

О-символика. Таблица эквивалентных функций.

Определение 1:

$f(x)=o(g(x))$ при $x \rightarrow a$, если $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

Определение 2:

$f, g: \dot{U}(a) \rightarrow \mathbb{R}$ эквивалентны при $x \rightarrow a$, если $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

$(f(x) \sim g(x))$

Таблица эквивалентных функций:

1.	$\sin x \sim x$	6.	$\ln(1+x) \sim x$
2.	$\arcsin x \sim x$	7.	$\log_a x \sim \frac{x}{\ln a}$
3.	$\operatorname{tg} x \sim x$	8.	$a^x - 1 \sim x \ln a$
4.	$\operatorname{arctg} x \sim x$	9.	$e^x - 1 \sim x$
5.	$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$	10.	$(1+x)^m - 1 \sim mx$

Лемма:

Если $f(x) \sim g(x)$ при $x \rightarrow a$, то $\lim_{x \rightarrow a} f(x)\gamma(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)\gamma(x)$, если хотя бы один из указанных пределов существует.

Таблица асимптотических формул:

$$\begin{aligned} e^x &= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n), \\ \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+3}), \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}), \quad (6.81) \\ \ln(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^n \frac{x^n}{n} + o(x^n), \\ (1+x)^\alpha &= 1 + \frac{\alpha}{1!} x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots \\ &\quad \dots + \frac{\alpha(\alpha-1) \dots (\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n), \\ \operatorname{arctg} x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+3}). \end{aligned}$$