Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет "ЛЭТИ"

кафедра физики

Задание №2 по дисциплине

"Физические основы информационных технологий"

Название: Численное решение уравнения Лапласа

Фамилия И.О.:	Беззубов Д.В.
Группа:	1303
Преподаватель:	Альтмарк А.М.
Итоговый балл:	
Крайний срок сдачи:	05.11.23

Санкт-Петербург

2023

Условие задания

Дана электростатическая система, состоящая из трех электродов. Внешний электрод (на рисунке 1 отмечен синим цветом) обладает потенциалом 0 В. Внутренние электроды (на рисунке отмечены красным цветом и пронумерованы как 1 и 2) обладают потенциалами, отличными от 0. Исходные данные нужно взять в файле FOIT_IDZ2.xlsx. Для одной из указанных в таблице эквипотенциальных линий необходимо найти длину и записать её в файл IDZ2.txt. Контуры электродов можно построить по формулам, указанным в таблице и сравнить с соответствующим изображением в jpeg – файле. Координаты в данном задании можно считать безразмерными.

Помимо текстового файла IDZ2.txt в папке IDZ2 должен находиться Word-файл с отчетом, а также файл с кодом (Python, Mathcad, Mathematica). Для лучшего понимания отчетности смотрите папку “Пример организации яндекс-папки студентов”.

Пример содержания файла IDZ2.txt:

4.53258

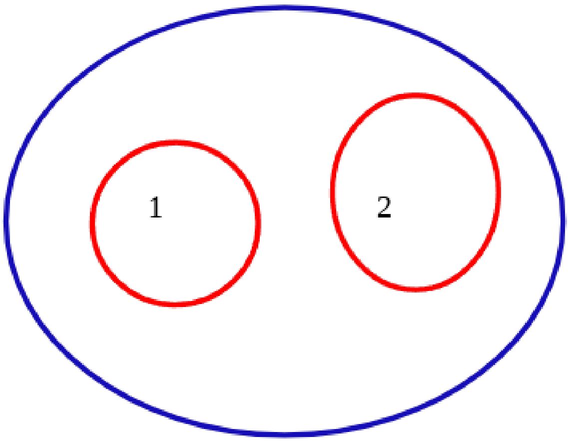

Рисунок 1. Пример электростатической системы

Исходные данные

Вар.	Уравнение внешнего электрода	Уравнение электрода 1	Уравнение электрода 2	Потенциал искомой эквипотенциали, В	Потенциал на электроде 1, В	Потенциал на электроде 1, В
2	x^2 + y^2 = 16	0.8*Abs[-1.5 + x]^3 +	Abs[1.5 + x]^3 +	1	-5	5

		0.5*Abs[y]^ 3 = 0.6	Abs[y]^1.5 = 0.7			

<u>Выполнение работы</u>

Введем уравнения кривых, которые задают внешний и внутренний электроды. Заведем неявно заданные области, ограниченные данными кривыми. Для того, чтобы можно было задать граничные условия на границах электродов, получим область, в которой будем решать дифференциальное уравнение. Для этого из области, ограниченной внешним электродом вычтем области, ограниченные внутренними электродами.

В результате получим следующую область:

Рисунок 2. Область решения диф.уравнения

Зададим граничные условия Дирихле:

```
conditions = {
  DirichletCondition[u[x, y] == -5, 0.8*Abs[-1.5 + x]^3 + 0.5*Abs[y]^3 == 0.6],
  граничное условие Дирихле              абсолютное значение       абсолютное значение
  DirichletCondition[u[x, y] == 5, Abs[1.5 + x]^3 + Abs[y]^1.5 == 0.7],
  граничное условие Дирихле          абсолютное знач⋯  абсолютное значение
  DirichletCondition[u[x, y] == 0, x^2 + y^2 == 16]
  граничное условие Дирихле
 }
```

Рисунок 3. Условия Дирихле

- Первое условие – потенциал -5В на первом электроде
- Второе условие – потенциал 5В на втором электроде
- Третье условие – потенциал 0В на внешнем электроде

С помощью функции NDSolve численно решим уравнение Лапласа с заданными условиями и построим график решения уравнения в заданной области.

