

Презентация по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Ибатулина Д.Э.

7 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ибатулина дарья эдуардовна
- студентка группы НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226434@rudn.ru
- <https://deibatulina.github.io>



Вводная часть

Построение математических моделей различных процессов необходимо для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. В данной лабораторной работе рассмотрена задача о погоне, как вид задач поиска.

- Задача о погоне
- Язык программирования Julia

Приобретение навыков построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задачи о погоне.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 12,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,4 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени);
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев;
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

Основная часть

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A .

```
[1]: (1132226434 % 70) + 1
```

```
[1]: 25
```

Задание 1 (уравнения движения катера для первого случая)

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.4v}$$

Таким образом, для первого случая, где $k = 12.3$:

$$x_1 = \frac{12.3}{5.4}$$

Задание 1 (уравнения движения катера для второго случая)

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.4v}$$

Для второго случая:

$$x_2 = \frac{12.3}{3.4}$$

Задание 1 (переход к круговой траектории)

- Радиальная скорость (v_r) — это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Она равна скорости лодки:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

- Тангенциальная скорость (v_τ) — это скорость, с которой катер движется по окружности вокруг полюса. Эта скорость определяется через угловую скорость $\frac{d\theta}{dt}$:

$$v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$$

Так как катер движется с более высокой скоростью (в 4,4 раза больше скорости лодки), мы находим тангенциальную скорость:

$$v_\tau = \sqrt{19.36 \cdot v^2 - v^2} = \sqrt{18.36} \cdot v$$

Задание 1 (Система дифференциальных уравнений)

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{18.36} \cdot v \end{cases}$$

Задание 1 (нач. условия для первого случая)

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{12.3}{5.4} \end{cases}$$

Задание 1 (нач. условия для второго случая)

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{12.3}{3.4} \end{cases}$$

Задание 1 (Уравнение для радиальной зависимости)

Исключая из системы производную по времени t , можно получить уравнение, которое связывает радиус r и угол θ :

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{18.36}}$$

Задание 2 (код)

```
using DifferentialEquations, Plots # используемые пакеты
```

```
# Расстояние между лодкой и катером
```

```
k = 12.3
```

```
# Начальные условия для двух случаев
```

```
r0 = k / 5.4 # к кратности скоростей прибавляем 1
```

```
r0_2 = k / 3.4 # из кратности скоростей вычитаем 1
```

```
theta0 = (0.0, 2*pi) # целый круг
```

```
theta0_2 = (-pi, pi) # целый круг
```

```
# Угол движения лодки браконьеров и интервал времени
```

```
fi = 3*pi/4
```

```
t = (0, 50)
```

Задание 2 (код)

Функция, описывающая движение лодки браконьеров

`x(t) = tan(fi) * t`

Дифференциальное уравнение для движения катера

`f(r, p, t) = r / sqrt((4.4) ^ 2 - 1) # (4.4) ^ 2 - 1 = 18.36`

Решение ДУ для первого случая с подставленными начальными условиями

`prob = ODEProblem(f, r0, theta0)`

`sol = solve(prob, saveat = 0.01)`

Построение траектории катера

`plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория катера")`

Задание 2 (построение траектории лодки, случай 1)

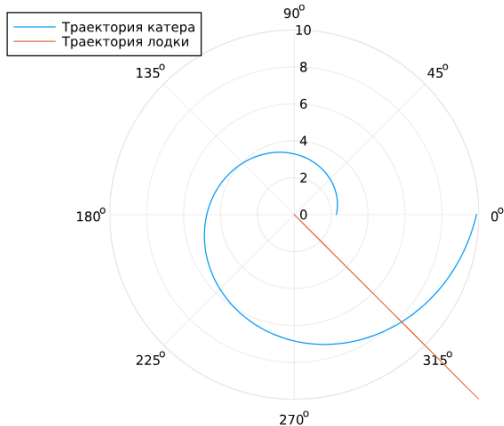
```
# Угол и координаты для построения траектории лодки (первый случай)  
ugol = [fi for i in range(0, 15)]  
x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]  
  
# Добавление траектории лодки на график  
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория лодки")
```

Задание 2 (график, случай 1)

```
[30]: # Угол и координаты для построения траектории лодки (первый случай)
      ugol = [fi for i in range(0, 15)]
      x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]

      # Добавление траектории лодки на график
      plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория лодки")
```

[30]:



Задание 2 (построение траектории лодки, случай 2)

Решение ДУ для второго случая

```
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
```

```
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)
```

Построение траектории катера во втором случае

```
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория катера")
```

Добавление траектории лодки на график

```
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория лодки")
```

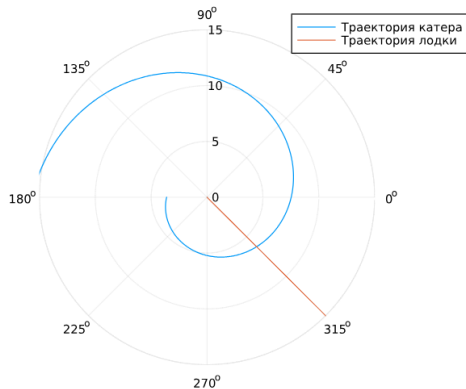

Задание 2 (график, случай 2)

```
[31]: # Решение ДУ для второго случая
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)

# Построение траектории катера во втором случае
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория катера")

# Добавление траектории лодки на график
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория лодки")
```

[31]:



Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 1)

$$y' = \frac{y}{\sqrt{18.36}}, \quad x_0 = 0, \quad y(0) = \frac{12.3}{5.4}$$

$$y = \frac{41 e^{\frac{5x}{3\sqrt{51}}}}{18}$$

Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 1)

Точное решение уравнения движения катера

$y(x) = (41 \cdot \exp((5 \cdot x)/(3 \cdot \sqrt{51}) + (5 \cdot \pi)/(3 \cdot \sqrt{51}))) / (18)$

Определение точки пересечения для первого случая

$y(f_i)$

Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 1)

```
[35]: # Точное решение уравнения движения катера
y(x) = (41*exp((5*x)/(3*sqrt(51))+(5*pi)/(3*sqrt(51))))/(18)
# Определение точки пересечения для первого случая
y(fi)
```

```
[35]: 8.21756510638023
```

Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 2)

$$y' = \frac{y}{\sqrt{18.36}}, \quad x_0 = -\pi, \quad y(0) = \frac{12.3}{3.4}$$

$$y = \frac{123 e^{\frac{5x}{3\sqrt{51}} + \frac{5\pi}{3\sqrt{51}}}}{34}$$

Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 2)

Точное решение уравнения движения катера

$y(x) = (123 * \exp((5 * x) / (3 * \sqrt{51}) + (5 * \pi) / (3 * \sqrt{51}))) / (34)$

Определение точки пересечения для второго случая

$y(f_i - \pi)$

Задание 3 (нахождение точки пересечения, случай 2)

```
[38]: # Точное решение уравнения движения катера  
y(x) = (123*exp((5*x)/(3*sqrt(51))+(5*pi)/(3*sqrt(51))))/(34)  
# Определение точки пересечения для первого случая  
y(fi-pi)
```

```
[38]: 6.269599856542463
```

Заключительная часть

В ходе данной работы я приобрела практические навыки построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.