

Università degli Studi di Milano
Corso di Laurea Triennale in Fisica
Esperienza di Millikan

Misura della carica dell'elettrone

Carlo Moroni, Enco Musa, Matteo Pasolini
Turno: LU4

October 14, 2024

Abstract
Millikan

1 Introduzione e modalità

2 Esposizione dei risultati

Alcuni valori delle gocce sono stati misurati o calcolati una sola volta e, ove possibile, lasciati invariati per tutta la misurazione della goccia stessa. Per la resistenza, misurata con l'ohmetro, è stato preso come sigma ± 1 sull'ultima cifra significativa (si stavano misurando i $M\Omega$, quindi si parla di $\pm 1 k\Omega$), in quanto il valore era molto costante e poco soggetto a fluttuazioni.

Per la temperatura, ottenuta con l'apposita tabella di conversione da $M\Omega$ a $^{\circ}C$, si è tenuta un'incertezza di $\pm 1 ^{\circ}C$ in quanto, era la minima quantità apprezzabile con la tabella, oltre al fatto che i dati della resistenza ottenuti, molto spesso, non combaciano perfettamente con il valore tabulato, quindi abbiamo approssimato al valore più prossimo.

Anche i valori del voltaggio fornito al sistema, non venivano cambiati durante la raccolta dati per una goccia, inoltre, l'incertezza tenuta per questa misura è stata scelta di $\pm 2 V$ in quanto il generatore di tensione fluttuava leggermente tra diversi valori e se ne è presa una media, tenendo conto dell'escursione massima.

Nella prima tabella di ogni goccia vengono anche riportati differenza di potenziale e campo elettrico. Essi sono di valore positivo in quanto, per ottenere il valore per il campo elettrico negativo, bisogna semplicemente moltiplicare questi valori per -1 .

2.1 Goccia 1

Resistenza [$M\Omega$]	2.058
Temperatura [$^{\circ}C$]	24
$\eta [\frac{Ns}{m^2}]$	$1.843E - 05$
$\eta_{eff} [\frac{Ns}{m^2}]$	$1.473E - 05$
$\Delta V [V]$	348
$E [\frac{N}{C}]$	46072

Table 1: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

$\Delta t [s]$	$v [\frac{m}{s}]$	$r [m]$
46.4	$1.078E - 05$	$2.878E - 07$
46.2	$1.083E - 05$	$2.886E - 07$
45.8	$1.092E - 05$	$2.900E - 07$
29.1	$1.720E - 05$	$3.731E - 07$
29.0	$1.725E - 05$	$3.738E - 07$

Table 2: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

$\Delta t [s]$	$v [\frac{m}{s}]$	$Q [C]$
2.0	$2.53E - 04$	$4.59E - 19$
1.5	$3.33E - 04$	$6.14E - 19$
1.8	$2.75E - 04$	$5.02E - 19$
1.7	$2.98E - 04$	$5.46E - 19$
2.1	$2.42E - 04$	$4.38E - 19$

Table 3: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

$\Delta t [s]$	$v [\frac{m}{s}]$	$Q [C]$
2.0	$2.50E - 04$	$5.06E - 19$
2.1	$2.40E - 04$	$4.87E - 19$
2.0	$2.46E - 04$	$4.99E - 19$
2.2	$2.29E - 04$	$4.66E - 19$
2.3	$2.22E - 04$	$4.52E - 19$

Table 4: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

2.2 Goccia 2

Resistenza $[M\Omega]$	2.060
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.494E-05$
ΔV [V]	404
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	53486

Table 5: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
0.8	$6.17E-04$	$1.10E-18$
0.9	$5.81E-04$	$1.03E-18$
0.9	$5.88E-04$	$1.05E-18$
0.9	$5.56E-04$	$9.86E-19$
0.9	$5.81E-04$	$1.03E-18$

Table 7: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

2.3 Goccia 3

Resistenza $[M\Omega]$	2.058
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.499E-05$
ΔV [V]	306
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	40512

Table 9: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Le misurazioni di questa goccia in presenza di campo elettrico positivo non è stato possibile prenderle in quanto la goccia stessa, dopo aver concluso la misurazione per il campo elettrico negativo, è scomparsa dal piano di osservazione, si suppone che abbia interagito con altre gocce presenti.