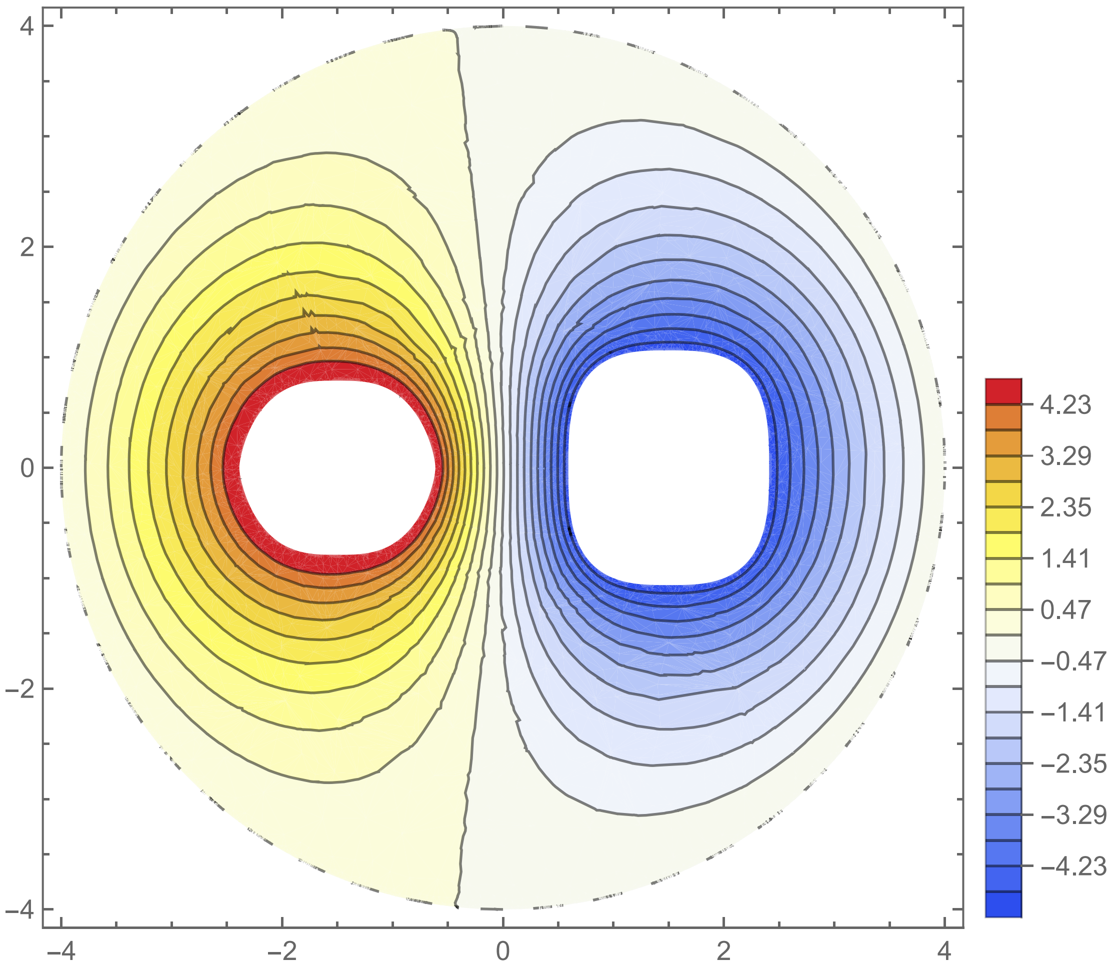

Рисунок 4. График решения уравнения Лапласа

На данном графике цветами обозначены потенциалы, выделенные линии – эквипотенциали.

После этого найдем эквипотенциаль с потенциалом 1В и построим ее на графике:

