

# **Лабораторная работа №6**

**Модель «хищник–жертва»**

Ибатулина Дарья Эдуардовна, НФИбд-01-22

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
4.1	Реализация модели в xcos . . . . .	7
4.2	Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos . . . . .	11
4.3	Упражнение . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Выводы по графикам</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Выводы</b>	<b>19</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>20</b>

# Список иллюстраций

4.1	Задание переменных окружения в xcos для модели . . . . .	7
4.2	Модель «хищник–жертва» в xcos . . . . .	8
4.3	Задание начальных значений в верхнем блоке интегрирования . .	8
4.4	Задание начальных значений в нижнем блоке интегрирования . .	9
4.5	Задание параметров моделирования . . . . .	9
4.6	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) =$ $2, y(0) = 1$ . . . . .	10
4.7	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c =$ $0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	10
4.8	Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica .	11
4.9	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” (1) . . .	12
4.10	Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” (2) . . .	13
4.11	Код в OpenModelica . . . . .	14
4.12	Задание параметров моделирования . . . . .	15
4.13	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) =$ $2, y(0) = 1$ . . . . .	15
4.14	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при $a = 2, b = 1, c =$ $0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	16

# 1 Цель работы

Реализовать модель “хищник-жертва” в *xcos*, в *xcos* с использованием блока *Modelica*, и в *OpenModelica*.

## 2 Задание

1. Реализовать модель “хищник-жертва” в xcos;
2. Реализовать модель “хищник-жертва” с помощью блока Modelica в xcos;
3. Реализовать модель “хищник-жертва” в OpenModelica.

### 3 Теоретическое введение

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции. В математической форме модель имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy; \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где  $x$  — количество жертв;  $y$  — количество хищников;  $a, b, c, d$  — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами:  $a$  — коэффициент рождаемости жертв;  $b$  — коэффициент убыли жертв;  $c$  — коэффициент рождения хищников;  $d$  — коэффициент убыли хищников.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Реализация модели в xcos

Зафиксируем начальные данные:  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0.3$ ,  $d = 1$ ,  $x(0) = 2$ ,  $y(0) = 1$ . В меню *Моделирование* -> *Задать переменные окружения* зададим значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (рис. [4.1]).

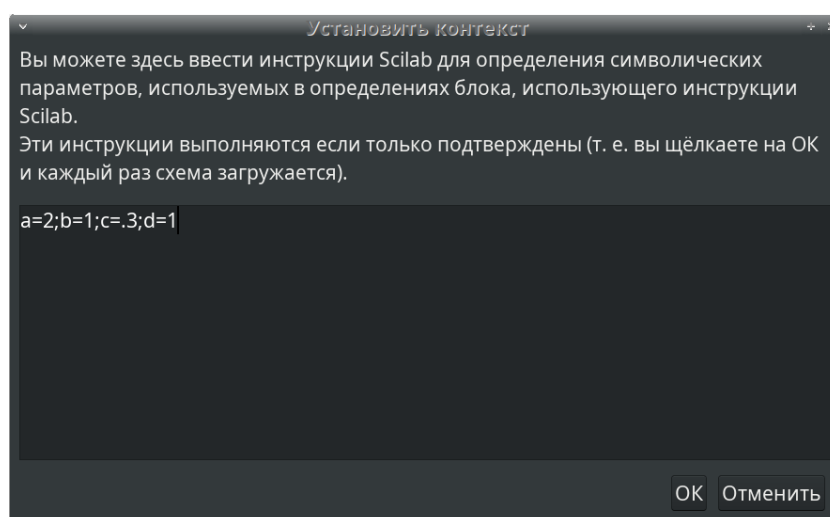


Рис. 4.1: Задание переменных окружения в xcos для модели

Для реализации модели “хищник-жертва” в дополнение к блокам CLOCK\_c, CSCCOPE, TEXT\_f, MUX, INTEGRAL\_m, GAINBLK\_f, SUMMATION, PROD\_f потребуется блок CSCOPXY - регистрирующее устройство для построения фазового портрета. Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. [4.2].

