Лабораторная работа № 3.

Основные законы распределения случайных величин

Цели занятия:

- изучить основные законы распределения случайных величин;
- приобрести навыки применения изученных законов распределения для расчёта вероятностей событий.

Задание:

- на основе лекционного материала и представленной методики выполнения заданий произвести расчёт вероятностей событий в соответствии с заданным вариантом;
- для автоматизации расчётов использовать MS Excel;
- оформить отчёт по лабораторной работе в соответствии с установленными правилами.

Краткие сведения из теории

Биномиальный закон распределения (Бернулли)

Дискретная случайная величина X имеет биномиальный закон распределения с параметрами ***n*** и , ***p*** если она принимает значения ***0, 1, 2, …, m, … , n*** с вероятностями

$$P(X=m) = C_n^m p^m q^{n-m} ,$$

где $0<p<1,\ q = 1 - p$.

Биномиальный закон распределения – закон распределения числа ***X=m*** наступлений события ***A*** в n независимых испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с одной и той же вероятностью ***p***.

Математическое ожидание случайной величины X, распределённой по биномиальному закону $M(X) = np$, а её дисперсия $D(X) = npq$.

Мода случайной величины, распределённой по биномиальному закону (наивероятнейшее число наступления события ***A*** в ***n*** повторных независимых испытаниях), может быть найдена из неравенства $np - q \le Mo(X) \le np + p$.

Пример 1. В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленных 1-й фабрикой. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение. Вероятность того, что случайно выбранная пара изготовлена 1-й фабрикой равна p = 2/(2+3) = 0,4. Таким образом, параметры биномиального закона распределения случайной величины X – числа пар обуви среди 4-х случайно купленных таковы: n = 4, p = 0,4. Поэтому ряд распределения X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

M(X) = np = 4*0,4 = 1,6. D(X) = npq = 4*0,4*0,6 = 0,96.

Пример 2. Вероятность изготовления на станке стандартной детали равна 0,8. Найти наивероятнейшее число появления бракованных изделий среди 5 отобранных и вероятность этого числа.

Решение. Из неравенства $5*0{,}2 - 0{,}8 \le \boldsymbol{m_o} \le 5*0{,}2 + 0{,}2$ находим, что единственное целое число, удовлетворяющее неравенству, $\boldsymbol{m_o} = 1$, а его вероятность $P_{1,5} = 0{,}4096$.

Пример 3. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее выпадение тройки было равно 10?

Решение. Поскольку $p = 1/6$, то $n*1/6 - 5/6 \le 10 \le n*1/6 + 1/6$ или $n-5 \le 60 \le n + 1$, откуда $59 \le n \le 65$.

Закон распределения Пуассона

Дискретная случайная величина X имеет распределение Пуассона с параметром $\boldsymbol{\lambda>0}$, если она принимает значения ***0, 1, 2, …, m,*** …(бесконечное, но счётное множество значений) с вероятностями

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} = P_m(\lambda).$$

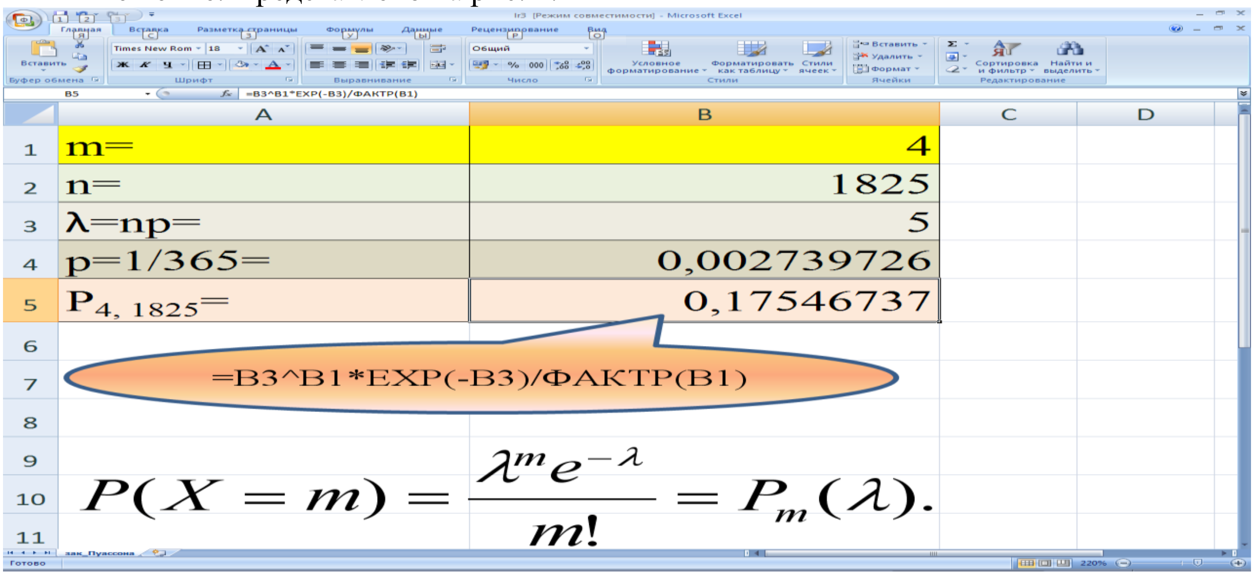
Если вероятность события ***A*** в каждом испытании стремится к нулю при неограниченном увеличении числа испытаний, причём произведение ***np*** стремится к постоянному числу $\boldsymbol{\lambda}$ ($\boldsymbol{np \to \lambda}$), то вероятность ***Pm,n*** того, что событие ***A*** появится ***m*** раз в ***n*** независимых испытаниях стремится к закону Пуассона.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределённой по закону Пуассона совпадают и равны параметру $\boldsymbol{\lambda}$ этого закона, т.е.