2.4 Goccia 4

Resistenza $[M\Omega]$	2.023
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.589E-05$
ΔV [V]	340
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	45013

Table 12: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
3.7	$1.35E-04$	$3.52E-19$
4.0	$1.25E-04$	$3.20E-19$
3.9	$1.28E-04$	$3.27E-19$
3.6	$1.41E-04$	$3.72E-19$
4.1	$1.23E-04$	$3.14E-19$

Table 14: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
35.0	$1.429E-05$	$3.369E-07$
36.4	$1.375E-05$	$3.297E-07$
29.5	$1.698E-05$	$3.705E-07$
32.3	$1.548E-05$	$3.521E-07$
33.6	$1.489E-05$	$3.446E-07$

Table 6: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
1.0	$5.00E-04$	$9.39E-19$
1.0	$4.95E-04$	$9.30E-19$
0.9	$5.81E-04$	$1.09E-18$
0.9	$5.68E-04$	$1.06E-18$
0.9	$5.81E-04$	$1.09E-18$

Table 8: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
37.1	$1.348E-05$	$3.262E-07$
33.5	$1.493E-05$	$3.451E-07$
27.5	$1.817E-05$	$3.845E-07$
37.5	$1.334E-05$	$3.243E-07$
28.0	$1.789E-05$	$3.812E-07$

Table 10: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
5.1	$9.84E-05$	$2.79E-19$
4.6	$1.09E-04$	$3.06E-19$
4.6	$1.08E-04$	$3.02E-19$
4.5	$1.12E-04$	$3.11E-19$
3.6	$1.39E-04$	$3.78E-19$

Table 11: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
17.0	$2.948E-05$	$4.999E-07$
16.5	$3.023E-05$	$5.067E-07$
18.4	$2.720E-05$	$4.787E-07$
16.2	$3.092E-05$	$5.129E-07$
15.1	$3.311E-05$	$5.321E-07$

Table 13: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
7.3	$6.84E-05$	$3.32E-19$
7.3	$6.89E-05$	$3.33E-19$
7.1	$7.06E-05$	$3.39E-19$
7.2	$6.96E-05$	$3.36E-19$
7.2	$6.98E-05$	$3.36E-19$

Table 15: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

2.5 Goccia 5

Resistenza $[M\Omega]$	2.024
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.624E-05$
$\Delta V [V]$	410
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	54281

Table 16: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
1.2	$4.17E-04$	$1.27E-18$
1.8	$2.86E-04$	$8.28E-19$
1.7	$2.91E-04$	$8.45E-19$
1.6	$3.13E-04$	$9.19E-19$
1.7	$3.03E-04$	$8.87E-19$

Table 18: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

2.6 Goccia 6

Resistenza $[M\Omega]$	2.028
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.676E-05$
$\Delta V [V]$	380
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	50309

Table 20: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
1.4	$3.50E-04$	$1.41E-18$
1.5	$3.38E-04$	$1.35E-18$
1.7	$2.98E-04$	$1.14E-18$
1.7	$2.98E-04$	$1.14E-18$
1.5	$3.42E-04$	$1.37E-18$

Table 22: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

2.7 Goccia 7

Resistenza $[M\Omega]$	2.028
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.672E-05$
$\Delta V [V]$	380
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	50309

Table 24: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
1.3	$3.85E-04$	$1.56E-18$
1.6	$3.07E-04$	$1.17E-18$
1.6	$3.23E-04$	$1.25E-18$
1.6	$3.13E-04$	$1.20E-18$
1.5	$3.38E-04$	$1.33E-18$

Table 26: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$r [m]$
12.6	$3.978E-05$	$5.868E-07$
11.9	$4.205E-05$	$6.044E-07$
12.2	$4.085E-05$	$5.951E-07$
11.9	$4.216E-05$	$6.052E-07$
11.4	$4.378E-05$	$6.175E-07$