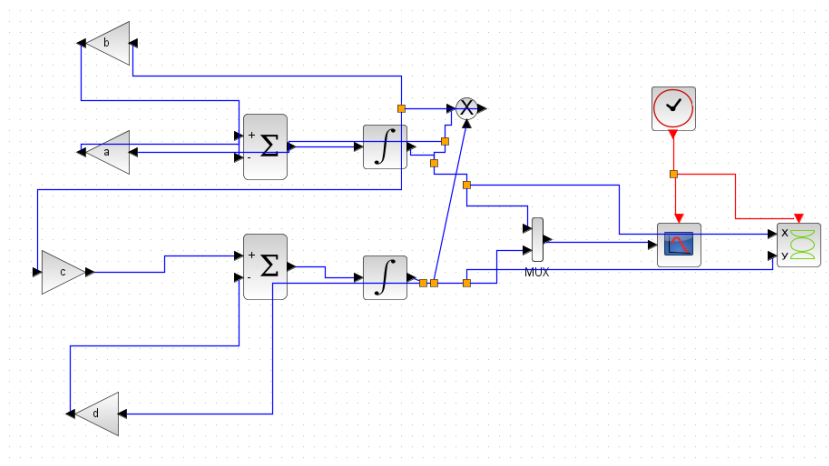


Рис. 4.2: Модель «хищник–жертва» в xcos

В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения  $x(0) = 2, y(0) = 1$  (рис. [4.3], [4.4]). В меню *Моделирование -> Установка* необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30 (рис. [4.5]).

