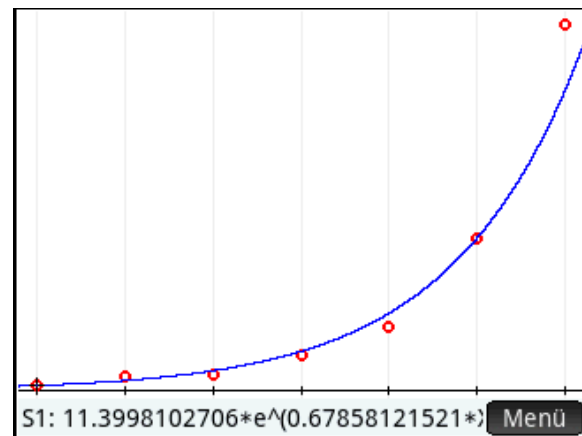
4. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Standardmäßig sollte S1 bereits so eingerichtet sein, dass C1 für die unabhängigen Daten und C2 für die abhängigen Daten verwendet wird. Wählen Sie in **Typ1** die Option **Exponentiell** aus. Ihre symbolische Ansicht sollte wie in der Abbildung rechts aussehen. Sie können auch verschiedene Farben für das Streudiagramm und die Regression verwenden. Tippen Sie dazu einfach auf die jeweilige Farbauswahl, um sie zu öffnen. In der Abbildung haben wir rot für das Streudiagramm und blau für die Regression ausgewählt.
5. Drücken Sie , um zur numerischen Ansicht zurückzukehren, und tippen Sie auf . Die Gesamtstatistik für die S1-Analyse wird angezeigt. Sie können auf  und  tippen, um die Gesamtstatistik für die jeweilige Variable einzeln anzuzeigen. Beachten Sie den Korrelationskoeffizienten und dessen Quadrat, das Bestimmtheitsmaß. Beide weisen darauf hin, dass ein exponentielles Modell geeignet ist.
6. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um ein Streudiagramm der Daten anzuzeigen.
7. Tippen Sie auf , um das Menü der grafischen Ansicht zu öffnen. Tippen Sie auf , um die Regression zu aktivieren. Die Menüschaltfläche ändert sich in , um anzuzeigen, dass die Regression jetzt aktiv ist. Die Regression wird berechnet und im gleichen Fenster grafisch dargestellt (siehe Abbildung rechts).
8. Zum Anzeigen des Ausdrucks für die Regression drücken Sie , um vom Streudiagramm zur Regression zu wechseln. Tippen Sie dann auf ,  und wählen Sie **Definition** aus. In der Abbildung wurde die numerische Anzeige auf 4 Dezimalstellen beschränkt. Drücken Sie   (Settings), um die Einstellungen in der Startansicht anzuzeigen oder zu ändern.






Ebola1De Numerische Ansicht	
	S1
n	7
r	0.9903
R ²	0.9806
sCOV	3.1667
σCOV	2.7143
ΣXY	90,791

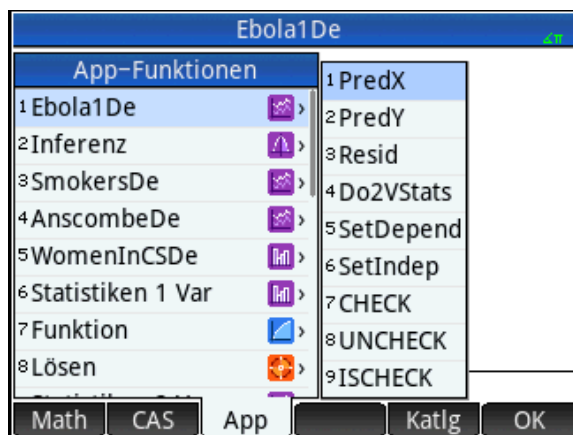
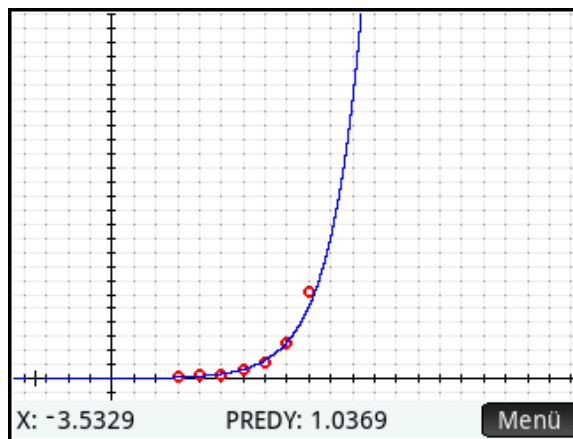
Anzahl der Elemente



Sie können mit den Fingern horizontal, vertikal oder diagonal zoomen. Durch Tippen und Ziehen können Sie durch die Ansicht scrollen. Sie können auch die App-Funktion $PredX()$ verwenden, um anhand der Regression einen x-Wert aus einem gegebenen y-Wert vorherzusagen. Es gibt auch eine entsprechende App-Funktion $PredY()$, um einen y-Wert aus einem gegebenen x-Wert vorherzusagen.

9. Bewegen Sie den Verfolgungscursor an die Stelle, an der der vorhergesagte Wert von y in der Nähe von 1 liegt. In der Abbildung rechts liegt y in der Nähe von 1, wenn x ungefähr -3.5 ist. Was sagt uns das über den ersten Patienten (Patient 0)? Beachten Sie, dass x=3 den 24. März 2014 darstellt.
10. Wann prognostiziert das Modell 1 Million Ebola-Fälle in Westafrika?
11. Drücken Sie , um zur Startansicht zurückzukehren. Drücken Sie , um die Toolbox-Menüs zu öffnen. Tippen Sie auf **App**, **Ebola1De** (oder **Statistiken 2 Var**) und wählen Sie **PredX** aus. Geben Sie zwischen den Klammern 1 und drücken Sie , um den vorhergesagten Wert von x für y=1 anzuzeigen.
12. Die Abbildung rechts zeigt die vorhergesagten Werte von x für y=1 und y=1,000,000.



Ebola1De	
PredX(1)	-3.5863
PredX(1,000,000)	16.7731
Spch ►	

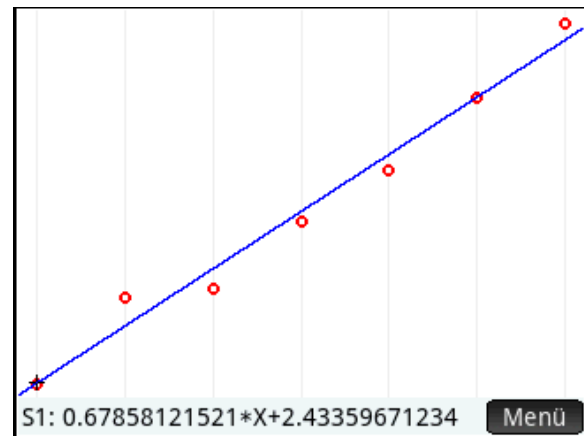
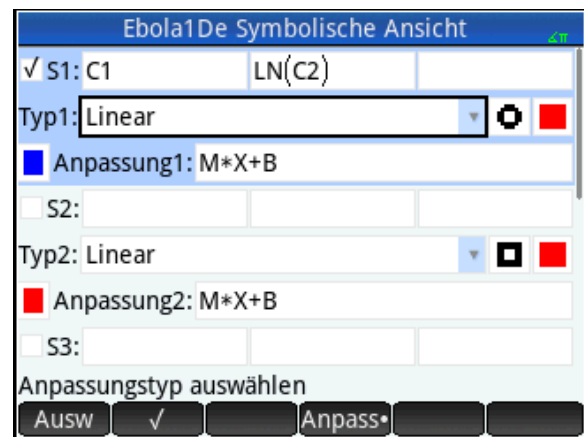
Weitergehende Übung

In dieser Übung werden die Daten so transformiert, dass Linearität erreicht wird.

1. Drücken Sie **Symb**, um zur symbolischen Ansicht zurückzukehren. Lassen Sie C1 als unabhängige Daten, legen Sie die abhängigen Daten aber auf LN(C2) fest. Wählen Sie für **Typ1** die Regression **Linear** aus. Ihre symbolische Ansicht sollte wie in der Abbildung rechts aussehen.
2. Drücken Sie erneut **View** und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um ein Streudiagramm der Daten anzuzeigen.
3. Tippen Sie auf **Menü**, um das Menü der grafischen Ansicht zu öffnen. Tippen Sie auf **Anpass.**, um die Regression zu aktivieren.

Sie können natürlich immer eine neue Spalte C3 erstellen, LN(C2) darin speichern und dann C3 gegen C1 darstellen. Der Vorteil der hier gezeigten Methode liegt darin, dass die symbolische Ansicht die Aufzeichnung der unabhängigen und abhängigen Datenmenge für jede Analyse beibehält, die Sie durchführen möchten. Die Definitionen der einzelnen Analysen werden in der symbolischen Ansicht explizit in S1-S5 angezeigt und die Daten in der numerischen Ansicht bleiben die ursprünglichen Daten.

Beachten Sie, dass der Parameter 0.6786 im linearen und im exponentiellen Ausdruck identisch ist. Sie können die Gleichung $\text{LN}(y)=0.6786 \cdot x+2.4336$ leicht in eine exponentielle Gleichung transformieren, indem Sie y in CAS abhängig von x ausdrücken. Beachten Sie dabei, dass in CAS kleingeschriebene Variablennamen verwendet werden. Die Schritte sind in der Abbildung rechts dargestellt.




Ab September 2014 haben die Bemühungen der WHO und anderer Organisationen bewirkt, dass die Ausbreitung der Krankheit merklich verringert wurde. Die monatlichen Daten bis April 2015 sind in der Tabelle rechts dargestellt. Der letzte Datenpunkt stellt den WHO-Situationsbericht für den 26. April 2015 dar.

In unserem exponentiellen Modell wurden für Mai 2015 1 Million Fälle prognostiziert. Die Daten für den Monat davor zeigen aber lediglich 26,079 Fälle. In diesem zweiten Teil untersuchen wir die Anzahl der Toten mit einem anderen Modell.

4. Fügen Sie die Daten der Monate 10-16 zur numerischen Ansicht der Statistiken 2 Var-App hinzu oder fordern Sie die Ebola2De-App von Ihrem Kursleiter an. In der Ebola2De-App wurden die Daten bereits eingegeben (siehe Abbildung rechts).

Die Daten nach dem 10. Monat zeigen eine schnelle Abschwächung der Virusverbreitung. Wir konzentrieren uns jetzt auf die Anzahl der Toten und die Modellierung der Todesfälle mit einem logistischen Modell.



5. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Richten Sie S1 so ein, dass C1 für die unabhängigen Daten und C3 für die abhängigen Daten verwendet werden. Wählen Sie in **Typ1** die Option **Logistisch** aus. Ihre symbolische Ansicht sollte wie in der Abbildung rechts aussehen.
6. Betrachten Sie die Form der logistischen Regression. Welchem Wert nähert sich der Nenner mit zunehmenden x? Welchem Wert nähert sich der Regressionsausdruck?

Ebola-Fälle und -Tote von 2014-2015: Monat 3 = 24. März 2014		
Monat	Fälle	Tote
3	86	59
4	242	147
5	270	183
6	599	338
7	1093	660
8	2599	1422
9	6242	2909
10	10114	4912
11	15319	5444
12	19463	7573
13	21724	8626
14	23694	9589
15	24907	10326
16	26079	10823







Ebola2De Numerische Ansicht				
	C1	C2	C3	C4
6	8	2,599	1,422	
7	9	6,242	2,909	
8	10	10,114	4,912	
9	11	15,319	5,444	
10	12	19,463	7,573	
11	13	21,724	8,626	
12	14	23,694	9,589	
13	15	24,907	10,326	
14	16	26,079	10,823	
15				

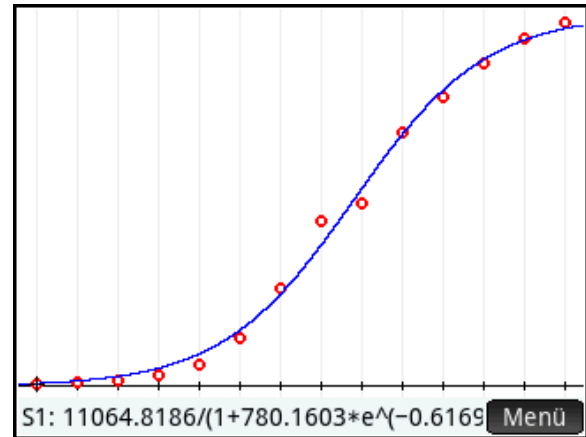
Wert oder Ausdruck eingeben

Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats

Ebola2De Symbolische Ansicht		
✓ S1:	C1	C3
Typ1:	Logistisch	
Anpassung1:	$\frac{L}{1+A \cdot e^{-B \cdot X}}$	
S2:		
Typ2:	Linear	
Anpassung2:	M*X+B	
Funktion eingeben		
Bearb.	✓	X Anpass. Zeigen Awrt

Der Wert von L ist als Aufnahmekapazität bekannt (Obergrenze des Modells).

7. Wofür steht L in unserem Modell?
8. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um ein Streudiagramm der Daten anzuzeigen.
9. Tippen Sie auf , um das Menü der grafischen Ansicht zu öffnen. Tippen Sie auf  und , um die Regression zu aktivieren.
10. Drücken Sie , um vom Streudiagramm zur Regression zu wechseln. Tippen Sie dann auf  und wählen Sie **Definition** aus, um den Regressionsausdruck anzuzeigen. Wie viele Tote prognostiziert das Modell am Ende des Ebola-Ausbruchs?
11. Verwenden Sie das Modell oder die App-Funktion „PredY“, um das Ende des Ausbruchs zu prognostizieren. Warum ist die Vorhersage im Modell schwierig?
12. Wann endet der Ausbruch Ihrer Meinung nach?



Antworten

Teil 1

4. Es gibt keinen einheitlichen Abstand zwischen aufeinander folgenden y-Werten. Die Zahl der Fälle hat sich in einigen Monaten mehr als verdoppelt und in anderen fast verdoppelt. Dieses Additions-/Multiplikationsmuster der x/y-Werte deutet auf ein exponentielles Modell hin.
9. $X = -3.5$ stellt ungefähr den 10. September 2014 dar. Tatsächlich wurde der erste Patient (Patient 0) Anfang Dezember 2014 diagnostiziert.
10. Y ist 1,000,000 bei ungefähr $X = 16.77$. Dieser x-Wert stellt ungefähr den 18. Mai 2015 dar. Das Modell zeigt, warum die WHO so sehr über den Ebola-Ausbruch besorgt war und wie schnell dieser hätte ausufern können.

Teil 2

6. Mit zunehmenden x nähert sich der Nenner 1 und die y-Werte nähern sich L.
7. L stellt die Gesamtzahl der Todesfälle durch den Ausbruch dar.
10. Das Modell prognostiziert 11065 Tote durch den Ausbruch.
11. Das Modell nähert sich L, wenn x gegen unendlich geht.
12. Die Antworten der Schüler können sehr unterschiedlich sein, da das Modell nicht für die Vorhersage der endgültigen Zahl der Todesopfer oder Krankheitsfälle ausgelegt ist. Stattdessen kommt es hier auf den Denkprozess an, wie man zu einer Schätzung kommt. Interessanterweise meldete die WHO am 14. Januar 2016 das Ende des Ausbruchs. Am nächsten Tag wurde ein weiterer Fall (ein Todesopfer) bekannt.

