<u>Лемма о предельной точке.</u>

Определение:

Точка a$\in\mathbb{R}$ называется предельной точкой множества X$\subset\mathbb{R}$, если

$\forall\ \varepsilon>0$: $\dot{B}_\varepsilon(\mathrm{a})\cap\mathrm{X}\neq\emptyset$ (1)

Где $\dot{B}_\varepsilon(\mathrm{a})= B_\varepsilon$ - $\{\mathrm{a}\}$, B_ε – окрестность вокруг точки a диаметром ε.

Условие (1) эквивалентно каждому из двух:

$\forall\ U(a)$: $\dot{U}(a)\cap\mathrm{X}\neq\emptyset$

$\forall\ U(a)$: $U(a)\cap\mathrm{X}$ бесконечно

Лемма:

Любое бесконечное ограниченное подмножество $\mathbb{R}$ имеет хотя бы одну предельную точку.

(X$\subset\mathbb{R}$ бесконечно и ограниченно) => ($\exists$ a$\in\mathbb{R}$: a является предельной точкой для X)