

Аукцион с повышением цены

Доклад по предмету “Математическое моделирование”

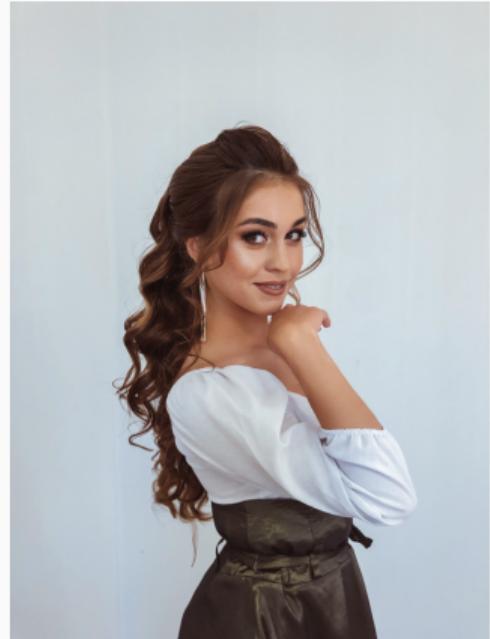
Ибатулина Д.Э.

01 мая 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ибатулина Дарья Эдуардовна
- студентка группы НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226434@rudn.ru
- <https://deibatulina.github.io>



Вводная часть

В современном мире аукционы играют важную роль в экономике и торговле, эффективно распределяя ресурсы и определяя рыночную стоимость. Особое значение имеет аукцион с повышением цены (английский аукцион), где участники последовательно повышают ставки, конкурируя за лот. Математическое моделирование помогает понять стратегии участников, оптимизировать торги и прогнозировать результаты.

Сфера применения: от торговли искусством и антиквариатом до государственных контрактов, лицензий, электронной коммерции и ИТ.

- обеспечивает прозрачность и динамичное ценообразование;
- понимание математических закономерностей и стратегий поведения участников помогает минимизировать риски и повысить эффективность как для продавцов, так и для покупателей;
- имеет прикладное значение для разработки автоматизированных торговых платформ и систем электронных закупок.

Объект исследования: аукцион с повышением цены как вероятностно-стратегическая система.

Основные компоненты модели:

- Участники - игроки, обладающие индивидуальными частными оценками стоимости лота;
- Правила торгов - механизм последовательного повышения ставок и выхода из торгов;
- Стратегии поведения - алгоритмы принятия решений о повышении ставки или выходе из аукциона

Цель

Ознакомиться с принципом проведения классического английского аукциона, построить его математическую модель.

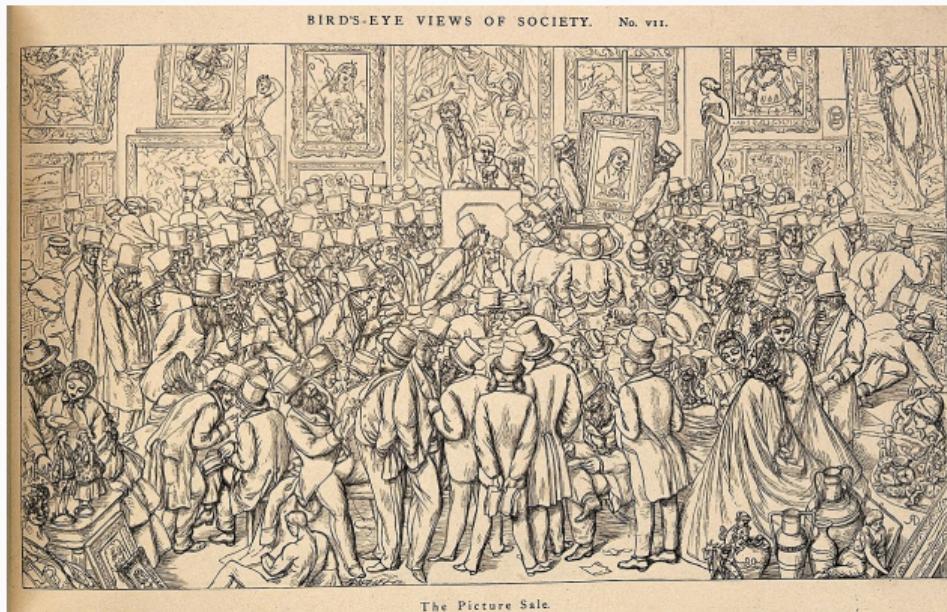
1. Анализ классического аукциона с повышением цены (английского аукциона).
2. Формальная модель, отражающая динамику торгов.
3. Стратегии поведения участников аукциона, демонстрирующие, как меняются ставки и принимаются решения участниками в реальном времени.
4. Применение модели для разработки автоматизированных торговых платформ и систем электронных закупок.
5. Предложен программный код на языке Julia для имитации процесса аукциона с повышением цены.

