

Точки разрыва. Классификация точек разрыва.

Определение:

$a \in U(a)$ точка разрыва, если a не является точкой непрерывности функции $f: U(a) \rightarrow \mathbb{R}$,

т.е. $\exists \varepsilon > 0 \forall \beta > 0 \exists x \in U(a), |x-a| < \beta$ и $|f(x)-f(a)| \geq \varepsilon$

Классификация точек разрыва:

Точка $a \in U(a)$ называется точкой разрыва 1-го рода, если $\exists f(a-0) \in \mathbb{R}, \exists f(a+0) \in \mathbb{R}$, но $f(a-0) \neq f(a)$ или $f(a+0) \neq f(a)$.

Если точка разрыва не является точкой разрыва 1-го рода, то является точкой разрыва 2-го рода.

Задачи для самостоятельного выполнения:

Исследовать функцию $f(x) = 3^{\frac{x}{1-x^2}}$ на непрерывность.

Показать, что функция $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ имеет устранимый разрыв в точке $x = 0$.

Найти точки разрыва функции $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x < 0 \\ x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$, если они существуют.

Найти точки разрыва функции $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$, если они существуют.

Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{|2x+5|}{2x+5}$, если таковые существуют.