$$\boldsymbol{M(X) = D(X) = \lambda.}$$

Пример 4. На факультете насчитывается 1825 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днём рождения одновременно 4 студентов факультета?

Решение. Представлено на рис. 1.



	A	B
1	m=	4
2	n=	1825
3	λ=np=	5
4	p=1/365=	0,002739726
5	$P_{4,\ 1825}$=	0,17546737

Рис. 1

Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа

Локальная теорема Муавра-Лапласа

Если вероятность ***p*** наступления события ***A*** в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность ***Pm,n*** того, что событие ***A*** произойдёт ***m*** раз в ***n*** независимых испытаниях при достаточно большом числе ***n***, приближённо равна

$$P_{m,n} \approx \frac{f(x)}{\sqrt{npq}}, где\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} - функция\ Гаусса\ и \quad x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}} \quad .$$

Значения функции Гаусса ***f(x)*** можно взять из справочной таблицы.

Интегральная теорема Муавра-Лапласа

Если вероятность ***p*** наступления события ***A*** в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность того, что число ***m*** наступления события ***A*** в ***n*** независимых испытаниях заключено в пределах от ***a*** до ***b*** (включительно), при достаточно большом числе ***n*** приближённо равна

$$P_n(a \le m \le b) \approx \frac{1}{2}[\Phi(x_2) - \Phi(x_1)], где\ \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt - функция Лапласа,$$
$$x_1 = \frac{a-np}{\sqrt{npq}},\ x_2 = \frac{b-np}{\sqrt{npq}} \quad .$$

Значения функции Лапласа ***Ф(x)*** необходимо взять из справочной таблицы.

Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа

Если вероятность ***p*** наступления события ***A*** в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то при достаточно большом числе ***n*** независимых испытаний вероятность того, что:

a) число ***m*** наступлений события ***A*** отличается от произведения ***np*** не боле, чем на величину $\boldsymbol{\varepsilon}>0$ (по абсолютной величине), т.е. $Pn(|m-np| \le \varepsilon) \approx \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}\right)$;

b) частность ***m/n*** события ***A*** заключена в пределах от $\boldsymbol{\alpha}$ до $\boldsymbol{\beta}$ (включительно), т.е. $Pn\left(\alpha \le \frac{m}{n} \le \beta\right) \approx \frac{1}{2}[\Phi(z_2) - \Phi(z_1)], где\ z_1 = \frac{\alpha - p}{\sqrt{pq/n}},\ z_2 = \frac{\beta - p}{\sqrt{pq/n}}$.

c) частность ***m/n*** события ***A*** отличается от его вероятности ***p*** не более, чем на величину $\Delta>0$ (по абсолютной величине), т.е. $P_n\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \Delta\right) \approx \Phi\left(\frac{\Delta\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\right)$.

Пример 5. В населённом пункте из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 400 семей ровно 300 имеют холодильники.

Решение. Расчёт по формулам Бернулли и Пуассона затруднён из-за необходимости вычисления факториалов достаточно больших чисел.

Вероятность того, что семья имеет холодильник равна p = 80/100 = 0,8. Ход решения представлен на рис. 2 (при отсутствии MS Excel функцию Гаусса следует получить из справочника функций).

