

Презентация по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва (Лотки-Вольтерры)

Ибатулина Д.Э.

19 апреля 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ибатулина Дарья Эдуардовна
- студентка группы НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226434@rudn.ru
- <https://deibatulina.github.io>



Вводная часть

- Модель хищник-жертва
- Язык программирования Julia
- ПО OpenModelica

Исследовать математическую модель Лотки-Вольтерры.

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x(t) - \beta x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -\gamma y(t) + \delta x(t)y(t) \end{cases}$$

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9$, $y_0 = 12$. Найти стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

```
# Используемые библиотеки
using DifferentialEquations, Plots;
# задания системы ДУ, описывающей модель Лотки-Вольтерры
function LV(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, d = p
    dx = a*x - b*x*y
    dy = -c*y + d*x*y
    return [dx, dy]
end
```

Начальные условия

`u0 = [9, 12]`

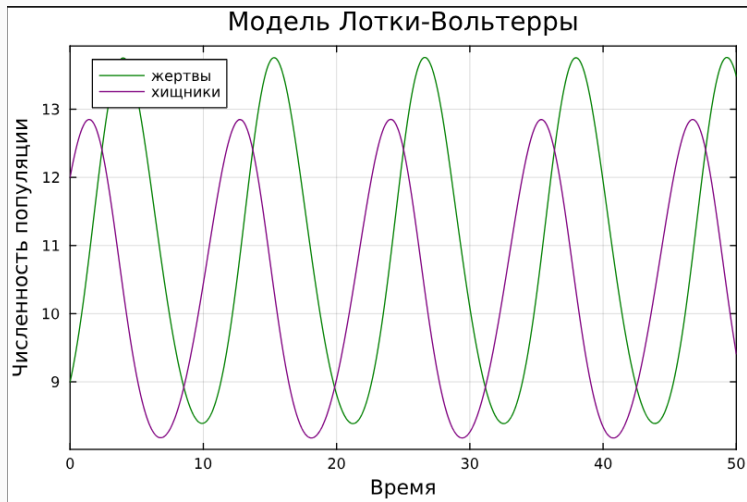
`p = [-0.61, -0.059, -0.51, -0.047]`

`tspan = (0.0, 50.0)`

`prob = ODEProblem(LV, u0, tspan, p)`

`sol = solve(prob, Tsit5())`

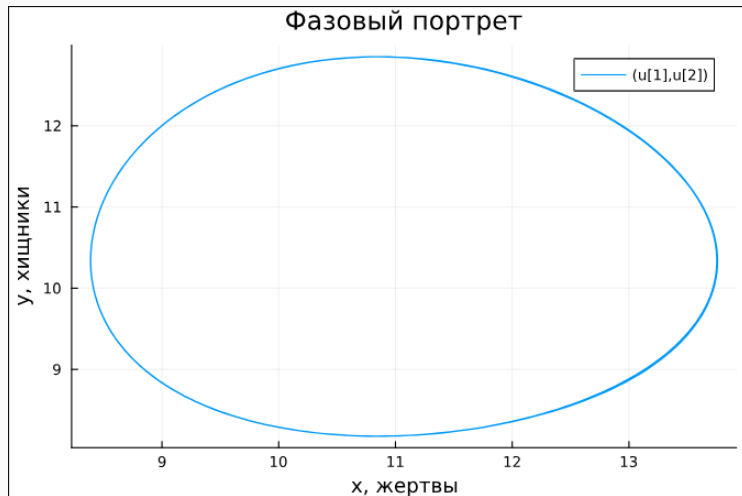
График изменения численности хищников и численности жертв



Постановка проблемы и ее решение

```
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры",  
      xaxis = "Время", yaxis = "Численность популяции",  
      label = ["жертвы" "хищники"],  
      c = ["green" "purple"], box =:on)  
plot(sol, vars=(1, 2),  
      xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",  
      title="Фазовый портрет")
```

