

## Свойства бесконечно малых последовательностей. Предельный переход и арифметические операции.

### Определение:

Последовательность  $\{\alpha_n\} \subset \mathbb{R}$  называется бесконечно малой, если  $\alpha_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$

- а) сумма двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность
- б) произведение двух бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность
- в) произведение бесконечно малой последовательности и ограниченной последовательности есть бесконечно малая последовательность

### Предельный переход и арифметические операции:

Пусть  $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} X_n = x \in \mathbb{R}$  и  $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n = y \in \mathbb{R}$ .

Тогда:

- а)  $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} (X_n + Y_n) = x + y$
- б)  $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} (X_n * Y_n) = x * y$
- в) если дополнительно  $Y_n \neq 0 \forall n \in \mathbb{N}$  и  $y \neq 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{Y_n} = \frac{x}{y}$

### Задачи для самостоятельного выполнения:

Используя определение предела последовательности доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{3n^2 + 2n - 1}{3n^3 - n^2 + 5n - 2} \text{ является бесконечно малой.}$$