

Подпоследовательность. Лемма о подпоследовательности. Лемма о существовании подпоследовательности.

Определение:

Пусть последовательность $\{X_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ и $\{n_k\}_{k=1}^{\infty} \subset \mathbb{N}$ строго возрастает. Для $\forall k \in \mathbb{N}$ положим $y_k = x_{n_k}$. Тогда $\{y_k\}_{k=1}^{\infty} = \{X_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ называется подпоследовательностью в $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Лемма (о подпоследовательности):

Если $\{X_n\} \subset \mathbb{R}$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \in \mathbb{R}$, то \forall подпоследовательности $\{X_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ в $\{X_n\}$: $\lim_{k \rightarrow \infty} x_{n_k} = x$

Лемма (о существовании подпоследовательности):

Любая ограниченная последовательность $\{X_n\} \subset \mathbb{R}$ имеет сходящуюся подпоследовательность.