#867 #DesenvolveDados Seg • Qua • Sex

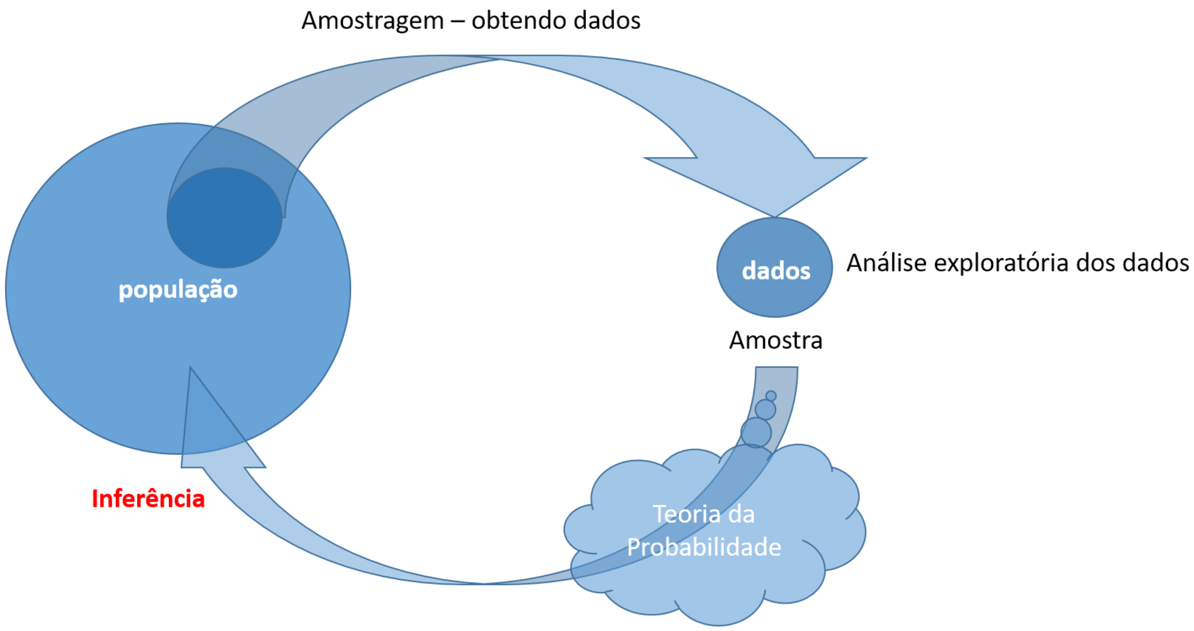
Estatística I

Conteúdo

2 Princípio da Contagem e Probabilidade

# Probabilidade

Em estatística estamos interessados no estudo de uma população, quando aqui falamos população subentende-se o objeto de estudo no qual estamos interessados em estudar, pode ser a quantidade de moradores em Pinheiros em São paulo, pode ser até a quantidade de patinetes que circulam todo dia na ciclovia de São Paulo. Como é expensivo o estudo de toda conjunto que pertence a população em estatística fazemos o que denominamos por **amostra**, os processos que determinam o tamanho para que tenhamos um erro $\alpha$ associado a nossa amostragem estão vínculados ao estudo de probabilidade.

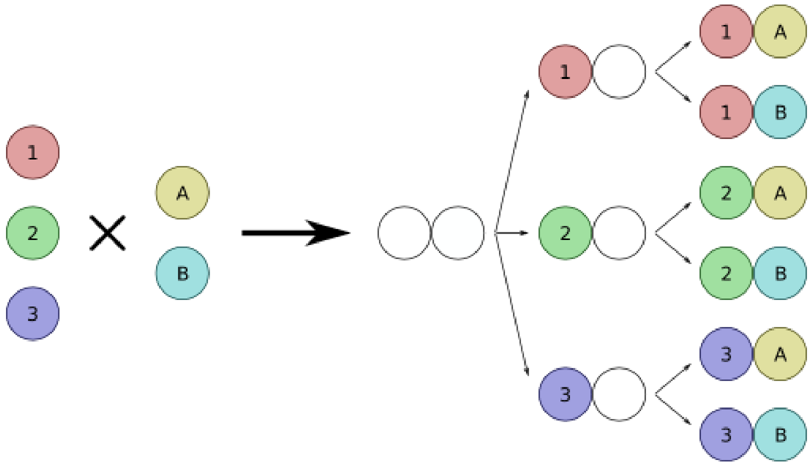



## 1-Definições

1.Princípio básico da contagem.

