<u>Критерий сходимости монотонной последовательности. Пределы некоторых последовательностей.</u>

Определение:

Последовательность $\{\mathrm{X}_n\} \subset \mathbb{R}$ называется:

1. неубывающей, если $x_n \leqslant x_{n+1}$ $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}$
2. возрастающей, если $x_n < x_{n+1}$ $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}$
3. невозрастающей, если $x_n \geqslant x_{n+1}$ $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}$
4. убывающей, если $x_n > x_{n+1}$ $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}$

Теорема (Критерий сходимости монотонной последовательности):

1. Пусть $\{\mathrm{X}_n\}$ не убывает. Имеем:
   ($\{\mathrm{X}_n\}$ сходится в $\mathbb{R}$)⇔($\{\mathrm{X}_n\}$ ограничена сверху)
2. Пусть $\{\mathrm{X}_n\}$ не возрастает. Имеем:
   ($\{\mathrm{X}_n\}$ сходится в $\mathbb{R}$)⇔($\{\mathrm{X}_n\}$ ограничена снизу)

Пределы некоторых последовательностей:

1. Если q>1, то $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{q^n} = 0$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$
3. a>0 => $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$
4. Если q∈$\mathbb{R}$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{q^n}{n!} = 0$
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0$

Задачи для самостоятельного выполнения:

1) Доказать, что последовательность $\{x_n\}$=$\{\frac{1}{n}\}$ сходится.
2) Исследовать последовательность x_{n+1}= $\sqrt{12 + x_n}$, $x_1 = 13$ заданную рекуррентно, на сходимость.