Die Daten in dieser Übung stammen von der World Health Organization, speziell aus deren *Ebola Situation Reports*. Die Daten finden Sie hier:

<http://www.who.int/csr/disease/ebola/situation-reports/archive/en/>

Beachten Sie, dass der genaue Tag des Monats geringfügig von Monat zu Monat schwankt. Unsere Zeitangaben beziehen sich so nah wie möglich auf den 24. jedes Monats.

Verteilungen und Stichproben

In dieser mehrteiligen Übung untersuchen wir verschiedene Diagramme mit univariaten Daten sowie mehrere Möglichkeiten zum Erstellen solcher Daten. Danach betrachten wir Stichprobenverteilungen und deren Erstellung.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 1 Var-App; der Assistent „Spaltendaten erstellen“; Kopieren und Einfügen

AP Statistics-Inhalt:

Erstellen und Interpretieren der grafischen Darstellungen univariater Daten; Wahrscheinlichkeitsverteilungen von univariaten Daten; die Normalverteilung; diskrete Zufallsvariablen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen, einschließlich binomial und geometrisch; Simulation von Zufallsverhalten und Wahrscheinlichkeitsverteilungen; Simulation von Stichprobenverteilungen und der zentrale Grenzwertsatz

Übung 1: Generieren von Daten

Sie erhalten von Ihrem Kursleiter eine App namens *Integers029De*.


1. Drücken Sie **Apps**, um die App-Bibliothek zu öffnen. Suchen Sie die App *Integers029De* und tippen Sie darauf oder wählen Sie die App aus und tippen Sie auf **Start**.
2. Diese App ist eine Kopie der Statistiken 1 Var-App und umfasst alle Funktionen und Ansichten dieser App. Die App wird in der numerischen Ansicht mit 50 zufälligen Ganzzahlen von 0 bis 9 in der Liste D1 geöffnet.



	D1	D2	D3	D4
1	6			
2	1			
3	7			
4	8			
5	0			
6	4			
7	8			
8	4			
9	6			
10	1			

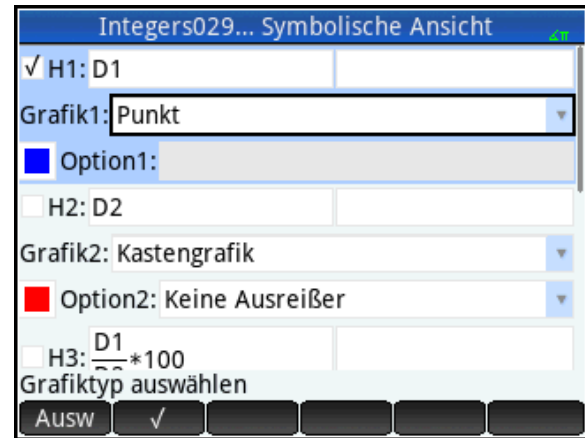
Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats


Die Menüschaftflächen in der numerischen Ansicht sind:

- **Bearb.**: Bietet die Möglichkeit, die aktuelle Zelle zu bearbeiten.
- **Mehr**: Öffnet ein Menü mit Optionen zum Auswählen oder Löschen mehrerer Zellen.
- **G. zu**: Bietet die Möglichkeit, zu einer bestimmten Zelle zu springen.
- **Sortiere**: Bietet die Möglichkeit, Spaltendaten zu sortieren.
- **Erstelle**: Bietet die Möglichkeit, eine Liste mit Daten zu erstellen.
- **Stats**: Zeigt die Gesamtstatistik an.

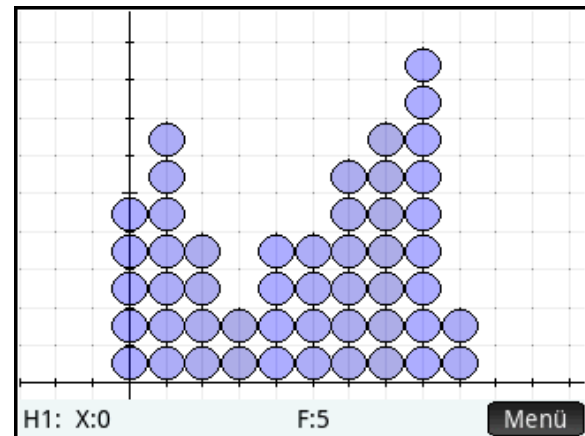
3. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Diese enthält 5 Analysen (H1 bis H5). Jede Analyse kann eine Liste für die jeweiligen Daten sowie (optional) eine weitere Liste mit den jeweiligen Häufigkeiten verwenden. Sie können einen Diagrammtyp für die jeweilige Analyse sowie eine Diagrammfarbe auswählen. Richten Sie H1 so ein, dass die Daten von D1 verwendet werden, und erstellen Sie in der grafischen Ansicht ein Punktdiagramm (siehe Abbildung rechts). Es gibt hier folgende Menüschaftflächen:

- : Ermöglicht eine Auswahl in einer Optionsliste.
- : Bietet die Möglichkeit, H1-H5 zu aktivieren bzw. zu deaktivieren.





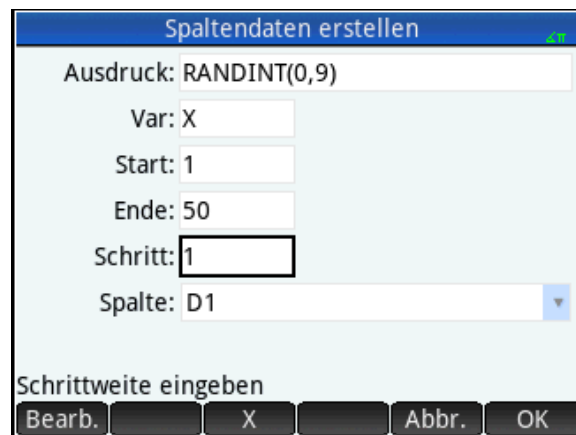
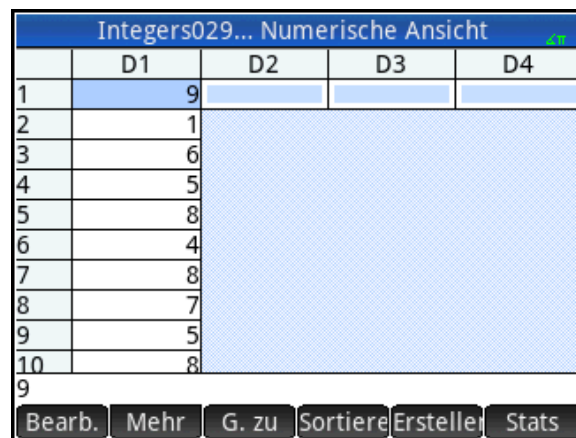
4. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Punktdiagramm anzuzeigen. Führen Sie die Finger horizontal auseinander/zusammen, um die Punkte kreisförmig zu machen, falls sie deformiert sind.

Der Verfolgungscursor zeigt an, dass H1 verfolgt wird, der aktuelle x-Wert $X=0$ ist und die Häufigkeit von 0 in der Datenmenge $F=5$ ist. Tippen Sie auf eine beliebige Stelle, um den Cursor an den betreffenden x-Wert zu bewegen. Sie können den Verfolgungscursor auch mit dem Richtungstastenblock bewegen.





Wir untersuchen jetzt zuerst, wie diese 50 Ganzzahlen von 0 bis 9 erstellt werden.

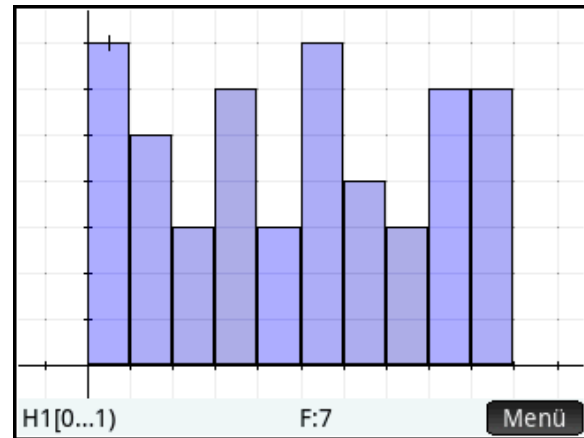
5. Drücken Sie **Num** , um zur numerischen Ansicht zurückzukehren. Drücken Sie **Shift** **Esc** (Clear). Daraufhin wird ein Fenster mit der Frage eingeblendet, was Sie löschen möchten. Tippen Sie auf **Alle**, um die ganze numerische Ansicht zu löschen.
6. Tippen Sie auf **Erstelle**, um den Assistenten **Spaltendaten erstellen** zu öffnen. Standardmäßig ist das Feld **Ausdruck** hervorgehoben. Drücken Sie **Math** , um die Toolbox-Menüs zu öffnen, und tippen Sie auf **Wahrscheinlichkeit, Zufällig** und wählen Sie dann **Ganzzahl** aus. Geben Sie zwischen den Klammern 0, 9 ein, um den Befehl zu vervollständigen. Geben Sie im Feld **Ende** den Wert 50 ein. Darüber hinaus können Sie im Feld **Spalte** angeben, wo die generierten Daten gespeichert werden. Die Abbildung rechts zeigt den ausgefüllten Assistenten.
7. Tippen Sie auf **OK**, um die Daten, die erstellt und in der Liste D1 gespeichert wurden, in der numerischen Ansicht anzuzeigen. Durch vertikales Spreizen/Zusammenziehen der Finger können Sie ggf. die Schriftgröße ändern. In der Abbildung rechts wurde eine kleinere Schriftgröße ausgewählt.

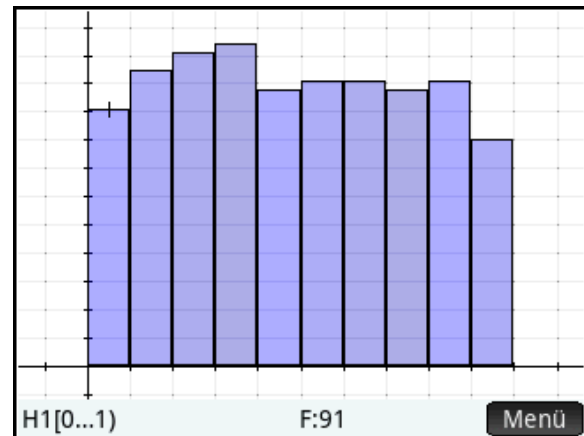
	D1	D2	D3	D4
1	9			
2	1			
3	6			
4	5			
5	8			
6	4			
7	8			
8	7			
9	5			
10	8			

8. Drücken Sie , um zur symbolischen Ansicht zurückzukehren. Richten Sie H1 so ein, dass D1 für die Daten und für die Histogrammdarstellung verwendet wird. Drücken Sie  und wählen Sie *Automat.* Skalierung aus, um das Histogramm anzuzeigen.


Eine visuelle Prüfung in der Abbildung rechts zeigt einen Mittelwert von 5.









Sie können die Schritte 5-7 mit immer umfangreicheren Stichprobengrößen wiederholen. Die Abbildung rechts zeigt eine Stichprobe der Größe N=1000. Die vertikale Achse weist alle 10 Einheiten Skalenstriche auf. Die umfangreicheren Stichproben zeigen deutlich eine Gleichverteilung auf.




Wie können wir den Mittelwert einer solchen Stichprobe ermitteln? Und: Wie sieht die Verteilung der Mittelwerte solcher Stichproben aus?

9. Wechseln Sie zurück zur numerischen Ansicht. Markieren Sie einen Wert in der Spalte D1 und tippen Sie auf . Geben Sie folgenden Ausdruck im entsprechenden Feld ein:
 $\text{approx}(\text{mean}(\text{MAKELIST}(\text{RANDINT}(0,9),X,1,100)))$

Drücken Sie für die Suche nach **approx** und **mean** die Taste  und tippen Sie auf .

Drücken Sie , um Befehle zu suchen, die mit dem Buchstaben „a“ beginnen, und scrollen Sie zu **approx**. Drücken Sie analog  und scrollen Sie zu **mean**. Drücken Sie  und tippen Sie auf . Wählen Sie dann **Liste** aus, um **MAKELIST** zu finden. Der fertige Befehl ermittelt näherungsweise den Mittelwert einer Stichprobe von 100 Zufallsganzzahlen von 0 bis 9.

10. Ändern Sie den Endwert in 500, um die Mittelwerte von 500 Stichproben der Größe N=100 zu ermitteln. Tippen Sie anschließend auf .

Spaltendaten erstellen

Ausdruck:

Var:




Start:

Ende:

Schritt:

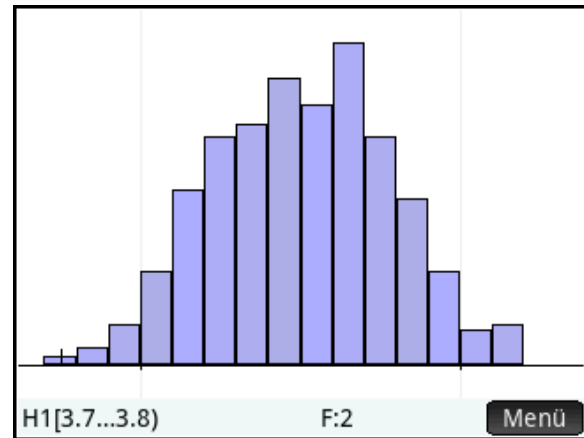
Spalte:

Auszuwertenden Ausdruck eingeben

11. Drücken Sie **Shift** **Plot** **Setup**, um die Grafikeinstellungen aufzurufen, und ändern Sie **H-Breite** (die Klassenbreite) in 0.1.
12. Drücken Sie **View** **Copy** und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Histogramm anzuzeigen.

Die Stichprobenverteilung der Mittelwerte scheint wie erwartet normal zu sein, mit einem Mittelwert von 4.5.



Die nachstehenden Abbildungen zeigen weitere Daten, die über **Erstelle** generiert wurden. Links sehen Sie den ausgefüllten Assistenten, rechts daneben das Histogramm der Daten. Sie finden alle hier verwendeten Zufallszahlenbefehle, indem Sie **Units** drücken, auf **Katlg** tippen und **8** drücken, um Befehle anzuzeigen, die mit dem Buchstaben R beginnen. Scrollen Sie nach unten, bis die Befehle angezeigt werden, die mit „rand“ beginnen.

