Лемма о конечном покрытии.

Определение:

Пусть $I \neq \emptyset$ (индексное множество) и пусть $\forall \ i \in I$ заданы два числа c_i , $d_i \in \mathbb{R}$: $c_i < \ d_i$

Тогда $\{(c_i,d_i): i\in I\}$ называется семейством интервалов. Это семейство покрывает множество $X\subset\mathbb{R}$, если $\forall\;x\in X\;\exists\;i=i(x)\in I:x\in (c_i,d_i).$

Лемма:

Из любого покрытия отрезка АВ семейством интервалов можно выделить конечное множество интервалов, также покрывающих этот отрезок.

$$-\infty < a \le b < \infty$$

$$[a,b]\subset \cup (c_i,d_i),\,i\in I\Longrightarrow \exists$$
 конечное $J\subset I$: $[a,b]\subset \cup (c_i,d_i),\,i\in I$