

heig-vd

Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion
du Canton de Vaud

Département Techniques Industrielles

Unité EAN

Electronique analogique

Quelques corrigés
d'exercices

i nstitut d'
Automatisation
i ndustrielle



Prof. Freddy Mudry

.

1 Circuits linéaires et amplificateurs

Voir également les corrigés manuscrits annexés.

Amp 9 :

1. La tension de sortie se calcule à l'aide du théorème de superposition

$$U_2 = A_{u10}U_{11} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + A_{u20}U_{12} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

En identifiant ce résultat à celui souhaité

$$U_2 = A_{u1}U_{11} + A_{u2}U_{12}$$

on voit que l'on a

$$A_{u1} = A_{u10} \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad A_{u2} = A_{u20} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Ce qui donne

$$A_{u1} = +4.975 \text{ [V/V]}, \quad A_{u2} = -5.025 \text{ [V/V]}$$

2. La tension de sortie vaut donc

$$U_2 = A_{u1}U_{11} + A_{u2}U_{12} = -1.156 \text{ V}$$

La résistance de sortie est celle que l'on voit depuis U_2 après avoir annulé les tensions d'entrée. Les sources commandées sont alors nulles et il ne reste que R_1 en parallèle avec R_2 ; ce qui donne

$$R_{out} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 49.75 \Omega$$

3. Les tensions d'entrée en modes différentiel et commun valent

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} = -0.2 \text{ V}, \quad U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 3.1 \text{ V}$$

Le calcul des gains en modes différentiel et commun se fait à partir de la description de la tension de sortie au travers de U_{11} , U_{12} et U_{dm} , U_{cm} . On a vu que

$$U_2 = A_{u1}U_{11} + A_{u2}U_{12}$$

avec

$$U_{11} = U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2}, \quad U_{12} = U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2}$$

En effectuant le changement de variable, on obtient

$$\begin{aligned} U_2 &= A_{u1}U_{11} + A_{u2}U_{12} \\ U_2 &= A_{u1} \left(U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2} \right) + A_{u2} \left(U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2} \right) \\ U_2 &= U_{dm} \frac{(A_{u1} - A_{u2})}{2} + U_{cm} (A_{u1} + A_{u2}) \end{aligned}$$

D'où

$$A_{dm} = \frac{(A_{u1} - A_{u2})}{2} = 5.0 \text{ [V/V]}, \quad A_{cm} = A_{u1} + A_{u2} = -0.05025 \text{ [V/V]}$$

4. Les tensions de sortie dues aux modes différentiel et commun valent donc

$$U_{2,dm} = A_{dm} U_{dm} = -1 \text{ V}, \quad U_{2,cm} = A_{dcm} U_{cm} = -0.156 \text{ V}$$

L'erreur introduite par l'effet du mode commun est de -0.156 V. Elle n'est pas négligeable puisqu'elle représente presque le 16% de la valeur attendue.

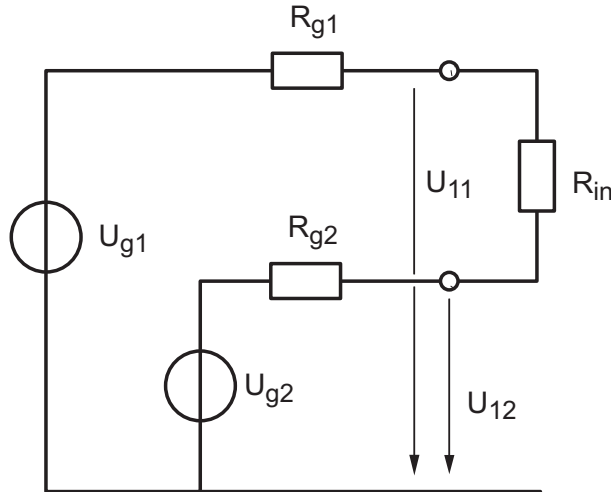
5. Le taux de réjection de l'amplificateur est égal à

$$\rho = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = 99.5 \simeq 40 \text{ dB}$$

et il correspond pratiquement à la différence relative des deux résistances (1%).

6. Pour que cet amplificateur différentiel soit parfait, il faudrait que $R_1 = R_2$. On aurait alors $A_{cm} = 0$.

Amp 10 :



1. Le théorème de superposition appliqué au circuit ci-dessus permet de calculer les tensions

$$U_{11} = U_{g1} \frac{R_{in} + R_{g2}}{R_{g1} + R_{in} + R_{g2}} + U_{g2} \frac{R_{g1}}{R_{g1} + R_{in} + R_{g2}} = +3.0164 \text{ V}$$

$$U_{12} = U_{g1} \frac{R_{g2}}{R_{g1} + R_{in} + R_{g2}} + U_{g2} \frac{R_{in} + R_{g1}}{R_{g1} + R_{in} + R_{g2}} = +3.1803 \text{ V}$$

D'où

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} = -0.164 \text{ V}, \quad U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 3.098 \text{ V}$$

2. Les composantes de la tension de sortie valent alors

$$U_{2,dm} = A_{dm} U_{dm} = -0.82 \text{ V}, \quad U_{2,cm} = A_{dcm} U_{cm} = -0.156 \text{ V}$$

3. La situation précédente s'est encore aggravée par le fait que la résistance d'entrée R_{in} n'est pas suffisamment grande par rapport à R_{g1} et R_{g2} ; ce qui conduit à avoir $U_{2dm} = -0.82 \text{ V}$ au lieu de -1 V .

CP 1 :

