

队列讲稿

一、队列的逻辑结构

引例、队列及其操作（P1500）

队列（queue）：在线性表的一端插入元素，在另一端删除元素，所以遵循**先进先出**原则，其中删除元素的一端称为队首（front），插入元素的一端称为队尾（rear）。队列就像我们排队打饭，先来的先打饭，后来的只能排在队尾。

【输入格式】

第一行包含一个整数 N ($N \leq 20000$)，表示有 N 条关于 queue 的操作，在进行任何操作之前，queue 都是空的。接下来的 N 行，每行是一个关于 queue 的操作，格式和含义如下：

clear: 把队列置空。 **empty**: 判断队列是否为空。
push x: 把整数 x 插入队尾 (x 为 int 范围里的数)。 **pop**: 队首元素出队列。
front: 获取队首元素的值。

【输出格式】

对于 front 操作，输出一个整数，如果这个操作失败，则输出单词 error。

对于 pop 操作，如果这个操作失败，则输出单词 error。

对于 empty 操作，如果队列是空，则输出“empty”，否则输出“not empty”。

【讲解】

1、队列的逻辑结构

题目中对栈和队列的逻辑结构和操作规则定义的非常清楚。图形描述如下：



队列满足“先进先出（FIFO）”的原则。它的运行机制是：元素从队尾进，队首出，不允许插队！

2、STL 队列容器和数组模拟队列

STL 队列容器	数组队列
<pre>#include<queue></pre> <p>定义格式：</p> <pre>queue<元素类型>队列名称</pre> <p>例如：</p> <pre>queue<int>q;</pre>	<pre>const int SIZE=20005 //队列的容量</pre> <p>元素类型 q[SIZE]; //数组用于存储队列元素</p> <pre>int front,rear; //队首指针，队尾指针</pre> <p>说明：</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ 队列元素的类型随着不同问题而不同 ◆ 变量 front: 是队首指针，始终指向队列第一个元素位置 ◆ 变量 rear: 队尾指针，始终指向队尾元素后一个位置 ◆ 当 front==rear 时，队列为空，否则队列为非空 ◆ 队列中如果有 n 个元素，则需要 $n+1$ 的空间，因为 rear 始终指向空元素。

3、栈和队列的运算

运算	STL 容器元算函数	数组队列运算代码
计算队列中元素个数	<code>int num=q.size();</code>	<code>int num=rear-front;</code>
empty: 判断队列是否为空	<code>if(q.empty())</code> 则队列为空	如果 <code>front==rear</code> ，则队列为空
push x :把整数 x 插入队尾	<code>q.push(x);</code>	<code>queue[rear++]=x;</code>
pop: 队首元素出队列。	<code>q.pop();</code>	<code>front++;</code>
clear: 把队列置空	<code>while(!q.empty()) q.pop();</code>	<code>front=rear=0;</code>
front: 读取首元素的值。	<code>x=q.front();</code>	<code>x=queue[front]</code>

