Ageu Deian Paul

1.

Unit:

A – adevărat

F – fals

$F \vee X = X$

$F \vee A = A$

$F \vee F = F$

Zero:

$A \vee X = A$

$A \vee A = A$

$A \vee F = A$

Idempotent:

$X \vee X = X$

$A \vee A = A$

$F \vee F = F$

Law of Excluded Middle:

$X \vee \neg X = A$

$A \vee \neg A = A$

$F \vee \neg F = A$

Commutative:

$X \vee Y = Y \vee X$

Din definiție $X \vee Y$ este adevărat dacă cel puțin X sau Y este adevărat. Același lucru este adevărat și pentru $Y \vee X$, deci sunt echivalente.

2.

a) $X \vee Y = \neg(\neg X \wedge \neg Y)$

Considerăm $X \vee Y$ adevărat

$\Rightarrow$ cel puțin unul dintre X sau Y adevărat $\Rightarrow \neg X$ fals sau $\neg Y$ fals

$\Rightarrow \neg X \wedge \neg Y$ fals $\Rightarrow \neg(\neg X \wedge \neg Y)$ adevărat

Considerăm $\neg(\neg X \wedge \neg Y)$ ~~fals~~ adevărat,

$\Rightarrow \neg X \wedge \neg Y$ fals $\Rightarrow$ cel puțin unul dintre X sau Y adevărat $\Rightarrow X \vee Y$ adevărat

b) $X \wedge Y = \neg(\neg X \vee \neg Y)$

Considerăm $X \wedge Y$ adevărat

$\Rightarrow X$ adevărat, Y adevărat $\Rightarrow \underbrace{\neg X}_{F} \vee \underbrace{\neg Y}_{F} =$ fals $\Rightarrow$

$\neg(\neg X \vee \neg Y)$ ~~f~~ adevărat

Considerăm $\neg(\neg X \vee \neg Y)$ adevărat

$\Rightarrow \neg X \vee \neg Y$ fals $\Rightarrow \neg X$ ~~adevărat~~ fals, $\neg Y$ ~~adevărat~~ fals $\Rightarrow$

$X \wedge Y$ adevărat

Ageu Deian Paul

3.

Pentru (5): $X \wedge (Y \vee Z) = (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$

Dacă X adevărat

$$A \wedge (Y \vee Z) = (A \wedge Y) \vee (A \wedge Z) \sim$$

$$\sim \cancel{X} \vee Z = Y \vee Z$$

Dacă X fals

$$F \wedge (Y \vee Z) = (F \wedge Y) \vee (F \wedge Z) \sim$$

$$\sim F = F \vee F \sim F = F$$

Pentru (6): $X \vee (Y \wedge Z) = (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$

Dacă X adevărat

$$A \vee (Y \wedge Z) = (A \vee Y) \wedge (A \vee Z) \sim$$

$$\sim A = A \wedge A \sim A = A$$

Dacă X fals

$$F \vee (Y \wedge Z) = (F \vee Y) \wedge (F \vee Z) \sim$$

$$\sim Y \wedge Z = Y \wedge Z$$

4. (8) $X \wedge (X \Rightarrow Y) = X \wedge Y \sim$

$\sim X \wedge (\neg X \vee Y) = X \wedge Y \sim$

$\sim \underbrace{(X \wedge \neg X)}_{F} \vee (X \wedge Y) = X \wedge Y \sim$

$\sim X \wedge Y = X \wedge Y$ ✓

(9) $X \Rightarrow Y = \neg Y \Rightarrow \neg X \sim$

$\sim \neg X \vee Y = Y \vee \neg X \sim$

$\sim Y \vee \neg X = Y \vee \neg X$ ✓

(10) $X \wedge Y \Rightarrow Z = X \Rightarrow (\neg Y \vee Z) \sim$

$\sim \neg X \vee \neg Y \vee Z = \neg X \vee \neg Y \vee Z$ ✓

a) $X \vee (\neg X \Rightarrow Y) = X \vee Y \sim$

$\sim X \vee (X \vee Y) = X \vee Y \sim$

$\sim (X \vee X) \vee Y = X \vee Y \sim$

$\sim X \vee Y = X \vee Y$ ✓

Agen Deian Paul

b) $X \Rightarrow (Y \wedge Z) = (X \Rightarrow Y) \wedge (X \Rightarrow Z) \sim$

$\sim \neg X \vee (Y \wedge Z) = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Z) \sim$

$\sim (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Z) = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Z)$ ✓