Санкт-Петербургский Государственный

Электротехнический Университет

"ЛЭТИ"

кафедра физики

Задание №2 по дисциплине

"Физические основы информационных технологий"

Название: Численное решение уравнения Лапласа

Фамилия И.О.:	Герасименко Я.Д.
группа:	1303
Преподаватель:	Альтмарк А.М.
Итоговый балл:	

Крайний срок сдачи: 05.11.23

Санкт-Петербург 2023

Условие задания

Дана электростатическая система, состоящая из трех электродов. Внешний электрод (на рисунке 1 отмечен синим цветом) обладает потенциалом 0 В. Внутренние электроды (на рисунке отмечены красным цветом и пронумерованы как 1 и 2) обладают потенциалами, отличными от 0. Исходные данные нужно взять в файле FOIT_IDZ2.xlsx. Для одной из указанных в таблице эквипотенциальных линий необходимо найти длину и записать её в файл IDZ2.txt. Контуры электродов можно построить по формулам, указанным в таблице и сравнить с соответствующим изображением в jpeg – файле. Координаты в данном задании можно считать безразмерными.

Помимо текстового файла IDZ2.txt в папке IDZ2 должен находиться Word-файл с отчетом, а также файл с кодом (Python, Mathcad, Mathematica). Для лучшего понимания отчетности смотрите папку “Пример организации яндекс-папки студентов”.

Пример содержания файла IDZ2.txt:

4.53258

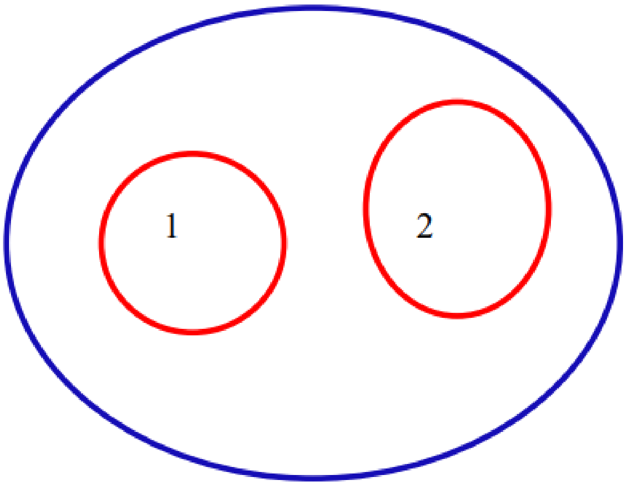


Рисунок 1. Пример электростатической системы

Исходные данные

Уравнение внешнего электрода	Уравнения электрода 1	Уравнения электрода 2	Потенциал искомой эквипотенциали, В	Потенциал на электроде 1, В	Потенциал на электроде 2,В
x^2 + y^2 = 25	0.5*Abs[1.8 + x]^2.5 + 0.3*Abs[-1.8 + y]^2.5 = 0.8	0.3*Abs[-1.8 + x]^4 + Abs[1.8 + y]^4 = 0.5	-2	-5	-6

Основные теоретические положения

- Электростатика занимается изучением неподвижных электрических зарядов и их взаимодействий, причем сила между двумя отдельными зарядами определяется законом Кулона.
- В контексте электростатики, потенциал — это мера энергии на единицу заряда вокруг точки в поле, а разность потенциалов между двумя точками приводит к возникновению напряжения.
- Уравнение Пуассона используется для описания того, как электростатический потенциал распределяется по области, исходя из расположения зарядов.
- Метод конечных разностей применяется для численного решения уравнения Пуассона, при этом пространство дискретизируется в сетку, в которой проводится приближенный расчет уравнения.
- Применение граничных условий позволяет определить потенциалы на поверхности электродов в моделируемой системе, обеспечивая точность расчетов.
- Линии с одинаковым потенциалом, называемые эквипотенциальными, служат для графического представления распределения электростатического потенциала и являются ключевым элементом в анализе таких полей.