- **Definição**:

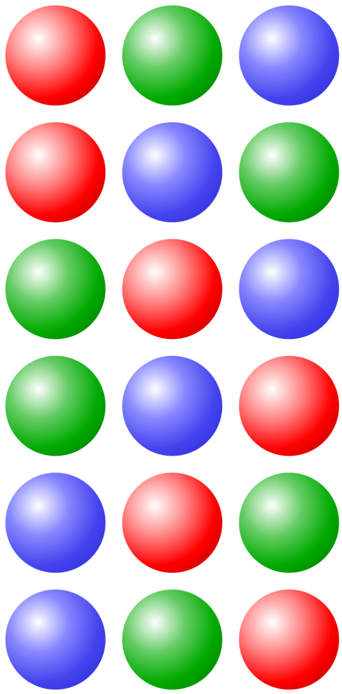
  Dito de forma simples, ele diz que se um experimento pode levar a qualquer m possíveis resultados e se outro experimento pode resultar em qualquer um de n resultados possíveis. entãos os dois experimentos possuem $m \times n$ resultados possíveis




*Nesta seção, discutiremos grupos de objetos exclusivos nos quais a ordem é importante.*

- ex1. O grêmio da faculdade é formado por 3 calouros, 4 estudantes do segundo ano, 5 estudantes do terceiro ano e 2 formandos.Quantos subcomitês podemos formar ?( supondo que estes estarão em ordem sentados no comite)
- ex2. Quantas diferentes placas de automóvel com caracteres são possíveis se os 3 primeiros campos forem ocupados por letras e os 4 campos finais por numeros ?

## 1.1 Definição de permutação



**1.2.Permutação simples** : Um arranjo de objetos sem repetição, onde a ordem é importante.

*fórmula :*

$$n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots 3*2*1 = n!$$

Para selecionar r elementos

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

ex: Quantas diferentes ordens para rebatedores de beisebol podem ser formadas por 6 homens e 4 mulheres ?

Suponha que o espaço seja limitado dentro das possibilidades e você queira pegar r elementos por exemplo:

```
A = {"obja", "objb", "objc"}
k = 2


# Encontre todas as permutações de A
permuta_todos = set(itertools.permutations(A))
print("Permutations of %s:  " %A)
for i in permuta_todos:
    print(i)
print;print ("Numeros de permutações de Cargos: ", len(permuta_todos))
```

**1.2.Permutação com repetição** : Vamos agora determinar o número de permutações de um conjunto de n objetos quando não for possível distinguir certos objetos de outros.

- ex : quantas formas diferentes podem ser formadas a partir das letras PEPPER?
- ex : quantos diferentes arranjos de letras podem ser formados a partir das letras AAB?
- ex1: Um torneio de xadrez tem 10 competidores, dos quais quatro são russo,3 dos estados unidos, dois do reino unido e um do brasil. Se o resultado listar apenas a nacionalidade são possiveis quantos resultados diferentes ?

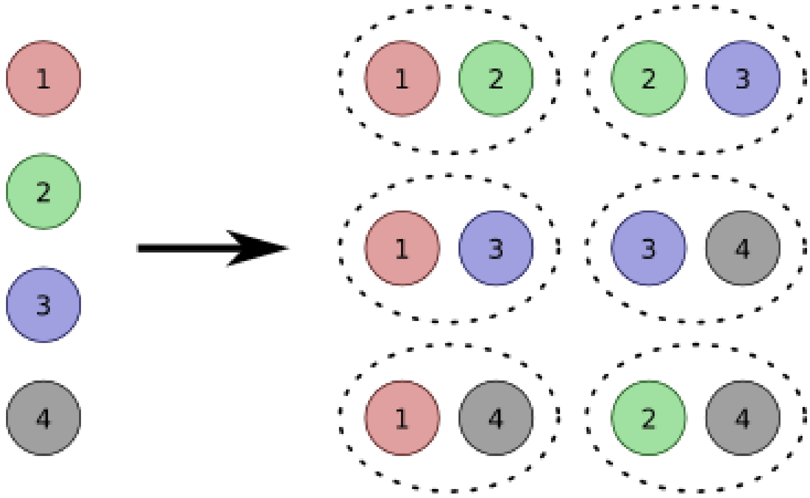
  *Fórmula:*

$$\frac{10!}{n_1!n_2!\ldots}$$

```
## casos de elementos repetidos
from itertools import permutations

perm = permutations('PPER')
for i in sorted(perm):
    print(i)
```

# 2. Combinação



- Na combinação simples, a ordem dos elementos no agrupamento não interfere. São arranjos que se diferenciam somente pela natureza de seus elementos. Portanto, se temos um conjunto A formado por n elementos tomados p a p, qualquer subconjunto de A formado por p elementos será uma combinação, por exemplo quando temos 5 itens (A,B,C,D,E) , quantos grupos de 3 conseguimos selecionar ? Pense no caso que quando for selecionado ABC, ACB,BAC,BCA,CAB,CBA temos o mesmo grupo sendo contado 6 vezes.

