<u>Множество. Отношения включения и равенства множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность и дополнение.</u>

Множество – неопределяемое понятие.

Описание:

- Множество есть набор некоторых различимых объектов.

Способы задания множеств:

- Перечисление его элементов X = {1,3,5}
- При помощи свойства { x : P(x) }

Стандартные множества:

$\emptyset$ - пустое множество

$\mathbb{N}$ - натуральные числа

$\mathbb{Z}$ - целые числа

$\mathbb{Q}$ - рациональные числа

$\mathbb{R}$ - вещественные числа

$\mathbb{C}$ - комплексные числа

Отношения включения и равенства множеств:

$$(Y \supset X) = (\forall x \in X \Rightarrow x \in Y)$$
$$(X = Y) = (Y \supset X) \wedge (X \supset Y)$$
$$(X \not\subseteq Y) = (\exists x \in X : x \notin Y)$$
$$(X \neq Y) = (Y \not\subseteq X) \vee (X \not\subseteq Y)$$

Операции над множествами:

Пусть X – множество и A, B $\subset$ X

Объединение
$$(A \cup B) = \{x \in X : (x \in A) \vee (x \in B)\}$$
Пересечение
$$(A \cap B) = \{x \in X : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$
Разность
$$(A \setminus B) = \{x \in X : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$$
Дополнение
$$(A^C) = \{x \in X : (x \notin A)\}$$

Свойства объединения и пересечения:

Если A,B,C $\subset$ X, то

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cup A = A$$
$$A \cup \varnothing = A$$
$$A \cup X = X$$
$$(A \subset B) \Leftrightarrow (A \cup B = B)$$
$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$
$$A \cap A = A$$
$$A \cap \varnothing = \varnothing$$
$$A \cap X = A$$
$$(A \subset B) \Leftrightarrow (A \cap B = A)$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

Свойства дополнения:

Если A, B ⊂ X, то

$$A \cup A^C = X$$
$$A \cap A^C = \varnothing$$
$$\varnothing^C = X$$
$$X^C = \varnothing$$
$$(A^C)^C = A$$
$$(A \subset B) \Leftrightarrow (B^C \subset A^C)$$

Формулы де Моргана:

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$
$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

Задачи для самостоятельного выполнения:

1. Записать множество E, если $E = A \cup B$, причем A={2, 4, 6, 8, 10, 12}, B={3, 6, 9, 12}.

2. Записать множество $E = A \cap B$, если A={2, 4, 6, 8, 10, 12}, B={3, 6, 9, 12}.

3. Записать множество $E = A \setminus B$, если A={2, 4, 6, 8, 10, 12}, B={3, 6, 9, 12}.

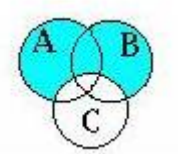
4. Записать множество $E = \overline{A \setminus B}$, если A={2, 4, 6, 8, 10, 12}, B={3, 6, 9, 12}.

5. Проиллюстрировать с помощью кругов Эйлера следующую формулу: $E = A \setminus (B \cup C)$

6. Проиллюстрировать с помощью Диаграмм Венна верность тождества:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

7. По диаграмме Венна записать формулу:



8. Доказать $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

9. Доказать, что $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$, где A и B - множества.