

Álgebra Linear

Um Texto Preparatório

Jones Colombo

José Koiller

Departamento de Análise
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal Fluminense

Conteúdo

1	Sistemas Lineares e Escalonamento de Matrizes	1
1.0	Introdução	1
1.1	Sistemas de equações lineares	3
1.2	Notação matricial e o método de escalonamento: primeiro exemplo	4
1.3	Operações-linha e equivalência de sistemas	7
1.4	Formas escalonadas	9
1.5	O algoritmo de escalonamento	13
1.6	Posições e colunas-pivô	18
1.7	Resolução de sistemas lineares	19
1.8	Existência e unicidade de solução	25
	Exercícios	29
2	Vetores e Combinações Lineares	33
2.0	Introdução	33
2.1	Vetores de \mathbb{R}^n	33
2.2	Combinações lineares	40
2.3	O produto de matriz por vetor	42
2.4	Notação vetorial para sistemas lineares	45
2.5	O espaço gerado por vetores (o <i>span</i>)	49
2.6	O espaço-coluna de uma matriz	52
2.7	Conjuntos que geram \mathbb{R}^n	53
	Exercícios	58
3	Sistemas Homogêneos, o Núcleo de uma Matriz e Independência Linear	65
3.0	Introdução	65
3.1	Sistemas lineares homogêneos	65
3.2	O núcleo de uma matriz	68
3.3	Dependência e independência linear	70
	Exercícios	76
4	Subespaços, Bases e Dimensão	83
4.0	Introdução	83
4.1	Subespaços de \mathbb{R}^n	83
4.2	Conjuntos geradores e bases de subespaços	86
4.3	Dimensão de um subespaço	91

4.4	Coordenadas com respeito a uma base	94
4.5	Bases para $\text{Nuc } A$, $\text{Col } A$ e $\text{Span}\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_m\}$	99
4.6	O teorema do posto	105
4.7	Demonstrações dos resultados sobre bases e dimensão (leitura opcional)	106
	Exercícios	108
5	Transformações Lineares	117
5.1	Introdução	117
5.2	Propriedades de uma Transformação Linear e sua Matriz	120
5.3	Álgebra Matricial	125
5.4	Matrizes Elementares	130
5.5	Núcleo e Imagem	132
	Exercícios	134
6	Determinantes	141
6.1	Determinantes de ordens 1, 2 e 3	141
6.2	Determinante em Geral	142
6.3	Matriz de Permutação e o Determinante da Transposta	146
6.4	Regra de Cramer	147
6.5	Determinante do Produto	149
6.6	Matrizes em Blocos	150
6.7	Área e Volume através do Determinante	151
	Exercícios	153
7	Mudança de Base	163
7.1	Matriz Mudança de Coordenadas	163
7.2	Aplicações lineares e Matrizes	166
	Exercícios	171
8	Autopsia dos Operadores	175
8.1	O que faremos?	175
8.2	Autovalores	176
8.3	Polinômio Mínimo	181
8.4	Espaços Invariantes	184
8.5	Autovalores Complexos	186
8.6	Forma Canônica de Jordan	190
8.7	Aplicação a Equações Diferenciais	193
	Exercícios	194
9	Produto Interno, Projeções e Operadores Ortogonais	199
9.1	Introdução	199
9.2	Produto Interno	199
9.3	Normas	202
9.4	Ortogonalidade	203
9.5	Projeções Ortogonais	206

9.6	Matrizes e Operadores Ortogonais	212
	Exercícios	214
10	Cônicas, Matrizes Simétricas e Formas Quadráticas	219
10.1	Cônicas	220
10.2	Operadores Autoadjuntos	223
10.3	Formas Bilineares Simétricas	225
10.4	Algoritmo de Diagonalização	229
10.5	Classificação das Equações do 2º grau	231
	Exercícios	235
	Bibliografia	243