Table 17: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
2.1	$2.44E-04$	$9.69E-19$
2.4	$2.07E-04$	$8.43E-19$
2.1	$2.40E-04$	$9.57E-19$
2.7	$1.89E-04$	$7.82E-19$
2.4	$2.08E-04$	$8.49E-19$

Table 19: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$r [m]$
6.8	$7.386E-05$	$8.134E-07$
7.2	$6.983E-05$	$7.899E-07$
6.5	$7.692E-05$	$8.309E-07$
6.3	$7.937E-05$	$8.446E-07$
7.2	$6.983E-05$	$7.899E-07$

Table 21: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
3.3	$1.50E-04$	$1.14E-18$
3.3	$1.53E-04$	$1.16E-18$
2.9	$1.74E-04$	$1.27E-18$
3.4	$1.49E-04$	$1.14E-18$
2.7	$1.87E-04$	$1.33E-18$

Table 23: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$r [m]$
7.6	$6.579E-05$	$7.655E-07$
7.2	$6.944E-05$	$7.876E-07$
7.2	$6.954E-05$	$7.881E-07$
6.6	$7.610E-05$	$8.263E-07$
7.0	$7.184E-05$	$8.017E-07$

Table 25: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

$\Delta t [s]$	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	$Q [C]$
2.7	$1.87E-04$	$1.28E-18$
2.9	$1.74E-04$	$1.22E-18$
2.5	$2.02E-04$	$1.35E-18$
2.8	$1.79E-04$	$1.24E-18$
2.5	$2.04E-04$	$1.37E-18$

Table 27: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

2.8 Goccia 8

Resistenza $[M\Omega]$	2.029
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.633E-05$
ΔV [V]	410
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	54281

Table 28: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
0.9	$4.95E-04$	$1.60E-18$
0.8	$4.95E-04$	$1.60E-18$
0.8	$4.95E-04$	$1.60E-18$
0.9	$4.95E-04$	$1.60E-18$
0.8	$4.95E-04$	$1.60E-18$

Table 30: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
11.4	$4.390E-05$	$6.183E-07$
11.7	$4.292E-05$	$6.110E-07$
10.7	$4.686E-05$	$6.401E-07$
9.5	$5.258E-05$	$6.803E-07$
12.0	$4.156E-05$	$6.006E-07$

Table 29: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
1.0	$4.95E-04$	$1.93E-18$
1.0	$4.95E-04$	$1.93E-18$
1.0	$4.95E-04$	$1.93E-18$
1.0	$4.95E-04$	$1.93E-18$
1.0	$4.95E-04$	$1.93E-18$

Table 31: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

2.9 Goccia 9

Resistenza $[M\Omega]$	2.025
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.609E-05$
ΔV [V]	306
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	40512

Table 32: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
4.0	$1.24E-04$	$3.64E-19$
2.5	$2.04E-04$	$6.98E-19$
3.0	$1.67E-04$	$5.43E-19$
3.3	$1.52E-04$	$4.80E-19$
2.6	$1.90E-04$	$6.40E-19$

Table 34: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
16.8	$2.971E-05$	$5.020E-07$
12.9	$3.891E-05$	$5.799E-07$
13.9	$3.597E-05$	$5.561E-07$
13.0	$3.849E-05$	$5.766E-07$
13.3	$3.754E-05$	$5.689E-07$

Table 33: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
8.8	$5.66E-05$	$3.85E-19$
3.8	$1.31E-04$	$6.96E-19$
5.8	$8.64E-05$	$5.09E-19$
5.3	$9.38E-05$	$5.40E-19$
3.9	$1.28E-04$	$6.83E-19$

Table 35: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

2.10 Goccia 10

Resistenza $[M\Omega]$	2.028
Temperatura $[^{\circ}C]$	24
$\eta \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.843E-05$
$\eta_{eff} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$	$1.661E-05$
ΔV [V]	410
$E \left[\frac{N}{C}\right]$	54281

Table 36: Tabella dei valori costanti all'interno della misurazione

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
2.1	$2.36E-04$	$7.42E-19$
1.9	$2.70E-04$	$8.88E-19$
2.1	$2.42E-04$	$7.66E-19$
1.7	$2.92E-04$	$9.82E-19$
2.1	$2.40E-04$	$7.61E-19$