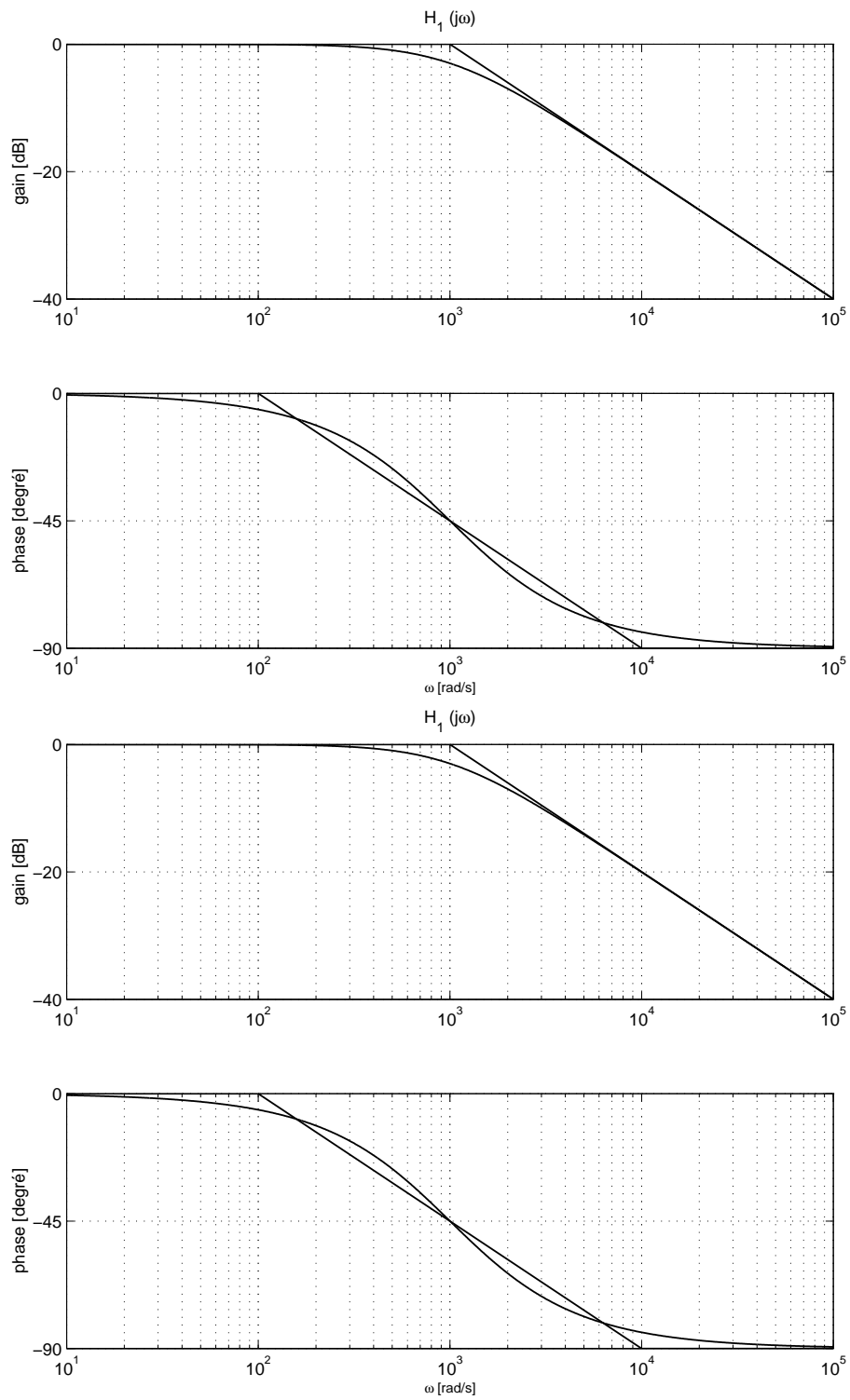


FIG. 1: Filtres passe-bas et passe-haut

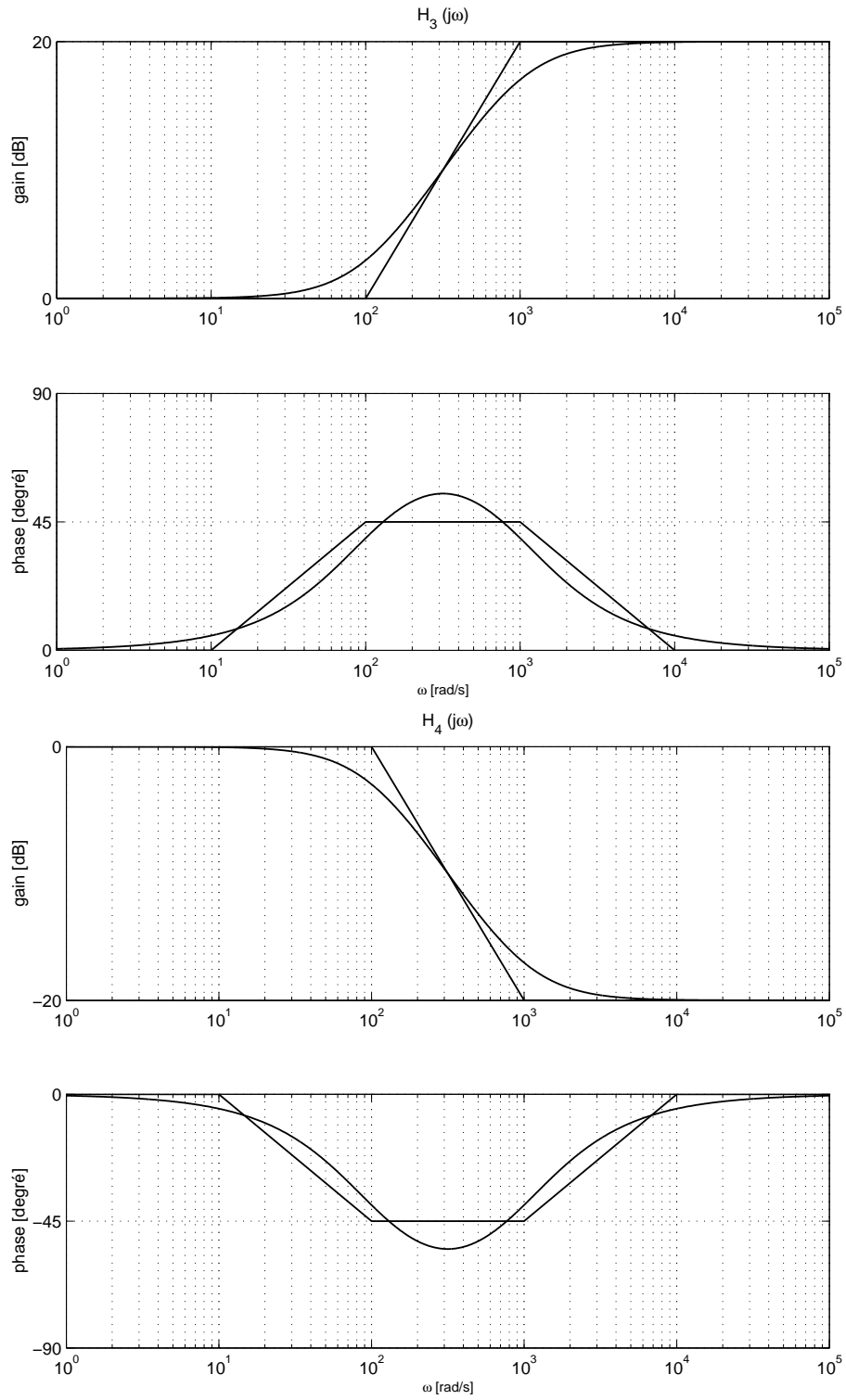


FIG. 2: Filtres à avance et retard de phase

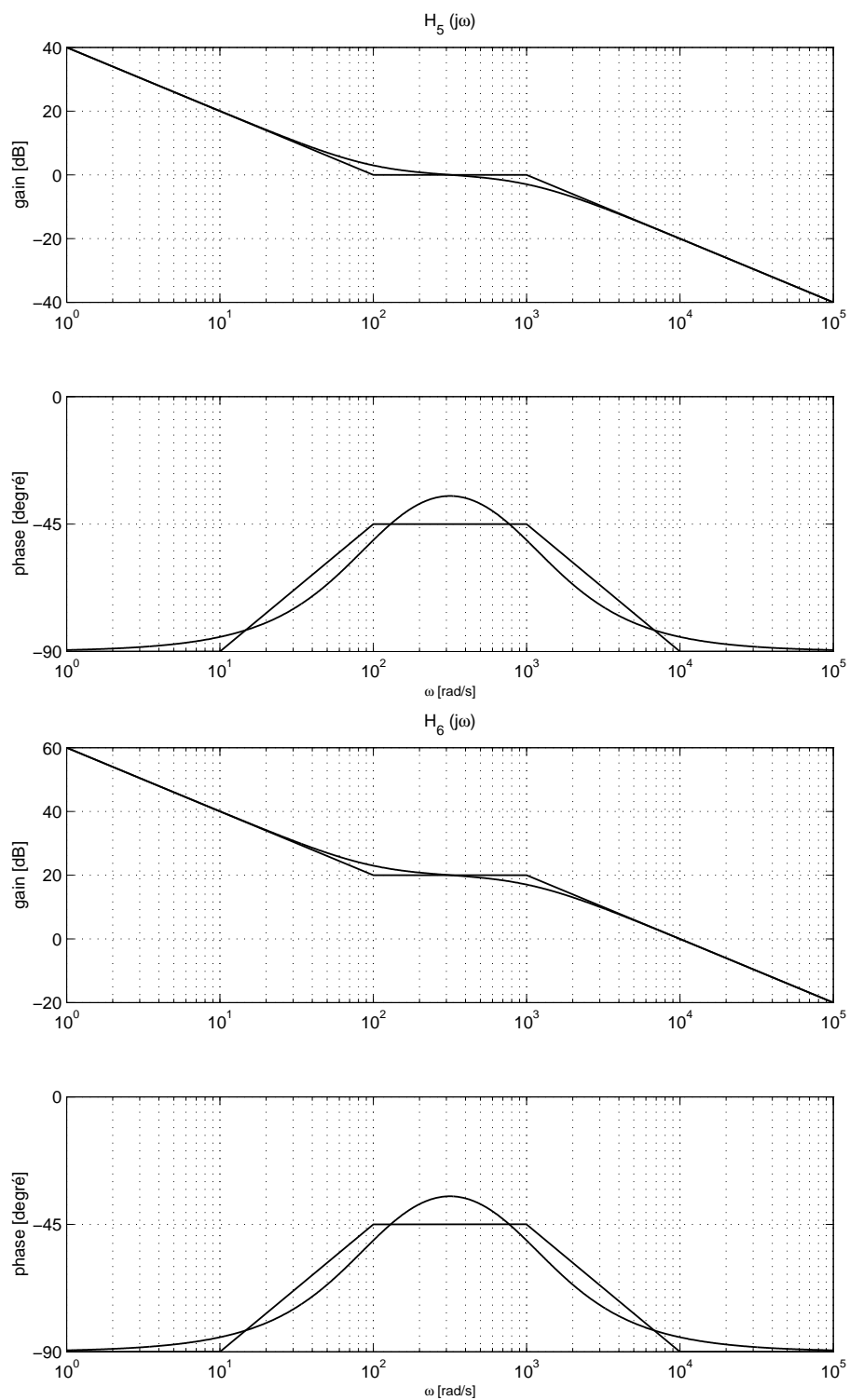


FIG. 3: Filtres avec intégrateur

Qp 1 : La matrice impédance vaut :

$$(z_{ij}) = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4k & 3k \\ 3k & 5k \end{pmatrix}$$

d'où :

$$(y_{ij}) = (z_{ij})^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 5k & -3k \\ -3k & 4k \end{pmatrix}}{4k \cdot 5k - 3k \cdot 3k} = \frac{1}{11k^2} \begin{pmatrix} 5k & -3k \\ -3k & 4k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/11k & -3/11k \\ -3/11k & 4/11k \end{pmatrix}$$

Comme

$$(y_{ij}) = \begin{pmatrix} 1/R_A + 1/R_C & -1/R_C \\ -1/R_C & 1/R_B + 1/R_C \end{pmatrix}$$

on en déduit que :

$$\begin{cases} R_C = (3/11k)^{-1} = 11k/3 = 3.667 [k\Omega] \\ R_A = (5/11k - 3/11k)^{-1} = 11k/2 = 5.5 [k\Omega] \\ R_B = (4/11k - 3/11k)^{-1} = 11k/1 = 11 [k\Omega] \end{cases}$$

Qp 2 : Cette mise en cascade peut être représentée par le produit de trois matrices de transmission

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \frac{3}{4} & 3 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \frac{5}{6} & 5 \\ \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{7}{4} & 3 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{11}{6} & 