

Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и ее следствие.

Определение:

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$

$C(a, b) = \{f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ непрерывна в } \forall x \in (a, b)\}$

$C[a, b] = \{f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \in C(a, b) \text{ и } \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b-0} f(x) = f(b)\}$

Теорема (Больцано-Коши о промежуточном значении):

$(f \in C[a, b]) \wedge (f(a) \cdot f(b) < 0) \Rightarrow (\exists c \in (a, b): f(c) = 0)$

Следствие:

Если $f \in C[a, b]$ и число L лежит между $f(a)$ и $f(b)$, то $\exists c \in [a, b]: f(c) = L$