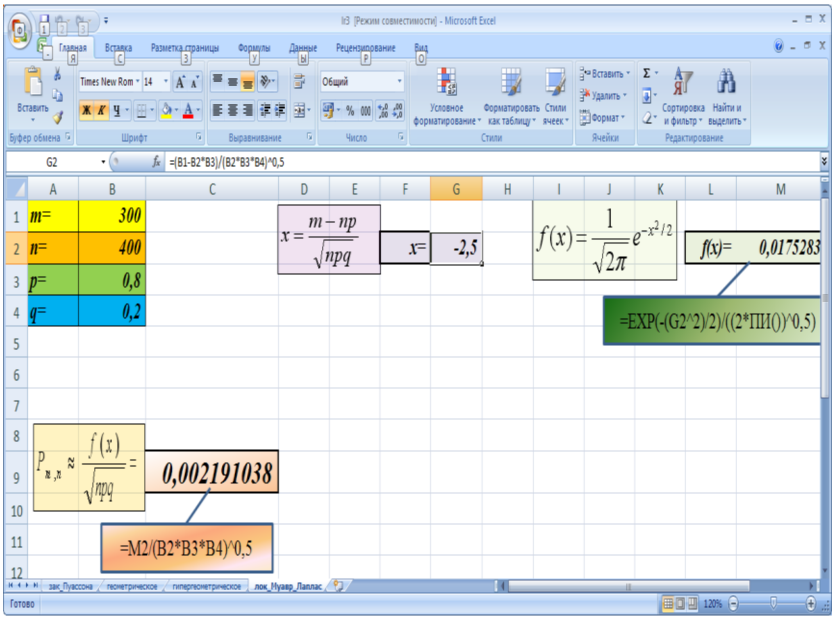


Рис. 2

Пример 6. В населённом пункте из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 400 семей от 300 до 360 (включительно) имеют холодильники.

Решение. Расчёт по формулам Бернулли и Пуассона затруднён из-за необходимости вычисления факториалов достаточно больших чисел.

$x_1 = (300\text{-}400*0{,}8)/(400*0{,}8*0{,}2)^{1/2} = -2{,}5$; $x_2 = (360\text{-}400*0{,}8)/(400*0{,}8*0{,}2)^{1/2} = 5$.

По интегральной формуле Муавра-Лапласа $P_{400}(300 \le m \le 360) \approx 0{,}5[\Phi(5{,}0) - \Phi(-2{,}5)]$

Значения Ф(5,0) и Ф(-2,5) необходимо взять из справочной таблицы.

$P_{400}(300 \le m \le 360) \approx 0{,}5[\Phi(5{,}0) - \Phi(-2{,}5)] \approx 0{,}5(1 + 0{,}9876) = 0{,}9938$.

Пример 7. В населённом пункте из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 400 семей от 280 до 360 (включительно) имеют холодильники.

Решение. Можно было бы, как и предыдущем примере, воспользоваться основной формулой Муавра-Лапласа. Но проще решить задачу, если заметить, что границы интервала 280 и 360 симметричны относительно величины ***np*** = 320. Поэтому можно воспользоваться следствием из теоремы Муавра-Лапласа:

$$P_{400}(280 \le m \le 360) = P_{400}(-40 \le m-320 \le 40) = P_{400}(/m - 320/ \le 40) \approx \Phi\left(\frac{40}{\sqrt{400*0{,}8*0{,}2}}\right) =$$

$$=\Phi(5{,}0) \approx 1.$$

Геометрическое рапределение

Дискретная случайная величина $\boldsymbol{X = m}$ имеет геометрическое распределение с параметром $\boldsymbol{p}$, если она принимает значения $\boldsymbol{1, 2, \ldots, m}$, …(бесконечное, но счётное множество значений) с вероятностями

$$\boldsymbol{P(X=m) = pq^{m-1},}$$

где $\boldsymbol{0<p<1, q = 1 - p}$.