5 \\ \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{23}{8} & \frac{11}{2} \\ \frac{9}{8} & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{11}{6} & 5 \\ \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{99}{16} & \frac{159}{8} \\ \frac{119}{48} & \frac{65}{8} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le premier terme de la matrice résultante $A = 99/16$ n'est rien d'autre que l'atténuation du signal d'entrée ; ce qui correspond à l'inverse du gain $A_u = 16/99$.

Qp 3 : Les matrices de transmission des deux circuit R_1C_1 et C_2R_2 valent respectivement

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 + j\omega C_1 R_1 & R_1 \\ j\omega C_1 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} 1 + 1/(j\omega C_2 R_2) & 1/j\omega C_2 \\ 1/R_2 & 1 \end{pmatrix}$$

Le premier terme de la matrice résultante $T_1 T_2$ vaut

$$\begin{aligned} A &= (1 + j\omega C_1 R_1)(1 + 1/(j\omega C_2 R_2)) + R_1/R_2 \\ &= 1 + j\omega C_1 R_1 + 1/(j\omega C_2 R_2) + C_1 R_1/(C_2 R_2) + R_1/R_2 \end{aligned}$$

Ce qui donne lorsque $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$

$$A = 1 + j\omega CR + 1/(j\omega CR) + 1 + 1$$

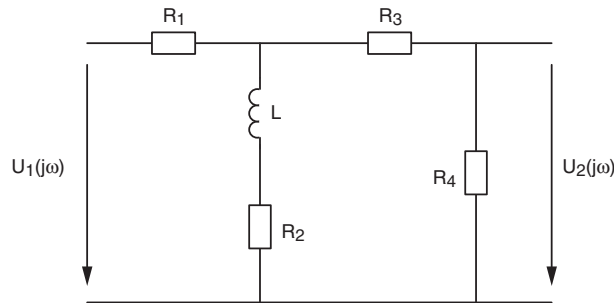
En réduisant au même dénominateur commun, on a

$$A = \frac{1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2}{j\omega CR}$$