Podemos pensar em:

$$5 * 4 * 3$$

como permutação limitada por r e dividir pela quantidade de vezes que um elemento se repete :

$$\frac{5 * 4 * 3}{3 * 2 * 1}$$

# 2. Probabilidade: conceitos introdutórios

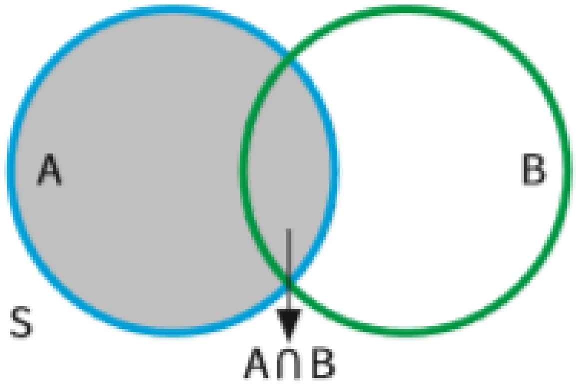
## 2.1 Espaço amostral

**definição**: Chamamos de espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um certo fenômeno aleatório. Ele é muitas vezes representado pela letra grega $\omega$. Os subconjuntos de $\omega$ são denominados eventos e representados pelas letras latinas maiúsculas A,B< ... . O conjunto vazio é denotado por $\emptyset$.

A união de dois eventos A e B, denotado por A U B representa a ocorrência de pelo menos um dos eventos A ou B. A intersecção do evento A com B, denotado por $A \cap B$ é a ocorrência simultanea de A e B.

- Dois eventos A e B são disjuntoss ou mutualmente exclusivos quando não têm elemento em comum. Isto é, $A \cap B$ = \[\emptyset\).

- Dizemos que A e B são complementares se sua união é o espaço amostral e sua intersecção é vazia. O complementar de A será representado por $A^c$




**Definição 2.1: Probabilidade**

**Podemos definir então uma função P(.) denominada probabilidade se satisfaz as seguintes condições :**

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\omega) = 1$$

$$P(\cup A_j) = \sum_{j=1}^{n} P(a_j)$$

## 2.2 **Como definir probabilidade aos elementos do espaço amostral ?**

*A primeira consiste na atribuição de probabilidades. Por exemplo, baseando-se em características teóricas da realização do fenômeno. Por exemplo, ao lançarmos um dado, temos o espaço amostral* $\omega = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.*Admitindo que o dado foi construído de forma homogênea e com medidas rigorosamente simétricas , não temos nenhuma razão para privilegiar essa ou aquela face. Assim consideramos p(1)=p(2)=p(3)...*

**Exemplo:**

1.1 -lançamos uma moeda duas vezes, se C indicar cara e R indicar coroa então temos um espaço amostral:

$$\omega = [CC, CR, RC, RR]$$

- Se designarmos por A o evento que consiste na obtenção de face iguais nos dois lançamentos, então :

$$P(A) = P(CC, RR) = 2/4$$

1.2 - Uma Fábrica produaz determinado artigo. Da linha de produção são retirados 3 artigos, e cada um é classificado como bom (B), ou defeituoso (D). Um espaço amostral do experimento é:

$$\omega = [BBB, BBD, BDB, DBB, DDB, DBD, BDD, DDD]$$

- Se A seja Designar o evento que consiste em obter dois artigos defeituosos:

1.3 Considere o experimento que consiste em retirar uma lâmpada de um lote e medir seu tempo de vida antes de queimar. Um espaço amostral conveniente será :

$$\omega = [t \quad : 0 \leq t]$$

**Probabilidade de união de eventos**

A probabilidade de união de eventos é calculada através da regra da adição de probabilidades apresentada abaixo :

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Temos também a definição de que um evento pode ser definido pela não ocorreência dele

$$A^c$$

- é a não ocorrência de A

**logo :**

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Se isso é correto $P(A) + P(A^{c}) = 1$

Podemos visualizar por :

$$P(AUA^c) = P(A) + P(A^c) - P(A \cap A^c)$$

### Probabilidade condicional e Independência

**Para eventos dependentes, o cálculo da Probabilidade muda. Vamos estabelecer que:**

$P(A|B)$ > Probabilidade condicional de A dado B, ou seja, probabilidade do evento A ocorrer, dado que ocorreu o evento B

$P(A, B)$ > Como já vimos, é a probabilidade dos dois eventos ocorrerem

Para eventos dependentes, Temos a seguinte função:

$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{A \cap B}{\omega}}{\frac{B}{\omega}}$$

E algumas vezes, passamos P(B) para o outro lado da igualdade, e a equação fica assim:

$$P(A, B) = P(A|B) \times P(B)$$

## Teorema de Bayes

O **Teorema de Bayes** é um conceito importantíssimo da probabilidade e uma das ferramentas mais importantes de serem aprendidas para um Cientista de Dados. Este já foi usado em diversas aplicações reais, como por exemplo a classificação de um email como spam ou não. O Teorema de Bayes é uma forma calcular probabilidades condicionais de forma reversa.

Tópico anterior

eguinte:

Próximo Tópico