Table 38: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico positivo

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	r [m]
8.7	$5.760E-05$	$7.139E-07$
8.5	$5.896E-05$	$7.227E-07$
7.7	$6.468E-05$	$7.587E-07$
7.5	$6.693E-05$	$7.725E-07$
8.5	$5.910E-05$	$7.236E-07$

Table 37: Tabella dei tempi, velocità e raggi, misurati in assenza di campo elettrico

Δt [s]	$v \left[\frac{m}{s}\right]$	Q [C]
4.1	$1.23E-04$	$7.84E-19$
3.9	$1.29E-04$	$8.11E-19$
3.9	$1.27E-04$	$8.03E-19$
3.8	$1.32E-04$	$8.21E-19$
3.9	$1.28E-04$	$8.07E-19$

Table 39: Tabella dei tempi, velocità e cariche, misurati in presenza di campo elettrico negativo

3 Analisi dei dati

4 Elaborazione dei dati

Durante l'esperienza, si raccoglievano i dati di tempo, resistenza interna al sistema e differenza di potenziale generata. Tutti i dati ottenuti derivano da queste variabili e diverse costanti già conosciute a priori.

Uno dei primi dati ricavati è stata la velocità, che si ottiene dalla formula:

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (1)$$

Dove Δz è una costante ($0.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$) ed è la distanza tra due linee spesse del reticolo visualizzato col microscopio, mentre Δt è l'intervallo di tempo che la goccia ha impiegato per percorrere un Δz .

Per ottenere la relativa incertezza, è bastato compiere la derivata parziale della velocità lungo l'intervallo di tempo ($\frac{\partial v}{\partial \Delta t} = -\frac{\Delta z}{(\Delta t)^2}$) per poi utilizzarla¹ nella propagazione degli errori:

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(-\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} \quad (2)$$

Dove $\sigma_{\Delta t}$ è l'incertezza sui tempi, stimata di $\pm 0.1 \text{ s}$, dato che era dovuta ai tempi di reazione per comunicare la partenza della goccia e la ricezione da parte dell'altra persona e la conseguente presa del tempo.

Grazie alla resistenza ed ai valori tabulati, è stato possibile ottenere facilmente la temperatura, la cui σ è stata presa di $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ in quanto la tabella lasciava apprezzare quelle variazioni di temperatura. Si noti che i valori della resistenza non sono perfetti con quelli della tabella, ma si è deciso di approssimare alla temperatura più prossima, che, con l'incertezza in esame, è una buona approssimazione.

Dalla temperatura è stato ricavato il valore di η , coefficiente di viscosità dell'aria, per mezzo della formula:

$$\eta = [1.800 + (T - 15) \cdot 4.765 \cdot 10^{-3}] \cdot 10^{-5} \quad (3)$$

Dove l'unica variabile è T della temperatura e tutte le altre sono costanti.

Ne è risultato semplice calcolarne la σ in quanto vi è una sola dipendenza dal valore della temperatura e, facendo la propagazione degli errori, è possibile ottenere la seguente:

$$\sigma_\eta = 4.765 \cdot \sigma_T \cdot 10^{-8} \quad (4)$$

Dove σ_T è l'incertezza della temperatura.

Dalla velocità e dal coefficiente di viscosità, è stato possibile calcolare il raggio della goccia per mezzo della relazione:

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right) + \frac{9\eta v_o}{2g(\rho_o - \rho_a)}} - \frac{b}{2p} \quad (5)$$

Dove b è la costante di correzione di viscosità, p la pressione atmosferica, g l'accelerazione di gravità a Milano, ρ_o la densità dell'olio, ρ_a la densità dell'aria, mentre v e η sono i due valori ottenuti con le relazioni (1) e (3).