La fonction de transfert du filtre s'écrit alors dans sa forme canonique

$$H(j\omega) = \frac{1}{3} \frac{3j\omega CR}{1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2}$$

Qp5 :



1. En continu, l'inductance est un court-circuit. On a donc un double diviseur constitué de R_1 et $R_{eq} = R_2 // (R_3 + R_4)$ suivi de R_3 et R_4 ; ce qui donne

$$H(0) = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{avec} \quad R_{eq} = \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$$

En hautes fréquences, l'inductance est un circuit ouvert ; on a donc

$$H(\infty) = \frac{R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$

L'application numérique donne $R_{eq} = 99.8 \Omega$ et

$$H(0) = 0.00593 = -44.5 \text{ dB}, \quad H(\infty) = 0.5 = -6 \text{ dB}$$

2. L'esquisse du Bode d'amplitude comprend une asymptote BF située en -44.5 dB et une asymptote HF de niveau -6 dB. Elles sont reliées entre elles par un segment de pente +20 dB/déc.
3. Le calcul de la fonction de transfert se fait en utilisant les matrices de transfert

$$(T_1)(T_2) = \begin{pmatrix} 1 + Z_1 Y_1 & Z_1 \\ Y_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + Z_2 Y_2 & Z_2 \\ Y_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

dont le premier terme vaut

$$A \equiv \frac{U_1(j\omega)}{U_2(j\omega)} \Big|_{I_2=0} = (1 + Z_1 Y_1) (1 + Z_2 Y_2) + Z_1 Y_2$$

$$A = 1 + Z_1 Y_1 + Z_2 Y_2 + Z_1 Y_2 + Z_1 Y_1 Z_2 Y_2$$

Appliquant ce résultat au circuit, il vient :

$$A = 1 + \frac{R_1}{R_2 + j\omega L} + \frac{R_3}{R_4} + \frac{R_1}{R_4} + \frac{R_1}{R_2 + j\omega L} \frac{R_3}{R_4}$$

$$A = \frac{R_1 R_3 + R_1 R_4 + (R_1 + R_3 + R_4)(R_2 + j\omega L)}{R_2 R_4 (1 + j\omega L/R_2)}$$

$$A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_1 R_3 + R_1 R_4 + j\omega L (R_1 + R_3 + R_4)}{R_2 R_4 (1 + j\omega L/R_2)}$$

4. On pose

$$A_0 \equiv R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_1 R_3 + R_1 R_4$$

alors

$$A = \frac{A_0}{R_2 R_4} \frac{1 + j\omega L (R_1 + R_3 + R_4)/A_0}{1 + j\omega L/R_2}$$

$$H(j\omega) = \frac{R_2 R_4}{A_0} \frac{1 + j\omega L/R_2}{1 + j\omega L (R_1 + R_3 + R_4)/A_0}$$

5. En BF et HF, $H(j\omega)$ donne

$$H(0) = \frac{R_2 R_4}{A_0} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_1 R_3 + R_1 R_4} = 0.0059 = -44.5 \text{ dB}$$

$$H(\infty) = \frac{R_2 R_4}{A_0} \frac{1/R_2}{(R_1 + R_3 + R_4)/A_0} = \frac{R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = 0.5 = -6 \text{ dB}$$

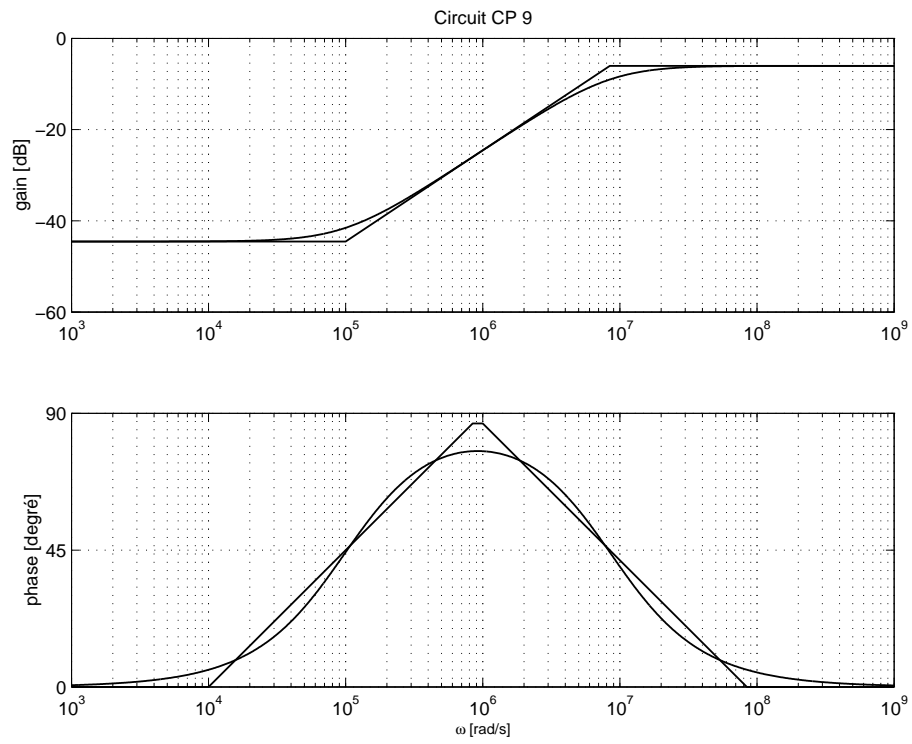
Ce qui doit bien entendu correspondre aux valeurs obtenues au point 1.

6. Les pulsations caractéristiques valent

$$\omega_1 = \frac{R_2}{L} = 10^5 [\text{rad/sec}]$$

$$\omega_2 = \frac{A_0}{L (R_1 + R_3 + R_4)} = 8.43 \cdot 10^6 [\text{rad/sec}]$$

7. Les diagrammes de Bode d'amplitude et phase sont donnés ci-dessous



CP2

a) $u_2(t=0_+)$

$u_2(t \rightarrow \infty)$

① $E \frac{(R_2 \parallel R_3)}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)}$

0

② $E \frac{R_4}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_3 \parallel (R_2 + R_4)}{R_1 + (R_3 \parallel (R_2 + R_4))}$

$E \cdot \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_4}$

③ 0

$E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

④ $E \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}$

0

b) $\tau_k = C \cdot R_{eq,k}$ avec :