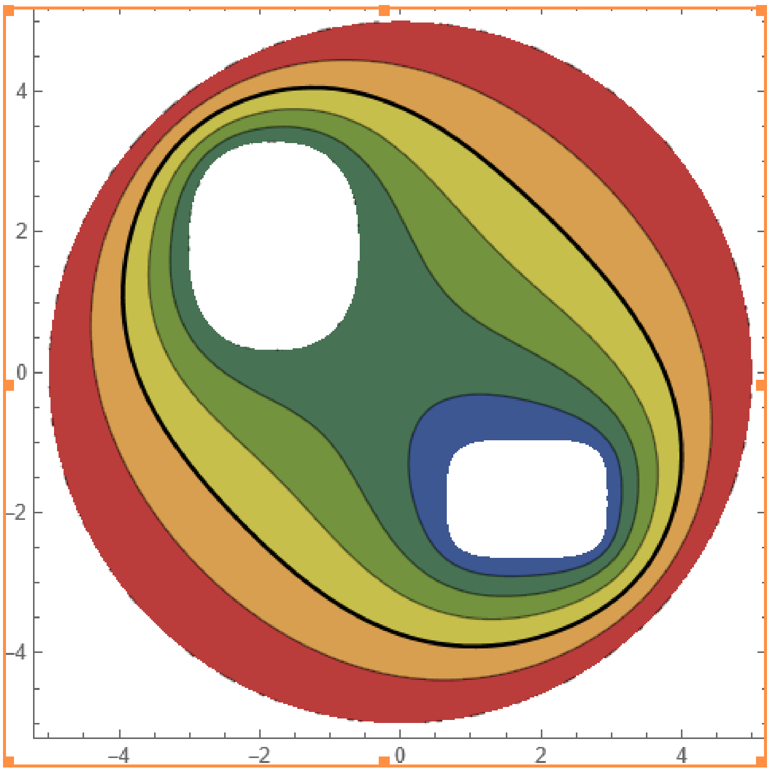
Выполнение работы

- Были определены формы трёх электродов: круговой и двух изогнутых (левого и правого).

- Созданы регионы, соответствующие этим электродам.
- Определена свободная область, как разница между круговым регионом и объединением изогнутых регионов.
- Заданы граничные условия для всех электродов: нулевой потенциал для круглого электрода и отрицательные потенциалы для изогнутых электродов.
- С помощью численного решения уравнения Лапласа было найдено распределение потенциала в свободной области.
- Результат решения уравнения визуализирован через карту уровней потенциала с цветовой шкалой и добавлением контурной линии уровня потенциала равного -2.
- Вычислена длина этой контурной линии уровня потенциала.

<u>Результат работы программы Рис 2.</u>

Out[26]=



Out[28]= 24.4978

Рис.2 Результат работы программы

Итог работы — получена визуализация распределения электростатического потенциала в области с заданными электродами и измерена длина линии уровня потенциала.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ФАЙЛ IDZ2.NB

```
(*Определения электродов*)
electrodeCircle = x^2 + y^2 == 25;
electrodeCurvedLeft =
  0.5*Abs[1.8 + x]^2.5 + 0.3*Abs[-1.8 + y]^2.5 == 0.8;
electrodeCurvedRight = 0.3*Abs[-1.8 + x]^4 + Abs[1.8 + y]^4 ==
0.5;

(*Области,ограниченные электродами*)
regionCircle =
  ImplicitRegion[x^2 + y^2 <= 25, {{x, -5, 5}, {y, -5, 5}}];
regionCurvedLeft =
  ImplicitRegion[
   0.5*Abs[1.8 + x]^2.5 + 0.3*Abs[-1.8 + y]^2.5 <=
    0.8, {{x, -5, 5}, {y, -5, 5}}];
regionCurvedRight =
  ImplicitRegion[
   0.3*Abs[-1.8 + x]^4 + Abs[1.8 + y]^4 <=
    0.5, {{x, -5, 5}, {y, -5, 5}}];

(*Свободная область без электродов*)
freeArea =
  RegionDifference[regionCircle,
   RegionUnion[regionCurvedLeft, regionCurvedRight]];

(*Граничные условия*)
boundaryConditions = {DirichletCondition[u[x, y] == 0,
    electrodeCircle],
   DirichletCondition[u[x, y] == -5,
 electrodeCurvedLeft],
   DirichletCondition[u[x, y] == -6,
 electrodeCurvedRight]
};

(*Решение уравнения Лапласа*)
solveLaplace =
  NDSolve[{Laplacian[u[x, y], {x, y}] == 0, boundaryConditions},
   u, {x, y} \[Element] freeArea];

(*Визуализация решения*)
mainPlot =
  ContourPlot[
   u[x, y] /. First[solveLaplace], {x, y} \[Element] freeArea,
   ColorFunction -> "DarkRainbow"];
contourLine =
  ContourPlot[
   Evaluate[u[x, y] /. solveLaplace] == -2, {x, y} \[Element]
    freeArea, Contours -> 1, ContourStyle -> Black];
```

```
Show[mainPlot, contourLine]

(*Расчет длины линии уровня*)
discretizedContourLine = DiscretizeGraphics[contourLine];
lengthOfContourLine = RegionMeasure[discretizedContourLine]
```