L'incertezza sui raggi è stata calcolata derivando parzialmente lungo le uniche due variabili all'interno dell'equazione che sono v_o e η . Le due derivate sono state ricondotte alla formula per il raggio al fine di semplificare la notazione.

$$\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{9v/[2g(\rho_o - \rho_a)]}{r + \frac{b}{2p}} \sigma_\eta\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{9\eta/[2g(\rho_o - \rho_a)]}{r + \frac{b}{2p}} \sigma_v\right)^2} \quad (6)$$

Dove σ_η è l'incertezza del coefficiente di viscosità ricavato con la relazione (4) e σ_v è l'incertezza della velocità ricavato con la formula (2).

Siccome la goccia in esame era una sola e non può avere più raggi e più velocità limite, sono stati, pertanto, presi i valori medi tra i raggi e tra le velocità. Pur avendo a disposizione sia le incertezze per le velocità che quelle per i raggi, si è deciso di non compiere una media pesata in quanto tempi² maggiori conducono a incertezze minori e, di conseguenza, pesi maggiori, facendo quindi propendere la media pesata verso questi valori.

Siccome non è stato possibile stabilire se tempi maggiori siano necessariamente valori migliori, si è deciso di condurre una media semplice tra i valori delle velocità e dei raggi, prendendo come incertezza una deviazione standard

¹Nella formula della σ_v è stata usata una formula leggermente diversa, ma equivalente, in quanto si è preferito ricondursi alla velocità, anziché utilizzare il Δz

²Si sta parlando di tempi in quanto sia le velocità che i raggi dipendono da essi, o meglio, le velocità dipendono direttamente dai tempi e i raggi dipendono direttamente dalle velocità quindi, per transitività, anch'essi dipendono dai tempi

sul campione e dividendo per la radice del numero di elementi.

Per ottenere i valori dei raggi per ogni intervallo di tempo, in realtà, è stato utilizzato anche un valore efficace per il coefficiente di viscosità dell'aria η_{eff} calcolato con la seguente formula:

$$\eta_{eff} = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (7)$$

Dove η è il coefficiente di viscosità dell'aria, p la pressione atmosferica, b il fattore di correzione di viscosità e r è il raggio medio. Per ricavare i valori dei singoli raggi non si poteva conoscere a priori il valore di η_{eff} , pertanto ci si è dovuti ricondurre all'utilizzo di η , ma, come visto nella formula (5), anche dei valori di b e di p .

È stato anche interessante calcolare la variazione percentuale di η_{eff} rispetto a η , per comprendere quanto fosse il miglioramento grazie ad un valore raffinato per mezzo della formula:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{(\eta - \eta_{eff})}{\eta} \quad (8)$$

Da questo valore ne è stata semplicemente ricavata la percentuale moltiplicando per un fattore 100.

I valori dei moduli dei campi elettrici sono stati calcolati con la relazione:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad (9)$$

Dove ΔV è la differenza di potenziale tra i due elettrodi e d è la distanza tra essi.

Siccome ambedue i valori presentano un'incertezza, per calcolare quella del campo è bastato derivare lungo entrambe le variabili e sommarle in quadratura. Le due derivate sono state ricondotte a formule in cui compariva anche il valore E .

$$\sigma_E = E \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta V}}{\Delta V}\right)^2 + \left(-\frac{\sigma_d}{d}\right)^2} \quad (10)$$

Dove $\sigma_{\Delta V}$ è l'incertezza sulla differenza di potenziale e σ_d è l'incertezza sulla distanza tra i due elettrodi.

La distanza tra i due elettrodi d è stata semplicemente ottenuta facendo la media tra i valori misurati con un calibro del separatore dei due elettrodi. Siccome tutte le misure avevano la stessa incertezza, è stato semplice calcolarne la media e come errore è stato preso quello del calibro ($\pm 0.01 \text{ mm}$).

La quantità di cariche Q presenti su ogni goccia è stata ricavata con la seguente formula che differisce a seconda che la goccia stesse scendendo o risalendo il reticolo.

$$Q_{\downarrow} = -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_o - \rho_a)\frac{g}{E}\left(1 - \frac{v}{v_o}\right) \quad (11)$$

$$Q_{\uparrow} = -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_o - \rho_a)\frac{g}{E}\left(1 + \frac{|v|}{v_o}\right) \quad (12)$$

Dove tutte le costanti sono come sopra, ma si sta considerando il valore medio r per i raggi, il valore medio v_o per le velocità, mentre i valori v sono le velocità calcolate sempre con l'equazione (1), ma i tempi si riferiscono a quanto tempo la carica ha impiegato a discendere o risalire il reticolo.