Spaltendaten erstellen

Ausdruck: randchisquare(5)

Var: X

Start: 1

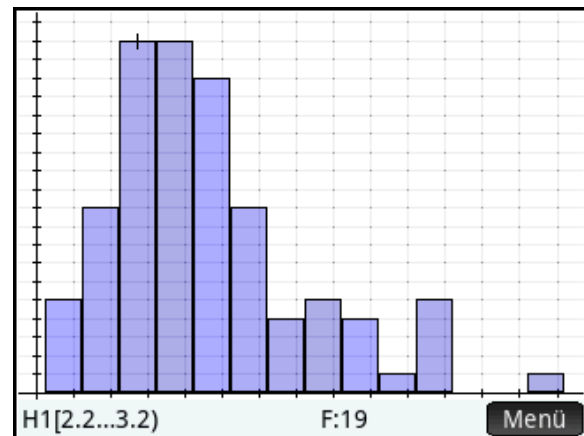
Ende: 100

Schritt: 1

Spalte: D1

Schrittweite eingeben

Bearb. X Abbr. OK



Spaltendaten erstellen

Ausdruck: randbinomial(20,0.5)

Var: X

Start: 1

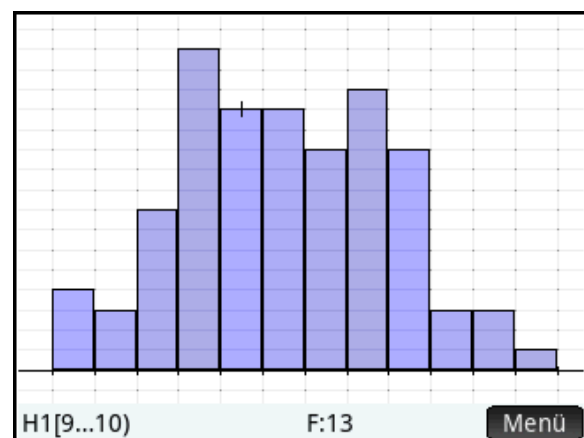
Ende: 100

Schritt: 1

Spalte: D1



Schrittweite eingeben

Bearb. X Abbr. OK



Übung 2: Stichprobenverteilungen

Das oben beschriebene Verfahren kann erweitert werden, um Stichprobenverteilungen zu erzeugen. Nehmen Sie an, dass ein Beutel 200 Murmeln enthält, 100 gelbe und 100 grüne. Wir möchten die Auswahl von Stichproben der Größe $n=20$ aus diesem Beutel und die Berechnung des Prozentsatzes grüner Murmeln in jeder Stichprobe simulieren. Wir möchten die Stichprobenverteilung des Anteils ausgeloster grüner Murmeln nach 500 Simulationen sehen.

- Zunächst veranschaulichen wir die Vorgehensweise in der Startansicht. Den `randbinomial()`-Befehl können wir bekanntermaßen im Katalog-Menü finden. Die anderen Befehle finden Sie, indem Sie  drücken, auf **Math** tippen und **Liste** auswählen.
 - `randbinomial(1, 0.5)` gibt mit gleicher Wahrscheinlichkeit 0 oder 1 zurück. Dieser Befehl simuliert die Auslosung einer Murmel. Dabei soll 0 bedeuten, dass eine gelbe Murmel ausgelost wurde, und 1, dass eine grüne Murmel ausgelost wurde.
 - `MAKELIST(randbinomial(1, 0.5), A, 1, 20)` erstellt eine Liste mit 20 Auslosungen.
 - `ΣLIST(MAKELIST(randbinomial(1, 0.5), A, 1, 20))` listet alle Einsen auf. Mit anderen Worten: Dieser Befehl zählt die Gesamtanzahl grüner Murmeln in den 20 Auslosungen.
 - Im letzten Schritt wird diese Zahl durch 20 dividiert, um den Prozentsatz grüner Murmeln zu erhalten, die ausgelost wurden.
- Kehren Sie zur numerischen Ansicht zurück und tippen Sie auf **Erstelle**. Drücken Sie im Feld **Ausdruck** die Tasten   (Paste) und wählen Sie den letzten Ausdruck aus, den wir in der Startansicht eingegeben haben. Geben Sie im Feld **Ende** 500 ein, um die Simulation 500 Mal auszuführen. Tippen Sie auf **OK**, um den Anteil grüner Murmeln anzuzeigen, die jeweils in den 500 Simulationen ausgelost wurden.

Statistiken 1 Var	
<code>randbinomial(1,0.5)</code>	0
<code>MAKELIST(randbinomial(1,0.5),A,1,20)</code>	{ 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0 }
<code>ΣLIST(MAKELIST(randbinomial(1,0.5),A,1,20))</code>	9
<code>ΣLIST(MAKELIST(randbinomial(1,0.5),A,1,20))</code>	20
	0.6
Spch ►	

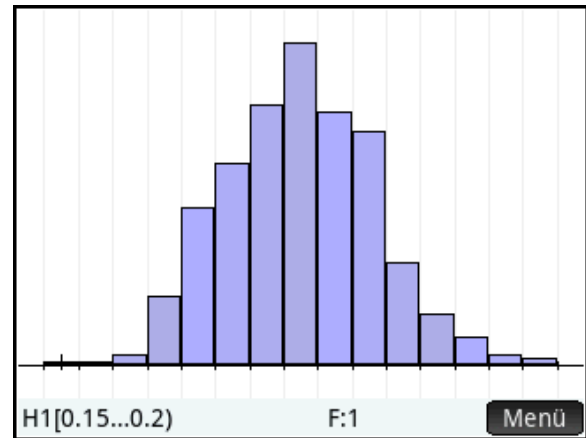
Spaltendaten erstellen	
Ausdruck:	<code>(ΣLIST(MAKELIST(randbinomial(1,...</code>
Var:	X
Start:	1
Ende:	500
Schritt:	1
Spalte:	D1
Schrittweite eingeben	
Bearb.	X
Abbr.	OK

Statistiken 1 ... Numerische Ansicht				
	D1	D2	D3	D4
1	0.4			
2	0.55			
3	0.45			
4	0.45			
5	0.5			
6	0.55			
7	0.35			
8	0.35			
9	0.45			
10	0.5			
0.4				
Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats				

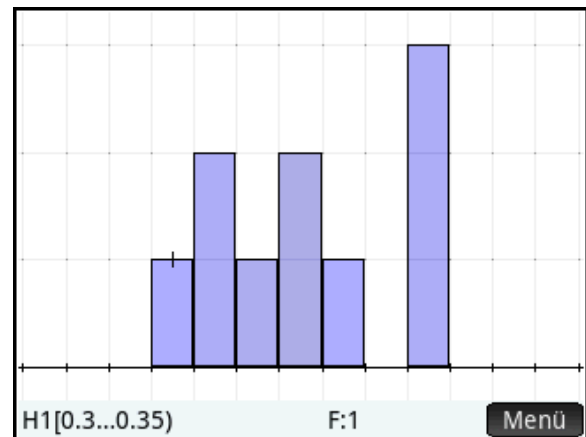
3. Drücken Sie **Shift** **Plot** **Setup**, um die Grafikeinstellungen zu öffnen. Legen Sie **H-Breite** (die Klassenbreite) und **X-Tlg** auf 0.05 fest. Drücken Sie **Symb** **Setup**, um die symbolische Ansicht zu öffnen, und richten Sie **H1** so ein, dass D1 für die Daten und für die Histogrammdarstellung verwendet wird.
4. Drücken Sie **View** **Copy** und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Histogramm anzuzeigen.

Wie erwartet ist die Stichprobenverteilung des Anteils grüner Murmeln annähernd normal, mit einem Mittelwert in der Nähe von 0.5.

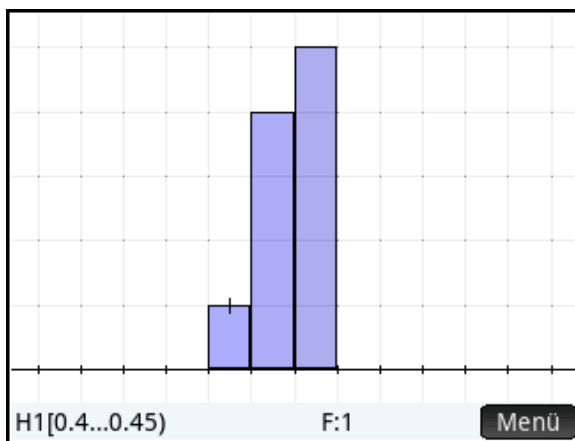
5. Sie können zur numerischen Ansicht zurückkehren, auf **Erstelle** tippen und den Ausdruck wieder in das Feld **Ausdruck** einfügen. Jetzt können Sie die Stichprobengröße von 20 in jeden anderen Wert ändern. Sie können die Anzahl der Stichproben auch im Feld **Ende** ändern. Die restlichen Abbildungen auf dieser Seite zeigen unterschiedlich viele Stichproben verschiedener Größen.



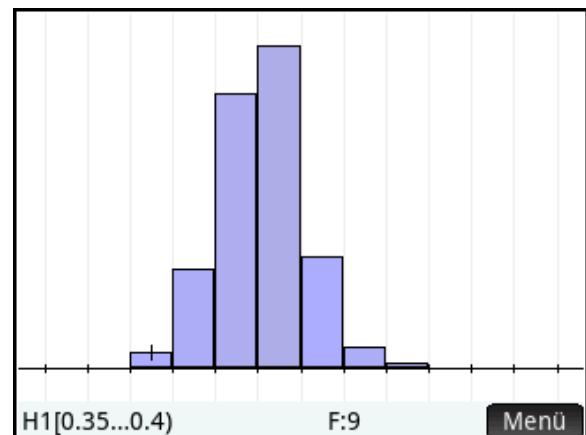
500 Stichproben der Größe n=20



10 Stichproben der Größe n=20



10 Stichproben der Größe n=200



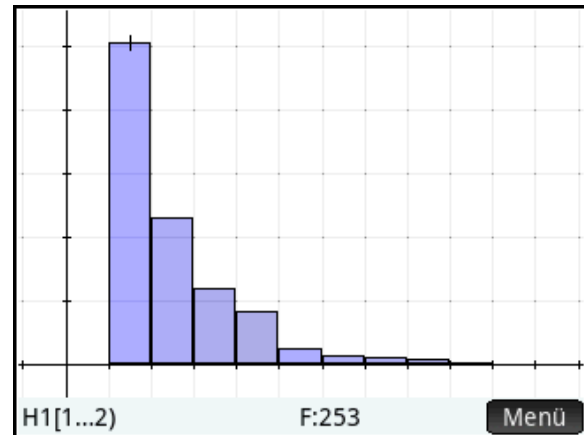
500 Stichproben der Größe n=100

Im nächsten Beispiel betrachten wir die Stichprobenverteilung eines Mittelwerts.

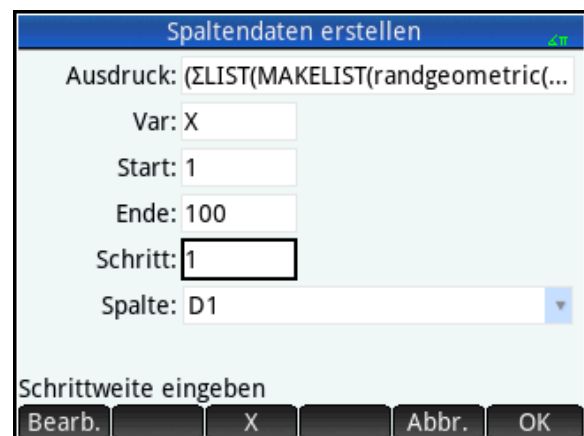
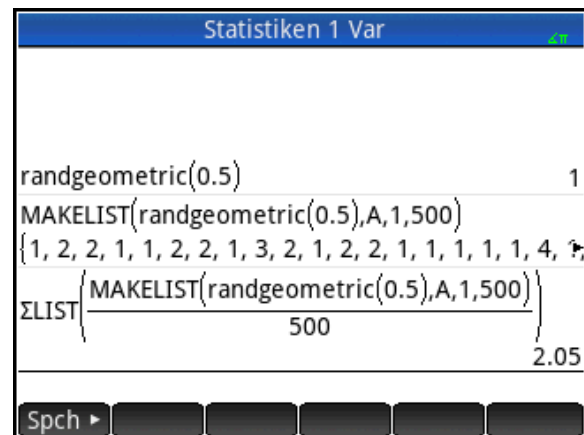
Übung 3: Der zentrale Grenzwertsatz

In dieser Übung betrachten wir die Stichprobenverteilung der Mittelwerte einer extrem asymmetrischen (schiefen) Grundgesamtheit.

Die Abbildung rechts zeigt eine Stichprobenverteilung, die mit dem Befehl `randgeometric(0.5)` erstellt wurde, um 500 Zahlen einer geometrischen Verteilung zu erstellen, in der die Erfolgswahrscheinlichkeit 0.5 ist. Die Verteilung ist extrem asymmetrisch. Wie Sie anhand des Histogramms feststellen können, muss der Mittelwert der Stichprobenverteilung nahe bei 2 liegen. Wie sieht die Stichprobenverteilung der Mittelwerte aus, wenn die Simulation 100-mal wiederholt wird?



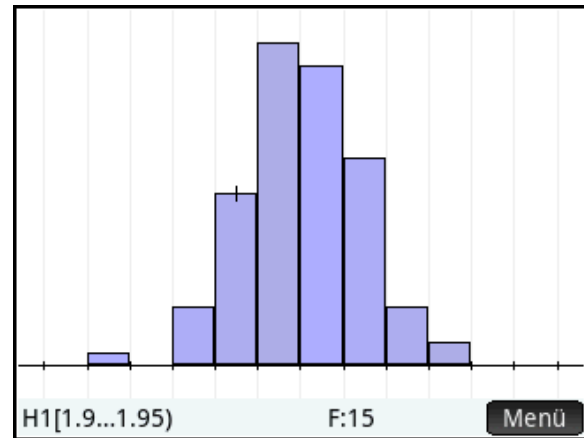
- Wir beginnen wieder in der Startansicht und überprüfen die Vorgehensweise Schritt für Schritt:
 - `randgeometric(0.5)` gibt eine Ganzzahl zurück, die die Anzahl der erforderlichen Versuche darstellt, damit ein Versuch erfolgreich ist, wenn die Erfolgswahrscheinlichkeit 0.5 ist.
 - `MAKELIST(randgeometric(0.5), A, 1, 500)` gibt eine Liste von 500 Versuchen zurück.
 - `ΣList(MAKELIST(randgeometric(0.5), A, 1, 500))/500` gibt den Mittelwert der Stichprobe mit der Größe $n=500$ zurück.
- Kehren Sie zur numerischen Ansicht zurück und tippen Sie auf **Erstelle**. Drücken Sie im Feld **Ausdruck** die Tasten **Shift** **Menu** **Paste** (Paste) und wählen Sie den letzten Ausdruck aus, den wir in der Startansicht eingegeben haben. Geben Sie im Feld **Ende** 100 ein, um die Simulation 100 Mal auszuführen. Tippen Sie auf **OK**, um die Stichprobe von 100 Mittelwerten in der Liste D1 anzuzeigen.



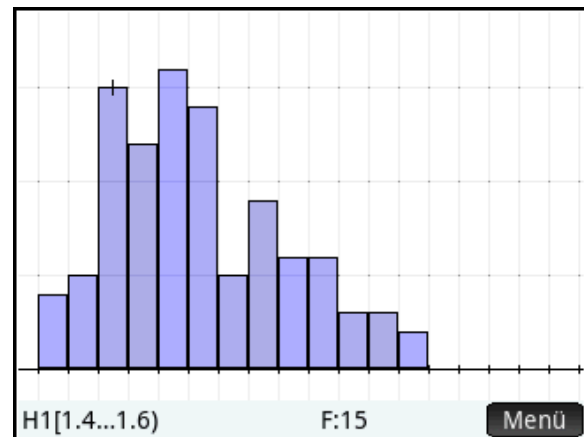
- Drücken Sie **Shift** **Plot** **Setup**, um die Grafikeinstellungen zu öffnen. Legen Sie **H-Breite** (die Klassenbreite) und **X-Tlg** auf 0.05 fest. Drücken Sie **Symb** **Setup**, um die symbolische Ansicht zu öffnen, und richten Sie **H1** so ein, dass D1 für die Daten und für die Histogrammdarstellung verwendet wird.
- Drücken Sie **View** **Copy** und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Histogramm anzuzeigen.

