Подпоследовательность. Лемма о подпоследовательности. Лемма о существовании подпоследовательности.

Определение:

Пусть последовательность $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$⊂$\mathbb{R}$ и $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$⊂ $\mathbb{N}$ строго возрастает. Для ∀ k∈$\mathbb{N}$ положим y_k=x_{nk}. Тогда $\{y_k\}_{k=1}^{\infty}$=$\{X_{nk}\}_{k=1}^{\infty}$ называется подпоследовательностью в $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Лемма (о подпоследовательности):

Если $\{X_n\}$⊂$\mathbb{R}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$∈$\mathbb{R}$, то ∀ подпоследовательности $\{X_{nk}\}_{k=1}^{\infty}$ в $\{X_n\}$: $\lim\limits_{k\to\infty} x_{nk} = x$

Лемма (о существовании подпоследовательности):

Любая ограниченная последовательность $\{X_n\}$⊂$\mathbb{R}$ имеет сходящуюся подпоследовательность.