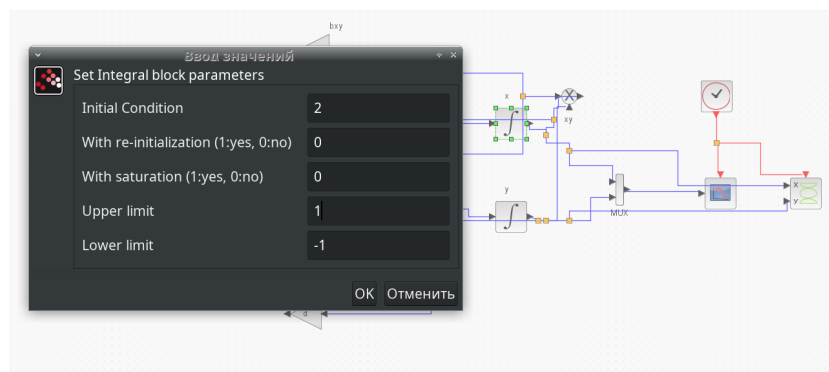


Рис. 4.3: Задание начальных значений в верхнем блоке интегрирования



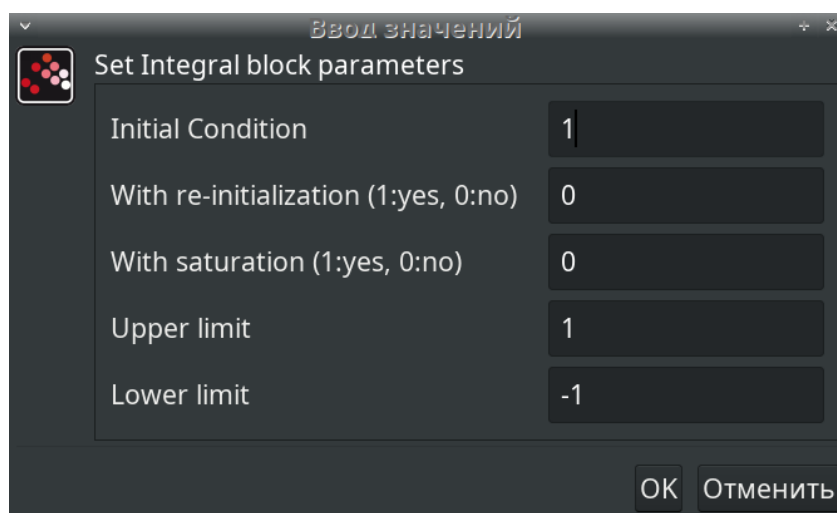


Рис. 4.4: Задание начальных значений в нижнем блоке интегрирования

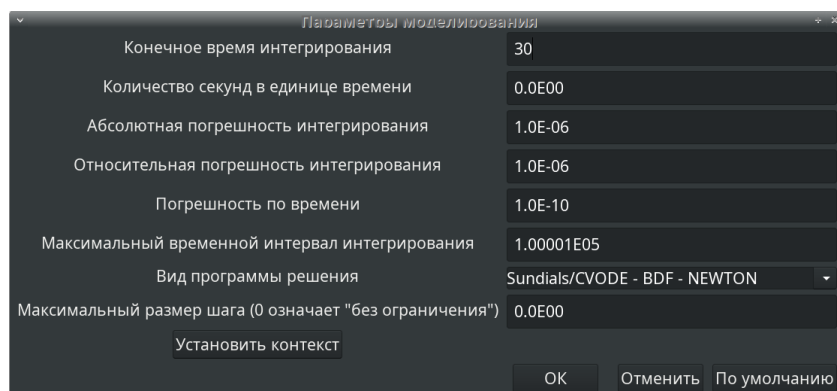


Рис. 4.5: Задание параметров моделирования

Результат моделирования представлен на рис. [4.6]. Черной линией обозначен график  $x(t)$  (динамика численности жертв), зеленая линия определяет  $y(t)$  — динамику численности хищников.

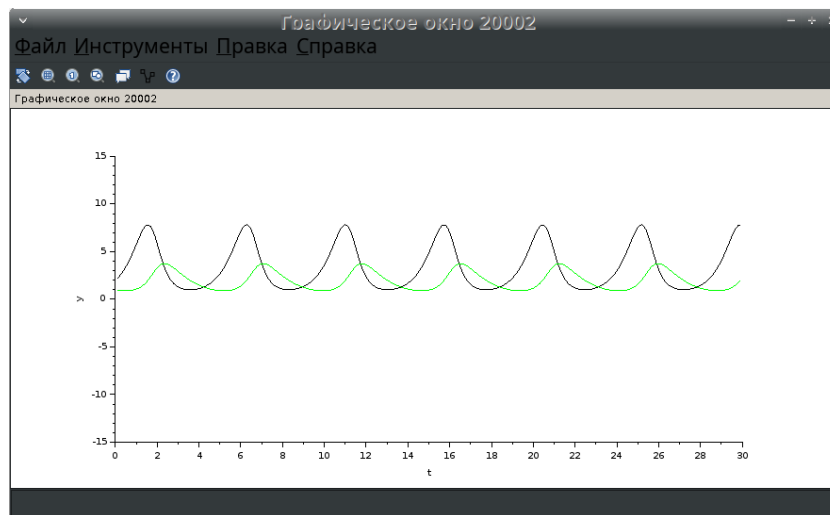


Рис. 4.6: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

На рис. [4.7] приведён фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры.

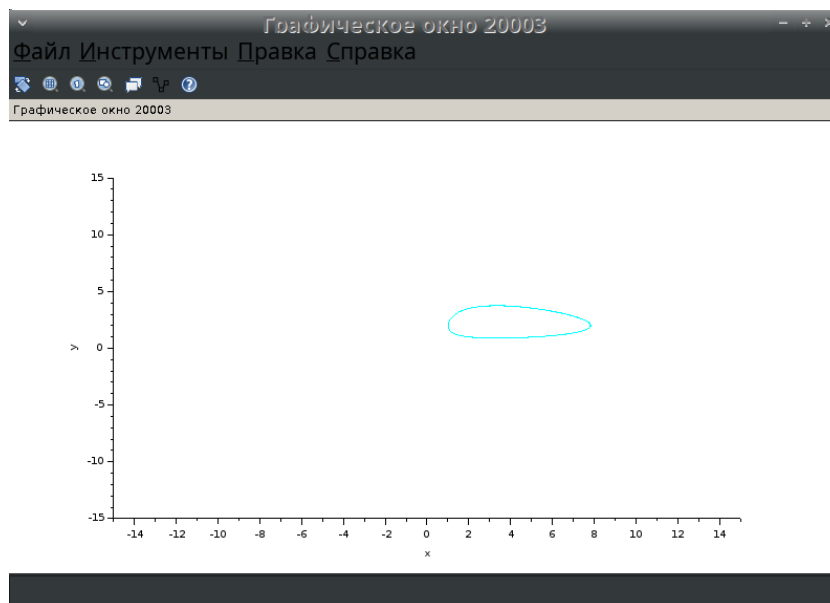


Рис. 4.7: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

## 4.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки *xcos*: CLOCK\_c, CSCOPE, CSCOPXY, TEXT\_f, MUX, CONST\_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (см. рис. [4.1]).

Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис.[4.8]. Параметры блока Modelica представлены на рис. [4.9], [4.10] Переменные на входе (“a”, “b”, “c”, “d”) и выходе (“x”, “y”) блока заданы как внешние (“E”).