Wie in der Abbildung rechts gezeigt, ist die Stichprobenverteilung der Mittelwerte sowohl symmetrisch als auch unimodal, d. h., die Verteilung der Mittelwerte ist normal und der Mittelwert liegt nah bei 2.

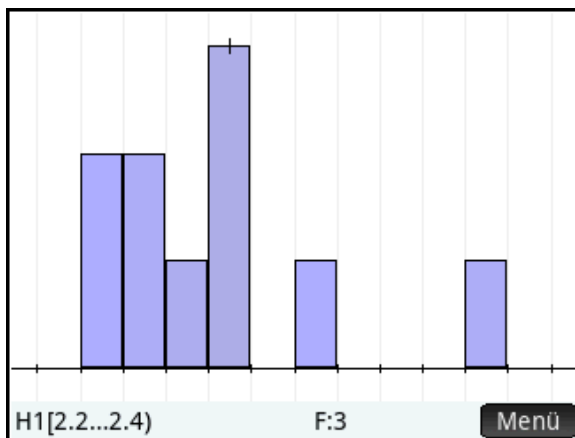
Sie können zur numerischen Ansicht zurückkehren, den Ausdruck wieder in den Assistenten **Spaltendaten erstellen** einfügen und die Stichprobengröße von 500 in einen beliebigen anderen positiven ganzzahligen Wert ändern. Sie können die Anzahl der Stichproben auch im Feld **Ende** ändern. Die restlichen Abbildungen auf dieser Seite zeigen unterschiedlich viele Stichproben verschiedener Größen.



100 Stichproben der Größe n=500



100 Stichproben der Größe n=5



10 Stichproben der Größe n=5

Generieren Sie mit dem Assistenten *Spaltendaten erstellen* univariate Daten und simulieren Sie die Stichprobenverteilungen der Mittelwerte und Anteile. Überprüfen Sie Ihre Vorgehensweise Schritt für Schritt in der Startansicht und fügen Sie den endgültigen Ausdruck in den Assistenten ein. Wählen Sie die Anzahl der Stichproben im Feld **Ende** aus. Ändern Sie die Anzahl der Stichproben und die Stichprobengröße, um den zentralen Grenzwertsatz zu untersuchen!

Diskrete Zufallsvariablen und deren Verteilungen

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Statistiken 1 Var-App; die Funktionen BINOMIAL(), BINOMIAL_CDF() und BINOMIAL_ICDF(); die Funktionen GEOMETRIC(), GEOMETRIC_CDF() und GEOMETRIC_ICDF()








AP Statistics-Inhalt:

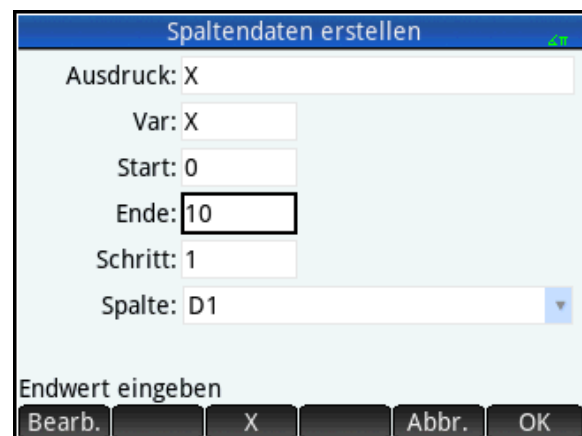
diskrete Zufallsvariablen und deren Verteilungen, insbesondere binomiale und geometrische Verteilungen

Übung 1: Eine binomiale Verteilung

Wie sieht die theoretische Verteilung von Kopf oder Zahl aus, wenn eine faire Münze 10-mal geworfen wird?

Um ein Histogramm der theoretischen Verteilung zu erstellen, erstellen Sie eine Spalte mit Daten, die die mögliche Anzahl von Kopf (0-10) darstellt, und eine weitere Spalte, die die Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Anzahl von Kopf darstellt.

1. Drücken Sie  und setzen Sie dann die *Statistiken 1 Var-App* zurück.
2. Tippen Sie in der numerischen Ansicht auf . Um eine Liste der Ganzzahlen von 0 bis 10 in D1 zu erstellen, ändern Sie einfach den Wert im Feld **Start** in 0 und tippen Sie auf . Die Ganzzahlen von 0 bis 10 werden in D1 angezeigt.
3. Bewegen Sie den Cursor in D2 und tippen Sie erneut auf . Drücken Sie , tippen Sie auf , **Wahrscheinlichkeit**, **Dichte** und wählen Sie **Binomial** aus. Geben Sie in den Klammern 10, 0.5, X ein (siehe Abbildung rechts). Ändern Sie den Wert im Feld **Start** erneut in 0. Tippen Sie auf , um die Wahrscheinlichkeiten in D2 anzuzeigen (nächste Seite).



Spaltendaten erstellen

Ausdruck: X

Var: X

Start: 0

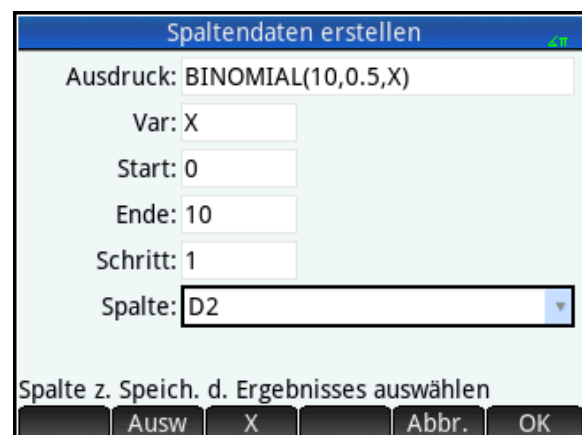
Ende: 10

Schritt: 1

Spalte: D1

Endwert eingeben

Bearb. X Abbr. OK



Spaltendaten erstellen

Ausdruck: BINOMIAL(10,0.5,X)

Var: X

Start: 0

Ende: 10



Schritt: 1

Spalte: D2

Spalte z. Speich. d. Ergebnisses auswählen

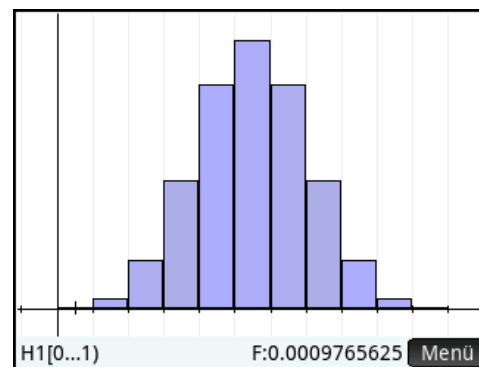
Ausw. X Abbr. OK

Wie Sie anhand der Abbildung sehen können, ist die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten exakt symmetrisch, wobei die größte Wahrscheinlichkeit 5-mal Kopf ist.

4. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen, und richten Sie H1 so ein, dass D1 für die Daten und D2 für die Häufigkeiten verwendet werden. Legen Sie **Grafik1** auf **Histogramm** fest.
5. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Histogramm anzuzeigen.
6. Wie groß ist die Gesamtfläche dieses Histogramms? Wechseln Sie zum Beantworten dieser Frage in die Startansicht und geben Sie $\Sigma \text{LIST}(D2)$ ein (siehe Abbildung rechts).
7. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 Würfeln weniger als 5-mal Kopf geworfen wird? Die Abbildung zeigt zwei Möglichkeiten, um diese Frage zu beantworten.

Statistiken 1 ... Numerische Ansicht				
	D1	D2	D3	D4
1	0	9.7656E-4		
2	1	9.7656E-3		
3	2	4.3945E-2		
4	3	0.1171875		
5	4	0.2050781		
6	5	0.2460938		
7	6	0.2050781		
8	7	0.1171875		
9	8	4.3945E-2		
10	9	9.7656E-3		
0.0009765625				
Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats				

Statistiken 1 ... Symbolische Ansicht	
✓ H1: D1	D2
Grafik1:	Histogramm
Option1:	
H2:	
Grafik2:	Histogramm
Option2:	
H3:	
Grafiktyp auswählen	
Ausw	✓



Statistiken 1 Var	
$\Sigma \text{LIST}(D2)$	1
$D2(1)+D2(2)+D2(3)+D2(4)+D2(5)$	0.376953125
$\text{BINOMIAL_CDF}(10,0.5,4)$	0.376953125000
Spch ►	

Übung 2: Eine geometrische Verteilung

Eine geometrische Verteilung ist normalerweise (aber nicht immer) als Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anzahl der Versuche definiert, die abhängig von der jeweiligen Erfolgswahrscheinlichkeit erforderlich sind, damit ein Versuch erfolgreich ist. Diese Wahrscheinlichkeiten bilden eine geometrische Folge, daher der Name der Verteilungen. Wie sieht die theoretische Verteilung aus, dass eine faire Münze nach dem k-ten Versuch auf dem Kopf landet?

Wir gehen dazu recht ähnlich wie bei der binomialen Verteilung vor, um die theoretischen Wahrscheinlichkeiten für die ersten 10 Versuche zu erstellen.

1. Setzen Sie die Statistiken 1 Var-App zurück und öffnen Sie die App. Tippen Sie auf **Erstelle**, um die Ganzzahlen 1-10 (nicht 0-10) in D1 einzufügen.
2. Setzen Sie den Cursor in der numerischen Ansicht in D2 und tippen Sie erneut auf **Erstelle**. Geben Sie den Ausdruck $\text{GEOMETRIC}(0.5, X)$ im entsprechenden Feld ein (siehe Abbildung).
3. Tippen Sie auf **OK**, um die Wahrscheinlichkeiten in D2 anzuzeigen.

Spaltendaten erstellen

Ausdruck: $\text{GEOMETRIC}(0.5, X)$

Var: X

Start: 1

Ende: 10

Schritt: 1

Spalte: D2

Spalte z. Speich. d. Ergebnisses auswählen

Ausw X Abbr. OK

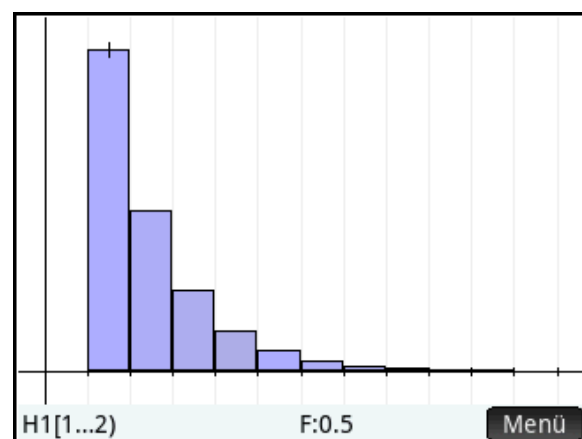
Statistiken 1 ... Numerische Ansicht

	D1	D2	D3	D4
1	1	0.5		
2	2	0.25		
3	3	0.125		
4	4	0.0625		
5	5	0.03125		
6	6	0.015625		
7	7	0.0078125		
8	8	3.9063E-3		
9	9	1.9531E-3		
10	10	9.7656E-4		

0.5

Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats

4. Drücken Sie **Symb**, um die symbolische Ansicht zu öffnen, und richten Sie H1 so ein, dass D1 für die Daten und D2 für die Häufigkeiten verwendet werden. Legen Sie **Grafik1** auf **Histogramm** fest.
5. Drücken Sie **View** und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Histogramm anzuzeigen.



Hinweise für Lehrer

Binomiale Verteilungen

Die binomiale Wahrscheinlichkeitsfunktion ist gegeben als $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$, wobei

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ oder ${}_nC_k$ (COMB(n,k)) gilt. Wenn Sie mit dieser Definition beginnen und zeigen möchten, dass sie mit der integrierten BINOMIAL()-Funktion übereinstimmt, können Sie diese Definition mit **Erstellen** oder wie im folgenden Beispiel gezeigt die Arbeitsblatt-App verwenden.

1. Drücken Sie **Apps** und wählen Sie „Arbeitsblatt“ aus. Tippen Sie auf den Kopf der Spalte A und geben Sie =Row-1 ein. Wenn Sie **Enter** drücken, werden die nicht negativen Ganzzahlen in die Spalte A eingetragen.

Die Systemvariable Row stellt die aktuelle Zeile dar. Daher gilt in A1 Row=1 und Row-1=0.

2. Tippen Sie jetzt auf den Kopf von Spalte B und geben Sie unsere Formel ein (siehe Abbildung rechts). Hier verwenden wir n=10 und k=Row-1. Drücken Sie **Enter**, um die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen positiven Ganzzahlen anzuzeigen.

Ein Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass die Wahrscheinlichkeit für $k > n$ null ist (siehe Abbildung unten rechts).

3. Halten Sie den Finger auf die Zelle A1. Dadurch ändert sich die Menüschaftfläche **Ausw.** in **Ausw.***. Ziehen Sie den Finger jetzt bis Zelle B11, um die gewünschten Daten auszuwählen. Drücken Sie **Shift** **View Copy** (Copy), um die Daten in die Zwischenablage zu kopieren.
4. Setzen Sie die Statistiken 1 Var-App zurück und öffnen Sie die App. Setzen Sie den Cursor in D1, drücken Sie **Shift** **Menu Paste** (Paste) und wählen Sie **Rasterdaten** aus, um die Daten in die Statistiken 1 Var-App zu kopieren, und fahren Sie dann mit Schritt 4 in der Übung fort.

Arbeitsblatt				
A	B	C	D	E
1	0			
2	1			
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			
10	9			
=Row-1				
Bearb. Format G. zu Ausw. Unten				

Arbeitsblatt				
A	B	C	D	E
1	0	0.0009765625		
2	1	0.009765625		
3	2	0.0439453125		
4	3	0.1171875		
5	4	0.205078125		
6	5	0.24609375		
7	6	0.205078125		
8	7	0.1171875		
9	8	0.0439453125		
10	9	0.009765625		
=COMB(10,Row-1)*0.5^(Row-1)*0.5^(10-(Row-1))				
Bearb. Format G. zu Ausw. Unten				

Arbeitsblatt				
A	B	C	D	E
6	5	0.24609375		
7	6	0.205078125		
8	7	0.1171875		
9	8	0.0439453125		
10	9	0.009765625		
11	10	0.0009765625		
12	11	0		
13	12	0		
14	13	0		
15	14	0		
=COMB(10,Row-1)*0.5^(Row-1)*0.5^(10-(Row-1))				
Bearb. Format G. zu Ausw. Unten				

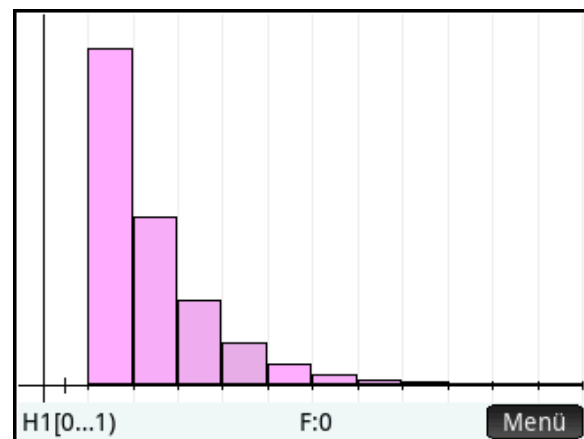
Geometrische Verteilungen

Bei geometrischen Verteilungen ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion definiert als $P(X=k)=p*(1-p)^{k-1}$.