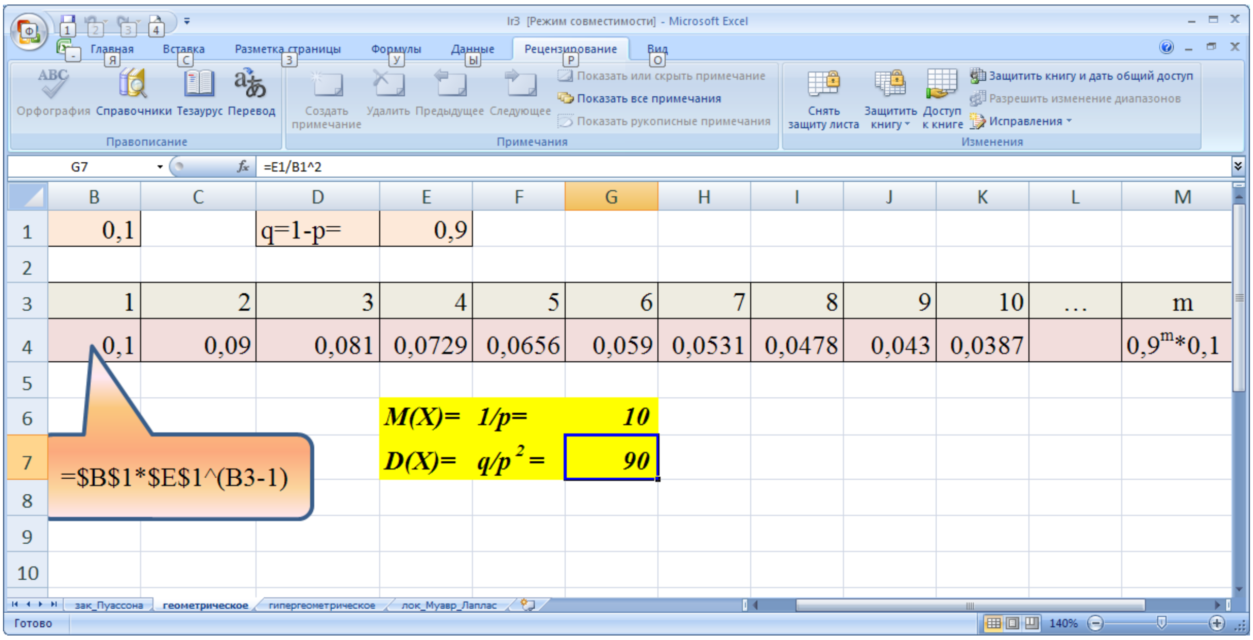
Дискретная случайная величина $\boldsymbol{X = m}$, имеющая геометрическое распределение, представляет собой число $\boldsymbol{m}$ испытаний, проведённых по схеме Бернулли, с вероятностью $\boldsymbol{p}$ наступления события в каждом испытании до первого положительного исхода.

Математическое ожидание случайной величины X, имеющей, геометрическое распределение с параметром p: $M(X) = 1/p$.

Дисперсия случайной величины X, имеющей, геометрическое распределение с параметром p: $D(X) = q/p^2$, где $q=1-p$.

Пример 5. Проводится проверка большой партии деталей до обнаружения бракованной (без ограничения числа проверенных деталей). Составить закон распределения числа проверенных деталей. Найти его математическое ожидание и дисперсию, если известно, что вероятность брака для каждой детали равна 0,1.

Решение. Представлено на рис. 2.



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	0,1		q=1-p=	0,9								
2												
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	m
4	0,1	0,09	0,081	0,0729	0,0656	0,059	0,0531	0,0478	0,043	0,0387		$0{,}9^m$*0,1
5												
6				M(X)=	1/p=	10						
7				D(X)=	q/p^2=	90						

Рис. 2.

Гипергеометрическое рапределение

Дискретная случайная величина X имеет гипергеометрическое распределение с параметрами n, M, N, если она принимает значения $1, 2, m, min(n, M)$ с вероятностями

$$P(X=m)=\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n},$$

где $M \le N$, $n \le N$; n, M, N – натуральные числа.

Гипергеометрическое распределение имеет случайная величина $X = m$ – число объектов, обладающих заданным свойством, среди n объектов, случайно извлечённых (без возврата) из совокупности N объектов, M из которых обладают этим свойством.

$$M(X)=n\frac{M}{N};\quad D(X)=n\frac{M}{N-1}\left(1-\frac{M}{N}\right)\left(1-\frac{n}{N}\right).$$

Пример 6. Участник лотереи «Спортлото 6 из 45», угадавший 3, 4, 5, или 6 номеров, получает денежный приз. Найти закон распределения случайной величины X – числа угаданных номеров среди случайно отобранных шести. Какова вероятность получения денежного приза? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

Решение. Представлено на рис. 3.

