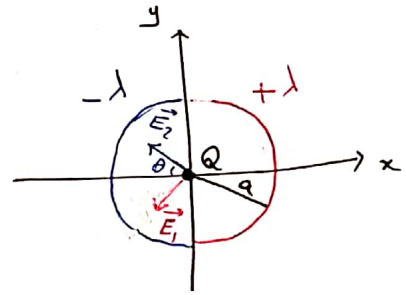


①-

با توجه به تقارن مسئله کافی است میدان حاصل از نیم کروی بالایی را
به دست آوریم و آن را دو برابر کنیم.



لازم به ذکر است که سوال نیم کره را در تقریبات حل کرده بودیم.

\vec{E}_1 میدان حاصل از ربع اول و \vec{E}_2 میدان حاصل از ربع دوم است.
واضح است که میدان برآیند در جهت $-\hat{x}$ است.

$$|\vec{E}_1| = \int dE_1 = \int \frac{k dq}{a^2} = \frac{k}{a^2} \int a \lambda d\theta = \frac{k\lambda}{a} \int d\theta$$

جواب نهایی ۴ برابر اندازه E_1 در جهت $-\hat{x}$ است که برابر است با:

$$|\vec{E}_{tot}| = \frac{4k\lambda}{a} \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta = \frac{4k\lambda}{a} \sin\theta \Big|_0^{\pi/2} = \frac{4k\lambda}{a}$$

بنابراین نیروی دارد برابر $Q(-\hat{x})$ ، Q برابر است.

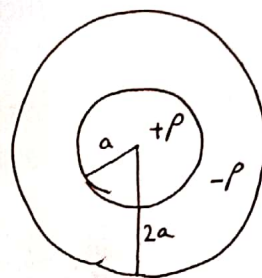
از آنجایی که میدان در صفحه xy قرار دارد، پتانسیل در راستای z صفر است، پتانسیل در $\infty \rightarrow z$ هم صفر
است، پس کار لازم برای جابه جایی بار در جهت z صفر است.

②

$$\phi_E = \frac{Q_{en}}{\epsilon_0}; \quad \phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$I) r < a: Q = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

$$\rightarrow E_{in} 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_{in} = \frac{r\rho}{3\epsilon_0}}$$



$$II) a < r < 2a: Q = \frac{4}{3} \pi a^3 (+\rho) + \frac{4}{3} \pi (r^3 - a^3) (-\rho) = \frac{4}{3} \pi (2a^3 - r^3) \rho$$

$$\rightarrow E_{a < r < 2a} 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi (2a^3 - r^3) \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{2a^3 - r^3}{3r^2} \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

$$III) r > 2a: Q = \frac{4}{3} \pi a^3 (+\rho) + \frac{4}{3} \pi (8a^3 - a^3) (-\rho) = -\frac{4}{3} \pi 6a^3 \rho$$

$$\rightarrow E_{r>2a} \cdot 4\pi r^2 = \frac{-4}{3} \pi 6a^3 \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{E_{r>2a} = -\frac{2a^3 \rho}{r^2 \epsilon_0}}$$