Mit einer analogen Vorgehensweise können Sie in der Arbeitsblatt-App so viele Daten einer geometrischen Verteilung erstellen, wie Sie kopieren möchten. Der Unterschied besteht darin, dass der Wertebereich die positiven Ganzzahlen umfasst, sodass wir mit $X=1$ beginnen.

Natürlich können Sie auch **Erstelle** direkt in der Statistiken 1 Var-App verwenden.

Arbeitsblatt				
	A	B	C	D
1	1	0.5		
2	2	0.25		
3	3	0.125		
4	4	0.0625		
5	5	0.03125		
6	6	0.015625		
7	7	0.0078125		
8	8	0.00390625		
9	9	0.001953125		
10	10	0.0009765625		
$=0.5*0.5^{(Row-1)}$				
Bearb. Format G. zu Ausw. Unten				



In diesem Fall gibt $\Sigma\text{LIST}(D2)$ einen Wert zurück, der nah bei eins liegt, aber etwas kleiner ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den ersten 4 Würfeln Kopf geworfen wird? Zwei Möglichkeiten, um diese Frage zu beantworten, sind in der Abbildung rechts gezeigt.

Statistiken 1 Var	
$\Sigma\text{LIST}(D2)$	1
$D2(1)+D2(2)+D2(3)+D2(4)+D2(5)$	0.376953125
$\text{BINOMIAL_CDF}(10,0.5,4)$	0.376953125000
$\Sigma\text{LIST}(D2)$	0.999999046326
$D2(1)+D2(2)+D2(3)+D2(4)$	0.9375
$\text{GEOMETRIC_CDF}(0.5,4)$	0.9375
Spch ►	

Die Normalverteilung

In dieser Übung werden die Normalverteilung, die Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion, die kumulative Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die inverse kumulative Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion behandelt.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:





Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Lösen-App; die Funktionen `NORMALD()`, `NORMAL_CDF()` und `NORMALD_ICDF()`

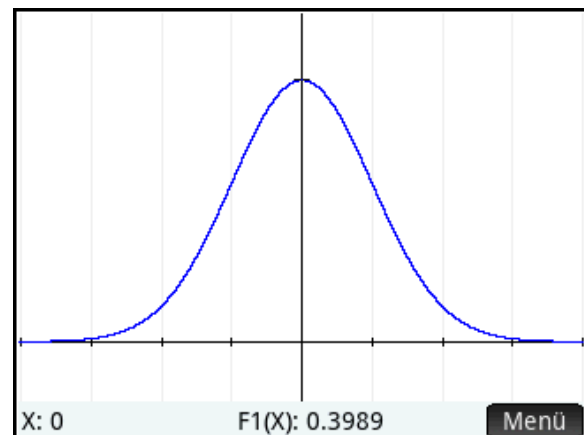
AP Statistics-Inhalt:

Die Normalverteilung; Eigenschaften der Normalverteilung

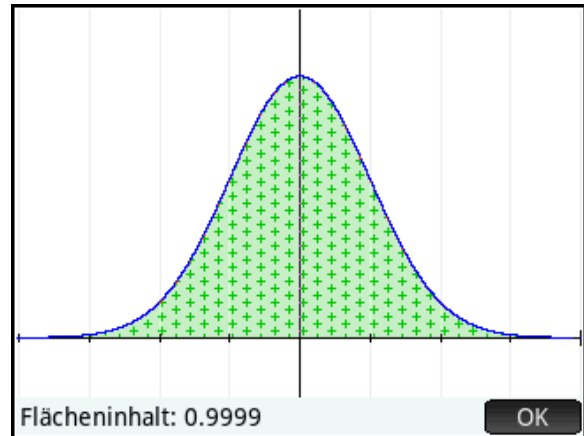
Übung 1: Die Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion

`NORMALD(μ , σ , x)` berechnet die Wahrscheinlichkeitsdichte bei x für die Normalverteilung mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ .

- Öffnen Sie die Funktion-App: Drücken Sie  und wählen Sie **Funktion** aus. Die Funktion-App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet, in der Sie bis zu 10 Funktionsausdrücke in X eingeben können. Geben Sie in F1(X) `NORMALD(0,1,X)` ein (siehe Abbildung rechts). Sie finden die Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion, indem Sie  drücken, dann auf **Wahrscheinlichkeit, Dichte** tippen und **Normal** auswählen.
- Drücken Sie , um den Graphen anzuzeigen. Drücken Sie ein- oder zweimal , um die Ansicht zu vergrößern, bis der Definitionsbereich ungefähr $[-4, 4]$ ist. Spreizen Sie die Finger vertikal, bis sich das Maximum der Kurve fast am oberen Rand der Anzeige befindet (siehe Abbildung rechts).



3. Wir möchten die Fläche unter dem Graphen abschätzen, d. h. die Fläche zwischen der Kurve und der x-Achse. Zeichnen Sie in der Abbildung auf der vorherigen Seite ein Dreieck, deren Basis die Endpunkte $(-3,0)$ und $(3,0)$ hat und dessen dritter Eckpunkt das Maximum des Graphen ist. Wie groß ist die Fläche dieses Dreiecks? Was meinen Sie? Ist diese Fläche größer oder kleiner als die tatsächliche Fläche unter der Kurve?
4. Tippen Sie auf **Menü**, um das Menü der grafischen Ansicht zu öffnen. Tippen Sie auf **Fkt** und wählen Sie **Flächeninhalt ...** aus. Sie werden aufgefordert, einen linken Endpunkt für die Flächenberechnung anzugeben. Geben Sie -4 ein und drücken Sie **Enter**. Danach werden Sie aufgefordert, einen rechten Endpunkt für die Fläche anzugeben. Geben Sie 4 ein und drücken Sie **Enter**.
5. Wie groß ist Ihrer Meinung nach die Gesamtfläche unter dieser Kurve?

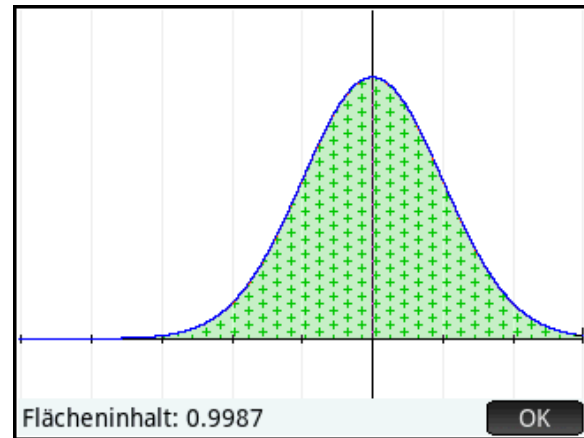


Die Fläche unter dieser Kurve kann als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, da sie genau eins ist. In diesem Fall nennen wir die Kurve eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Genauer gesagt handelt es sich um die Standard-Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Hier sind drei Flächen wichtig für uns:

- Die Fläche links von einem x-Wert (linke Seite) stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert nicht größer ist als der x-Wert.
- Die Fläche rechts von einem x-Wert (rechte Seite) stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert nicht kleiner ist als der x-Wert.
- Die Fläche zwischen den beiden x-Werten stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass der zufällig ausgewählte x-Wert zwischen diesen beiden x-Werten liegt.

In dieser Übung verwenden wir für die Berechnung der linksseitigen Wahrscheinlichkeit eine Zahl, z. B. -10 , für den linken Endpunkt als Ersatz für $-\infty$. Für die Berechnung der rechtsseitigen Wahrscheinlichkeit verwenden wir ebenfalls eine Zahl, z. B. 10 , für den rechten Endpunkt als Ersatz für ∞ .

Um beispielsweise die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert kleiner-gleich 3 ist, haben wir die Schritte in 4 (oben) mit einem linken Endpunkt von -10 und einem rechten Endpunkt von 3 wiederholt. Die Fläche bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert kleiner-gleich 3 ist, $P=0.9987$ ist. Beachten Sie weiterhin, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert größer als 3 ist, $P=1-0.9987$ oder $P=0.0013$ ist.



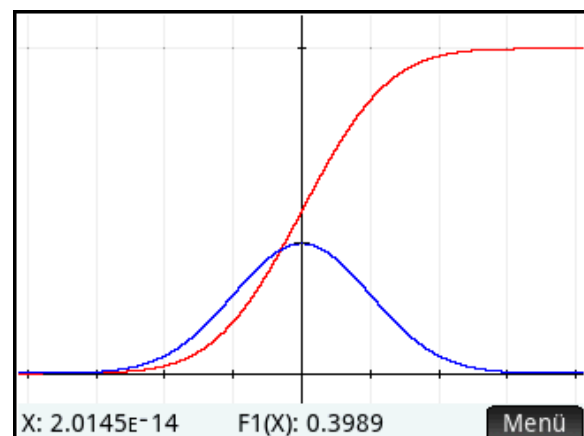
6. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert:
 - a. -2 oder kleiner ist?
 - b. 1 oder größer ist?
 - c. zwischen -1 und 1 liegt?

Wir definieren jetzt $F2(X)$ als Flächenfunktion für unsere Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

7. Drücken Sie **Symb** **→ Setup**, um zur symbolischen Ansicht zurückzukehren. Geben Sie in $F2(X)$ $AREA(F1, -5, X)$ ein (siehe Abbildung rechts). Drücken Sie **Mem** **B**, um die $AREA()$ -Funktion zu finden. Tippen Sie dann auf **App**, **Funktion** und wählen Sie $AREA$ aus. Drücken Sie **ALPHA** **α** **→** **X²**, um F einzugeben. Verwenden Sie die Menüschaftfläche, um X einzugeben.



8. Drücken Sie **Plot** **→ Setup**, um den Graphen anzuzeigen. Zoomen und scrollen Sie mit den Fingern, bis beide Funktionen sichtbar sind, und der Definitionsbereich ungefähr $[-4, 4]$ ist (siehe Abbildung).







9. Wie lauten die Gleichungen der horizontalen Asymptoten von $F_2(X)$? Erläutern Sie, warum diese von einer Funktion erwartet werden, die die Fläche von $F_1(X)$ liefert.
10. Welchen Wert für $F_2(0)$ erwarten Sie aufgrund der Symmetrie von $F_1(X)$? Drücken Sie ∇ , um von $F_1(X)$ zu $F_2(X)$ zu wechseln, und geben Sie 0 ein. Stimmt der Wert des Verfolgungscursors mit dem von Ihnen erwarteten Wert überein?
11. Um die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, dass ein zufällig ausgewählter x -Wert einer Normalverteilung kleiner als 3 ist, berechnen Sie einfach die Fläche zwischen -10 und 3 in der grafischen Ansicht oder $F_2(3)$ in der Startansicht. Diese Berechnung wird mit dem zugehörigen Ergebnis zusammen mit den entsprechenden Berechnungen aus 6 (oben) in der Abbildung rechts angezeigt.

Funktion	
$F_2(3)$	0.9986
$F_2(-2)$	0.0227
$F_2(100) - F_2(1)$	0.1587
$F_2(1) - F_2(-1)$	0.6827
Spch ▶	

Übung 2: Verwendung von Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

In der vorherigen Übung wurde eine Flächenberechnungsfunktion verwendet, um die Wahrscheinlichkeiten für die Dichtefunktion der Normalverteilung zu berechnen. Mit der kumulativen Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion, `NORMAL_CDF()`, können diese Wahrscheinlichkeiten direkt ermittelt werden. `NORMAL_CDF(μ , σ , links, rechts)` gibt die Wahrscheinlichkeit zurück, dass ein zufällig ausgewählter x -Wert einer Normalverteilung mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ zwischen $x=\text{links}$ und $x=\text{rechts}$ liegt. Lassen Sie uns die letzten vier Berechnungen in der Startansicht wiederholen.

1. Drücken Sie , um die Startansicht zu öffnen. Drücken Sie , tippen Sie auf , Wahrscheinlichkeit, Kumulativ und wählen Sie Normal aus. Geben Sie in den Klammern 0, 1, -100, 3 ein und drücken Sie . Eingabe und Ausgabe sind in der Abbildung rechts angezeigt. Der zurückgegebene p-Wert stimmt mit der oben durchgeführten Flächenberechnung überein.

Funktion	
<code>NORMALD_CDF(0,1,-100,3)</code>	0.9987
<code>NORMALD_CDF(0,1,3)</code>	0.9987
<code>NORMALD_CDF(3)</code>	0.9987
Spch ►	




Wird nur eine Grenze angegeben, werden die rechtsseitige und die linksseitige Wahrscheinlichkeit zurückgegeben. `NORMAL_CDF(0, 1, 3)` liefert daher das gleiche Ergebnis. Wenn in diesem letzten Fall $\mu=0$ und $\sigma=1$ gilt, können sie in der Tat ausgelassen werden. Daher gibt `NORMALD_CDF(3)` ebenfalls das gleiche Ergebnis zurück, d. h. die linksseitige Wahrscheinlichkeit für $x=3$.

2. Wiederholen Sie die Berechnungen von 6 mit der `NORMAL_CDF()`-Funktion.

Funktion	
<code>NORMALD_CDF(0,1,-100,3)</code>	0.9987
<code>NORMALD_CDF(0,1,3)</code>	0.9987
<code>NORMALD_CDF(3)</code>	0.9987
<code>NORMALD_CDF(0,1,-100,2)</code>	0.9772
<code>NORMALD_CDF(0,1,1,100)</code>	0.1587
<code>NORMALD_CDF(0,1,-1,1)</code>	0.6827
Spch ►	

Die linksseitigen Wahrscheinlichkeiten stellen einen interessanten Fall dar. Da es eine 1:1-Entsprechung zwischen den x -Werten und der zugehörigen linksseitigen Wahrscheinlichkeit gibt, können wir den x -Wert für jede beliebige linksseitige Wahrscheinlichkeit ermitteln. Die neue Funktion wird dementsprechend inverse kumulative Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion genannt. `NORMAL_ICDF(μ , σ , p)` gibt den x -Wert für die linksseitige Wahrscheinlichkeit p der Normalverteilung mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ zurück.


Wo befindet sich das erste Quartil der Standardnormalverteilung? Mit anderen Worten: Welcher x-Wert hat eine linksseitige Wahrscheinlichkeit von $p=0.25$?

3. Drücken Sie , um die Startansicht zu öffnen. Drücken Sie , tippen Sie auf **Math**, **Wahrscheinlichkeit**, **Invers** und wählen Sie **Normal** aus. Geben Sie in den Klammern 0, 1, 0.25 ein und drücken Sie . Eingabe und Ausgabe sind in der Abbildung rechts angezeigt.

Funktion	
$\text{NORMALD_ICDF}(0,1,0.25)$	-0.6745
$\text{NORMALD_ICDF}(0.25)$	-0.6745
$\text{NORMALD_CDF}(0,1,-100,-0.6745)$	0.25
Spch ▶	

Wie bei der $\text{NORMAL_CDF}()$ -Funktion können Mittelwert und Standardabweichung für die Standardnormalverteilung ausgelassen werden. $\text{NORMALD_ICDF}(0.25)$ liefert daher das gleiche Ergebnis. Die Abbildung oben enthält beide Varianten sowie eine Prüfung mit $\text{NORMAL_CDF}()$ zur Berechnung der linksseitigen Wahrscheinlichkeit von $x = -0.6745$. Die Prüfung entspricht unseren Erwartungen.