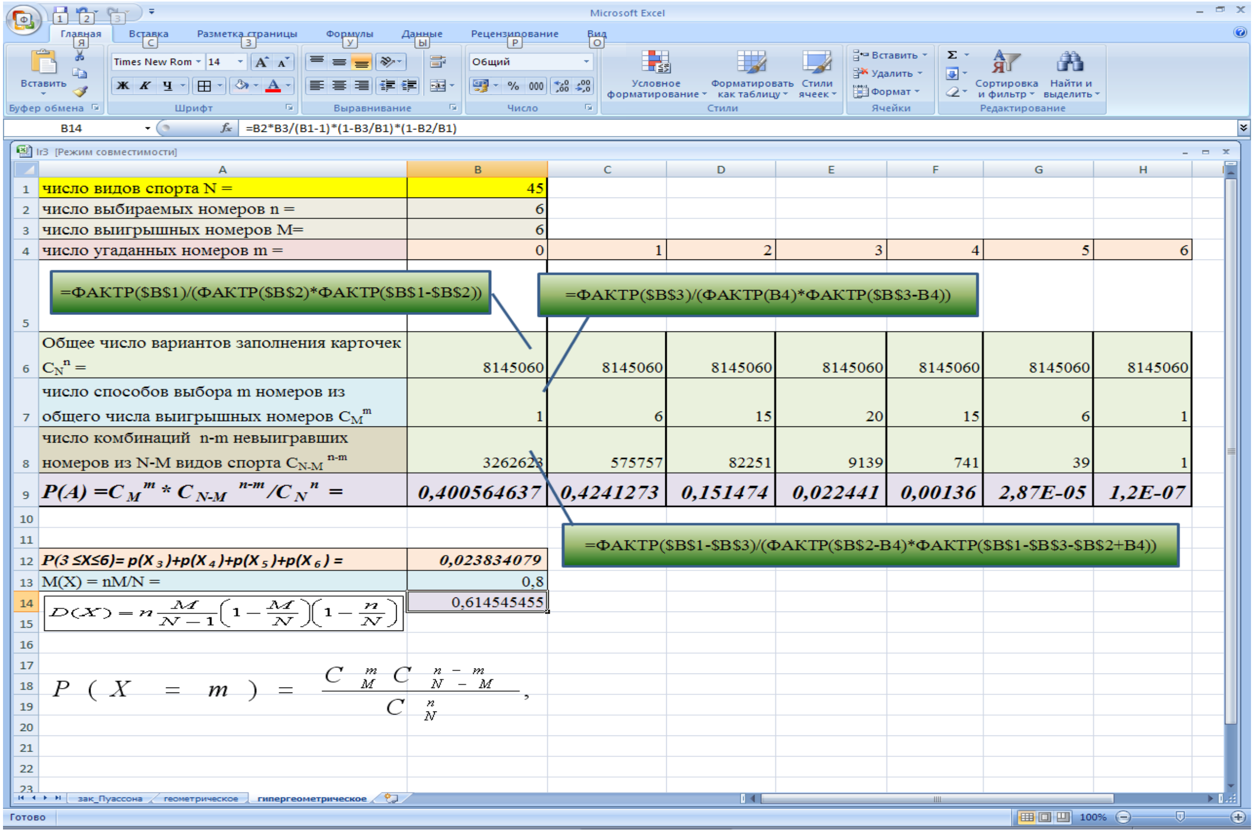


Рис. 3

Равномерный закон распределения

Непрерывная случайная величина X имеет равномерный закон распределения на отрезке [***a, b***], если её плотность вероятности ***φ(x)*** постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его, т.е.

$$\varphi(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{при} \quad a \le x \le b, \\ 0 \quad \text{при} & x < a,\, x > b. \end{cases}$$

$$M(X) = (a+b)/2$$

$$D(X) = (b-a)^2/12$$

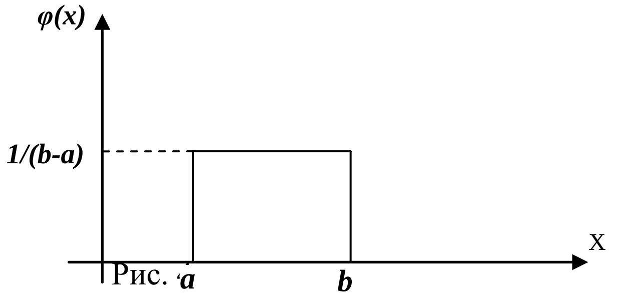


Рис.

Функция распределения случайной величины X, распределённой по нормальному закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} & x \le a, \\ \dfrac{(x-a)}{(b-a)} & \text{при} \quad a < x \le b, \\ 1 \quad \text{при} & x > b. \end{cases}$$

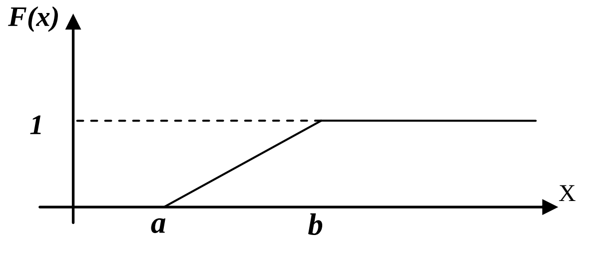


Рис. 5

Пример 6. Поезда метрополитена идут с интервалом 2 мин. Какова вероятность того, что пассажиру, вышедшему на платформу в случайный момент времени, придётся ждать не больше полминуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания поезда.