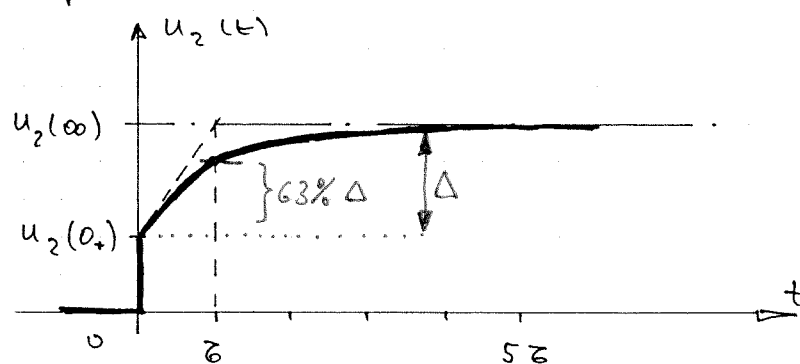
$R_{eq,1} = R_3 + (R_1 \parallel R_2)$

$R_{eq,2} = R_3 + (R_1 \parallel (R_2 + R_4))$

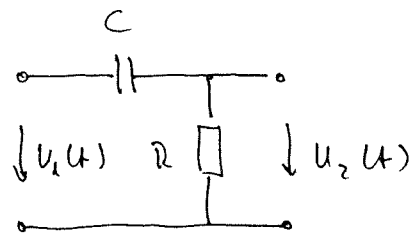
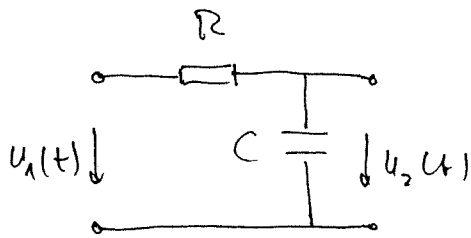
$R_{eq,3} = R_1 \parallel (R_2 + R_3)$

$R_{eq,4} = R_2 \parallel (R_1 + R_3)$

c) Pour chaque circuit, on a :

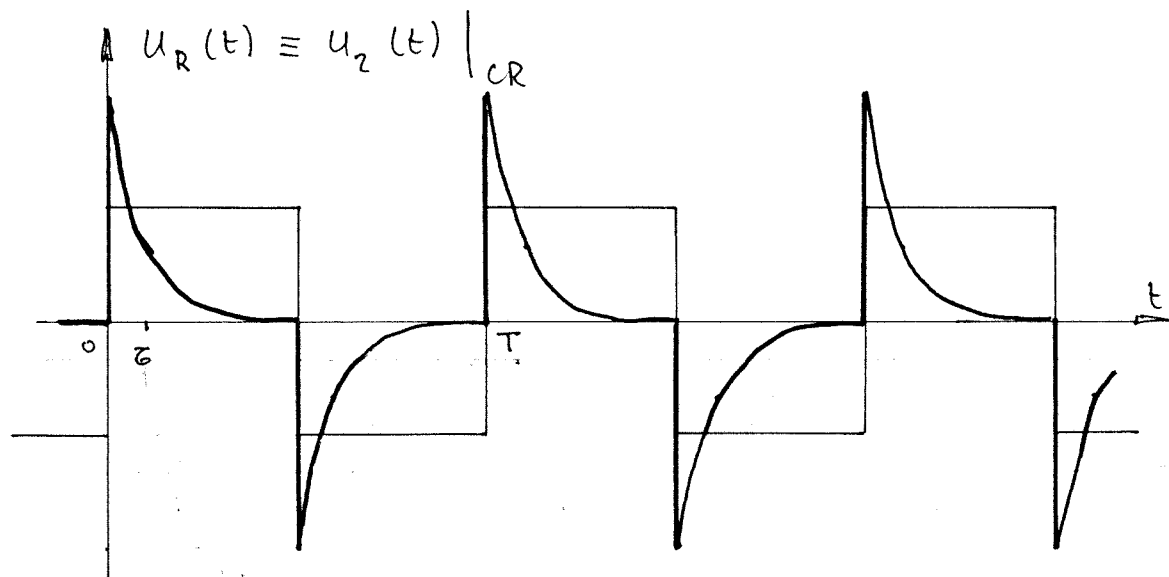
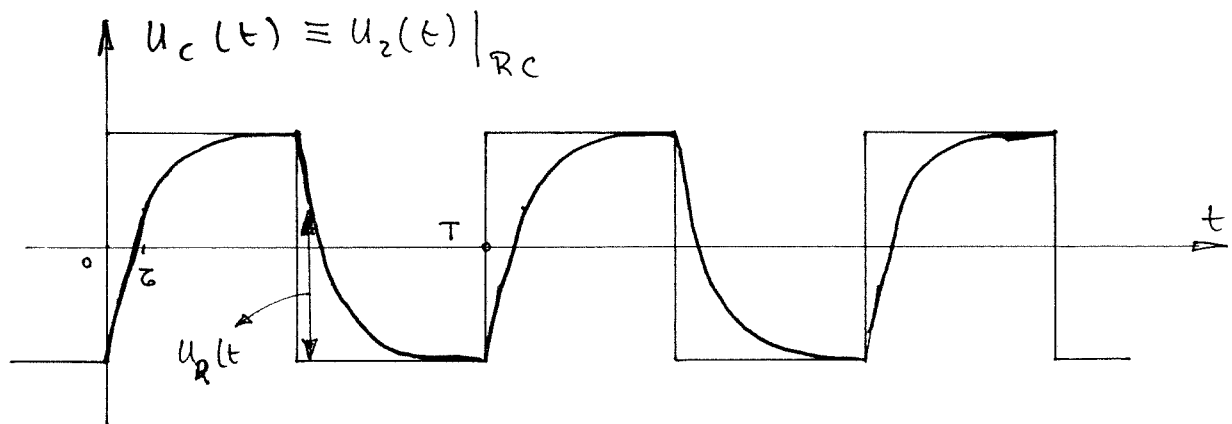