Die Lösen-App des HP Prime ermöglicht die Lösung derartiger Probleme mit einer einzigartigen und benutzerfreundlichen Oberfläche.

4. Drücken Sie , und wählen Sie **Lösen** aus. Die Lösen-App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet, in der Sie bis zu 10 Gleichungen eingeben können. Geben Sie in E1 $\text{NORMALD_CDF}(M, S, L, U) = P$ ein (siehe Abbildung rechts). Die Variablen sind:
- M: der Mittelwert der Verteilung
 - S: die Standardabweichung
 - L: die linke Grenze
 - U: die obere Grenze
 - P: die Wahrscheinlichkeit

Lösen Symbolische Ansicht	
<input checked="" type="checkbox"/>	E1: $\text{NORMALD_CDF}(M,S,L,U)=P$
<input type="checkbox"/>	E2: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	E3: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	E4: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	E5: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	E6: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	E7: <input type="text"/>
Gleichung eingeben	
Bearb.	<input type="button" value="√"/> <input type="button" value="="/> <input type="button" value="Zeigen"/> <input type="button" value="Awrt"/>

Beispiel 1: Wie groß ist in einer Normalverteilung mit $\mu=10$ und $\sigma=1.5$ der x-Wert mit einer linksseitigen Wahrscheinlichkeit $p=0.459$?

5. Drücken Sie **Num** **Setup**, um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie $M=10$, $S=1.5$, $L=-100$ und $P=0.459$ ein (siehe Abbildung).
6. Markieren Sie **U** und tippen Sie auf **Lösen**. Daraufhin wird $U=9.8456$ angezeigt.

Beispiel 2: Wie groß ist in einer Normalverteilung mit $\mu=5$ und $\sigma=0.5$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter x-Wert mindestens 4 ist?

7. Geben Sie $M=5$, $S=0.5$, $L=4$ und $U=100$ ein (siehe Abbildung).
8. Markieren Sie **P** und tippen Sie auf **Lösen**. Daraufhin wird $P=0.97725$ angezeigt.

Die Lösen-App ist im Allgemeinen recht nützlich, um Solver für bestimmte Probleme zu erstellen. Sie können einen Hinweis hinzufügen, der die Definitionen der Variablen und eine kurze Beschreibung der jeweiligen Gleichung enthält.

9. Drücken Sie **Shift** **Apps** **Info** und tippen Sie auf **Bearb.**, um einen Hinweis zu erstellen.
10. Drücken Sie danach **Apps** **Info** und tippen Sie auf **Spei**, um die App unter einem neuen Namen zu speichern, z. B. **PSOLVERDe**. Die neue App wird jetzt in der App-Bibliothek als **PSOLVERDe** angezeigt.

Wenn Sie PSOLVERDe an Ihre Schüler senden, sind Hinweis und Gleichung enthalten. Später können Sie eine Gleichung in E2 hinzufügen, um die t-Verteilungen abzudecken.

Antworten

Übung 1

3. Die Fläche des Dreiecks beträgt $0.5 \cdot 6 \cdot 0.3989 = 1.1967$. Dieser Wert scheint zu groß zu sein. Die extremen Längen der linken und rechten Flanken in diesem Fall können Schülern die Abschätzung ihrer Flächen erschweren.

5. Die Fläche unter der Kurve scheint genau 1 zu sein.

6.

a. Die Wahrscheinlichkeit, dass $x \leq 2$ ist, beträgt 0.9722.

b. Die Wahrscheinlichkeit, dass $x \geq 1$ ist, beträgt 0.1587.

c. Die Wahrscheinlichkeit, dass x zwischen -1 und 1 liegt, beträgt 0.6827.

9. Die Asymptoten sind $y=0$ und $y=1$. Dies bestätigt, dass $0 < y < 1$ ist, was für Wahrscheinlichkeiten angebracht ist.

10. Wir erwarten $F_2(0)=0.5$ und das ist richtig.

Hinweise für Lehrer

Alle kumulativen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des HP Prime verhalten sich genauso wie bei der kumulativen Normalverteilung. Bei einem x -Wert geben sie die linksseitige Wahrscheinlichkeit für den betreffenden x -Wert für die definierte Verteilung (binomial, geometrisch, t , X^2 usw.) zurück. Bei zwei x -Werten geben sie die Wahrscheinlichkeit zurück, dass ein zufällig ausgewählter x -Wert für die definierte Verteilung zwischen den beiden x -Werten liegt. Die Abbildung rechts veranschaulicht einige Beispiele.

Statistiken 1 Var	
STUDENT_CDF(5,2)	0.949
STUDENT_CDF(5,-2,2)	0.8981
BINOMIAL_CDF(2,0.5,1)	0.75
BINOMIAL_CDF(3,0.5,0,1)	0.5
Spch ►	

Sie können die kumulative Studentsche t -Wahrscheinlichkeitsfunktion basierend auf der Fläche unter der Studentschen t -Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion genauso einführen wie bei der kumulativen Normalwahrscheinlichkeitsfunktion.

Konfidenzintervalle

In dieser Übung erstellen wir mit dem HP Prime Konfidenzintervalle in unterschiedlichen Kontexten.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Inferenz-App

AP Statistics-Inhalt:

Konfidenzintervall einer umfangreichen Stichprobe für einen Anteil, einen Mittelwert, eine Differenz von zwei Mittelwerten und eine Differenz von zwei Anteilen

Problem 1

Eine Münze wird 30-mal geworfen, wobei 11-mal Kopf fällt. Erstellen und interpretieren Sie ein 95 %-Konfidenzintervall für den Kopf-Anteil dieser Münze.

Zuerst gilt $\hat{p} = \frac{11}{30} \approx 0.3667$ und $1 - \hat{p} \approx 0.6333$.

Zweitens ist $z^* = \text{NORMALD_ICDF}(0.025) \approx 1.96$.

Das 95 %-Konfidenzintervall ist somit gegeben als:

$$\hat{p} \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

$$0.3667 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.3667 \cdot (1 - 0.3667)}{30}}$$

Das 95 %-Konfidenzintervall beträgt daher

(0.1942, 0.5391). Die Schritte und die endgültige Antwort sind in der Abbildung gezeigt. Durch ausgiebige Verwendung von Kopieren und Einfügen können diese Berechnungen weniger mühselig gestaltet werden.

Inferenz	
11	
30	0.3667
1-0.3667	0.6333
NORMALD_ICDF(0.025)	-1.96
0.3667+-1.96*	$\sqrt{\frac{0.3667 \cdot 0.6333}{30}}$
	0.1942
0.3667--1.96*	$\sqrt{\frac{0.3667 \cdot 0.6333}{30}}$
	0.5391
Spch ▶	

1. Interpretieren Sie das 95 %-Konfidenzintervall. Können Sie insbesondere glaubwürdig vermuten, dass die Münze tendenziös ist?

Lassen Sie uns jetzt die Inferenz-App verwenden.

- Drücken Sie **Apps Info** und wählen Sie **Inferenz** aus. Die App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet. Wählen Sie in **Methode** die Option **Konfidenzintervall** und für **Typ** die Option **Z-Int: 1 π** aus (siehe Abbildung).
- Drücken Sie **Num Setup**, um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie für unser Problem $x=11$, $n=30$ und $C=0.95$ ein (siehe Abbildung).
- Tippen Sie auf **Rechn**, um das Konfidenzintervall zusammen mit dem Konfidenzniveau und dem kritischen Wert von Z anzuzeigen. Das hier angezeigte Konfidenzintervall stimmt mit unseren früheren Berechnungen überein.
- Tippen Sie auf **OK**, um zur numerischen Ansicht zurückzukehren.
- Drücken Sie **Plot Setup**, um die graphische Ansicht zu öffnen. Das Konfidenzintervall wird grafisch dargestellt. Die Anzeige veranschaulicht deutlich den Zusammenhang der Zufallsvariablen x und dem z-Wert der Normalverteilung.
- Tippen Sie auf **C**. Ein weißer Punkt zeigt an, dass die Option aktiv ist. Drücken Sie \blacktriangle und \blacktriangledown , um den Wert von C zu vergrößern bzw. zu verkleinern und die Beziehung zwischen der Größe von C und der Breite des Konfidenzintervalls dynamisch zu veranschaulichen.
- Tippen Sie erneut auf **C**, um die Option zu deaktivieren.

Inferenz Symbolische Ansicht

Methode: Konfidenzintervall

Typ: Z-Int: 1 π

Statistische Verteilung auswählen

Ausw

Inferenz Numerische Ansicht

x: 11

n: 30

C: 0.95

Konfidenzniveau

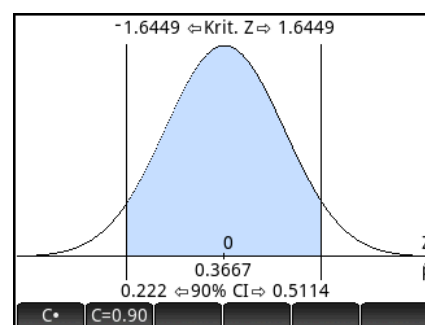
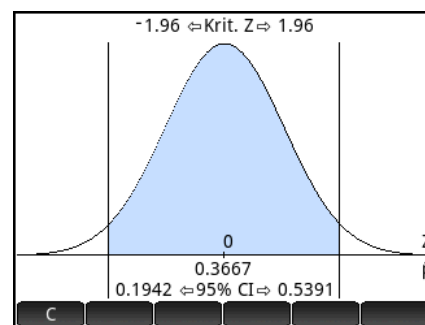
Bearb. Rechn

Ergebnisse

C	0.95
Krit. Z	± 1.95996398454
Mindest...	0.194226135476
Maxima...	0.539107197857
\hat{p}	0.366666666667

Berechneter kritischer Z-Wert

Mehr OK



Problem 2

Der Zufallszahlengenerator eines Taschenrechners soll Zahlen x aus einer Gleichverteilung erzeugen, sodass $0 \leq x < 1$ gilt. Ein Schüler erzeugt mit seinem Taschenrechner 40 Zufallszahlen:

0.2780	0.3670	0.8001	0.7101	0.9059	0.1329	0.4847	0.0425
0.1207	0.9666	0.3123	0.6745	0.4215	0.3741	0.1997	0.3856
0.8302	0.2247	0.3871	0.1939	0.0741	0.0765	0.1973	0.6589
0.7826	0.3374	0.7739	0.7093	0.1454	0.3527	0.7528	0.2580
0.4836	0.4097	0.4691	0.7819	0.4934	0.5246	0.5438	0.3172

Wir wissen, dass der Mittelwert der Grundgesamtheit $\mu=0.5$ sein soll. Der Mittelwert dieser Stichprobe ist aber nur $\bar{x}=0.4489$. Konstruieren Sie ein 95 %-Konfidenzintervall für den Mittelwert aller Zufallszahlen, die von diesem Taschenrechner erzeugt werden.

1. Fordern Sie die App *CIPROBLEM2De* von Ihrem Kursleiter an. Sie enthält die Datenmenge in D1 der numerischen Ansicht.

CIPROBLEM2... Numerische Ansicht				
	D1	D2	D3	D4
1	0.278			
2	0.1207			
3	0.8302			
4	0.7826			
5	0.4836			
6	0.367			
7	0.9666			
8	0.2247			
9	0.3374			
10	0.4097			
0.278				
Bearb. Mehr G. zu Sortiere Erstelle Stats				

2. Tippen Sie auf **Stats**, um die Gesamtstatistik für unsere Stichprobe anzuzeigen, die $\bar{x}=0.4489$ enthält.

Wir wissen, dass die Stichprobe willkürlich erstellt wurde. Um zu beweisen, dass die Stichprobenverteilung annähernd normal ist, betrachten wir das Histogramm, die Kastengrafikdarstellung und das Normalwahrscheinlichkeitsdiagramm.

CIPROBLEM2... Numerische Ansicht	
H1	
n	40
Min	0.0425
Q1	0.24135
Med	0.3984
Q3	0.6919
Max	0.9666
ΣX	17.9543
ΣX^2	10.60583197
\bar{x}	0.4488575
sX	0.255549170227
Anzahl der Elemente	
Mehr OK	

3. Drücken Sie **Symb**, um die symbolische Ansicht zu öffnen. Richten Sie **H1** so ein, dass D1 für die Daten verwendet wird, und legen Sie **Grafik1** auf „Histogramm“ fest (siehe Abbildung).

CIPROBLEM... Symbolische Ansicht	
✓ H1: D1	
Grafik1:	Histogramm
Option1:	
H2:	
Grafik2:	Histogramm
Option2:	
H3:	
Grafiktyp auswählen	
Ausw	✓

4. Drücken Sie **Shift** **Plot** (Plot Setup) und legen Sie **H-Breite** sowie **X-Tlg** auf 0.1 fest. Die anderen Einstellungen sind ohne Belang. Drücken Sie **View** und wählen Sie stattdessen **Automat. Skalierung** aus.

CIPROBLEM2De Grafikeinstellung

H-Bre.: 0.1

H-Ber.: 0	1.1
X-Ber.: -0.1059	1.21
Y-Ber.: -0.8	8.8

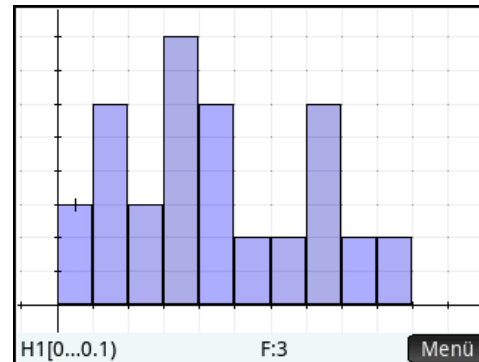
X-Tlg: 0.1

Y-Tlg: 1

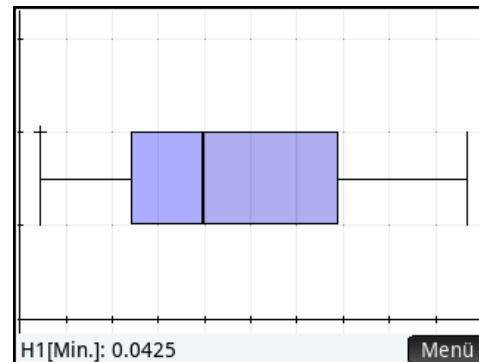
Abstand für horizont. Teilstrich eingeben

Bearb. Seite 1/3

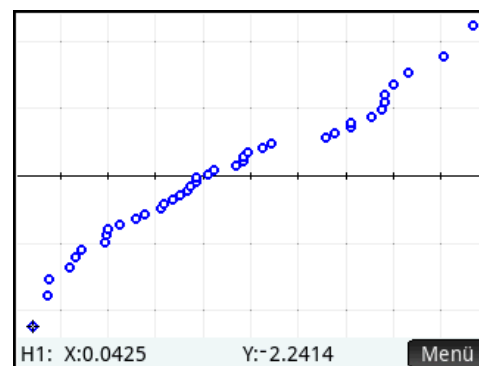
5. Das Histogramm wird in der grafischen Ansicht angezeigt. In der Abbildung befindet sich der Cursor im Balken der Klasse, die durch das Intervall $[0.3, 0.4)$ definiert ist. Die Häufigkeit der Werte in diesem Bereich ist $F=8$. Sie können den Verfolgungscursor durch Tippen oder mit dem Richtungstastenblock in einen beliebigen anderen Balken bewegen.