График зависимости численности хищников от численности жертв

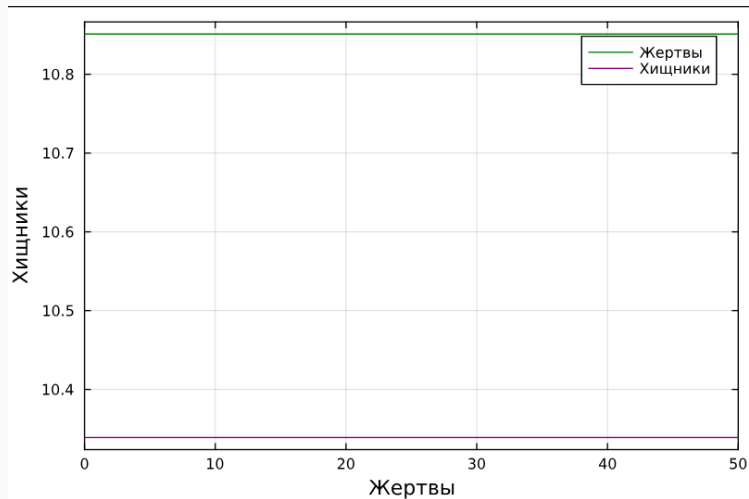


$$\begin{cases} x_0 = \frac{\gamma}{\delta} \\ y_0 = \frac{\alpha}{\beta} \end{cases}$$

Получим, что $x_0 = \frac{0.51}{0.047}$, а $y_0 = \frac{0.61}{0.059}$.

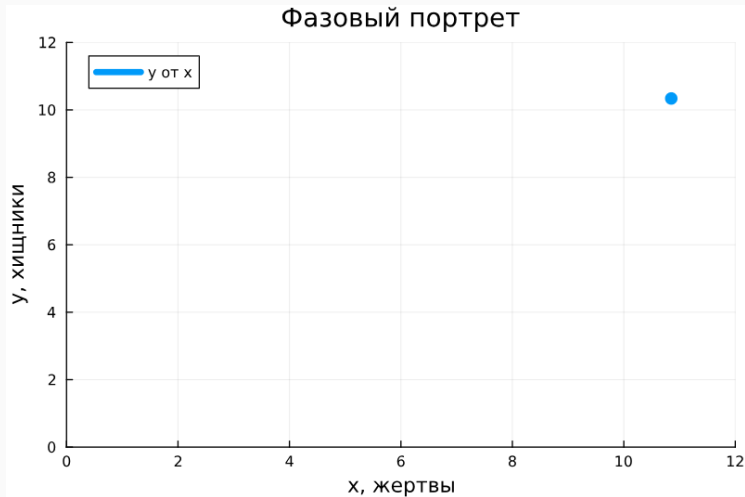
```
x_c = p[3]/p[4]
y_c = p[1]/p[2]
u0_c = [x_c, y_c]
prob2 = ODEProblem(LV, u0_c, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
plot(sol2, xaxis = "Жертвы", yaxis = "Хищники",
      label = ["Жертвы" "Хищники"],
      c = ["green" "purple"], box = :on)
```

График изменения численности хищников и численности жертв в стационарном состоянии




```
plot(sol2, vars=(1, 2), label="y от x",  
      xlabel="x, жертвы", ylabel="y, хищники",  
      title="Фазовый портрет", xlimit = [0,12],  
      ylimit=[0,12], lw=10)
```

График зависимости численности хищников от численности жертв в стационарном состоянии



```
model lab5_1
  parameter Real a = -0.61;
  parameter Real b = -0.059;
  parameter Real c = -0.51;
  parameter Real d = -0.047;
  parameter Real x0 = 9;
  parameter Real y0 = 12;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = a*x - b*x*y;
  der(y) = -c*y + d*x*y;
end lab5_1;
```

