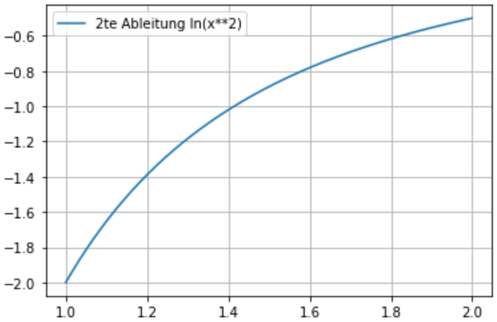
HM2 Serie 9 Aufgabe 1

Leo Rudin

2. Ableitung von $f(x) = ln(x^2) \rightarrow f''(x) = \frac{-2}{x^2}$



Weiter gilt: $h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{n} = \frac{1}{n}$

Summierte Rechtecksregel:

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{24}(b-a) \cdot \max_{x \in [a,b]} |f''(x)|$

Laut Grafik ist die Steigung bei 1 am grössten:

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{24}(2-1) \cdot 2$

$10^{-5} \leq \frac{2h^2}{24}$

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{12}$

$0.00012 \leq h^2$

$\sqrt{0.00012} \leq h$

$\sqrt{0.00012} = \frac{2-1}{n} \leftrightarrow n = \frac{1}{\sqrt{0.00012}} = 91.2871$

Summierte Trapezregel:

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{12}(b-a) \cdot \max_{x \in [a,b]} |f''(x)|$

Laut Grafik ist die Steigung bei 1 am grössten:

$10^{-5} \leq \frac{h^2}{12}(2-1) \cdot 2$

$10^{-5} \leq \frac{2h^2}{12}$

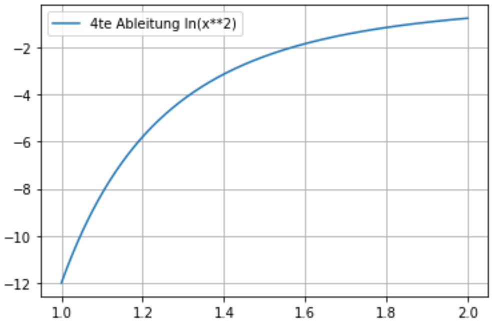
$10^{-5} \leq \frac{h^2}{6}$

$0.00006 \leq h^2$

$\sqrt{0.00006} \leq h$

Summierte Simpsonsregel:

4. Ableitung von $f(x) = ln(x^2) \rightarrow f^{(4)}(x) = \frac{-12}{x^4}$



$10^{-5} \leq \frac{h^4}{2880}(b-a) \cdot \max_{x\in[a,b]} |f^{(4)}(x)|$

Laut Grafik ist die Steigung bei 1 am grössten:

$10^{-5} \leq \frac{h^4}{2880}(2-1) \cdot 12$

$10^{-5} \leq \frac{12h^4}{2880}$

$10^{-5} \leq \frac{h^4}{240}$

$0.0024 \leq h^4$

$\sqrt[4]{0.0024} \leq h$