Решение. ***a=0, b=2***. Отсюда ***φ(x)***=1/(2-0)=0,5.
P(X≤0,5) = (x-a)/(b-a) = (0,5-0)/(2-0) = 0,25.
M(X) = (a+b)/2 = 1 мин.
D(X) = (b-a)^2/12 = (2-0)^2/12 = 1/3.

$$\sigma_x = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\frac{1}{3}} \approx 0{,}58 \text{ мин.}$$

Показательный (экспоненциальный) закон распределения

Непрерывная случайная величина X имеет показательный (экспоненциальный) закон распределения с параметром ***λ>0***, если её плотность вероятности ***φ(x)*** имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & при\ x \ge 0, \\ 0 & при\ x < 0. \end{cases}$$

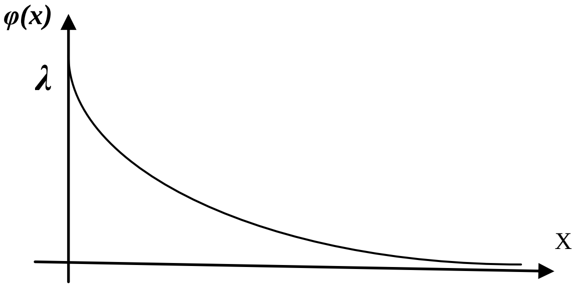


Рис. 6

$$M(X) = \frac{1}{\lambda},$$
$$D(X) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при\ x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} & при\ x \ge 0. \end{cases}$$

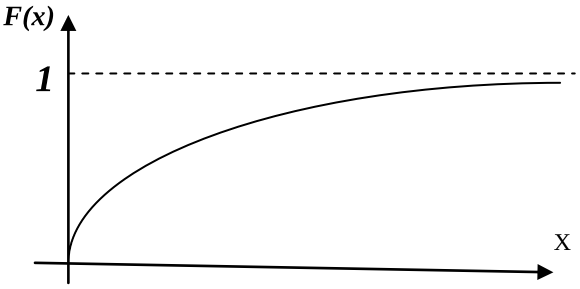
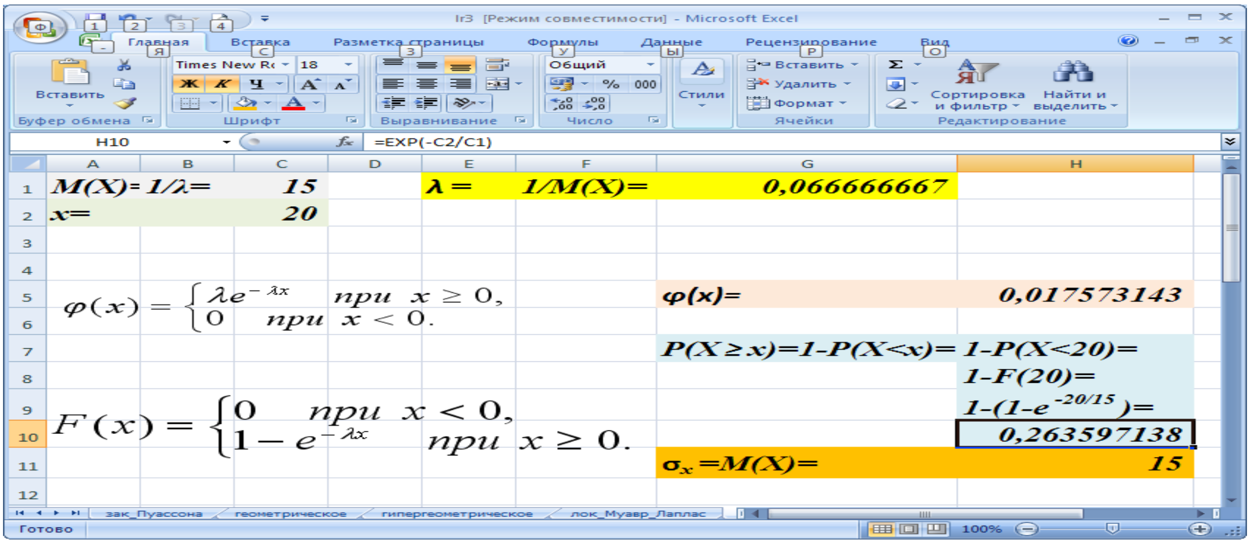


Рис. 7

Пример 7. Установлено, что время ремонта телевизора есть случайная величина X, распределённая по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта составляет 15 дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

Решение.



