## Лемма о вложенных отрезках.

**Определение:**

Пусть $\{a_n\}$, $\{b_n\} \subset \mathbb{R}$ и $a_n \leqslant b_n$ $\forall$n$\in\mathbb{N}$. Тогда $\{[a_n , b_n]\}$, где n=1,…, ∞ называется последовательностью отрезков. Эта последовательность называется вложенной (или состоящей из вложенных отрезков), если $\forall$n$\in\mathbb{N}$: $[a_{n+1} , b_{n+1}] \subset [a_n , b_n]$ или $a_n \leqslant a_{n+1} \leqslant b_{n+1} \leqslant b_n$ $\forall$n$\in\mathbb{N}$ ($\{a_n\}$ не убывает, $\{b_n\}$ не возрастает).

**Лемма:**

$\forall$ последовательность $\{[a_n , b_n]\}$, где n=1,…, ∞ вложенных отрезков имеет хотя бы одну общую точку:

$\exists$ c$\in\mathbb{R}$ $\forall$ n$\in\mathbb{N}$: c $\in [a_n , b_n]$

Если дополнительно $\lim\limits_{n\to\infty}(b_n - a_n)$=0, то общая точка для всех вложенных отрезков единственна и c = $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ = sup$(a_n)$ и

c = $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ = inf$(b_n)$, где n$\in\mathbb{N}$

**Задачи для самостоятельного выполнения:**

Доказать, что теорема Коши-Кантора о вложенных отрезках не выполняется на множестве $\mathbb{Q}$.