График изменения численности хищников и численности жертв. OpenModelica

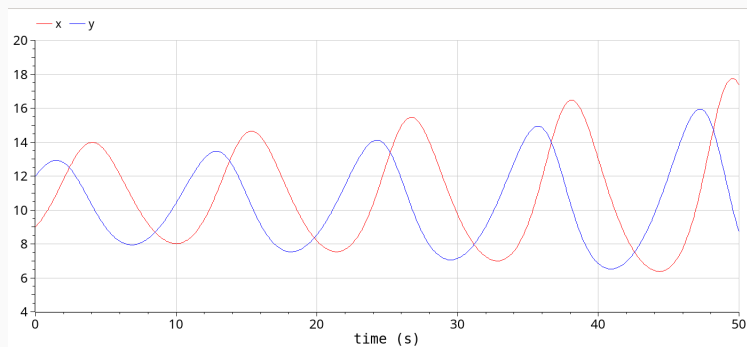
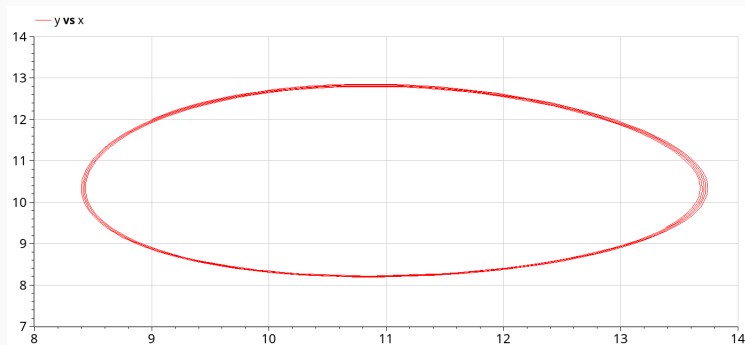


График зависимости численности хищников от численности жертв. OpenModelica



```
model lab5_2
  parameter Real a = -0.61;
  parameter Real b = -0.059;
  parameter Real c = -0.51;
  parameter Real d = -0.047;
  parameter Real x0 = 0.51/0.047;
  parameter Real y0 = 0.61/0.059;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = a*x - b*x*y;
  der(y) = -c*y + d*x*y;
end lab5_2;
```

График изменения численности хищников и численности жертв в стационарном состоянии. OpenModelica

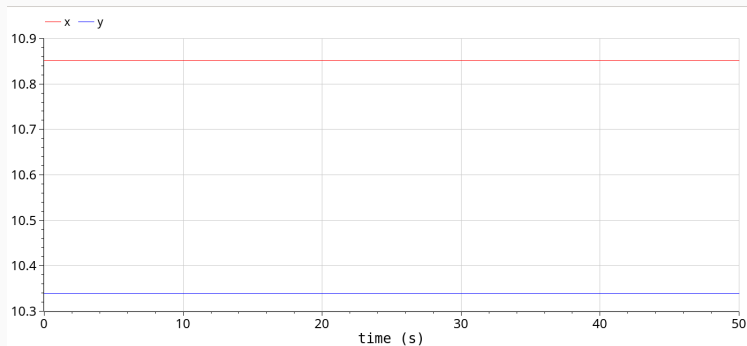
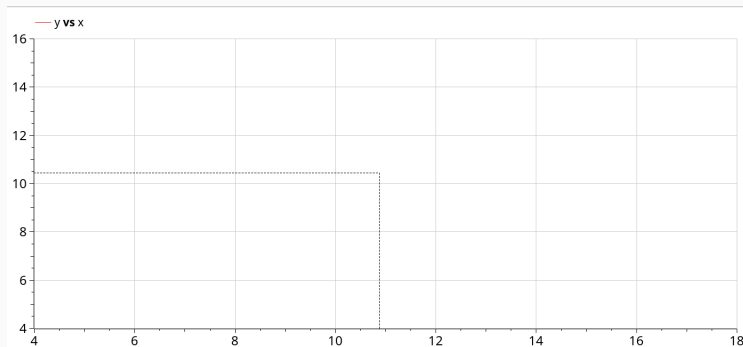


График зависимости численности хищников от численности жертв в стационарном состоянии. OpenModelica



В результате выполнения лабораторной работы я построила математическую модель Лотки-Вольтерры на Julia и в OpenModelica.