4、本题算法流程

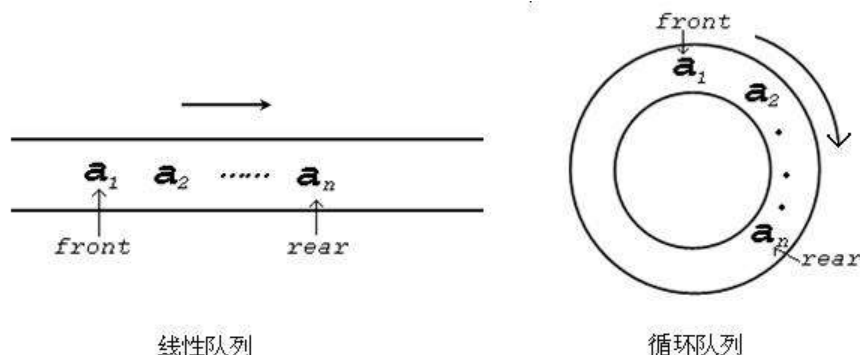
数组队列操作	STL 队列容器操作
<pre> int q[20005]; int front,rear; void solve2() { char op[10]; scanf("%d",&N); front=rear=0; //初始化队列 for(int i=1;i<=N;i++) { scanf("%s",op); if(strcmp(op,"clear")==0) //清空 { front=rear=0; } else if(strcmp(op,"empty")==0) //判空 { if(front==rear) printf("empty\n"); else printf("not empty\n"); } else if(strcmp(op,"push")==0) //入队 { scanf("%d",&x); queue[rear++]=x; } else if(strcmp(op,"pop")==0) //删除队首 { if(front==rear) printf("error\n"); else front++; } else if(strcmp(op,"front")==0) //读队首 { if(front==rear) printf("error\n"); else { x=queue[front]; printf("%d\n",x); } } } } </pre>	<pre> void solve2() { char op[10]; scanf("%d",&N); queue<int>q; //初始化定义队列 for(int i=1;i<=N;i++) { scanf("%s",op); if(strcmp(op,"clear")==0) { while(!q.empty())q.pop(); } else if(strcmp(op,"empty")==0) { if(q.empty()) printf("empty\n"); else printf("not empty\n"); } else if(strcmp(op,"push")==0) { scanf("%d",&x); q.push(x); } else if(strcmp(op,"pop")==0) { if(q.empty()) printf("error\n"); else q.pop(); } else if(strcmp(op,"front")==0) { if(q.empty()) printf("error\n"); else { x=q.front(); printf("%d\n",x); } } } } </pre>

二、队列应用例题

例 1、循环队列（P1504）

用数组模拟队列操作，可以类比为：队首指针 $front$ 始终在一条直线追赶队尾指针 $rear$ ，当 $front$ 与 $rear$ 相遇时（ $front==rear$ ），队列为空，称这样的队列为**线性队列**。在这个过程中， $front$ 走过的地方，再也不会走到，造成极大的空间浪费。

如果把模拟队列的数组看成一个首尾相接的圆环，此时的队列操作，就是 $front$ 在一个圆环上追赶 $rear$ ，称这样的队列为**循环队列**。显然 $front$ 走过的地方，可以多次重复走到。



由于 $front$ 和 $rear$ 在圆环上追赶，当 $front$ 与 $rear$ 相遇（ $front==rear$ ）时，队列是空还是满呢？不好判断，因为有可能 $rear$ 比 $front$ 多跑一圈。所以，我们在定义循环队列时，需要特别注意数组的大小，一般的要先分析队列中可能的最多元素个数，数组的大小应比最多元素个数大，这时候才能用 $front==rear$ 判断队列为空。

现在的问题是：我们给出一个循环队列的空间限制 n ，然后给出 m 个进队和出队的操作，请你输出最后的队列中的元素（按元素依次出队的顺序）。要特别说明的是，根据数组队列的操作规则， $rear$ 始终是指向队尾元素的后面的位置，所以给出循环队列空间为 n ，则实际只能使用 $n-1$ 个空间。另外，由于空间的限制，当 $rear$ 与 $front$ 相遇后（溢出），应丢弃队首元素，为 $rear$ 腾空间！

【样例】

<pre>4 //队列占用空间 n 7 //操作数 k in 1 in 2 in 5 in 6 out out in 8</pre>	<pre>6 8 //最后队列中元素</pre>
--	--------------------------

【讲解】

1、数组环形队列的操作代码：

入队操作	<pre>q[rear]=x; rear=(rear+1)%n; //循环 if(rear==front) //溢出后 front=(front+1)%n;</pre>	队列中元素个数	$(rear-front+n)\%n$
出队操作	<pre>if(front!=rear) front=(front+1)%n;</pre>	判断队列是否为空	if(front==rear) 为 空;
读取队首元素	$x=q[front]$		

2、本题代码框架

```
int main()
{
    输入数 n, k 并初始化队列为空;
    for(int i=1; i<=k; i++)
    {
        scanf("%s", op);
        if(op[0]=='i')  入队操作;           //in 操作
        else if(op[0]=='o') 出队操作 //out 操作
    }
    若队列为空, 则输出-1; 否则输出队列中的元素;
    return 0;
}
```

