

HM2 Serie 8 Aufgabe 1

Leo Rudin

a)

Ein einzelnes Teilstück eines Trapez wird folgendermassen berechnet: $Tf = \frac{T(a)+f(b)}{2} \cdot (b-a)$

Wenn man nun die einzelnen Stücke in die Formel einsetzt und aufsummiert erhält man automatisch die in der Aufgabe aufgeführt Formel:

$$Tf(h) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{y_i+y_{i+1}}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

b)

Eine Beispielsrechnung von $y_1 - y_6$

Ein Abschnitt wird berechnet durch:

$$\frac{y_i+y_{i+1}}{2} \cdot h$$

Als Summe ergibt das:

$$\frac{y_1+y_2}{2} \cdot h + \frac{y_2+y_3}{2} \cdot h + \frac{y_3+y_4}{2} \cdot h + \frac{y_4+y_5}{2} \cdot h + \frac{y_5+y_6}{2} \cdot h$$

Nun kann man $\frac{1}{2} \cdot h$ ausklammern:

$$(y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_4 + y_4 + y_5 + y_5 + y_6) \cdot \frac{1}{2} \cdot h$$

Aufteilung der Summen in Gruppen:

$$[(y_1 + y_6) + (y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_4 + y_4 + y_5 + y_5)] \cdot \frac{1}{2} \cdot h$$

Wenn man nun $\frac{1}{2}$ wieder reinmultipliziert, fällt jeweils ein Teil der Paare weg:

$$[\frac{y_1+y_2}{2} + (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)] \cdot h$$

Nun kann der hintere Teil in eine Summe umgewandelt werden:

$$[\frac{y_1+y_2}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)] \cdot h$$