Historiquement, la performance et l'efficacité des index funds a été plus ou moins prouvée en permettant à des pionniers de la finance de construire leurs richesses. Comme le dit Warren Buffet : "A very low-cost index is going to beat a majority of the amateur-managed money or professionally-managed money."

Cela ne veut pas dire que les index funds ne présentent pas des inconvénients. Nous allons examiner les différents avantages et inconvénients des index funds de plus près, et nous essaierons de trouver des solutions afin de limiter ces derniers.

1/ Avantages:

- Efficient de point de vue taxation car ils ont un turnover assez bas
- Les coûts de transactions ne sont pas élevés, par conséquent, un portefeuille de ce type n'est pas cher à gérer
- Une gestion passive du portefeuille comprend moins de frais
- Grâce à ces 3 premiers points, les frais d'un tel portefeuille sont très réduites par rapport à un portefeuille géré de manière active.
- Un index fund garantie un retour sur investissement identique à celui du marché (moins les frais)
- Les index funds sont diversifiés minimisant ainsi le risque
- Un index fund a des performances nettement meilleures qu'un portefeuille géré activement, et en plus coûte beaucoup moins à gérer. [1]
- Un index fund est conçu pour des petits bénéfices stables et garanties à long terme.
- Par définition, un index fund élimine le biais que pourrais avoir le gestionnaire du portfeuille limitant ainsi les erreurs humaines [4]

2/ Inconvénients:

- Manque de flexibilité et de contrôle: un index fund doit répliquer au mieux les performances du marché, donc si le marché est en train de dégringoler, l'index fund générera des pertes et nous n'aurons pas beaucoup d'options afin de limiter ces pertes, contrairement aux portefeuilles actifs avec lesquels nous disposons d'assez de liberté lors de telles situations. [2]
- Un index fund n'est pas conçu pour surpasser les performances du marché. De ce fait, il ne générera jamais de grands gains en dépassant le marché.
- La construction d'un index dépend de la méthode de pondération des actions du marché répliqué, suivant certaines formules, l'index fund peut ignorer ou favoriser certains type d'actions plutôt que d'autres. Exemple: Dow-Jones est pondéré par le prix, ce qui signifie que le secteur économique n'a aucune importance dans la séléction d'une action. Un autre exemple: S&P500 est pondéré par les capitalisations de marché ajustées, par conséquent, la séléction portera plutôt sur les actions avec la plus grande capitalisation. [3]
- Les index funds sont assujettis à la volatilité du marché
- La formulation du problème peut devenir très grande. Par exemple, pour choisir entre N actions, nous aurons $O(N^2+N)$ variables et $O(N^2+N+1)$ contraintes.

3/ Solutions:

Pour le dernier inconvénient, nous pouvons proposer la relaxation Lagrangienne (optimisée) suivante:

$$\max Z(L(IF, \mathbf{u})) = \sum_{j=1}^{n} C_j y_j + \sum_{i=1}^{n} u_i$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_j = q$$
$$y_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n$$

Ce qui réduit considérablement le nombre de variables et de contraintes : 1 contrainte, 3*N variables. Suivant ce modèle, une fois que les variables y sont calculées par le solveur, nous pouvons déduire les variables x. Le problème c'est que L(u) est convexe et n'est pas différentiable, mais nous pouvons toujours trouver le minimum de L(IF,u) en utilisant la méthode du gradient afin de trouver le vecteur u minimisant L(IF,u). Ce minimum est prouvé mathématiquement être identique à la valeur optimale du modèle initial. [5]

- [1]: https://awealthofcommonsense.com/2013/02/more-reasons-to-invest-using-index-funds/
- [2]: https://finance.zacks.com/primary-advantages-disadvantages-index-mutual-funds-4030.html
- [3]: https://www.investopedia.com/articles/investing/011316/pros-and-cons-indexes.asp
- $[4]: \underline{https://economictimes.indiatimes.com/tdmc/your-money/slideshow/9-things-to-know-about-index-mutual-funds/disadvantages-of-index-funds/slideshow/55836558.cms$
- [5]: https://www.lamsade.dauphine.fr/~furini/lib/exe/fetch.php?media=wiki:notes if 18 v2.pdf