Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет "ЛЭТИ"

кафедра физики

Задание №2 по дисциплине

"Физические основы информационных технологий"

Название: Численное решение уравнения Лапласа

Фамилия И.О.:	Бутыло Е. А.
группа:	1303
Преподаватель:	Альтмарк А. М.
Итоговый балл:	
Крайний срок сдачи:	5.11.23

Санкт-Петербург 2023

Условие задания

Дана электростатическая система, состоящая из трех электродов. Внешний электрод (на рисунке 1 отмечен синим цветом) обладает потенциалом 0 В. Внутренние электроды (на рисунке отмечены красным цветом и пронумерованы как 1 и 2) обладают потенциалами, отличными от 0. Исходные данные нужно взять в файле FOIT_IDZ2.xlsx. Для одной из указанных в таблице эквипотенциальных линий необходимо найти длину и записать её в файл IDZ2.txt. Контуры электродов можно построить по формулам, указанным в таблице и сравнить с соответствующим изображением в jpeg – файле. Координаты в данном задании можно считать безразмерными.

Помимо текстового файла IDZ2.txt в папке IDZ2 должен находиться Word-файл с отчетом, а также файл с кодом (Python, Mathcad, Mathematica). Для лучшего понимания отчетности смотрите папку “Пример организации яндекс-папки студентов”.

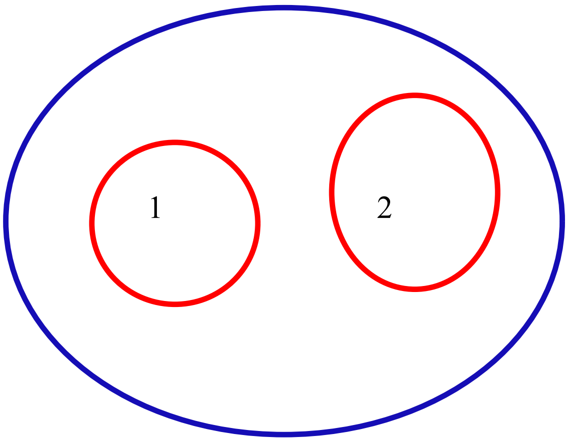

Рисунок 1. Пример электростатической системы

Таблица с исходными данными

Вар	Уравнение внешнего электрода	Уравнение электрода 1	Уравнение электрода 2	Потенциал искомой эквипотенциали, В	Потенциал на электроде 1, В	Потенциал на электроде 2, В	Файл с картинкой
3	x^2 + y^2 = 25	0.5 * Abs[-1.5 + x]^4 + Abs[-1.5 + y]^4 = 0.8	Abs[1.5 + x]^3 + 0.3 * Abs[1.5 + y]^3 = 0.6	4	5	-5	3.jpeg

Теоретические сведения

В рамках данной работы мы исследуем взаимодействие электродов с разными потенциалами и анализируем распределение электростатического потенциала внутри системы.

Основные теоретические положения:

1. Электростатика: Электростатика изучает статические заряды и их взаимодействие. Закон Кулона описывает силу взаимодействия между двумя точечными зарядами.
2. Потенциал: Потенциал в электростатике представляет собой скалярную функцию, которая описывает энергию заряда в электростатическом поле. Электроды с разными потенциалами создают различия в потенциале в системе.
3. Уравнение Пуассона: Уравнение Пуассона описывает распределение потенциала в электростатическом поле и связывает его с распределением зарядов в системе.
4. Метод конечных разностей: Для численного решения уравнения Пуассона мы используем метод конечных разностей, который разбивает область на сетку и аппроксимирует уравнение на этой сетке.
5. Граничные условия: Для моделирования системы с разными потенциалами на электродах мы используем граничные условия, которые задают значения потенциала на поверхности электродов.
6. Эквипотенциальные линии: Эквипотенциальные линии представляют собой линии в пространстве, на которых потенциал одинаков. Они являются важным инструментом для визуализации распределения потенциала в системе.

Выполнение работы

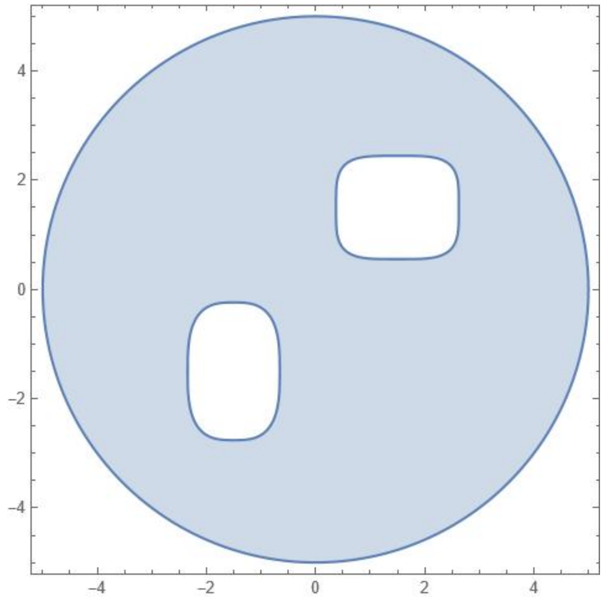

Рисунок 2. Область решения дифференциального уравнения

Для выполнения задания необходимо решить уравнение Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0$$

Чтобы решить такую задачу нам необходимо задать граничные условия, что и было сделано с помощью встроенной функции `DirichletCondition`.