L'incertezza per le varie Q è stata calcolata nel seguente modo³:

$$\sigma_{Q_{\downarrow}} = \sqrt{\left(\frac{3Q_{\downarrow}}{r}\sigma_r\right)^2 + \left(-\frac{Q_{\downarrow}}{E}\sigma_E\right)^2 + \left(\frac{Q_{\downarrow}}{1 - v/v_o}\left(-\frac{1}{v_o}\right)\sigma_v\right)^2 + \left(\frac{Q_{\downarrow}}{1 - v/v_o}\left(\frac{v}{v_o^2}\right)\sigma_{v_o}\right)^2} \quad (13)$$

$$\sigma_{Q_{\uparrow}} = \sqrt{\left(\frac{3Q_{\uparrow}}{r}\sigma_r\right)^2 + \left(-\frac{Q_{\uparrow}}{E}\sigma_E\right)^2 + \left(\frac{Q_{\uparrow}}{1 + |v|/v_o}\left(+\frac{1}{v_o} \cdot \text{sgn}(v)\right)\sigma_v\right)^2 + \left(\frac{Q_{\uparrow}}{1 + |v|/v_o}\left(-\frac{|v|}{v_o^2}\right)\sigma_{v_o}\right)^2} \quad (14)$$

Dove le varie σ sono le relative incertezze alle variabili a pedice.

Per calcolare il valore effettivo della carica dell'elettrone si ha fatto uso di un programma scritto nel linguaggio C++ e della libreria ROOT sviluppata dal CERN per rappresentare il grafico. Si può trovare l'intero codice al seguente [indirizzo](#).

³Sono state direttamente ricondotte le derivate alla formula che includesse la Q

Per ricavare il grafico, si è dovuto calcolare lo scarto quadratico medio per ogni carica di prova, che sono state prese nell'intervallo $[1.4 \cdot 10^{-19}; 1.8 \cdot 10^{-19}]$, ma, prima di calcolarlo, si è dovuto calcolare il rapporto intero tra la carica misurata e la carica di prova in esame secondo la relazione:

$$k_i(q_\alpha) = \left[\frac{Q_i}{q_\alpha + 0.5} \right] \quad (15)$$

Dove l'operatore $[\cdot]$ restituisce la parte intera del valore, Q_i sono le cariche calcolate con le relazioni (11) e (12), mentre le q_α sono le cariche di prova.

Successivamente è stato calcolato lo scarto quadratico medio $S(q)$ per ogni carica di prova con la formula:

$$S(q) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_i}{k_i(q)} - q \right)^2 \quad (16)$$

Dove q è il valore della carica di prova, Q_i rappresenta tutte le cariche ottenute dall'esperienza e k_i il valore calcolato su una determinata q della relativa Q_i .

Per ottenere il valore della carica dell'elettrone con questo esperimento, si è dovuta derivare rispetto a q la relazione (16), ottenendo così la seguente:

$$q_e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{k_i} \quad (17)$$

Dove le k_i sono state calcolate sempre allo stesso modo, ma il valore della carica di prova è stato ottenuto graficamente cercando il minimo tra tutte le $S(q)$.

Il valore dell'incertezza statistica sulla carica dell'elettrone è stato calcolato nel seguente modo:

$$\sigma_{q_e} = \sqrt{\frac{S(q_e)}{N(N-1)}} \quad (18)$$

Vi è tuttavia anche un errore sistematico che è stato ottenuto prendendo il 2% della carica. Questo valore e quello ottenuto dalla formula (18) sono stati combinati in quadratura secondo la formula:

$$\sigma_{totq} = \sqrt{\sigma_{2\%}^2 + \sigma_{q_e}^2} \quad (19)$$

5 Confronto con valore atteso

6 Conclusione

7 Grafici, tabelle e immagini