CP3

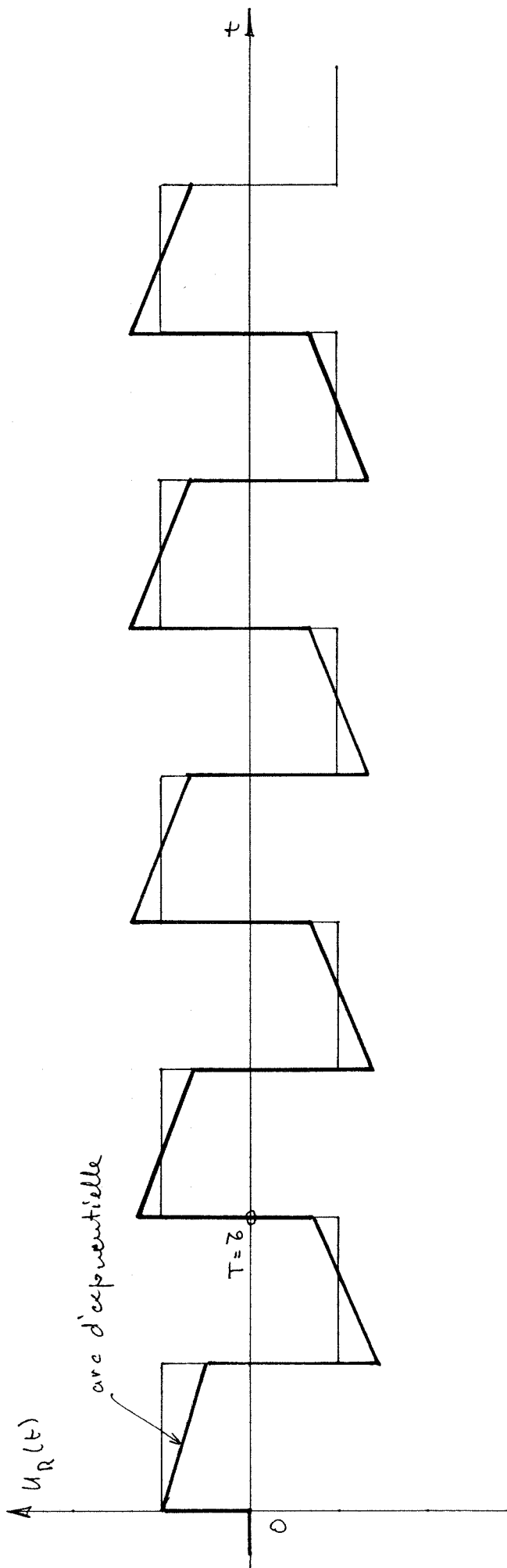
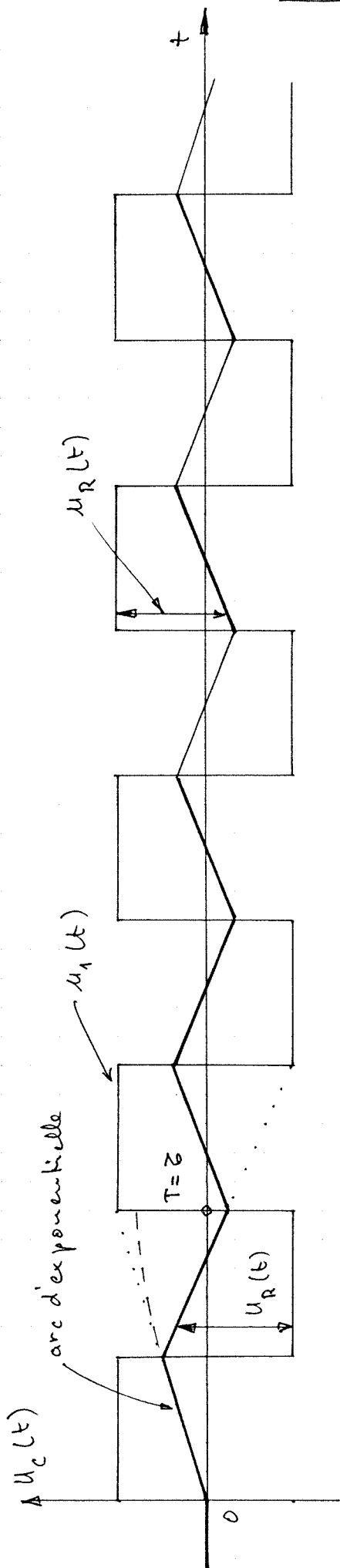


Pour les 2 circuits, on a: $u_1(t) = u_R(t) + u_C(t)$

$$\Rightarrow u_R(t) = u_1(t) - u_C(t)$$



CP 4

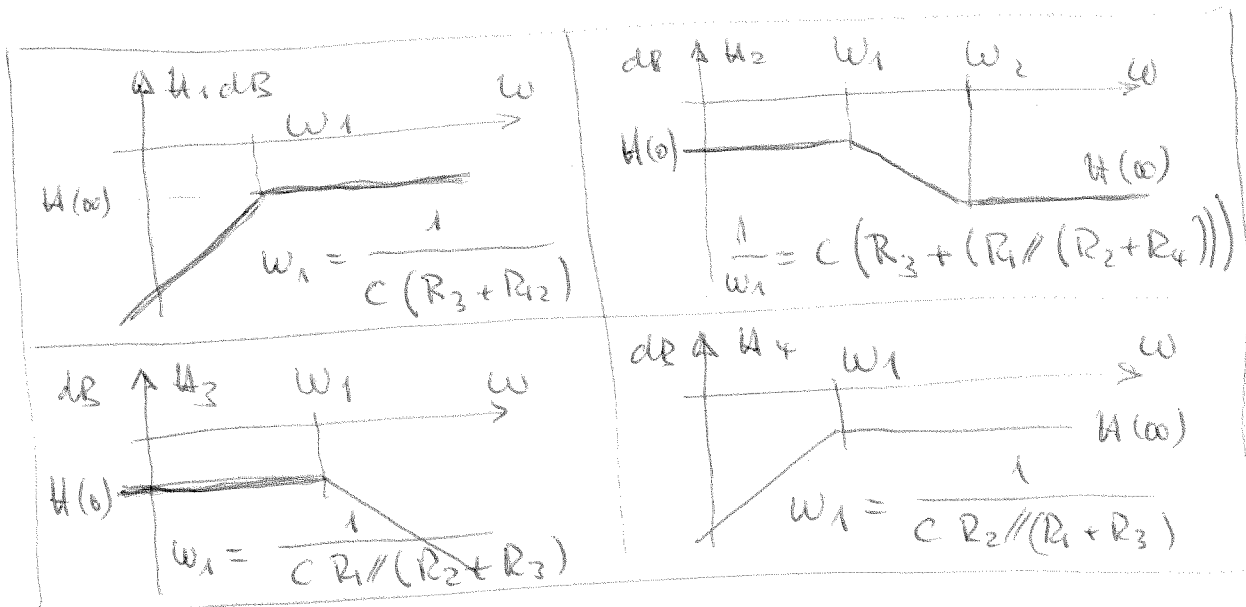


CP5

a)

Circuits	$H(0)$	$H(\infty)$
1	0	$\frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}}$
2	$\frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_4}$	$\frac{R_{3,24}}{R_1 + R_{3,24}} \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4}$
3	$\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$	0
4	0	$\frac{R_3}{R_1 + R_3}$

b)



c)

PH avec attén.	Attén. HF
PB avec attén.	PH avec attén.

