#867 #DesenvolveDados Seg • Qua • Sex

Estatística I

Conteúdo

3 Variáveis Aleatórias e Esperança

Variáveis aleatórias

- **definição** : Um quantidade X, associado a cada possível resultado do espaço amostral é denominado de **variável aleatória discreta** se assume valores num conjunto enumerável, com certa probabilidade. Por outro lado sera denomidado denominado **variável aleatória contínua** se seu conjunto de valores é qualquer intervalo dos números reais.
- **definição** : Função Discreta de probabilidade : Função que atribui valor a cada valor da variável aleatória sua probabilidade é denominada função discreta de probabilidade ou simplismente função de probabilidade. A notação a ser utilizada é:

$$P(X = x_i) = p(x_i)$$

Exemplo: Considere o experimento de lançar uma certa moeda é observar se ocorre cara ou coroa. Descreve o comportamento da variável número de caras em dois lançamentos dessa moeda. Se denotarmos por N a variável de interesse segue imediatamente que N pode assumir valores de {0,1,2} , Para atribuir probabnilidades a cada um desses valores é necessário fazer alguma suposição a respeito da probabilidade de ocorrência de cara e coroa. Admitindo-se que a moeda é equilibrada as probabilidades de cada face serão iguais, isto é P(cara)=P(coroa)=$1/2$, logo , lembrando de arranjo, podemos ter a quantidade de possibilidades :

$$Possibilidades^{quantidade,de,vezes,tirado}$$

Logo,

$$2^2$$

$$\omega = CC, CR, RC, RR$$

Vamos atribuir probabilidade aos eventos de vezes de aparecimento de caras ?

Exemplo: um jogador paga 5 fichas para participar de um jogo de dados disputado com a banca quem tem o ponto maior. O jogador e a banca lançam cada um seu dado e a seguinte regra de premiação é estabelecida:

- Se o ponto do jogador é maior ele ganha 2 vezes a diferença entre o seu ponto e obtido pela banca
- se o ponto do jogador é menor ou igual o da banca ele não ganha nada . Vamos supor que a variável é de :

$$2 * (j - b)$$

Supondo que **j** é o *lançamento do jogador* e *B* da banca e $j > b$.

Vamos ver quantas possibilidades em 2 lançamentos são possíveis:

$$Possibilidades^{quantidade,de,vezes,tirado}$$

Logo,

$$6^2 = 36$$

Função distribuição de probabilidade

A função de distribuição ou função acumulada de uma variável é definida para qualquer numero real, pela seguinte expressão:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Podemos inverter e temos :

$$P(X > x) = 1 - P(X \leq x)$$

$$= P(X > x) = 1 - F(x)$$

Principais modelos discretos :

Bernoulli

Uma **distribuição de Bernoulli** tem apenas dois resultados possíveis, a saber 1 *(sucesso)* e 0 *(falha)*, e uma única tentativa, por exemplo, um sorteio. Portanto, a variável aleatória X que tem uma distribuição de Bernoulli pode assumir o valor 1 com a probabilidade de sucesso, p, e o valor 0 com a probabilidade de falha, q ou 1-p. As probabilidades de sucesso e fracasso não precisam ser igualmente prováveis.

$$P(x = x) = p^x * (1 - p)^{n-x}$$

```
from scipy.stats import bernoulli

data_bern = bernoulli.rvs(size=10000,p=0.6)

ax= sns.distplot(data_bern,
                 kde=False,
                 color="skyblue",
                 hist_kws={"linewidth": 15,'alpha':1})
ax.set(xlabel='Distribuição Bernoulli', ylabel='Frequencia')
```

A repetição de ensaios de bernoulli da origem a distribuição mais conhecida como `binomial

Binomial

Uma distribuição em que apenas dois resultados são possíveis, como sucesso ou fracasso, ganho ou perda, vitória ou perda e em que a probabilidade de sucesso e fracasso é a mesma para todas as tentativas é chamada de Distribuição Binomial. No entanto, os resultados não precisam ser igualmente prováveis e cada estudo é independente um do outro. Os parâmetros de uma distribuição binomial são n ep onde n é o número total de tentativas ep é a probabilidade de sucesso em cada tentativa. Sua função de distribuição de probabilidade é dada por:

Resumindo em :

$$P(A) = \sum P((e_1, \ldots, e_N)) = \binom{N}{k} \cdot p^k q^{N-k}$$

```
from scipy.stats import binom
data_binom = binom.rvs(n=3,p=0.8,size=80)

ax = sns.distplot(data_binom,
                  kde=False,
                  color='skyblue',
                  hist_kws={"linewidth": 20,'alpha':1})
ax.set(xlabel='Distribuição Binomial', ylabel='Frequencia')
```

Modelo Poisson

Dizemos que um modelo tem distribuição de Poisson se

$$P(X + k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

O modelo de poisson tem sido muito utilizado em experimentos, lambda se refere a taxa de ocorrÊncia da variável

pra provar que é uma distribuição de probabilidade deveremos provar que toda a soma resulta em 1:

$$\sum_{k=0}^{\inf} P(X = K) = \sum_{k=0}^{\inf} \frac{e^{\lambda}\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}e^{\lambda} = 1$$

```
from scipy.stats import poisson
data_poisson = poisson.rvs(mu=3, size=10000)


ax = sns.distplot(data_poisson,
                  bins=30,
                  kde=False,
                  color='skyblue',
                  hist_kws={"linewidth": 15,'alpha':1})
ax.set(xlabel='Distribuição Poisson', ylabel='Frequencia')
```

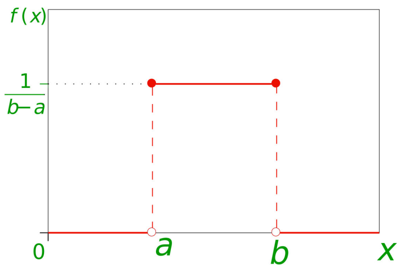
Principais modelos contínuos:

Uniforme:

Uma variável aleatória contínua X tem distribuição uniforme com parâmetros a e b (com a<b) se sua função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

Se x é maior ou igual a b, entãõ f(x) =1. Caso x não pertença ao intervalo entre a e b, então f(x) = 0.



1.2 Esperança de uma variável aleatória

Em Estatística, em teoria das probabilidades, o valor esperado, também chamado esperança matemática ou expectância, de uma variável aleatória é a soma do produto de cada probabilidade de saída da experiência pelo seu respectivo valor.

A média, valor esperado ou esperança de uma variável X é dada pela expressão:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$$

< Tópico anterior

Próximo Tópico >