

Определение предела функции. Связь с пределом последовательности.

Определение:

Значение A называется **пределом (предельным значением)** функции $f(x)$ в точке x_0 , если для любого наперёд взятого положительного числа ε найдётся отвечающее ему положительное число $\delta = \delta(\varepsilon)$ такое, что для всех аргументов x , удовлетворяющих условию $0 < |x - x_0| < \delta$, выполняется **неравенство**:

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 : \forall x \ 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$

Связь с пределом последовательности:

Пусть $a, A \in \mathbb{R}$ и $f: \dot{W}(a) \rightarrow \mathbb{R}$

Имеем:

$$(\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A) \Leftrightarrow (\forall \text{ последовательности } \{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \dot{W}(a), \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a: \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A)$$