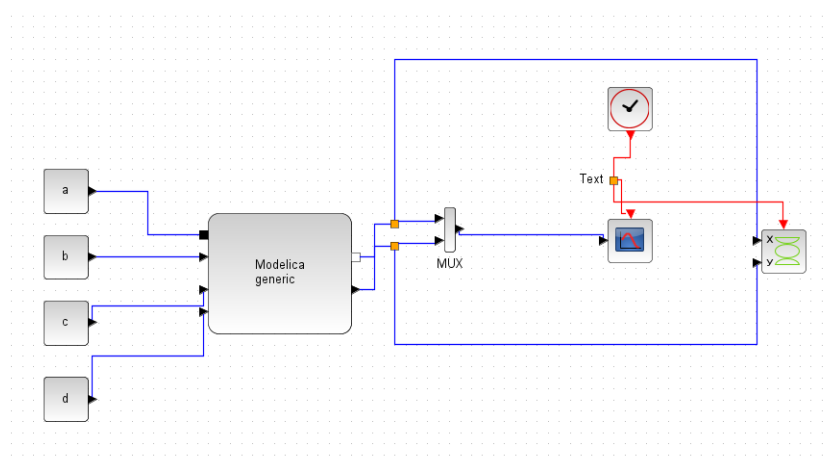


Рис. 4.8: Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica

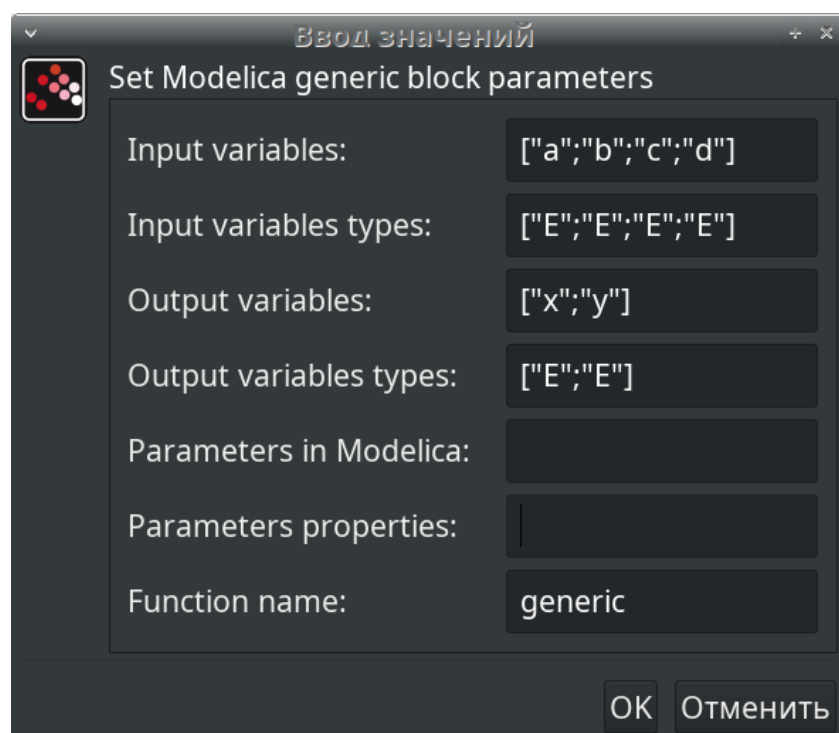


Рис. 4.9: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” (1)