Нормальный закон распределения

Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения (закон Гаусса) с параметрами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{\sigma^2}$, если её плотность вероятности $\boldsymbol{\varphi(x)}$ имеет вид:

$$\varphi_N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

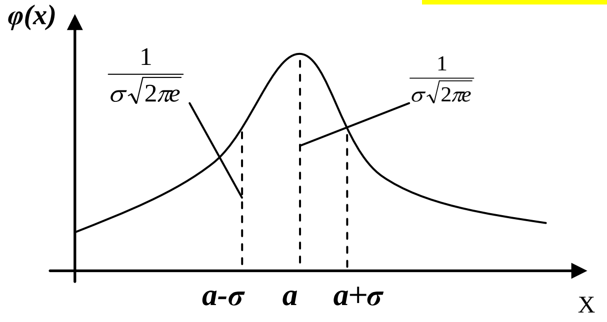


Рис. 8

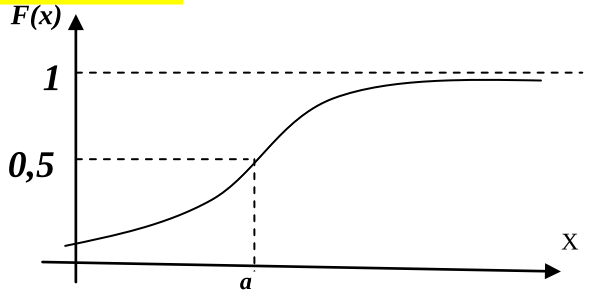


Рис. 9

Математическое ожидание случайной величины *X*, распределённой по нормальному закону, равно параметру $\boldsymbol{a}$ этого закона, а её дисперсия – параметру $\boldsymbol{\sigma^2}$, т.е.

$$\boldsymbol{M(X) = a; \quad D(X) = \sigma^2}.$$

Функция распределения случайной величины X, распределённой по нормальному закону, выражается через функцию Лапласа по формуле:

$$\boldsymbol{F_n(X) = ½ + ½*Ф[(x\text{-}a)/\sigma]}$$

Вероятность попадания случайной величины X, распределённой по нормальному закону, в интервал $[\boldsymbol{x_1, x_2}]$ равна

$$P(x_1 \le X \le x_2) = \frac{1}{2}[\Phi(t_2) - \Phi(t_1)], \quad где\ t_2 = \frac{x_2 - a}{\sigma}, t_1 = \frac{x_1 - a}{\sigma}.$$

Вероятность того, что отклонение случайной величины *X*, распределённой по нормальному закону, от математического ожидания $\boldsymbol{a}$ не превысит величину $\boldsymbol{\varDelta > 0}$ (по абсолютной величине), равна $\boldsymbol{P(|X - a| \le \varDelta) = \Phi(\varDelta/\sigma)}$.

Пример 8. Вычислить вероятность $\boldsymbol{P(|X - a| \le \varDelta)}$ при Δ = σ; Δ = 2σ; Δ = 3σ.

Решение. Определение значений функции Лапласа следует провести по справочной таблице.

Δ = σ $\boldsymbol{P(|X - a| \le \varDelta) = \Phi(1) = 0{,}6827;}$
Δ = 2σ $\boldsymbol{P(|X - a| \le 2\varDelta) = \Phi(2) = 0{,}9545;}$
Δ = 3σ $\boldsymbol{P(|X - a| \le 3\varDelta) = \Phi(3) = 0{,}9973.}$

Пример 9. Полагая, что рост мужчин определённой возрастной группы есть нормально распределённая случайная величина X с параметрами $\boldsymbol{a}$ = 173 и $\boldsymbol{\sigma^2}$=36, найти выражение плотности вероятности и функции распределения случайной величины X.

Решение.

$$\varphi_N(x) = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-173)^2}{2*36}}; \quad F_n(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x-173}{6}\right).$$

Варианты заданий

Биномиальный закон распределения (Бернулли)

1. В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене не будут проданы 5 пакетов. (*0,066).*
2. В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будут проданы менее 2 пакетов. (***0,436***)
3. В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будут проданы не более 2 пакетов. (***0,738***)
4. В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будут проданы хотя бы 2 пакета. (0,564)
5. В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти наивероятнейшее число пакетов проданных по первоначально заявленной цене из выставленных на торги 9 пакетов. (m_0=1 и m'_0=2)
6. Вероятность малого предприятия стать банкротом за время Т равна 0,2. Найти вероятность того, что из 6 малых предприятий сохранятся 2. (***0,015***)
7. Вероятность малого предприятия стать банкротом за время Т равна 0,2. Найти вероятность того, что из 6 малых предприятий сохранятся более двух. (***0,999***)
8. Производится залп из 6 орудий. Вероятность попадания для каждого орудия равна 0,6. Найти вероятность поражения цели, если для этого необходимо не менее 4-х попаданий. (***0,544***)
9. Производится залп из 6 орудий. Вероятность попадания для каждого орудия равна 0,6. Найти вероятность поражения цели, если для этого необходимо не менее 3-х попаданий. (***0,82***)
10. Вероятность изготовления на станке стандартной детали равна 0,8. Найти вероятности возможного числа появления бракованных деталей (0-5) среди 5 отобранных.
    ($P_{0,5}$ = 0,32768; $P_{1,5}$ = 0,4096; $P_{2,5}$ = 0,2048; $P_{3,5}$ = 0,0512; $P_{4,5}$ = 0,0064; $P_{5,5}$ = 0,00032).

