Übungen 6

Mittwoch, 28. November 2018 10:51

Teil 4

21

a) $0{,}4\,;\ 0{,}08\,;\ 0{,}016 \ = \frac{2}{5^n}$

b) $3;\ 2;\ \frac{5}{3} \ = 1 + \frac{2}{n}$

c) $\frac{2}{3}\,;\ \frac{5}{4}\,;\ 2 \ = \frac{n^2+1}{n+2}$

22

$\langle a_n \rangle = \langle (-1)^n \cdot \frac{6}{n} \rangle \rightarrow$ Zeichnung durch Wertetabelle

23

a) $\langle a_n \rangle = \langle \frac{6n+12}{3n+5} \rangle \quad n \to \infty \quad a_n \to 2$

b) $\langle a_n \rangle = \langle \frac{n^3+9}{3n+5} \rangle \quad n \to \infty \quad a_n \to \infty$

c) $\langle a_n \rangle = \langle \frac{3n^2+6n+2}{3n^2+n+7} \rangle \quad n \to \infty \quad a_n \to 1$

d) $\langle a_n \rangle = \langle \frac{3n^3}{12n^2+n+8} \rangle \quad n \to \infty \quad a_n \to \infty$

24

a) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{3x-9}{x^2-9} \qquad \underset{x\to 3}{x<3} \to f(x) \to 0{,}5 \quad x>3 \to f(x) \to 0{,}5$

$\Longrightarrow g = \frac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to -4} \frac{x^2+x-12}{x+4} \qquad \underset{x\to -4}{x>-4} \to f(x) = -6{,}9 \qquad \underset{x\to -4}{x<-4} \to f(x) = -7{,}1$

$\Longrightarrow g = -7$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{4x^3}{7x^3+2x^2-1} \qquad x \to \infty \quad f(x) \to 0{,}57$ bzw größte Potenz (Vorzahl) bruch $: g = \frac{4x^3}{7x^3} = \frac{4}{7}$

$\hookrightarrow g = 0{,}57 = \frac{4}{7}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x} = \frac{\sqrt{4}-2}{0} = \frac{0}{0}$ L'Hopital

$\lim\limits_{x\to 0} = \frac{\frac{1}{2(4+x)^{\frac{1}{2}}}}{1} = \frac{1}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$

e) $\lim\limits_{x\to 9} \frac{9-x}{3-\sqrt{x}} \qquad \underset{x<9}{x\to 9} \quad f(x)\to 6 \qquad \underset{x>9}{x\to 9} \quad f(x) \to 6$

$\Longrightarrow g = 6$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x}) \qquad x \to \infty \quad f(x) \to 0$

$\hookrightarrow g = 0$

25.

rechtsseitiger Grenzwert: wenn das x von rechts (d.h. $x > x_0$) an x_0 nähert

linksseitiger Grenzwert: wenn das x von links (d.h. $x < x_0$) an x_0 nähert

Voraussetzungen für Stetigkeit an Stelle x_0: wenn ein Funktionswert existiert (identisch zum Grenzwert)

26

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & x \le 0 \\ \frac{1}{2}x+2 & x > 0 \end{cases}$$

$f(0) = 2 \quad$ da $\lim\limits_{x\to 0^-} (x^2+2) = 2 \quad \& \quad \lim\limits_{x\to 0^+} (\frac{1}{2}x+2) = 2$

27.

$$f(x) \begin{cases} x & x \le 0 \\ x-2 & x > 0 \end{cases} \qquad \left.\begin{matrix} \lim\limits_{x\to 0^-} (x) = 0 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} (x-2) = -2 \end{matrix}\right\} \text{Funktion ist unstetig}$$

Teil 5

28. $2x^2+4x=c$

$2x^2+4x-c=0$

$2\left(x^2+2x-\frac{1}{2}c\right)=0$

$2\left(x^2+2x-\frac{1}{2}\cdot(-2)\right)=0$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+2c}}{2}$ → Aufg.: nur 1 reelle Lösung

$4+2c=0 \rightarrow c=-2$

29.
a) $y(x)$ ist eine gerade Funktion

b) Nullstellen liegen bei $x_1=5$ $x_2=7$

c) Der Funktionsgraph schneidet y-Achse an der Stelle $y(0)=2$

$y(x)=a\cdot(x-5)^2\cdot(x-7)^2$ ↪ einsetzen $2=a(-5^2)(-7^2) \rightarrow 2=a\cdot25\cdot49 \rightarrow a=\frac{2}{25\cdot49} \longrightarrow y(x)=\frac{2}{25\cdot49}(x-5)^2(x-7)^2$