6. Lassen Sie uns eine Kastengrafik erstellen. Kehren Sie zur symbolischen Ansicht zurück und ändern Sie **Grafik1** in **Kastengrafik**. Wählen Sie unter **Optionen** die Option **Ausreißer anzeigen** aus. Skalieren Sie die grafische Darstellung wieder automatisch. Die Grafik ist in der Abbildung rechts gezeigt. Bewegen Sie den Verfolgungscursor durch Tippen oder mit dem Richtungstastenblock durch die 5-zahlige Übersicht.



7. Kehren Sie danach zur symbolischen Ansicht zurück und legen Sie **Grafik1** auf **Norm. Wahrsch.** fest. Skalieren Sie die grafische Darstellung wieder automatisch.
8. Weisen die Grafiken eine Schiefeit oder Ausreißer auf?



Wir haben die Zufälligkeit der Stichprobe und die Normalität der Verteilung überprüft und wissen, dass die Stichproben unabhängig sind. Wir erstellen jetzt das Konfidenzintervall.

9. Drücken Sie **Apps** und wählen Sie **Inferenz** aus. Legen Sie **Methode** in der symbolischen Ansicht auf **Konfidenzintervall** und **Typ** auf **T-Int: 1 μ** fest.
10. Drücken Sie **Num** und tippen Sie auf **Import**. Wählen Sie im Feld **App** die **CIPROBLEM2De**-App und im Feld **Spalte** die Spalte **D1** aus. Tippen Sie auf **OK**, um die gezeigten Werte für \bar{x} , s und n zu importieren. Legen Sie $C=0.95$ fest. Die endgültige numerische Ansicht ist in der Abbildung rechts dargestellt.
11. Tippen Sie auf **Rechn**, um das Konfidenzintervall zusammen mit dem Konfidenzniveau, den Freiheitsgraden und dem kritischen Wert von t anzuzeigen.
12. Interpretieren Sie das 95 %-Konfidenzintervall für den Mittelwert aller Zufallszahlen, die von diesem Taschenrechner generiert wurden. Sind Sie der Meinung, dass der Zufallszahlengenerator einwandfrei funktioniert?

Inferenz Symbolische Ansicht

Methode: Konfidenzintervall
 Typ: T-Int: 1 μ

Statistische Verteilung auswählen

Ausw

Stichprobenstatistiken-Import

\bar{x} : 0.4488575
 n : 40
 s : 0.255549170227

App: CIPROBLEM2De
 Spalte: D1

App für Datenimport auswählen

Ausw Abbr. OK

Inferenz Numerische Ansicht

\bar{x} : 0.4488575
 s : 0.255549170227
 n : 40
 C : 0.95

Stichprobenmittelwert

Bearb. Import Rechn

Ergebnisse

C	0.95
FG	39
Krit. T	± 2.02269092003
Mindest...	0.36712891039
Maxima...	0.53058608961

95%

Mehr OK

Antworten

Problem 1

1. Das 95 %-Konfidenzintervall ist (0.1942, 0.5391). Wir sind zu 95 % zuversichtlich, dass der wahre Kopf-Anteil aller Würfe dieser Münze zwischen 0.1942 und 0.5391 liegt. Da dieses Konfidenzintervall 0.5 enthält, scheint die Münze fair zu sein.

Problem 2

9. Nein, keine Grafik zeigt irgendwelche Ausreißer und es ist keine Schiefheit vorhanden.

12. Das Konfidenzintervall ist (0.3671, 0.5306). Wir sind zu 95 % zuversichtlich, dass der Mittelwert aller von diesem Taschenrechner generierten Zufallszahlen zwischen 0.3671 und 0.5306 liegt. Da das Intervall 0.5 enthält, scheint der Taschenrechner ordnungsgemäß zu funktionieren.

Hinweise für Lehrer

Die Konfidenzintervalle für eine Differenz von zwei Mittelwerten oder eine Differenz von zwei Anteilen werden annähernd genauso konstruiert wie für einen einzelnen Mittelwert oder Anteil. Wählen Sie den Typ in der symbolischen Ansicht aus, wechseln Sie dann zur numerischen Ansicht und geben Sie die Daten ein oder importieren Sie die Daten aus einer anderen App. Tippen Sie auf **Rechn**, um das Ergebnis anzuzeigen. Die entsprechenden Beispiele finden Sie unten.

Inferenz Symbolische Ansicht	Inferenz Numerische Ansicht	Ergebnisse
Methode: Konfidenzintervall Typ: Z-Int: $\pi_1 - \pi_2$ Statistische Verteilung auswählen Ausw	x_1 : 21 x_2 : 26 n_1 : 40 n_2 : 50 C: 0.95 Erfolgsanzahl für Stichprobengröße 1 Bearb. Rechn	C: 0.95 Krit. Z: ± 1.95996398454 Mindest...: -0.202667179083 Maxima...: 0.212667179083 \hat{p}_1 : 0.525 \hat{p}_2 : 0.52 95% Mehr OK

Konfidenzintervall für die Differenz von Anteilen

Inferenz Symbolische Ansicht	Inferenz Numerische Ansicht	Ergebnisse
Methode: Konfidenzintervall Typ: T-Int: $\mu_1 - \mu_2$ Statistische Verteilung auswählen Ausw	\bar{x}_1 : 0.448860015687 \bar{x}_2 : 0.522851 s_1 : 0.25553099798 s_2 : 0.2943 n_1 : 40 n_2 : 50 C: 0.95 Zus.gefasst: <input type="checkbox"/> Stichprobenmittelwert f. Grundgesamtheit 1 Bearb. Import Rechn	C: 0.95 FG: 87.3747144833 Krit. T: ± 1.98748810068 Mindest...: -0.189281303806 Maxima...: 4.12993351804E-2 95% Mehr OK

Konfidenzintervall für die Differenz von Mittelwerten

Die Ergebnisansicht enthält die benötigten Informationen, um das berechnete Konfidenzintervall manuell oder schrittweise zu bestätigen. Der Aufbau dieser Ansicht gibt dem Lehrer mehr Flexibilität in der Klasse.

In Problem 1 wissen wir beispielsweise, dass $n=30$ und $x=11$ (Anzahl der erfolgreichen Versuche) sind. Die Formel für das

Konfidenzintervall lautet $\hat{p} \pm z^* \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$. Die

Werte von \hat{p} und z^* sind in der Ergebnisansicht angegeben.

Analog haben wir in Problem 2 $\bar{x}=0.4489$, $s_x=0.2556$ und $n=40$ importiert. Die Formel für

das Konfidenzintervall lautet $\bar{x} \pm t^* \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}$. Der

Wert von t^* ist in der Ergebnisansicht angegeben. Beachten Sie, dass auch die Freiheitsgrade angegeben werden, sodass der Wert von t^* mit $\text{STUDENT_ICDF}(39,0.025)$ bestätigt werden kann.

Ergebnisse	
C	0.95
Krit. Z	± 1.95996398454
Mindest...	0.194226135476
Maxima...	0.539107197857
\hat{p}	0.366666666667
Berechneter kritischer Z-Wert	
Mehr	OK

Inferenz	
$\frac{11}{30} + 1.95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{11}{30} \cdot (1 - \frac{11}{30})}{30}}$	0.539106847292
$\frac{11}{30} - 1.95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{11}{30} \cdot (1 - \frac{11}{30})}{30}}$	0.194226486042
Spch	

Ergebnisse	
C	0.95
FG	39
Krit. T	± 2.02269092003
Mindest...	0.36712891039
Maxima...	0.53058608961
95%	
Mehr	OK

Inferenz	
$\frac{11}{30} - 1.95996 \cdot \sqrt{\frac{\frac{11}{30} \cdot (1 - \frac{11}{30})}{30}}$	0.194226486042
$\text{STUDENT_ICDF}(39, 0.025)$	-2.02269092003
$0.4489 + -2.02269092003 \cdot \frac{0.2556}{\sqrt{40}}$	0.36715515424
$0.4489 - -2.02269092003 \cdot \frac{0.2556}{\sqrt{40}}$	0.53064484576
Spch	

Signifikanztest

In dieser Übung betrachten wir mit dem HP Prime Signifikanztests in unterschiedlichen Kontexten.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:



Verwendung der numerischen, symbolischen und grafischen Ansicht der Inferenz-App

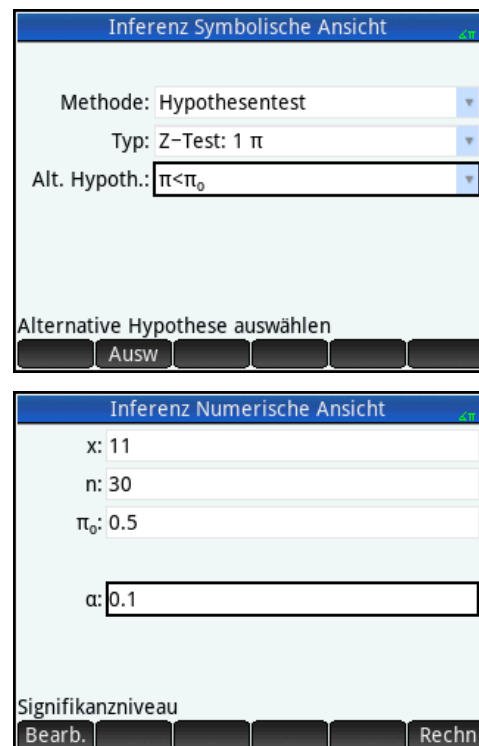
AP Statistics-Inhalt:

Tests mit umfangreichen Stichproben für einen Anteil eine Differenz von zwei Anteilen, Test für einen Mittelwert und eine Differenz von zwei Mittelwerten

Konfidenzintervall-Problem 1 – Zusätzliche Übung

Lassen Sie uns Problem 1 der Übung zum Konfidenzintervall vom Gesichtspunkt eines Signifikanztests aus untersuchen. Wie Sie sich erinnern, wurde eine Münze 30-mal geworfen, wobei 11-mal Kopf fiel. Testen Sie die Nullhypothese $H_0: \pi=0.5$ gegenüber der Alternativhypothese $H_a: \pi<0.5$ bei $\alpha=0.10$.

1. Drücken Sie  und wählen Sie **Inferenz** aus. Wählen Sie in **Methode** die Option **Hypothesentest** und für **Typ** die Option **Z-Test: 1 π** aus. Wählen Sie für die Alternativhypothese **$\pi<\pi_0$** aus (siehe Abbildung).
2. Drücken Sie , um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie für unser Problem $x=11$, $n=30$, $\pi_0=0.5$ und $\alpha=0.1$ ein (siehe Abbildung).



The image shows two screenshots of the HP Prime Inferenz app interface.

The top screenshot is titled "Inferenz Symbolische Ansicht". It shows the following settings:

- Methode: Hypothesentest
- Typ: Z-Test: 1 π
- Alt. Hypoth.: $\pi<\pi_0$

Below these settings, there is a section labeled "Alternative Hypothese auswählen" with a button labeled "Ausw".

The bottom screenshot is titled "Inferenz Numerische Ansicht". It shows the following input fields:

- x: 11
- n: 30
- π_0 : 0.5
- α : 0.1

At the bottom, there is a section labeled "Signifikanzniveau" with a button labeled "Bearb." and a button labeled "Rechn".

3. Tippen Sie auf **Rechn**, um die Testergebnisse anzuzeigen.

Das Testergebnis wird als 0 (Nullhypothese falsch) oder 1 (Hypothese richtig) angezeigt. Nach diesem Wert werden die Werte für Z und \hat{p} des Tests angezeigt. Dahinter werden der p-Wert des Tests und die kritischen Werte von Z und \hat{p} angezeigt. In diesem Fall ist der p-Wert ($p=0.072$) kleiner als das α -Niveau ($\alpha=0.10$), sodass bei diesem α -Niveau nachgewiesen ist, dass die Alternativhypothese gestützt wird.

4. Tippen Sie auf **OK**, um zur numerischen Ansicht zurückzukehren.
5. Drücken Sie **Plot**, um die grafische Ansicht zu öffnen.

Hier wird das Testergebnis auf zwei verschiedene Arten grafisch dargestellt. Die erste ist die Standardansicht, in der die Zuordnung von Z und \hat{p} des Tests angezeigt wird.

6. Tippen Sie auf **α** , um zur zweiten grafischen Darstellung der Ergebnisse zu wechseln. Ein weißer Punkt zeigt an, dass die zweite Option aktiv ist.

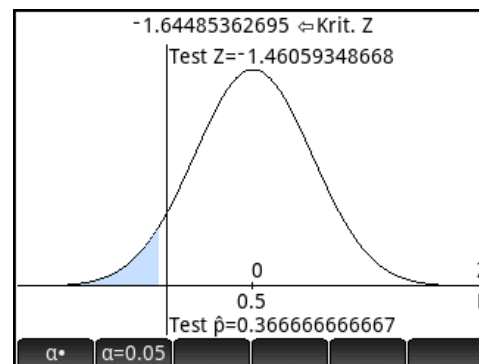
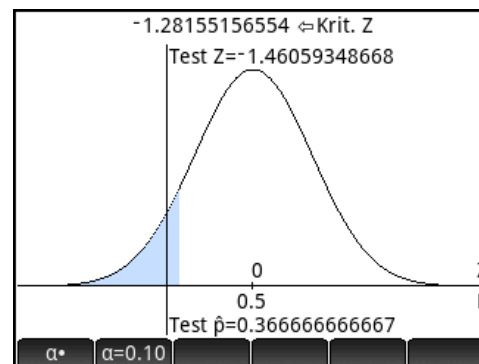
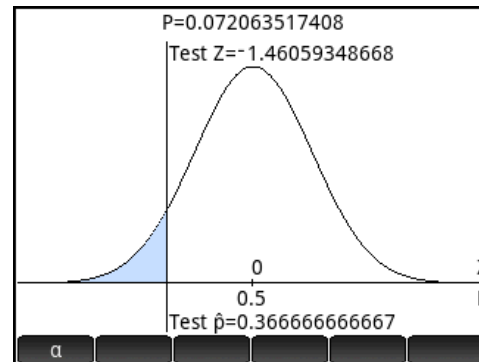
Hier ist der Ablehnungsbereich hellblau getönt und die Position des Z-Werts des Tests wird relativ zum Ablehnungsbereich angezeigt. Der Testwert liegt wie erwartet im Ablehnungsbereich, aber recht nah an der Bereichsgrenze. Hätten wir $\alpha=0.05$ verwendet, wäre das Testergebnis vollkommen anders.

7. Drücken Sie **▲** und **▼**, um den Wert von α zu vergrößern bzw. zu verkleinern und die Beziehung zwischen der Größe von α und der Fläche des Ablehnungsbereichs dynamisch zu veranschaulichen.

Ergebnisse	
Ergebnis	0
Test Z	-1.46059348668
Test \hat{p}	0.36666666667
P	0.072063517408
Krit. Z	-1.28155156554
Krit. \hat{p}	0.387247197167

Zurückweisen von H_0 bei $\alpha=0.1$

Mehr OK



Konfidenzintervall-Problem 2 – Zusätzliche Übung

Der Zufallszahlengenerator eines Taschenrechners erstellt eine Stichprobe von 40 Zufallszahlen x , mit $0 \leq x < 1$. Für die Stichprobe gilt $\bar{x} = 0.4489$ und $s_x = 0.2556$. Testen Sie die Nullhypothese $H_0: \mu = 0.5$ gegenüber der Alternativhypothese $H_a: \mu < 0.5$ bei $\alpha = 0.05$.