После установки граничных условий мы получили результат уравнения Лапласа на области решений. Полученное отображение решения:

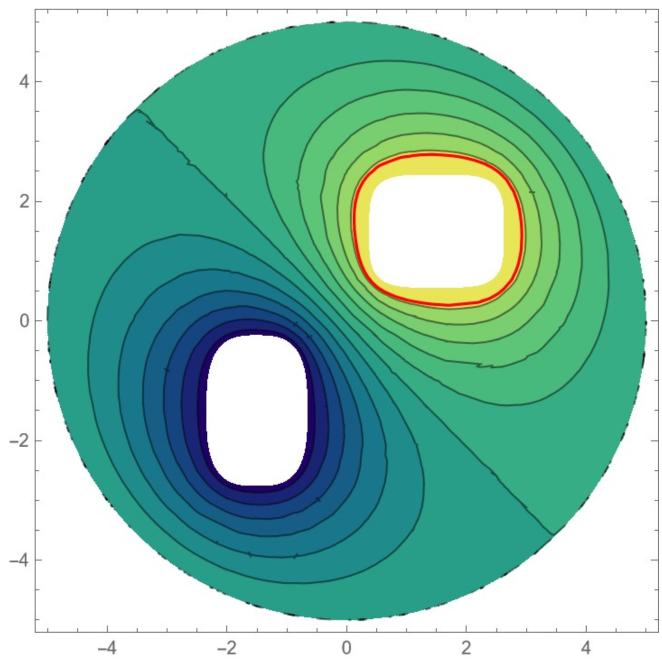

Рисунок 3. Полученное решение

Для визуального отображения обозначили красным цветом эквипотенциальную линию, длину которой необходимо найти.

Высчитали результат и получили, что длина искомой линии равна 8.76124.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ПРОГРАММА IDZ2.nb

```
outEquation = x^2 + y^2 == 25;
equation1 = 0.5*Abs[-1.5 + x]^4 + Abs[-1.5 + y]^4 == 0.8;
equation2 = Abs[1.5 + x]^3 + 0.3*Abs[1.5 + y]^3 == 0.6;

Show[
     ContourPlot[x^2 + y^2 == 25, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
     ContourPlot[0.5*Abs[-1.5 + x]^4 + Abs[-1.5 + y]^4 == 0.8, {x, -5,
5}, {y, -5, 5}, ContourStyle->Red],
     ContourPlot[Abs[1.5 + x]^3 + 0.3*Abs[1.5 + y]^3 == 0.6, {x, -5,
5}, {y, -5, 5}, ContourStyle->Red]
     ]

(* Создание областей для каждого уравнения *)
regionOut = ImplicitRegion[x^2 + y^2 <= 25, {x, y}];
region1 = ImplicitRegion[0.5*Abs[-1.5 + x]^4 + Abs[-1.5 + y]^4 <= 0.8,
{x, y}];
region2 = ImplicitRegion[Abs[1.5 + x]^3 + 0.3*Abs[1.5 + y]^3 <= 0.6,
{x, y}];

(*  Искомая область между электронами *)
findRegion = RegionDifference[RegionDifference[regionOut, region1],
region2];

outPotential = 0;
Potential1 = 5;
Potential2 = -5;

DirConditions = {
    DirichletCondition[u[x, y] == outPotential, outEquation],
    DirichletCondition[u[x, y] == Potential1, equation1],
    DirichletCondition[u[x, y] == Potential2, equation2]
}

LaplEquation = Laplacian[u[x, y], {x, y}] == 0;

result = NDSolve[{LaplEquation, DirConditions}, u, {x, y} \[Element]
findRegion];


tempPlot = ContourPlot[u[x,y]/. First[result],{x, y} \[Element]
findRegion, Contours->12, ColorFunction->"BlueGreenYellow"];
eqiPlot = ContourPlot[Evaluate[u[x,y]/. result]==4,{x, y} \[Element]
findRegion, Contours->1, ContourStyle->Red];

Show[tempPlot, eqiPlot]

findLine = DiscretizeGraphics[eqiPlot];
findLenght = RegionMeasure[findLine]
```