CP6

a) $H(0) = R_2 / (R_1 + R_2)$; $H(\infty) = X_{C2} / (X_{C1} + X_{C2}) = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$

b) $R_1 = 9 R_2$; $C_1 = C_2 / 9 = 5,22 \text{ pF}$

d)
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} = \frac{R_2 / (1 + j\omega C_2 R_2)}{R_1 / (1 + j\omega C_1 R_1) + R_2 / (1 + j\omega C_2 R_2)}$$

$$= \frac{R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1 (1 + j\omega C_2 R_2) + R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}$$

$$= \frac{R_2 (1 + j\omega C_1 R_1)}{R_1 + R_2 + j\omega (C_2 R_1 R_2 + C_1 R_1 R_2)}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega (C_1 + C_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

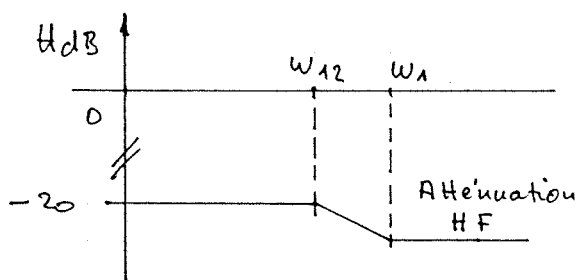
$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + j\omega / \omega_1}{1 + j\omega / \omega_{12}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_1 = 1 / C_1 R_1 \\ \omega_{12} = \frac{R_1 + R_2}{(C_1 + C_2) R_1 R_2} \end{cases}$$

e) $R_1 = 9 R_2$ et $C_2 = 9 C_1$
 $\Rightarrow \omega_{12} = \frac{10 R_2}{10 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{R_1 C_1} = \omega_1$

donc $\underline{H}(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ quelque soit ω

f) $C_1 = 2,5 \text{ pF}$:

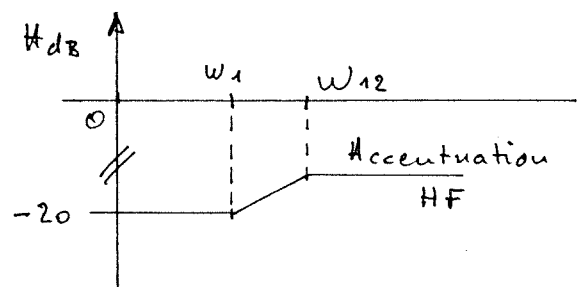
$\Rightarrow \omega_{12} < \omega_1$; $H(\infty) < 0,1$



$\omega_1 = 44 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{12} = 22 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$

$C_1 = 10 \text{ pF}$:

$\Rightarrow \omega_{12} > \omega_1$; $H(\infty) > 0,1$



$\omega_1 = 11 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{12} = 19 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$

2 Circuits à diodes

CD1 : $n = 1.5$, $I_s = 0.1 \mu A$, $V_T = 26 mV$

$$I_D = I_s \exp\left(\frac{U_D}{n \cdot V_T}\right)$$

$$\Rightarrow U_D = n V_T \cdot \ln(I_D / I_s)$$

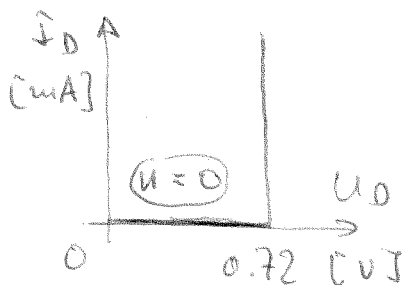
a)

I_D	0,1 mA	1 mA	10 mA	100 mA
U_D	0.54 V	0.63 V	0.72 V	0.81 V

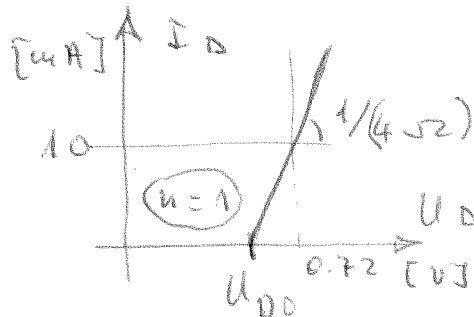
b) On remarque que U_D augmente de 90 mV chaque fois que I_D augmente d'un facteur 10.

c) Pour $I_D = 10 mA$, on a $U_D = 0.72 V$ et

$$r_d = \frac{n V_T}{I_D} = \frac{1,5 \cdot 26 mV}{10 mA} = 3,9 \Omega \approx 4 \Omega$$



$$\Rightarrow U_f \approx 0.7 V$$



$$P = \frac{1}{4 \Omega} = \frac{\Delta I}{\Delta U_D} = \frac{10 mA}{0.72 - U_{D0}}$$

$$\Rightarrow U_{D0} = 0.72 V - 10 mA \cdot 4 \Omega = 0.68 V \approx 0.7 V$$



CD2 :

a) D_1 conduit si $U_1 > U_j$; D_2 conduit si $\frac{U_1}{2} > V_{dc} + U_j$

On a donc :

$$U_2 = 0$$

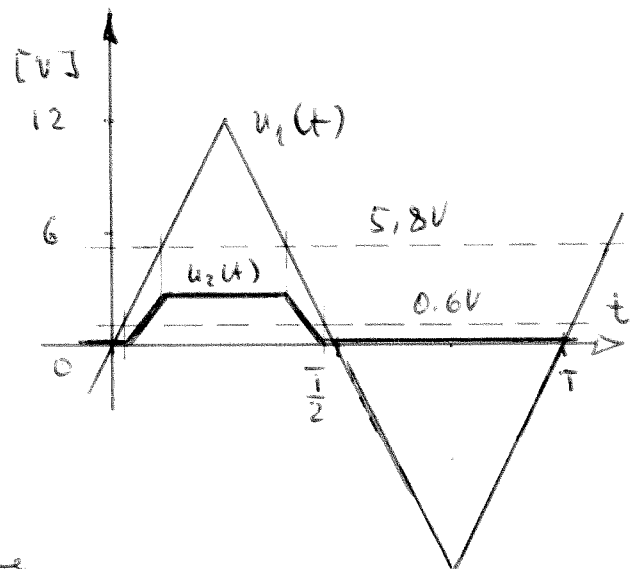
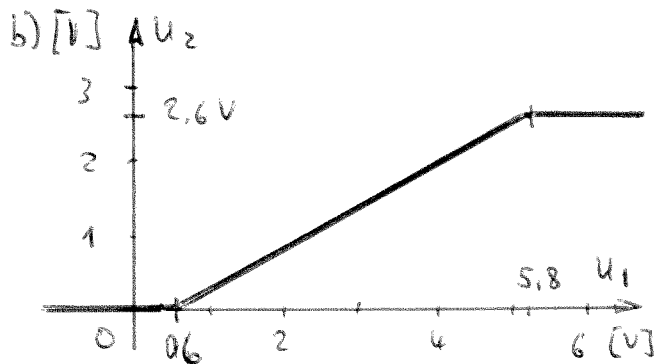
$$U_2 = \frac{1}{2} U_1$$

