Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций.

Определение:

Пусть a$\in\mathbb{R}$, $\mathrm{U(a)}$-окрестность точки a и f: $\mathrm{U(a)}\rightarrow\mathbb{R}$. Функция непрерывна в точке a, если $\lim_{x\to a} f(x)$ = *f(a)*

Локальные свойства функции – такие ее свойства, которые имеют место в сколь угодно малой окрестности точки ее определения.

Пусть f_1, f_2, *f:* $\mathrm{U(a)}\rightarrow\mathbb{R}$ непрерывны в точке a. Тогда:

1) $\exists\mathcal{E}>0\ \exists \mathrm{c}>0\ \forall \mathrm{x}\in B_{\mathcal{E}}(\mathrm{a})$: $|\mathrm{f(x)}|\leqslant \mathrm{c}$

2) Сохранение знака: если f(a)>0, то $\exists\mathcal{E}>0\ \forall \mathrm{x}\in B_{\mathcal{E}}(\mathrm{a})$: $\mathrm{f(x)}>0$

3) Следующие функции непрерывны в точке a: f_1+f_2, f_1*f_2, $\frac{f_1}{f_2}$ (если f_2*(x)≠0* $\forall\mathrm{x}\in\mathrm{U(a)}$ и f_2*(a)*≠0)

4) Если g: V(b)→$\mathbb{R}$ непрерывна в точке b, f: U(a)→V(b) непрерывна в точке a и f(a)=b. Тогда gof: U(a)→$\mathbb{R}$ непрерывна в точке a

Композиция конечного числа непрерывных функций непрерывна в области своего определения.