

# Презентация по лабораторной работе №4

Модель гармонических колебаний

---

Ибатулина Д.Э.

5 апреля 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Ибатулина Дарья Эдуардовна
- студентка группы НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226434@rudn.ru
- <https://deibatulina.github.io>



## Вводная часть

---

- Модель гармонических колебаний
- Язык программирования Julia
- ПО OpenModelica

Построить математическую модель гармонического осциллятора.

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 2.2x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 2.4\dot{x} + x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 3.5\dot{x} + 13x = 2.5\cos(2t).$$

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$



## Выполнение лабораторной работы

---

## Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
using DifferentialEquations
using Plots

# Параметры уравнения  $x'' + 2.2x = 0$ 
omega_squared = 2.2

# Функция, описывающая систему уравнений первого порядка
function harmonic_oscillator!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]          #  $dx/dt = v$ 
    du[2] = -omega_squared * u[1] #  $dv/dt = -\omega^2 * x$ 
end
```

## Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

*# Начальные условия*

$x_0 = -1.1$  *#  $x(0) = -1.1$*

$v_0 = 0.0$  *#  $v(0) = 0$*

$u_0 = [x_0, v_0]$  *# Вектор начальных условий*

*# Временной интервал*

$tspan = (0.0, 44.0)$

*# Задача Коши*

$prob = \text{ODEProblem}(\text{harmonic\_oscillator!}, u_0, tspan)$

*# Решение задачи*

$sol = \text{solve}(prob, \text{Tsit5}(), \text{saveat}=0.05)$

## Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
# График решения  $x(t)$  и  $y(t)$ 
```

```
plot(sol.t, sol[1,:], label="x(t)",  
      xlabel="t", ylabel="x(t), y(t)",  
      title="Решение уравнения без затухания и без внешней силы",  
      legend=true,  
      size=(800, 600))
```

```
plot!(sol.t, sol[2,:], label="y(t)",  
       xlabel="t", ylabel="x(t), y(t)",  
       title="Решение уравнения без затухания и без внешней силы",  
       legend=true,  
       size=(800, 600))
```

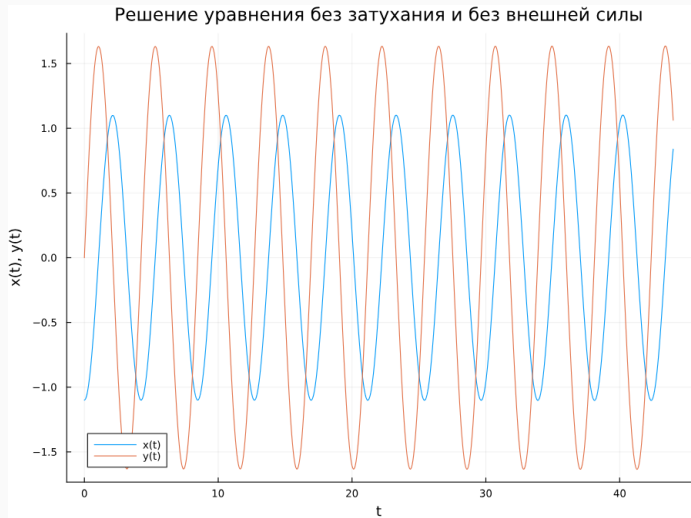
# Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

using Plots

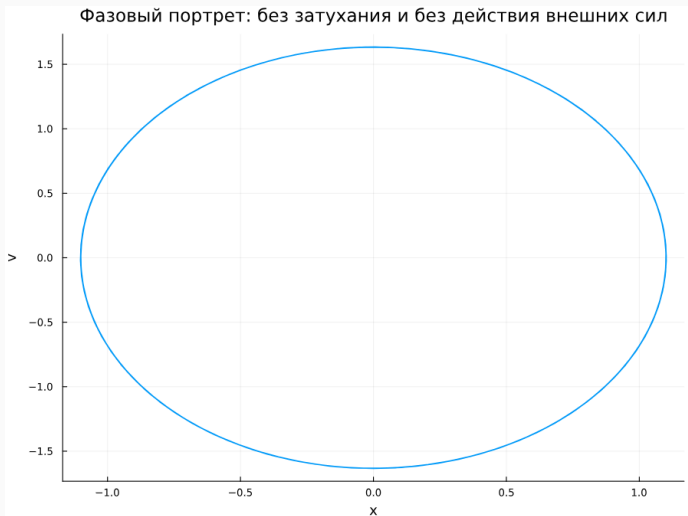
*# Построение фазового портрета*

```
plot(sol[1,:), sol[2:],  
      xlabel="x", ylabel="v",  
      title="Фазовый портрет: без затухания и без действия внешних сил",  
      legend=false,  
      size=(800, 600)) # Установка размера графика в пикселях
```

# Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы



# Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы



## Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

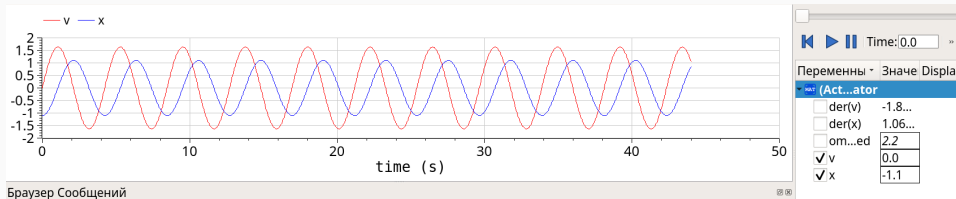
```
model HarmonicOscillator
  // Параметры
  parameter Real omega_squared = 2.2;

  // Переменные состояния
  Real x(start = -1.1); // Начальное значение x
  Real v(start = 0.0);  // Начальное значение v

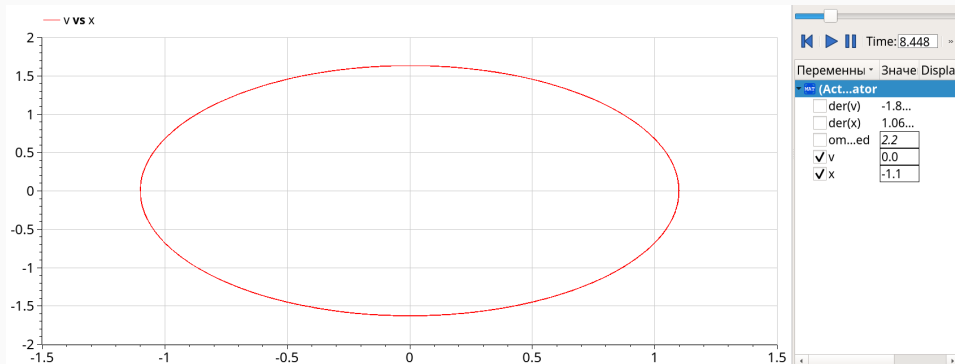
  // Уравнения
  equation
    der(x) = v; //  $dx/dt = v$ 
    der(v) = -omega_squared * x; //  $dv/dt = -\omega^2 * x$ 
```



# Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы



# Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

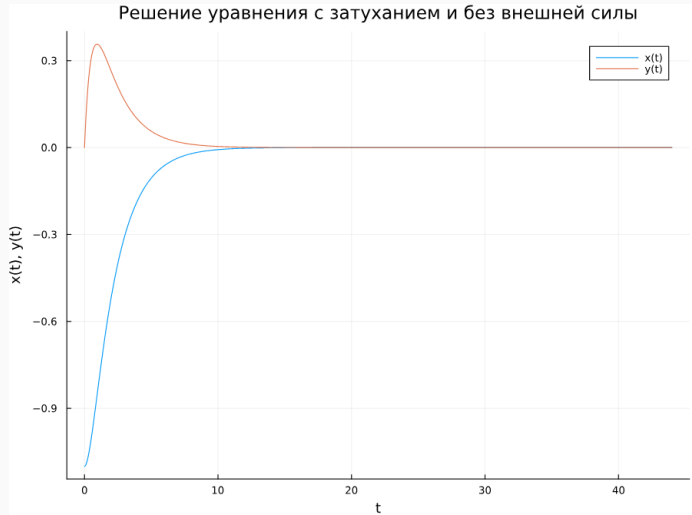


```
using DifferentialEquations
using Plots

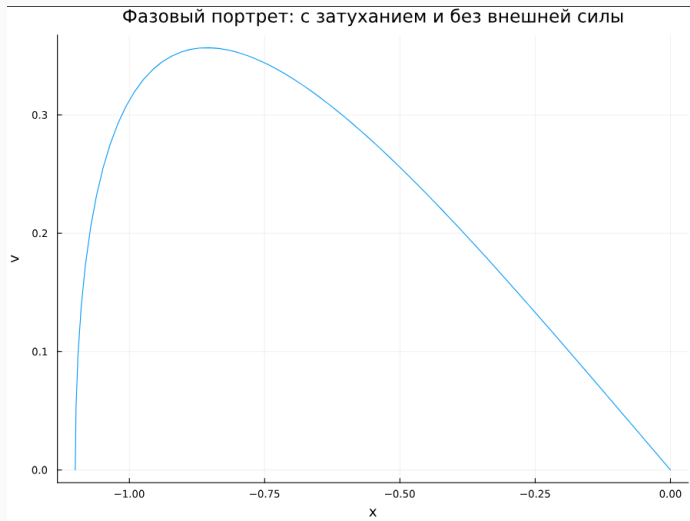
# Параметры уравнения  $x'' + 2.4x' + x = 0$ 
gamma = 2.4      # Коэффициент затухания
omega_squared = 1.0 #  $\omega^2 = 1$ 

# Функция, описывающая систему уравнений первого порядка с затуханием
function damped_oscillator!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]          #  $dx/dt = v$ 
    du[2] = -gamma * u[2] - omega_squared * u[1]
end
```

# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы



# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы



```
model DampedOscillator
```

```
  // Параметры
```

```
  parameter Real gamma = 2.4; // Коэффициент затухания
```

```
  parameter Real omega_squared = 1.0; //  $\omega^2 = 1$ 
```

```
  // Переменные состояния
```

```
  Real x(start = -1.1); // Начальное значение x
```

```
  Real v(start = 0.0); // Начальное значение v
```

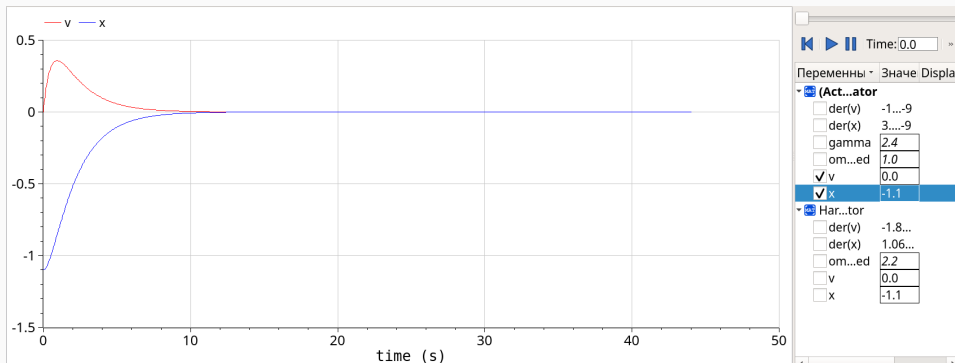
```
  // Уравнения
```

```
  equation
```

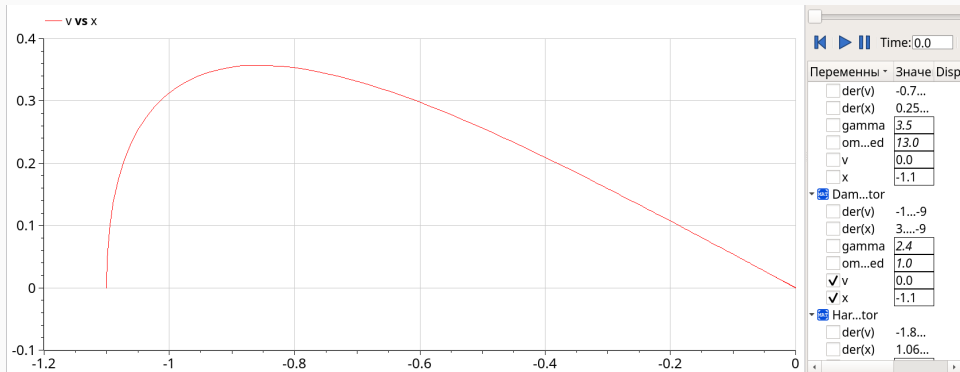
```
    der(x) = v; //  $dx/dt = v$ 
```

```
    der(v) = -gamma * v - omega_squared * x;
```

# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы



# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

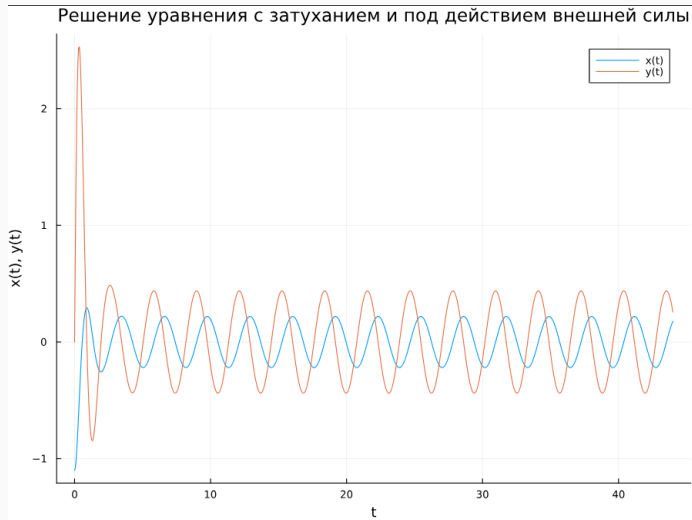




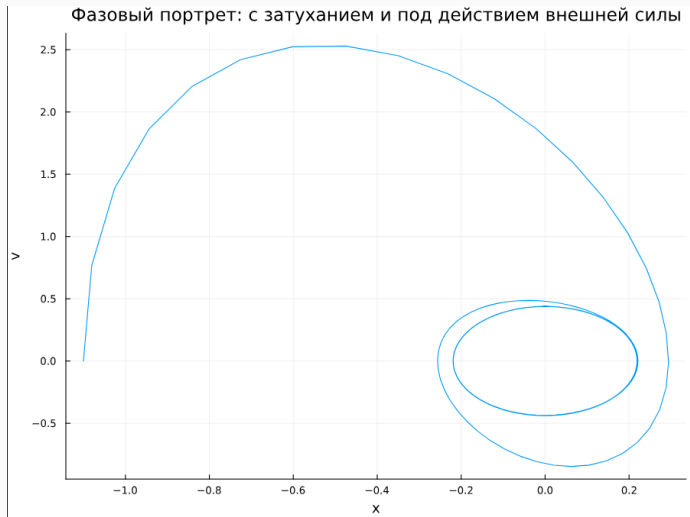
## Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
gamma = 3.5      # Коэффициент затухания
omega_squared = 13.0 #  $\omega^2 = 13$ 
F0 = 2.5         # Амплитуда внешней силы
Omega = 2.0       # Частота внешней силы
function forced_oscillator!(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]                #  $dx/dt = v$ 
    du[2] = -gamma * u[2] - omega_squared * u[1] + F0 * cos(Omega * t)
end
```

# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы



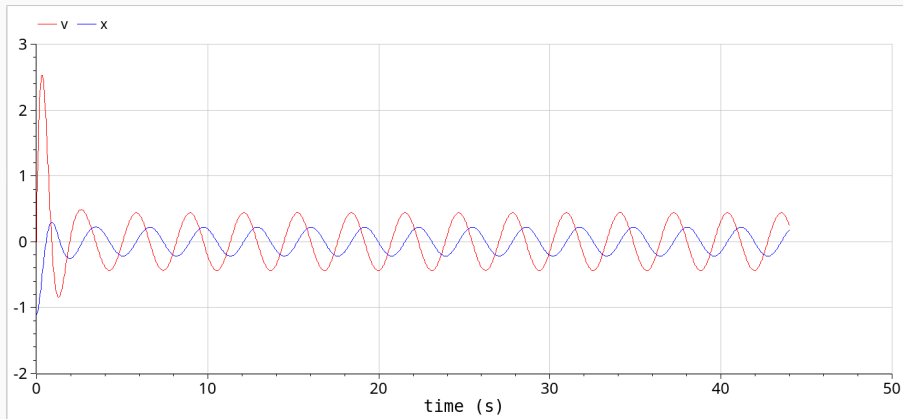
# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы



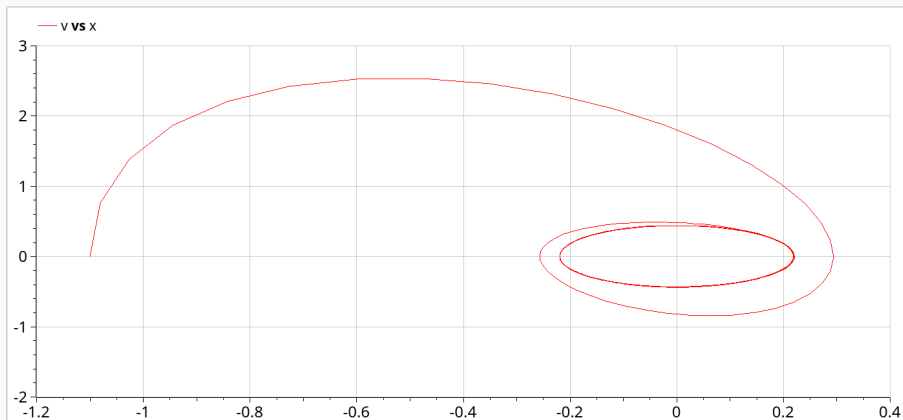
## Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

```
model ForcedDampedOscillator
  parameter Real gamma = 3.5; // Коэффициент затухания
  parameter Real omega_squared = 13.0; //  $\omega^2 = 13$ 
  parameter Real F0 = 2.5; // Амплитуда внешней силы
  parameter Real Omega = 2.0; // Частота внешней силы
  Real x(start = -1.1); // Начальное значение x
  Real v(start = 0.0); // Начальное значение v
  equation
    der(x) = v; //  $dx/dt = v$ 
    der(v) = -gamma * v - omega_squared * x + F0 * cos(Omega * time);
end ForcedDampedOscillator;
```

# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы



# Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы



В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель гармонического осциллятора.