

## Определение предела функции. Связь с пределом последовательности.

### Определение:

Значение  $A$  называется **пределом (предельным значением)** функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если для любого наперёд взятого положительного числа  $\varepsilon$  найдётся отвечающее ему положительное число  $\delta = \delta(\varepsilon)$  такое, что для всех аргументов  $x$ , удовлетворяющих условию  $0 < |x - x_0| < \delta$ , выполняется **неравенство**:

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 : \forall x \ 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$

### Связь с пределом последовательности:

Пусть  $a, A \in \mathbb{R}$  и  $f: W(a) \rightarrow \mathbb{R}$

Имеем:

$$(\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A) \Leftrightarrow (\forall \text{ последовательности } \{X_n\}_{n=1}^{\infty} \subset W(a), \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a: \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A)$$

### Задачи для самостоятельного выполнения:

- 1) Используя определение предела, показать что  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 2) = 7$
- 2) Используя определение предела, показать что  $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$
- 3) Используя определение предела, найти значение  $\delta$ , соответствующее заданному числу  $\varepsilon$  для следующего предела:  $\lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{x + 2} = 3, \varepsilon = 0.2$
- 4) Доказать, что  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x} = 1$
- 5) Доказать, что  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$