Закон распределения Пуассона

1. В населённом пункте из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 40 семей ровно 30 имеют холодильники. (0,068)
2. В населённом пункте из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 40 семей от 30 до 32 имеют холодильники. (***0,208***)

Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа

1. В населённом пункте из каждых 100 семей 85 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 400 семей от 320 до 350 (включительно) имеют холодильники. (0,9167)
2. В населённом пункте из каждых 100 семей 70 имеют холодильники. Найти вероятность того что из произвольно взятых 400 семей от 260 до 300 (включительно) имеют холодильники (использовать следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа). (***0,9707***)
3. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины.

Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины 480 предприятий. (***0,0113***)

4. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины не менее 480 предприятий. (***0,897***)
5. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины от 480 до 520 предприятий. (0,794)
6. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти наивероятнейшее число предприятий, имеющих нарушения финансовой дисциплины из 1000 зарегистрированных в регионе. ($\boldsymbol{m_o = 500; P_{500,1000} = 0{,}0252}$)

Геометрическое рапределение

1. Радист вызывает корреспондента, причём каждый последующий вызов производится только в случае, когда предыдущий вызов не принят. Вероятность принятия вызова корреспондентом равна 0,4. Составить закон распределения числа вызовов. Найти его математическое ожидание и дисперсию. (M(X)=2,5; D(X)=3,75)
2. Проводится проверка большой партии деталей до обнаружения бракованной (без ограничения числа проверенных деталей). Составить закон распределения числа проверенных деталей. Найти его математическое ожидание и дисперсию, если известно, что вероятность брака для каждой детали равна 0,05. (M(X)=20; D(X)=380)

Равномерный закон распределения

1. Поезда метрополитена идут с интервалом 2 мин. Какова вероятность того, что пассажиру, вышедшему на платформу в случайный момент времени, придётся ждать не больше минуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания поезда. ($P(X\le 1)=0{,}5;$ M(X)=1; σ_X=0,58)
2. Поезда метрополитена идут с интервалом 3 мин. Какова вероятность того, что пассажиру, вышедшему на платформу в случайный момент времени, придётся ждать не больше минуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания поезда. ($\boldsymbol{P(X\le 1)=0{,}333; M(X)=1{,}5; \sigma_X=0{,}866}$)

Показательный (экспоненциальный) закон распределения

1. Установлено, что время работы лампы накаливания есть случайная величина X, распределённая по показательному закону. Определить вероятность того, произвольно взятая лампа проработает не менее 10000 часов, если среднее время исправной работы составляет 7000 часов. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. ($\boldsymbol{\varphi(x)=3{,}42E\text{-}05; P(X\ge 10000)=0{,}24; \sigma_X=7000}$)
2. Время поиска неисправного блока в вычислительной машине есть случайная величина, распределённая по показательному закону. Определить вероятность того, что на поиск неисправности потребуется не менее 3 часов, если среднее время поиска неисправности составляет 2 часа. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение времени поиска неисправности. ($\boldsymbol{\varphi(x)=0{,}112; P(X\ge 3)=0{,}223; \sigma_X=2}$)

Нормальный закон распределения

Определение значений функции Лапласа следует провести по справочной таблице.

1. Полагая, что рост мужчин определённой возрастной группы есть нормально распределённая случайная величина X с параметрами $\boldsymbol{a}$ = 173 и $\boldsymbol{\sigma^2}$=36, найти долю костюмов 3-го роста (170-176 см), которые нужно предусмотреть в общем объёме производства для данной возрастной группы. (***0,3829***)

2. Полагая, что рост мужчин определённой возрастной группы есть нормально распределённая случайная величина X с параметрами $\boldsymbol{a}$ = 173 и $\boldsymbol{\sigma^2}$=36, найти долю костюмов 4-го роста (176-182 см), которые нужно предусмотреть в общем объёме производства для данной возрастной группы. (***0,2418***)
3. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции не выше 15,3 ден. ед. (***0,9332***)
4. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции не ниже 15,4 ден. ед.
   Решение.
   P(X≥15,4) = 1 - F(15,4) = 1 – {1/2+1/2Ф[(15,4-15)/0,2]} = 1 – (0,5+0,5*0,9545) = 0,02275.
5. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции от 14,9 до 15,3 ден. ед. (0,6246)
6. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. С помощью правила трёх сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции. ($\boldsymbol{14{,}4 \le X \le 15{,}6}$)