

Классификация отображений. Обратное отображение. График функции.

Определение:

Говорят, что задана функция f из множества X в множество Y если указано правило, по которому для любого $x \in X$ поставлен в соответствие некоторый один элемент из множества Y .

$$(f : X \rightarrow Y) \Leftrightarrow (\forall x \in X \exists! y \equiv f(x) \in Y)$$

Классификация отображений:

Функция $f: X \rightarrow Y$ называется

- 1) сюръективной (=сюръекцией), если
$$\forall y \in Y \exists x \in X : y = f(x)$$
- 2) инъективной (=инъекцией), если
$$\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \text{ или } (f(x_1) = f(x_2)) \Rightarrow (x_1 = x_2)$$
- 3) биективной (=биекцией), если f сюръективна и инъективна одновременно (взаимно-однозначное соответствие)

Обратное отображение:

Пусть $f: X \rightarrow Y$ – биекция

Обратная функция $f^{-1}: Y \rightarrow X$ определяется правилом:

если $(y \in Y) \wedge (y = f(x))$ для $x \in X$, то $f^{-1}(y) = x$

График функции:

Графиком функции $f: X \rightarrow Y$ называют подмножество G прямого произведения $X \times Y$, элементы которых имеют вид $(x, f(x))$

$$G = \{(x, y) \in (X \times Y) : y = f(x)\}$$

Композиция отображений:

Если $f: X \rightarrow Y$ и $g: Y \rightarrow Z$, то функция $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ для любого $x \in X$ называется $X \rightarrow Z$ композицией отображений

Задачи для самостоятельного выполнения:

- 1) Функция f из множества целых чисел в множество целых чисел сопоставляет числу x наименьшее простое число, которое больше x^2 . Какова область определения f ?
Принадлежит ли число 19 множеству значений f ?
- 2) Верно ли для любых f, X, Y равенство $f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y)$?
- 3) Верно ли для любых f, X, Y что из равенства $f(X) = f(Y)$ следует $X \cap Y \neq \emptyset$?
- 4) Верно ли для любых f, X, Y равенство $f^{-1}(X \cap Y) = f^{-1}(X) \cap f^{-1}(Y)$?
- 5) Верно ли для любых f, X, Y что из равенства $f^{-1}(X) = f^{-1}(Y)$ следует $X = Y$?