一点说明：STL 队列不存在数组队列的缺点，因为它每次 pop 之后，是真实地删除队首元素，也就是说，是物理上的永久删除，不会造成空间上的浪费。

例 2、卡片游戏（P1501）

桌子上有一叠牌，从第一张牌（即位于顶面的牌）开始从上到下依次编号为 $1..N$ ，当至少还剩下两张牌时进行以下操作：把第一张扔掉，然后把新的一张放到整叠牌的最后。

输入 N ，输出每次扔掉的牌，以及剩下的牌。

【样例】

输入	输出
7	1 3 5 7 4 2 6

【数据范围】 $N \leq 20000$

【讲解】

把这叠牌看成一个队列，然后按如下进行模拟：

- 1、初始队列中元素从头到尾依次为： $1, 2, \dots, N$ ；
 - 2、扔掉一张：看成是删除队首元素；
 - 3、把新的一张放到整叠牌的最后：看成把队首元素插入到队尾。
- 重复 2、3 操作直到队列为空。

```
int main()
{
    输入 N;
    建立初始队列: 1, 2, ..., N;
    while(队列不为空)
    {
        读取队首元素, 并输出 ;
        删除队首元素;           //扔卡片
        读取队首元素并把该元素插入队尾 ;
        删除队首元素;           //放到牌叠最后
    }
    return 0;
}
```

时间复杂度为： $O(2*n)$

思考：如果用数组线性队列的容量 SIZE 应设多少？ 使用数组循环队列是否更好？
当然，STL 队列容器不存在容量的问题！

例 3、约瑟夫问题[1]（P1527）

已知 n 个人（编号分别为 $1, 2, 3, \dots, n$ ）围坐在一张圆桌周围。从编号为 1 的人开始报数，数到 m 的那个人出列；他的下一个人又从 1 开始报数，数到 m 的那个人又列出.....，依此规律重复下去，直到圆桌周围的人全部出列。

【输入格式】

两个整数 n, m

【输出格式】

按顺序给出的出列人的编号。

【样例】

9 5	5 1 7 4 3 6 9 2 8
-----	-------------------

【数据范围】

$2 \leq m < n \leq 1000$

【讲解】

类似上题，同样可以用队列模拟报数的过程：

```

初始化队列；
1..n 依次进队；
while (队列不为空)
{
    for(int i=1;i<m;i++) //从队首开始报 1..m-1
    {
        读取队首元素到 x 中；
        删除队首元素 (pop)；
        把 x 元素插入队尾 (push)；
    }
    输出队首元素并输出； //该元素报数 m
    删除队首元素；
}
    
```

时间复杂度： $O(n*m)$

请思考：

- 1、用线性队列，队列空间要设置多大
- 2、循环队列，空间设置多大
- 3、STL 队列的好处！

三、关于队列的信息学初赛试题

1. 队列 Q 的对首指针 $front=3$ ，队尾指针 $rear=10$ ，则队列中元素的个数为（ ）。
A、6 B、7 C、8 A、10
2. 循环队列 Q 的下标范围为 $1..N$ ，队首指针为 $front$ ，队尾指针为 $rear$ ，则队列中元素的个数为（ ）。
A、 $rear-front$ B、 $rear-front+1$ C、 $(rear-front+1)\%N$ A、 $(rear-front+N)\%N$
3. 设栈 S 和队列 Q 的初始状态为空，元素 $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$ 依次通过栈 S ，一个元素出栈后即进入队列 Q ，若出队的顺序为 $e_2, e_4, e_3, e_6, e_5, e_1$ ，则栈 S 的容量至少应该为（ ）。
A、2 B、3 C、4 D、5
4. (08 年) 已知队列 $(13, 2, 11, 34, 41, 77, 5, 7, 18, 26, 15)$ ，第一个进入队列的元素是 13，则第五个出队列的元素是（ ）。
A. 5 B. 41 C. 77 D. 13 E. 18