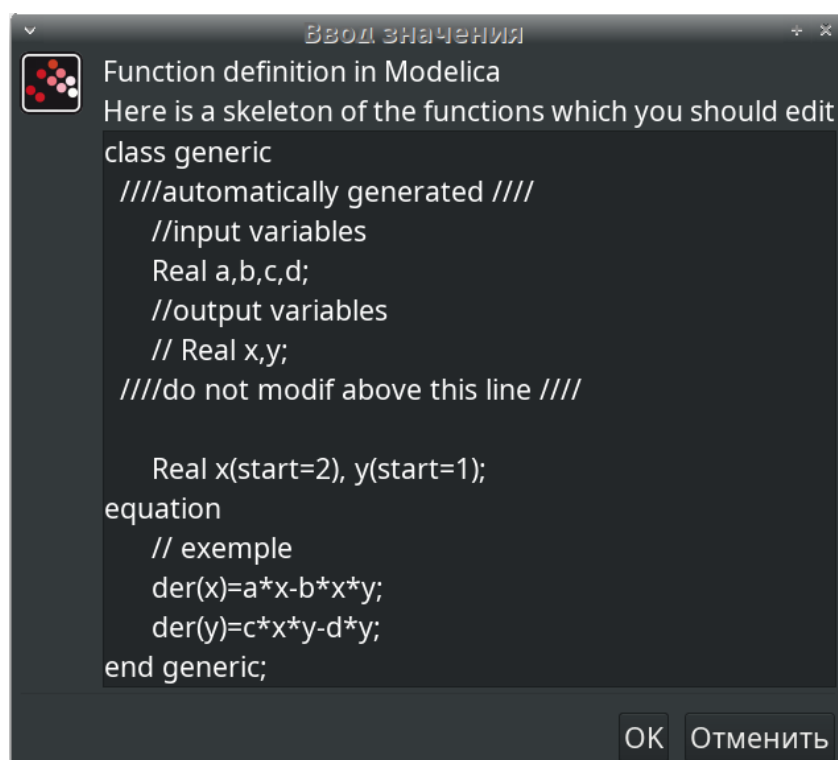


Рис. 4.10: Параметры блока Modelica для модели “хищник–жертва” (2)

В результате моделирования получаем графики, идентичные построенным без блока Modelica(см. рис. [4.6], [4.7]).

### 4.3 Упражнение

Реализуем модель «хищник – жертва» в OpenModelica. Построим графики изменения численности популяций и фазовый портрет. За построение отвечает код (рис. [4.11]).

```

model lab6
  parameter Real a = 2;
  parameter Real b = 1;
  parameter Real c = 0.3;
  parameter Real d = 1;

```

```

parameter Real x0 = 2;
parameter Real y0 = 1;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
    der(x) = a*x - b*x*y;
    der(y) = c*x*y - d*y;
end lab6;

```

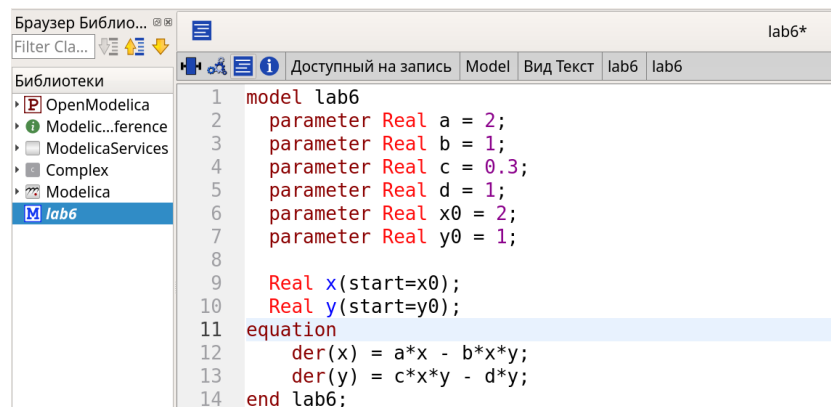


Рис. 4.11: Код в OpenModelica

Выполним симуляцию, поставим конечное время 30с (рис. [4.12]). Получим график изменения численности хищников и жертв (рис. [4.13]), а также фазовый портрет (рис. [4.14]).

