

⑥

2.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3$$

$$z = x_1 + x_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} = F$$

$$C = [1 \ 1 \ 0]$$

$$R = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & 1 \\ a_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^T = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & 1 \\ a_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & a_3 \\ -1 & a_3 & a_3^2 - a_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R = -1$$

$$R^{-1} = (-1) \cdot \tilde{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -a_3 \\ 1 & -a_3 & a_3^2 - a_2 \end{bmatrix}$$

$$CA = [1 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 1]$$

$$CA^2 = [0 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} = [-a_1 \ -a_2 \ 1-a_3]$$

$$X(A, C) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -a_1 & 1-a_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -a_1 & 1-a_3 \end{vmatrix} = 1-a_3+a_1$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -a_1 \\ 1 & 1 & -a_2 \\ 0 & 1 & 1-a_3 \end{bmatrix} \quad \tilde{X}^T = \begin{bmatrix} 1-a_3+a_2 & a_3-1 & 1 \\ -a_1 & 1-a_2 & -1 \\ a_1 & a_2-a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{1-a_3+a_2-a_1} \cdot \tilde{X}^T$$

$$P = R^{-1} \cdot X(A, C)^{-1}$$

Преобразуем матрицу A: $F^T = P^{-1} \cdot A \cdot P =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\overline{a_1} \\ 1 & 0 & -\overline{a_2} \\ 0 & 1 & -\overline{a_3} \end{bmatrix}$$

Искомый вектор-столбец K будет иметь вид:

$$K = P \cdot \begin{bmatrix} \overline{a_1} & -\overline{a_1}^* \\ \overline{a_2} & -\overline{a_2}^* \\ \overline{a_3} & -\overline{a_3}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{a_1}^* & -\overline{a_1} \\ \overline{a_2}^* & -\overline{a_2} \\ \overline{a_3}^* & -\overline{a_3} \end{bmatrix}$$