30.
a) $y=\frac{x^2+x-6}{x-2}=\frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}$ $\alpha=1$ $\beta=1$ $\alpha=\beta$ → hebbare Lücke

Hebbare Lücke bei $x=2$

Nullstelle $x=3$

b) $y=\frac{x^2+x-12}{x+3}=\frac{(x-3)(x+4)}{(x+3)}$

Polstelle bei $x=-3$

Nullstelle bei $x_1=4$, $x_2=3$

c) $y=\frac{x^3-4x^2-4x}{(x^4-4)}=\frac{x(x^2-4x-4)}{(x^4-4)}$

Polstelle: $x^4=4 \quad |\sqrt[4]{\ } \rightarrow x_{1/2}=\sqrt[4]{4}=\pm\sqrt{2}$

Nullstelle $x_1=0$ $x_{2/3}=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot-4\cdot1}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{32}}{2}$

$x_2=2+\frac{\sqrt{32}}{2}=2+2\sqrt{2}$ $x_3=2-2\sqrt{2}$

d) $y=\frac{(x^2-1)(x^2-25)}{x^3+4x^2-5x}=\frac{(x^2-1)(x^2-25)}{x(x^2+4x-5)}=\frac{(x+1)\cancel{(x-1)}(x-5)\cancel{(x+5)}}{x\cdot\cancel{(x+5)}\cancel{(x-1)}}$

Nullstelle $x_{1,2}=-1$ $x_{2/3}=5$

Polstelle: $x_1=0$ $x_{2/3}=\frac{-4\pm\sqrt{16-4\cdot(-5)\cdot1}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{-4\pm6}{2}$

Hebbare Lücke: $x_2=-5$ $x_3=1$

31.
a) $y=\frac{x^2-9}{x^2+1}$

Asymptote bei $y=1$ Polstelle $x^2=-1 \quad |\sqrt{\ }$

Nullstellen bei $x_{1/2}=\pm3$ ↪ somit nicht vorhanden

b) $y = \frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2-4}$

Polstellen bei $x_{1/2} = -2$

$8-24+24-8=0$

$0=0$ für $x=2$ → somit hebbare Lücke

Asymptote $\frac{x^3-6x^2}{x^2} = x-6$ bzw. hohe Zahlen einsetzen & → $y=mx+c$ berechnen

c) $y=\frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}$

Nullstelle Doppelt bei $x=2$

Polstelle Doppelt bei $x=-2$

Asymptote für $y=1$ $\frac{x^2}{x^2}=\frac{1}{1}=1$

32

a) $x_1=3$ $x_{2/3}=-7$

b) Pol: $x_3=-2$ $x_4=2$

c) $y(0)=6$

$y(x)=\frac{(x-3)(x+7)^2}{(x-2)(x+2)}\cdot a$ einsetzen $6=\frac{-3\cdot 49}{-2\cdot 2}a$

$6=\frac{-147}{-4}\cdot a$

$a=\frac{6\cdot 4}{147}$

$y(x)=\frac{6\cdot 4(x-3)(x+7)^2}{147(x-2)(x+2)}$

$=\frac{8(x-3)(x+7)^2}{49(x-2)(x+2)}$

33

$x=\frac{\pi}{180}\cdot\alpha$ $\alpha=\frac{180°}{\pi}\cdot x$

Gradmaß	36,82°	298,717°	-12,313°	221,62°	-16,28°	5,42°	90°	360°	-130,21°
Bogenmaß	0,6426	5,2136	-0,2149	3,868	-0,2841	0,0946	$\frac{\pi}{4}$	6,2799	-2,273

34

a) $\sin 5° = 0,087$

b) $\cos 5° = 0,996$

c) $\cos 5 = 0,284$

d) $\sin 0,2 = 0,1987$

35

$y=\cos x$ $-\frac{\pi}{2}\le 0 \le \frac{\pi}{2}$ Parabel $f(x)=ax^2+bx+c$

$f(0)=1$ $f(x)=a(x-\frac{\pi}{2})(x+\frac{\pi}{2})$

$f(x)=0$ → $x_1=\frac{\pi}{2}$ $x_2=-\frac{\pi}{2}$ $1=a(-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\pi}{2}) \Rightarrow a(-\frac{\pi^2}{4})$

$a=1\cdot -\frac{4}{\pi^2}$

$f(x)=-\frac{4}{\pi^2}(x-\frac{\pi}{2})(x+\frac{\pi}{2})$

36

a) $y=3\sin(2x+1)$ → $P=\frac{2\pi}{2}=\pi$ Amplitude 3 Verschiebung von $+\frac{1}{2}$(links)