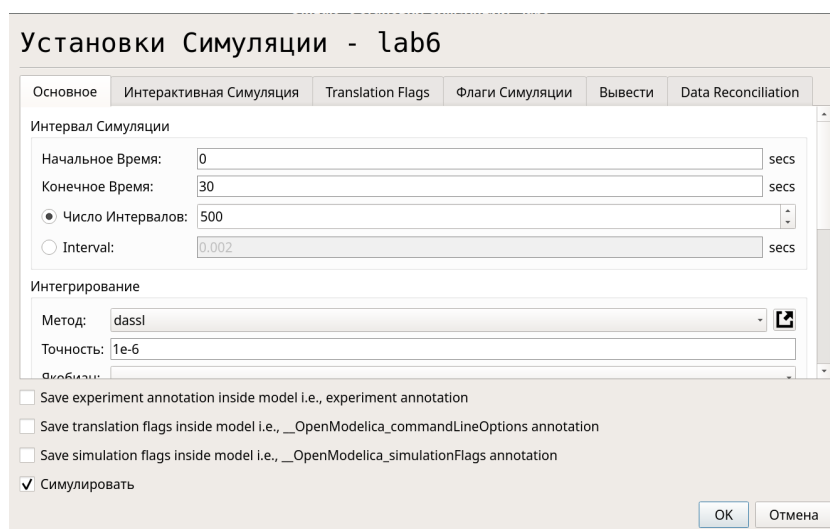


Рис. 4.12: Задание параметров моделирования

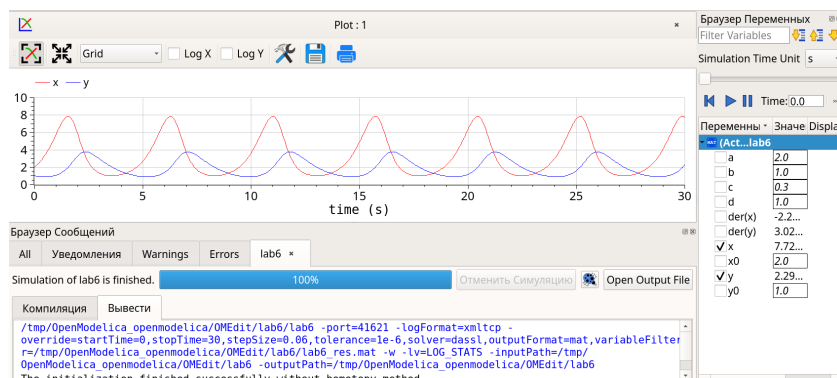


Рис. 4.13: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0.3$ ,  $d = 1$ ,  $x(0) = 2$ ,  $y(0) = 1$

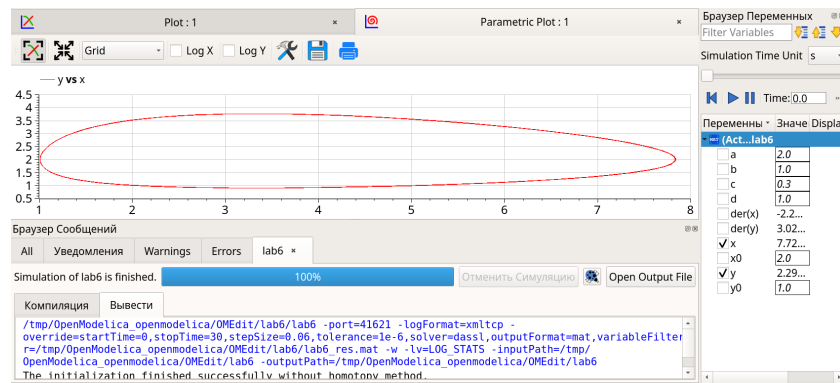


Рис. 4.14: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$



## 5 Выводы по графикам

### 1. Колебания численности

- Численность жертв (зелёная линия) колеблется с определённой периодичностью: при увеличении популяции жертв численность хищников возрастает с некоторым запаздыванием.
- Когда численность хищников становится высокой, они “выедают” жертв, из-за чего численность последних падает, а затем и численность хищников тоже снижается из-за нехватки еды.

### 2. Затухающие колебания (возможно)

Если амплитуда колебаний со временем уменьшается, это может указывать на стремление системы к устойчивому состоянию — возможно, к некоторому стационарному значению численности обоих видов.

### 3. Периодичность и устойчивость

Если амплитуда сохраняется, мы наблюдаем устойчивый цикл — численность хищников и жертв будет бесконечно колебаться вокруг равновесной точки.

### 4. Влияние параметров

Параметры модели определяют поведение системы:

- (  $a$  ) — скорость размножения жертв.
- (  $b$  ) — интенсивность хищничества.
- (  $c$  ) — скорость размножения хищников за счёт поедания жертв.

- $(d)$  — естественная смертность хищников.

Например:

- Увеличение  $(b)$  приведёт к более быстрому сокращению популяции жертв при росте хищников.
- Увеличение  $(d)$  ускорит вымирание хищников при нехватке пищи.

Что касается фазового портрета, он показывает замкнутые траектории — это типично для системы Лотки-Вольтерры. Такая картина иллюстрирует циклическое поведение: система возвращается в исходное состояние со временем.

## 6 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной реализована модель “хищник-жертва” в *xcos*, в *xcos* с использованием блока *Modelica*, и в *OpenModelica*.

## Список литературы

1. Королькова А.В., Кулябов Д.С. Руководство к лабораторной работе №6. Моделирование информационных процессов. Модель «хищник–жертва» - 2025. — 5 с.