1. Kehren Sie zur symbolischen Ansicht zurück. Wählen Sie in **Methode** die Option **Hypothesentest** und für **Typ** die Option **T-Test: 1 μ** aus. Wählen Sie für die Alternativhypothese **$\mu < \mu_0$** aus (siehe Abbildung).
2. Drücken Sie **Num**, um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie die obigen Werte ein oder importieren Sie die Werte wieder aus der CIPProblem2De-App. Die fertige numerische Ansicht ist rechts abgebildet.
3. Tippen Sie auf **Rechn**, um die Testergebnisse anzuzeigen.

Das Testergebnis (1) wird zuerst angezeigt und gibt an, dass die Nullhypothese nicht abgelehnt werden sollte. Hinter dem Ergebnis werden der t-Wert und der \bar{x} -Wert des Tests angegeben. Dahinter werden wiederum der p-Wert des Tests, die Freiheitsgrade und die kritischen Werte für t und \bar{x} angegeben. In diesem Fall ist der p-Wert größer als der α -Wert.

Sie können wieder **Plot** drücken, um zwei grafische Darstellungen des Testergebnisses anzuzeigen. Eine enthält die Test- und p-Wert, in der anderen wird der Ablehnungsbereich getönt und der Testwert angezeigt.

Inferenz Symbolische Ansicht

Methode: Hypothesentest
 Typ: T-Test: 1 μ
 Alt. Hypoth.: $\mu < \mu_0$

Statistische Verteilung auswählen

Ausw

Inferenz Numerische Ansicht

\bar{x} : 0.4488575
 s: 0.255549170227
 n: 40
 μ_0 : 0.5
 α : 0.05

Stichprobenmittelwert

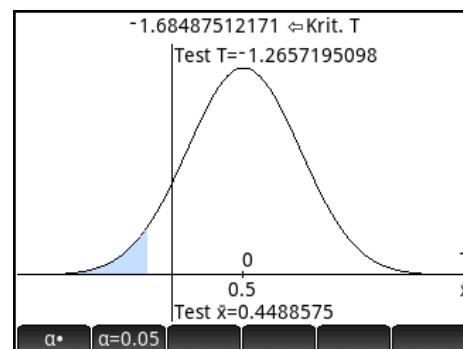
Bearb. Import Rechn

Ergebnisse

Ergebnis	1
Test T	-1.2657195098
Test \bar{x}	0.4488575
P	0.106561420621
FG	39
Krit. T	-1.68487512171
Krit. \bar{x}	0.431921152163

Unmöglich: Zurückweisen von H_0 bei $\alpha = 0.05$

Mehr OK



Verteilungen von kategorialen Daten

In den folgenden Übungen betrachten wir die Verteilungen von kategorialen Daten mithilfe der Chi-Quadrat-Verteilung.

Vorgestellte HP Prime-Funktionen:

Chi-Quadrat-Methoden der Inferenz-App des HP Prime

AP Statistics-Inhalt:

Chi-Quadrat-Tests für die Anpassungsgüte und Homogenität von Anteilen

Übung: Vergleichen beobachteter und erwarteter Zahlen


Die Erdnussbonbons von M&M werden durchschnittlich mit der folgenden prozentualen Farbverteilung verpackt:

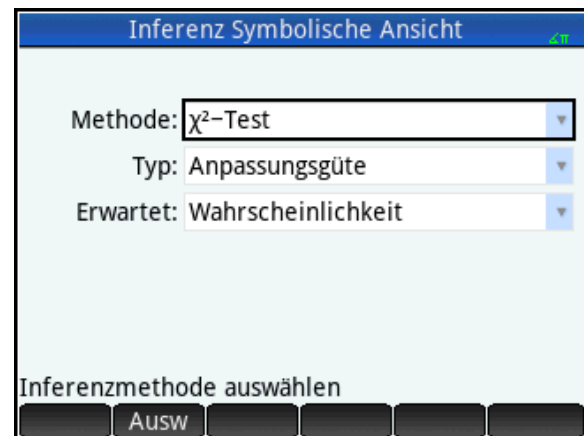
- 23 % blau
- 23 % orange
- 15 % grün
- 15 % gelb
- 12 % rot
- 12 % braun

Ich habe eine 300-g-Tüte mit 120 M&M-Erdnussbonbons geöffnet, der Farbverteilung wie folgt war:

- 22 blau
- 15 orange
- 12 grün
- 36 gelb
- 20 rot
- 15 braun

Anscheinend sind ziemlich viele Bonbons gelb! Wie wahrscheinlich ist es, dass die Verteilung in meiner Stichprobe durch eine zufällige Variation entstanden ist?

1. Drücken Sie , um die App-Bibliothek zu öffnen, und wählen Sie die Inferenz-App aus. Die App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet.
2. Wählen Sie im Feld **Methode** den **χ^2 -Test** aus. Wählen Sie für **Typ** die Option **Anpassungsgüte** aus. Sie können dann die erwarteten Zahlen oder die erwarteten Wahrscheinlichkeiten auswählen. Hier möchten wir die erwarteten Wahrscheinlichkeiten verwenden.



3. Drücken Sie **Num**, um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie ObsList die beobachteten Zahlen und in ProbList die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten ein.

Inferenz Numerische Ansicht		
	ObsList	ProbList
1	22	0.23
2	15	0.23
3	12	0.15
4	36	0.15
5	20	0.12
6	15	0.12
7		
Wert oder Ausdruck eingeben		
Bearb. Mehr G. zu Import Erstelle Rechn		

4. Tippen Sie auf **Rechn**, um den Chi-Quadrat-Anpassungstest durchzuführen, und zeigen Sie die Ergebnisse an. Im Mittel weist 1 Tüte von 2500 durch zufällige Variation eine ebenso extreme Verteilung auf wie meine Tüte.

Stats	
χ^2	29.0911835749
P	2.2251780227E-5
FG	5
29.0911835749	
Mehr Stats• Exp Weiter OK	

5. Tippen Sie auf **Exp**, um die erwarteten Zahlen anzuzeigen. Tippen Sie auf **Weiter**, um die Chi-Quadrat-Beiträge nach Kategorie anzuzeigen. Wie Sie in der Abbildung rechts sehen können, ist der Chi-Quadrat-Wert zu einem großen Teil auf die hohe Anzahl von gelben Bonbons zurückzuführen.
6. Tippen Sie auf **OK**, um zur numerischen Ansicht zurückzukehren.

Stats	
1	1.13623188406
2	5.75217391304
3	2
4	18
5	2.17777777778
6	0.025
1	
Mehr Stats Exp Weiter• OK	

Die Inferenz-App wird im Allgemeinen folgendermaßen verwendet:



1. Wählen Sie in der symbolischen Ansicht eine Methode und einen Typ aus.
2. Geben Sie in der numerischen Ansicht die Daten ein oder importieren Sie die Daten.
3. Tippen Sie auf **Rechn**, um das Ergebnis anzuzeigen.
4. Tippen Sie auf **OK**, um zur numerischen Ansicht zurückzukehren.

Übung: Kreuztabellen und der Chi-Quadrat-Homogenitätstest

Vom American Community Survey des statistischen Bundesamts der USA wurde vor kurzem die Kurzdarstellung *The Foreign-Born Population From Africa: 2008-2012* veröffentlicht. Der Bericht enthält Schätzwerte für kategoriale Daten zur geografischen Herkunft von afrikanischen Einwanderern im Bundesstaat New York im Vergleich zu Kalifornien.

Anzahl (in Tausend) afrikanisch stämmiger Einwanderer gegliedert nach Regionen in Afrika, 2008-2012						
	Ostafrika	Zentralafrika	Nordafrika	Südafrika	Westafrika	Andere
New York	17.9	4.9	35.4	6.1	85.8	13.8
Kalifornien	49.3	4.5	45.3	16.0	30.8	9.1

Wir möchten die Nullhypothese H_0 : „Es gibt keinen Unterschied in den Bevölkerungen von New York und Kalifornien in Bezug auf die geografische Verteilung afrikanischer Einwanderer“ gegenüber der Alternativhypothese, H_a : „Es gibt einen Unterschied in beiden Bevölkerungen in Bezug auf die geografische Verteilung“ testen.

1. Drücken Sie  , um die App-Bibliothek zu öffnen, und wählen Sie die Inferenz-App aus. Die App wird in der symbolischen Ansicht geöffnet.
2. Wählen Sie im Feld **Methode** den **χ^2 -Test** aus. Wählen Sie für **Typ** die Option **2-Weg-Test** aus.
3. Drücken Sie  , um die numerische Ansicht zu öffnen. Geben Sie die Daten in ObsMat ein (siehe Abbildung rechts).

Inferenz Symbolische Ansicht

Methode: χ^2 -Test

Typ: 2-Weg-Test

χ^2 -Test auswählen

Ausw

Inferenz Numerische Ansicht

	1	2	3	4
1	17.9	4.9	35.4	6.1
2	49.3	4.5	45.3	16
3				

Bearb. Mehr G. zu Rechts Rechn

4. Tippen Sie auf **Rechn**, um den Chi-Quadrat-Homogenitätstest durchzuführen, und zeigen Sie die Ergebnisse an. Da unser p-Wert recht klein ist, haben wir starke Anzeichen dafür, die Ablehnung der Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese zu stützen.

Stats	
χ^2	47.034659221
P	5.589777E-9
FG	5
47.034659221	
<div> <div></div> <div>Mehr</div> <div>Exp</div> <div>Weiter</div> <div></div> <div>OK</div> </div>	

5. Tippen Sie auf **Exp**, um die erwarteten Zahlen anzuzeigen. Tippen Sie auf **Weiter**, um die Chi-Quadrat-Beiträge nach Kategorie anzuzeigen.

Ein Großteil des Chi-Quadrat-Werts ist auf die Bevölkerungsunterschiede aus Ostafrika (1. Spalte) und Westafrika (5. Spalte) zurückzuführen. Anscheinend lassen sich mehr Westafrikaner in New York nieder und mehr Ostafrikaner in Kalifornien.

8.0148	0.001	0.8901	2.4344	11.1704	0.350
8.475	0.001	0.9412	2.5742	11.8118	0.370
<div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div>OK</div> </div>					







Importieren von Daten in den HP Prime

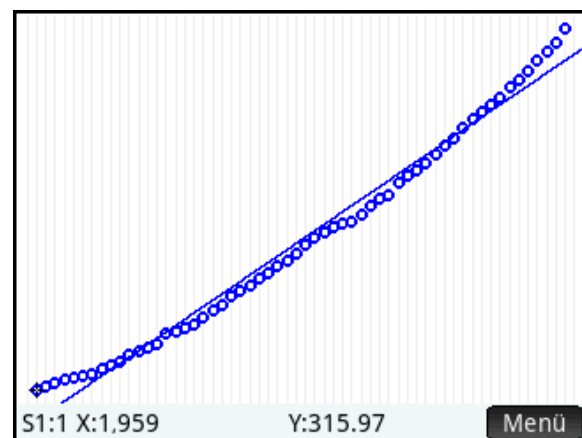
Daten können bequem aus einer Vielzahl von Quellen in den virtuellen HP Prime-Taschenrechner importiert werden. In diesem Abschnitt importieren wir Daten aus dem Internet, zuerst in MS Excel und dann in den virtuellen HP Prime-Taschenrechner. David Keeling begann 1958 mit der Erfassung von CO₂-Messwerten am Mauna Loa Observatorium. Diese Erfassung wurde ab 1974 von NOAA fortgeführt. Die Daten finden Sie unter folgender URL:



<http://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends/full.html>

Gehen Sie auf der Website folgendermaßen vor:




1. Klicken Sie auf die Registerkarte **Data** und öffnen Sie **annual mean data**. Wählen Sie alle Daten aus und kopieren Sie sie über Strg-C in die PC-Zwischenablage.
2. Öffnen Sie MS Excel. Wählen Sie eine Zelle aus und fügen Sie die Daten über Strg-V beginnend bei dieser Zelle ein. Dieser Befehl ist normalerweise ausreichend, um die Daten ordnungsgemäß getrennt in Spalten einzufügen. In einigen Fällen müssen Sie in Excel weitere Schritte ausführen. In diesem Beispiel ist der folgende zusätzliche Schritt erforderlich.
3. Klicken Sie auf die Spalte **Daten** und klicken Sie auf **Text in Spalten**. Folgen Sie dem Assistenten, um die Daten in 3 Spalten aufzuteilen: **Year**, **CO₂ annual mean** und **unc.** Wählen Sie alle Daten in den ersten beiden Spalten aus und kopieren Sie sie in die PC-Zwischenablage (Strg-C).
4. Starten Sie den virtuellen HP Prime-Taschenrechner. Drücken Sie , um die App-Bibliothek zu öffnen. Navigieren Sie zur Statistiken 2 Var-App und tippen Sie auf , um alle Daten zu löschen, die derzeit in der App vorhanden sind. Tippen Sie auf , um die App zu öffnen.
5. Die App wird in der numerischen Ansicht geöffnet. Wählen Sie ggf. C1(1) aus, klicken Sie im Menü des virtuellen HP Prime-Taschenrechners auf **Bearb.** und wählen Sie **Einfügen** aus. Die Jahresdaten werden in C1 eingefügt und die CO₂-Daten in C2.
6. Drücken Sie , um die symbolische Ansicht zu öffnen. Standardmäßig ist S1 so definiert, dass C1 für die unabhängigen Daten, C2 für die abhängigen Daten sowie eine lineare Regression verwendet werden.
7. Drücken Sie  und wählen Sie **Automat. Skalierung** aus, um das Streudiagramm anzuzeigen. Tippen Sie auf  und dann auf , um die lineare Regression anzuzeigen.

Statistiken 2 ... Numerische Ansicht				
	C1	C2	C3	C4
1	1,959	315.97		
2	1,960	316.91		
3	1,961	317.64		
4	1,962	318.45		
5	1,963	318.99		
6	1,964	319.62		
7	1,965	320.04		
8	1,966	321.38		
9	1,967	322.16		
10	1,968	323.04		
1,959				
     				



8. Drücken Sie , um zur numerischen Ansicht zurückzukehren, und tippen Sie auf , um die Werte für r und R^2 anzuzeigen.

Statistiken 2 ... Numerische Ansicht	
	S1
n	58
r	0.992585495015
R ²	0.985225964915
sCOV	438.320701754
σCOV	430.763448276
ΣXY	40,667,014.03
Anzahl der Elemente	
	Mehr Stats• X Y OK

9. Drücken Sie , um die Anwendungsbibliothek zu öffnen, und tippen Sie auf . Geben Sie einen Namen für Ihre neue App ein und tippen Sie zweimal auf . Sie verfügen jetzt über eine dedizierte App, die diese Daten enthält. In der Abbildung rechts sind die Daten in der App namens MaunaLoa enthalten. Sie können jetzt die ursprüngliche Statistiken 2 Var-App zurücksetzen, damit Sie sie für andere Berechnungen verwenden können. Die *MaunaLoa*-App enthält immer die zuletzt verwendeten Daten, die zuletzt verwendete Regression usw.



Sie können die *MaunaLoa*-App jetzt über das HP Prime WLAN-Schulnetzwerk an die ganze Klasse senden. Sie können die App auch über ein USB-Kabel an einen einzelnen HP Prime senden. Von dort können die Schüler die App einzeln über das Geräteverbindungskabel abrufen.