

IT19tb WIN7 S4 Aufgabe 3

Leo Rudin & Stefan Teodoropol

a)

Fläche des Kreissegments: $\frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin \varphi)$

Fläche der ungefüllten Fläche: $\frac{1}{4}r^2\pi$

Gleichung:

$$\frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin \varphi) = \frac{1}{4}r^2\pi$$

$$\frac{1}{2}(\varphi - \sin \varphi) = \frac{1}{4}\pi$$

$$\varphi - \sin \varphi = \frac{1}{2}\pi$$

$$\sin \varphi - \varphi = -0.5\pi$$

b)

Gleichung umgeformt in Fixpunktiterationsgleichung:

$$\varphi_{n+1} = 0.5\pi + \sin(\varphi_n)$$

Laut der Skizze auf dem Aufgabenblatt sehen wir, dass der Winkel grösser sein muss als $\frac{\pi}{2}$ und kleiner als π - wir wählen den Mittelwert $\frac{3\pi}{4}$.

Wir machen die Fixpunktiteration mit $x_0 = \frac{3\pi}{4}$:

$$x_1 = 0.5\pi + \sin(x_0) = 2.277903107981444$$

$$x_2 = 0.5\pi + \sin(x_1) = 2.277903107981444$$

Es konvergiert also gegen: 2.277903107981444

In Bogenmass:

$$\frac{2.28 \cdot 360}{2\pi} \approx 130 \text{ Grad}$$

c)

Wir rechnen die Höhe der Ankathete des inneren Dreiecks mit Winkel $\frac{\varphi}{2}$ aus. Dann addieren wir den Radius zur Höhe hinzu, um die Gesamthöhe zu kriegen.

$$\text{Füllhöhe: } h(\varphi) = r + (\cos(\frac{\varphi}{2}) * r)$$