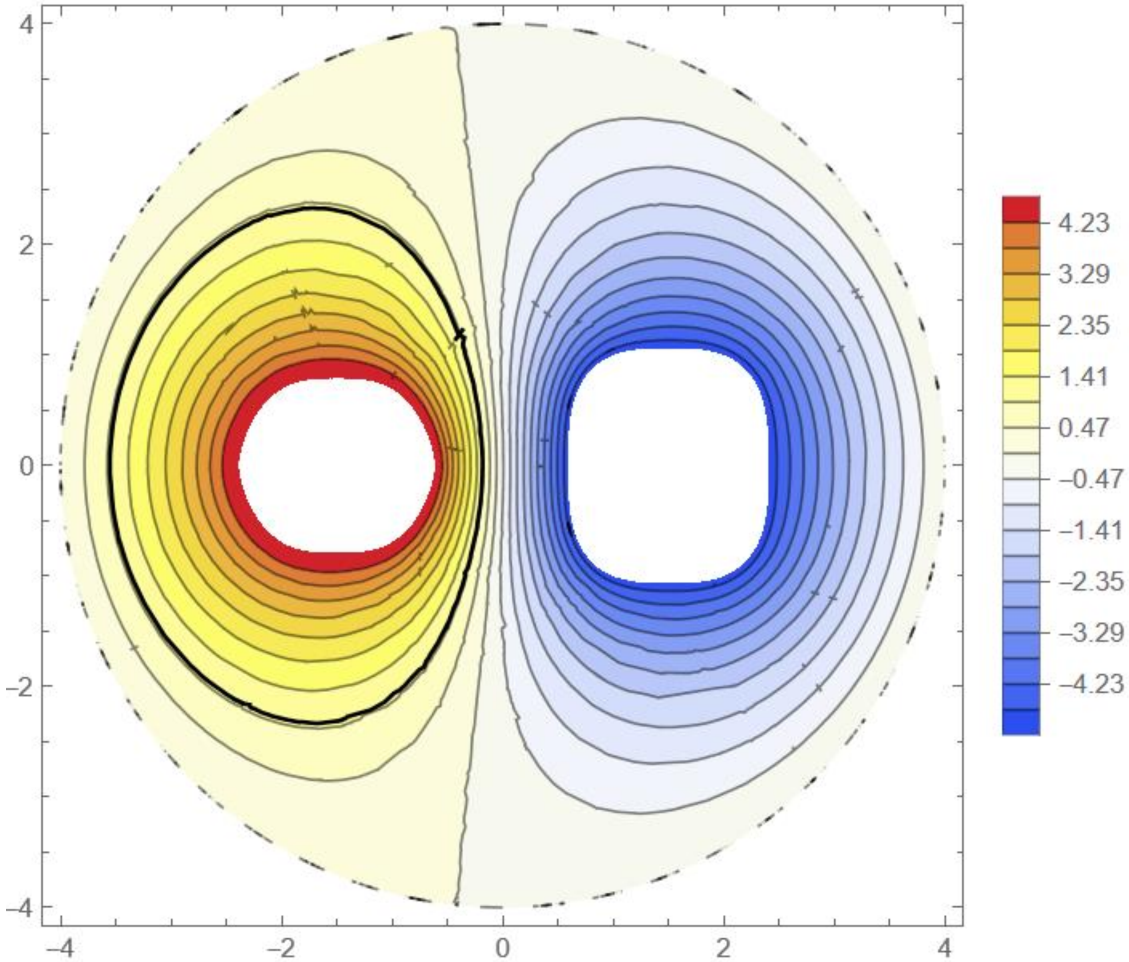

Рисунок 5. Эквипотенциаль с потенциалом 1В

Для того, чтобы приближенно посчитать длину эквипотенциали извлечем точки, по которым построен график в массив и последовательно посчитаем эвклидово расстрояние между ними. Сумма данных расстояний – приближенное искомое значение.

Вывод

С помощью Wolfram Mathematica было решено уравнение Лапласа, построены эквипотенциали для электростатической системы из 3 электродов, найдена эквипотенциаль с заданным потенциалом и посчитана ее длина.

Приложение А

Программа IDZ2.nb

```
electrode1=x^2+y^2<=16; (*Внешний электрод*)
electrode2=0.8*Abs[-1.5+x]^3+0.5*Abs[y]^3<=0.6;
(*Внутренний электрод 1*)
electrode3=Abs[1.5+x]^3+Abs[y]^1.5<=0.7;
(*Внутренний электрод 2*)

(*Определение области для внешнего электрода*)
outerRegion=ImplicitRegion[electrode1,{x,y}];

(*Определение области для внутреннего электрода 1*)
innerRegion1=ImplicitRegion[electrode2,{x,y}];

(*Определение области для внутреннего электрода 2*)
innerRegion2=ImplicitRegion[electrode3,{x,y}];
(*Объединение областей*)
fullRegion=RegionDifference[RegionDifference[outerR
egion,innerRegion1],innerRegion2];
Region[fullRegion]
laplaceEquation = Laplacian[u[x,y], {x,y}] == 0;
conditions = {
  DirichletCondition[u[x,y]== -5, 0.8*Abs[-
1.5+x]^3+0.5*Abs[y]^3==0.6],
  DirichletCondition[u[x,y]== 5,
Abs[1.5+x]^3+Abs[y]^1.5==0.7],
  DirichletCondition[u[x,y]== 0, x^2+y^2 == 16]
  }

sol = NDSolve[{laplaceEquation, conditions}, u,
{x,y} \[Element] fullRegion]
solPlot = ContourPlot[u[x,y]/.
First[sol],{x,y}\[Element]fullRegion,Contours-
```

```
>20,ColorFunction->"TemperatureMap",PlotLegends->Automatic]
    DensityPlot[u[x,y]/.First[sol],{x,y}\[Element]fullRegion,ColorFunction->"TemperatureMap",PlotLegends->Automatic]
    contourPlot = ContourPlot[Evaluate[u[x,y]/.sol]==1,{x,y}\[Element]fullRegion,Contours->{1},PlotLegends->Automatic, ContourStyle->Black];
    Show[solPlot, contourPlot]
    points=Cases[Normal@contourPlot,Line[pts_]:>pts,Infinity];
    pointPairs=Flatten[points,1];
    totalDistance = 0;
    For[i=1,i<=Length[pointPairs]-1,i++,totalDistance+=EuclideanDistance[pointPairs[[i]], pointPairs[[i+1]]]]
    totalDistance
```