

## Problèmes de logique combinatoire : corrigés

### 1. Serrure de coffre

L'équation logique de la serrure de coffre S.

D	C	B	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

S	B		A
	0	0	1
	0	0	1
D	0	0	1
	0	1	1
	0	1	1
C	0	0	1
	0	0	1

$$S = AC + BCD + ABC$$

### 2. Amplification sonore

Equations logiques des sorties S4 et S8 en fonction de a, b et c.

c	b	a	S4	S8
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

S4	B		A
	0	0	1
	0	1	0
C	0	1	0
	0	1	0

S8	B		A
	0	1	0
	0	1	0
C	1	0	0
	1	0	0

$$S4 = \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C = \bar{A}BC + A(B\bar{C} + \bar{B}C) = \bar{A}BC + A(B \oplus C)$$

$$S8 = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{B}C + \bar{C}(\bar{A}B + A\bar{B}) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{C}(A \oplus B)$$

### 3. Circuit de vote

Quatre délégués syndicaux représentent respectivement le nombre de voix suivants :  $a = 100$  voix,  $b = 150$  voix,  $c = 250$  voix,  $d = 175$  voix.

$$(a + b + c + d) / 2 = (100 + 150 + 250 + 175) / 2 = 337,5$$

Pour être acceptée lors des réunions, une proposition doit recueillir au moins 50 % (plus de 337 voix) des voix représentées.

d	c	b	a	Somme des voix	S
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	100	0
0	0	1	0	150	0
0	0	1	1	250	0
0	1	0	0	250	0
0	1	0	1	350	1
0	1	1	0	400	1
0	1	1	1	500	1
1	0	0	0	175	0
1	0	0	1	275	0
1	0	1	0	325	0
1	0	1	1	425	1
1	1	0	0	425	1
1	1	0	1	525	1
1	1	1	0	575	1
1	1	1	1	675	1

S	b		a	
	0	0	0	0
d	0	0	1	0
c	1	1	1	1
	0	1	1	1

$$S = a.c + b.c + c.d + a.b.d$$

### 4. Eclairage d'une cage d'escalier

Table de vérité de la fonction L (état des lampes) : une seule entrée à la fois change d'état.

a3	a2	a1	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

L	a2		a1	
	0	1	0	1
a3	1	0	1	0

$$L = \overline{a3}.a2.\overline{a1} + \overline{a3}.\overline{a2}.a1 + a3.a2.a1 + a3.\overline{a2}.\overline{a1}$$

$$L = \overline{a3}.(a2.\overline{a1} + \overline{a2}.a1) + a3.(a2.a1 + \overline{a2}.\overline{a1})$$

$$L = \overline{a3}(a2 \oplus a1) + a3(\overline{a2} \oplus \overline{a1}) = a3 \oplus (a2 \oplus a1) = a3 \oplus a2 \oplus a1$$

## 5. Détecteur de coïncidence

Rappel :  $S = 1$  si  $a = b$

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$S = (a \oplus b)$$

D'où :  $F = (a \oplus x).(b \oplus y).(c \oplus z)$

## 6. Démarrage de deux moteurs

$$M_1 = I_1.I_2 + I_2.I_3 + I_1.I_3 \quad M_2 = I_1 + I_2 + I_3$$

## 7. Distributeur de boissons chaudes

Soient  $u, v, x, y$  les variables logiques correspondant aux propositions suivantes :

- le bouton « café » est enfoncé :  $u = 1$
- le bouton « thé » est enfoncé :  $v = 1$
- le bouton « lait » est enfoncé :  $x = 1$
- un jeton a été introduit dans la fente de l'appareil :  $y = 1$

Table de vérité de  $C, T, L$  et  $J$  :

u	v	x	y	C	T	L	J
0	0	0	0	0	0	0	-
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	-
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	-
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	-
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	-
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	-
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	-
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	-
1	1	1	1	0	0	0	1

$$C = u.\bar{v}.\bar{x}.y + u.\bar{v}.x.y = u.\bar{v}.y$$

$$T = \bar{u}.v.\bar{x}.y + \bar{u}.v.x.y = \bar{u}.v.y$$

$$L = \bar{u}.\bar{v}.x.y + \bar{u}.v.x.y + u.\bar{v}.x.y = \bar{u}.x.y + u.\bar{v}.x.y = x.y.(\bar{u} + u.\bar{v}) = x.y.(\bar{u} + \bar{v})$$

J	<u>x      y</u>			
	-	-	1	0
u	-	-	0	0
	-	-	1	1
v	-	-	0	0

$$J = u.v + \bar{u}.\bar{v}.x$$

## 8. Contrôle de qualité

P	L	l	e	A	B	C
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

A	<u>l      e</u>			
	0	0	0	0
P	0	0	1	0
	0	1	1	1
L	0	0	0	0

B	<u>l      e</u>			
	0	0	0	0
P	1	1	0	1
	1	0	0	0
L	0	0	1	0

C	<u>l      e</u>			
	1	1	1	1
P	0	0	0	0
	1	1	0	1
L	1	1	0	1

$$A = P.l.e + P.L.e + P.L.l$$

$$B = P.\bar{l}.\bar{e} + P.\bar{L}.\bar{e} + P.\bar{L}.\bar{l} + \bar{P}.L.l.e$$

$$C = \bar{P}.\bar{L} + L.\bar{e} + L.\bar{l}$$