Практическая ценность исследования проявляется в:

- Разработке эффективных стратегий для участников аукционов;
- Повышении качества аукционных механизмов;
- Применении в экономике и финансах для оценки активов, прогнозирования цен и анализа конкурентного поведения;
- Внедрении в IT-системы.

Исторический обзор

История аукционов насчитывает тысячи лет, начиная с Древнего Рима, где их использовали для продажи имущества должников. Теория аукционов сформировалась в XX веке благодаря работам Викри, Майерсона и Крамтона.



Основная часть

Общее описание модели

 Аукционист с молотком

100₽ 130₽ 170₽ 120₽
(максимум, который готов заплатить каждый, но этого не знают остальные участники аукциона)

Торги:

50₽ → 60₽ → 80₽ → 100₽ → 110₽ → 120₽ → 130₽
старт      

(Каждый человечек - тот, кто сделал ставку)

Последний, кто сделал ставку -  (170₽ максимум)
Он выигрывает и платит 130₽!

 Аукционист: "Продано!"

Основные этапы

1. Объявление стартовой цены;
2. Последовательное повышение ставок участниками;
3. Завершение торгов при отсутствии новых ставок;
4. Определение победителя и цены

Ключевые параметры

- Минимальный шаг повышения ставки;
- Порядок торгов (фиксированный или свободный);
- Правила выхода из торгов.

Ключевые характеристики

- Открытость процесса;
- Прозрачность правил;
- Рациональная стратегия.

1. Стратегия “Честная игра” (доминирующая)

Описание: Участник повышает ставку до своей истинной оценки товара

Формула: $s_i = \min p + \Delta p, v_i$, где v_i - оценка участника

Пример: Участник с оценкой 100₽ будет повышать ставку до 100₽ и не более

2. Стратегия “Выжиданье”

Описание: Участник ждет до последнего момента, затем делает ставку

Применение: Эффективна при неопределенности оценок других участников

Риск: Можно не успеть сделать ставку, если аукцион завершится неожиданно

3. Стратегия “Агрессивные ставки”

Описание: Быстрое повышение ставки большими шагами

Цель: Психологическое давление на других участников

Недостаток: Не меняет итоговый результат при рациональном поведении других.

Пусть в аукционе участвуют n игроков с частными оценками $v_i, i = 1, \dots, n$.

Рациональная стратегия каждого участника - повышать ставку до своей оценки, но не выше:

$$s_i = \max\{ p \mid p \leq v_i \}$$

где s_i - максимальная ставка участника i , v_i - его оценка (то есть, максимальная цена, которую он готов заплатить за товар).

Побеждает участник с максимальной ставкой: $i^* = \arg \max_i s_i$

Цена, которую платит победитель, равна его ставке: $p = s_{i^*}$

Функция выигрыша участника i

$$U_i = \begin{cases} v_i - p, & \text{если } i = i^* \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Иллюстрация процесса аукциона

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Стартовая цена } p_0 \\ \text{Участники по очереди повышают цену: } p_k = p_{k-1} + \Delta p \\ \text{Выход из торгов, если } p_k > v_i \\ \text{Аукцион завершается, когда никто не повышает ставку} \end{array} \right.$

Аукцион с повышением цены

Пример

Стартовая цена - 50.

1. Участник А говорит: 60.
2. Участник В - 70.
3. Участник С - 80.
4. Участник В - 90.
5. Участник А - 100.

Никто больше не хочет повышать.

Побеждает участник А, он платит 100.

