

## 8 Séries Temporais

# Séries Temporais e estacionariedade

## Objetivo da análise de séries temporais

- Descrever o comportamento da série;
- Encontrar periodicidades;
- Obter possíveis explicações para o comportamento da série, geralmente através de variáveis auxiliares;
- Predizer o comportamento futuro, o que possibilita fazer planos a longo, médio ou curto prazo e tomar decisões apropriadas;

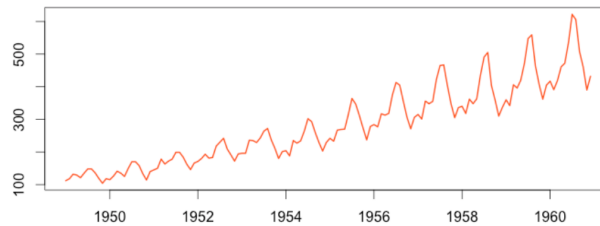
## Decomposição

Uma série temporal pode ser decomposta nos seguintes componentes:

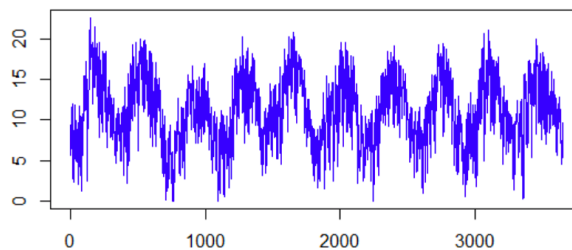
- **Tendência ( $T$ ):** indica o seu comportamento ao longo do tempo, ou seja, se é crescente, decrescente ou estável. Além disso indica a velocidade destas mudanças.
- **Ciclos ( $C$ ):** são oscilações de subida e de queda nas séries, de forma suave e repetida, ao longo da componente de tendência. Os movimentos cíclicos tendem a ser irregulares.
- **Sazonalidade ( $S$ ):** são oscilações de subida e de queda que sempre ocorrem em um determinado período do ano, do mês, da semana ou do dia. Os movimentos facilmente previsíveis, ocorrendo em intervalos regulares de tempo. A partir da sazonalidade pode-se classificar uma série temporal em aditiva ou multiplicativa. Uma **série é aditiva** se a magnitude da **sazonalidade mantém-se constante** ao longo do prazo. A série é denominada **multiplicativa** se ao longo do tempo a **amplitude da sazonalidade aumenta**.
- **Ruído Aleatório ( $\epsilon$ ):** ou erro no período  $t$  são variações irregulares ou flutuações inexplicáveis, resultado de fatos fortuitos e inesperados.

Em outras palavras, uma série temporal  $Z(t)$  pode ser reconstruída através de uma função que depende das componentes acima  $f(T_t, C_t, S_t, \epsilon_t)$ . Uma série aditiva é representada por  $Z(t) = T_t + C_t + S_t + \epsilon_t$ , enquanto a multiplicativa é dada por  $Z(t) = T_t \times C_t \times S_t \times \epsilon_t$

**Exemplo 1:** Esta série é referente à quantidade de passageiros na Airline. Note que a tendência também é crescente e sazonal. Com o decorrer do tempo a quantidade de passageiros que viajam pela companhia aérea aumenta (eixo y), porém a periodicidade da sazonalidade continua marcada no gráfico. Trata-se de uma série com sazonalidade multiplicativa. Neste caso, a quantidade de passageiros a cada período sazonal aumenta.



**Exemplo 2:** No exemplo abaixo é representado a média da temperatura diária em uma determinada cidade ao longo de 1 ano. Note que a série é estável (não possui tendência crescente tampouco decrescente), é sazonal aditiva (possui periodicidade bem marcada e sem grande variação na amplitude).



## Estacionariedade

Ao se desenvolver um modelo preditivo de séries temporais, uma das suposições mais frequentes a respeito de uma série temporal é a de que ela é estacionária, ou seja, que se desenvolve ao longo do tempo de forma aleatória em torno de uma média constante, refletindo estabilidade (exemplo 1). Entretanto, a maioria das séries que encontramos no dia-a-dia apresentam alguma forma de não-estacionariedade (exemplos 2).

Como a maioria dos procedimentos de análise estatística de séries temporais supõem que estas sejam estacionárias é comum realizar transformações nos dados originais para torná-los estacionários. A transformação mais usada é a das diferenças sucessivas. A primeira diferença de uma série  $Z(t)$ , em que  $t$  é a variável de tempo, é definida por:

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t - 1)$$

De modo geral, a  $n$ -ésima diferença de  $Z(t)$  é

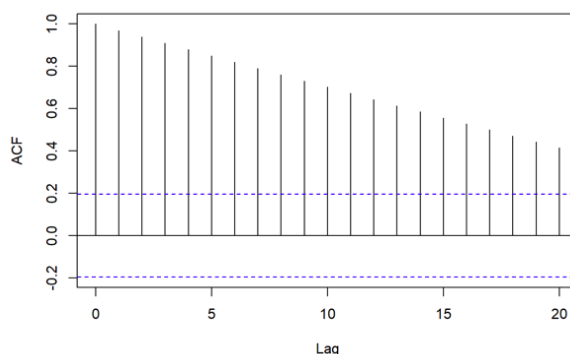
$$\Delta^n Z(t) = \Delta[\Delta^{n-1} Z(t)]$$

## Autocorrelação

No estudo de uma série temporal é importante entender a relação entre as observações atuais e as anteriores. Uma forma de realizar esta avaliação é através das funções de autocorrelação. Autocorrelação significa a correlação de valores de uma mesma variável ordenados no tempo. Em outras palavras, descreve como o valor presente da série está relacionado aos valores passados.

Uma série temporal pode ter componentes como tendência, sazonalidade, ciclos e resíduos. A ACF considera todos esses componentes enquanto encontra correlações, portanto, é um gráfico **completo** de autocorrelação.

**Exemplo 5:** No exemplo abaixo, observa-se que os dados desta série são altamente correlacionados. A barra na defasagem (lag) 0 é um porque representa a correlação da série com ela mesmo, serve como ponto de referência para as próximas defasagens.



## Modelos Preditivos

Os métodos para previsão de séries temporais baseiam-se na extrapolação de características de observações passadas e no inter-relacionamento entre essas observações, fornecendo previsões acuradas se o futuro apresentar comportamento similar ao passado.

Uma série temporal pode ser expressada da seguinte forma

$$Z(t) = f(t) + a_t$$

### Modelo Autoregressivo (AR)

Em um modelo de regressão múltipla, prevemos a variável de interesse usando uma combinação linear de preditores. Em um modelo de autorregressão, prevemos a variável de interesse usando uma combinação linear de valores passados da variável. O termo autorregressão indica que é uma regressão da variável contra ela mesma.

Um **modelo autorregressivo de ordem p** AR(p) pode ser escrito da seguinte forma:

$$z_t = c + \phi z_{t-1} + \phi z_{t-2} + \dots + \phi z_{t-p} + \epsilon_t$$

### Modelo Médias Móveis

Processo de média móvel (MA), um processo em que o valor presente da série é definido como uma combinação linear de **erros** passados. Assumimos que os erros sejam distribuídos independentemente com a distribuição normal. O processo MA da ordem q é definido como,

$$z_t = c + \epsilon_t + \Theta_1 \epsilon_{t-1} + \Theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \Theta_q \epsilon_{t-q}$$