Код на Julia (1)

```
using Random

function ascending_price_auction()
    # Случайное количество участников
    num_bidders = rand(3:9)
    # Инициализация ставок участников (все начинают с 0)
    bids = zeros(Int, num_bidders)

    # Начальная цена
    current_price = 80
    # Фиксированный шаг повышения цены
    step = 1
```

Код на Julia (2)

```
# Индекс участника, сделавшего последнюю ставку (0 - никто)
last_bidder = 0
println("Количество участников: $num_bidders")
println("Начинаем аукцион с цены $current_price")
# Для простоты: каждому участнику задаём максимум,
# до которого он готов торговаться
max_limits = [current_price + rand(5:20) for _ in 1:num_bidders]
println("Максимумы участников: ", max_limits)
# Флаг, показывающий, был ли сделан ход в текущем раунде
bid_made = true
```

```
while bid_made
    bid_made = false
    # Проходим по всем участникам по очереди
    for i in 1:num_bidders
        # Участник не может делать ставку,
        # если он был последним, кто повысил цену
        if i == last_bidder
            continue
        end
        willing_to_pay = current_price + step
```

Код на Julia (4)

```
# Если участник готов повысить цену и случайно решает это
# сделать
    if willing_to_pay <= max_limits[i] && rand() < 0.5
        current_price += step
        bids[i] = current_price
        last_bidder = i
        bid_made = true
        println("Участник $i повышает ставку до $current_price")
        break
        # После успешной ставки сразу переходим к следующему раунду
    end
end
end
```

Код на Julia (5)

```
if last_bidder == 0
    println("Никто не сделал ставку. Аукцион не состоялся.")
    return nothing
else
    println("\nСтавки сделаны, ставок больше нет. Продано!")
    println("ИТОГ АУКЦИОНА: Участник $last_bidder
победил и заплатит $current_price")
end
end

# Запуск аукциона
ascending_price_auction()
```

Результат запуска модели

Количество участников: 9

Начинаем аукцион с цены 80

Максимумы участников: [99, 98, 100, 96, 85, 89, 88, 96, 94]

Участник 5 повышает ставку до 81

Участник 1 повышает ставку до 82

Участник 2 повышает ставку до 83

Участник 3 повышает ставку до 84

Участник 2 повышает ставку до 85

Участник 3 повышает ставку до 86

Участник 1 повышает ставку до 87

Участник 3 повышает ставку до 88

Участник 1 повышает ставку до 89

Участник 2 повышает ставку до 90

Участник 1 повышает ставку до 91

Ставки сделаны, ставок больше нет. Продано!



ИТОГ АУКЦИОНА: Участник 1 победил и заплатит 91

- Рынки произведений искусства и антиквариата:
- Традиционно английский аукцион используется для продажи уникальных предметов, где важна прозрачность и возможность участников последовательно повышать ставки, выявляя истинную ценность лота.
- Искусство и антиквариат: продажа уникальных лотов с прозрачным повышением ставок (например, Sotheby's, Christie's).
- Государственные закупки: выбор поставщиков через конкуренцию, снижение коррупции.
- Онлайн-аукционы: реальное время, автоматическое повышение ставок (eBay).
- Распределение лицензий и квот: эффективное использование ресурсов в энергетике, телекомах.



Заключительная часть

Выводы

Модель аукциона с повышением цены - универсальный инструмент для эффективного распределения ресурсов и выявления рыночной стоимости.

- Применяется в экономике, финансах, госзакупках, ИТ и социальных науках.
- Простота и открытость правил обеспечивают удобство массового использования и автоматизации.
- Математическое моделирование помогает анализировать стратегии участников и создавать новые форматы торгов для цифровых рынков.

Таким образом, аукционы с повышением цены остаются важным и развивающимся инструментом для практики и исследований.

Список литературы

1. Аукцион [Электронный ресурс]. 2024. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD>.
2. Auction [Электронный ресурс]. 2024. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Auction>.
3. Krishna V. Auction Theory. 2nd изд. Academic Press, 2010.
4. Klemperer P. Auctions: Theory and Practice. Princeton University Press, 2004.
5. Milgrom P.R., Weber R.J. A Theory of Auctions and Competitive Bidding // Econometrica. 1982. Т. 50, № 5. С. 1089–1122.
6. Myerson R.B. Optimal Auction Design // Mathematics of Operations Research. INFORMS, 1981. Т. 6. С. 58–73.