$$U_2 = V_{dc} + U_j = 2,6V$$

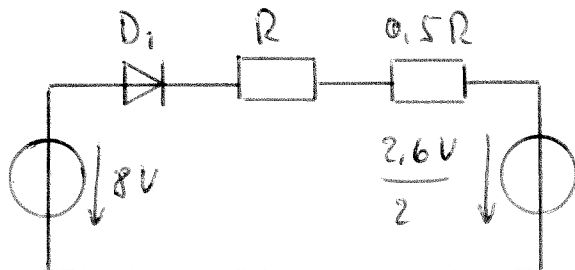
$$\text{si } U_1 < U_j = 0,6V$$

$$\text{si } U_j \leq U_1 < 2(V_{dc} + U_j) = 5,8V$$

$$\text{si } U_1 \geq 2(V_{dc} + U_j) = 5,8V$$



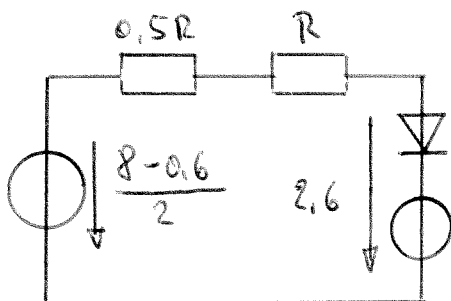
c) Le calcul de I_{D1} peut se faire en remplaçant la partie de droite par son générateur équivalent de Thévenin :



$$I_{D1} = \frac{8 - 0,6 - 1,3}{15k}$$

$$= 0,406 \text{ mA}$$

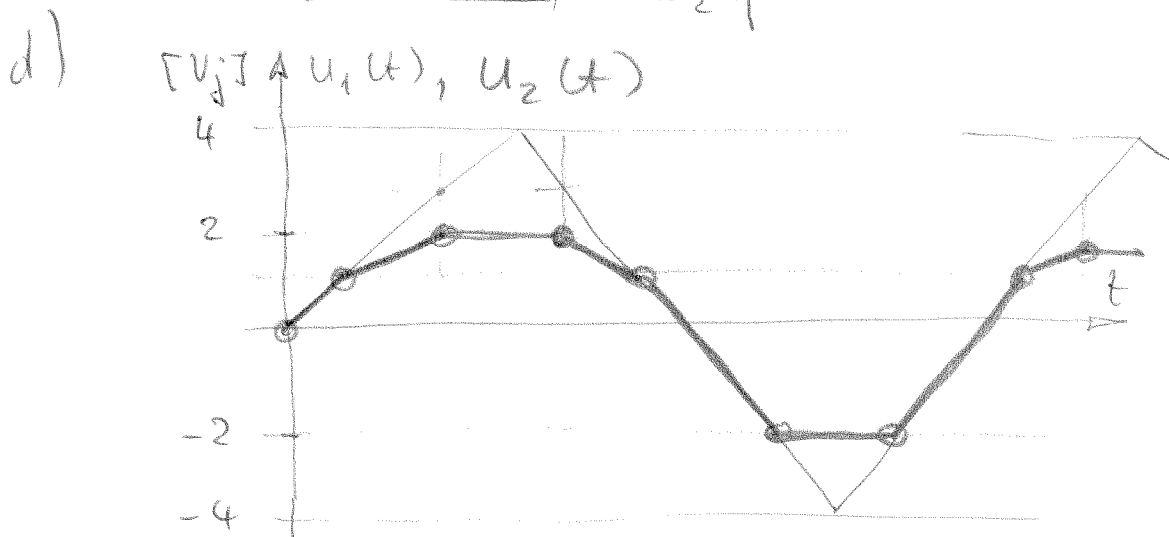
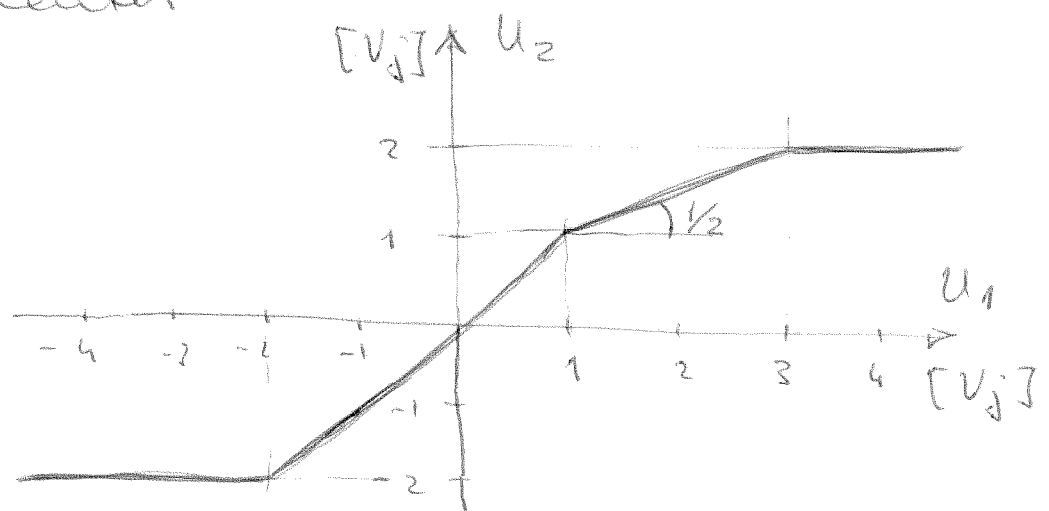
Idem pour I_{D2} avec la partie gauche :



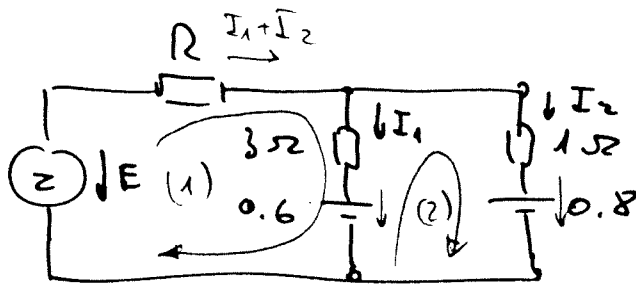
$$I_{D2} = \frac{3,7 - 2,6}{15k} = 0,073 \text{ mA}$$

CD3

- a) Si $U_1 < -2V_j$, les diodes de droite conduisent et l'on a: $U_2 = -2V_j$.
- b) Si $-2V_j < U_1 < +V_j$, aucune diode ne conduit et l'on a: $U_2 = U_1$
- c) Si $U_1 > V_j$, la diode de gauche conduit et la tension U_2 augmente avec une pente $1/2$ à cause du diviseur $R_2/(R_1+R_2)$.
- lorsque U_2 atteint $2V_j$, les 2 diodes du centre conduisent et l'on a $U_2 = 2V_j =$ constante même si U_1 continue à augmenter



C D4



$$(1) \quad 100 = R(I_1 + I_2) + 3I_1 + 0.6$$

$$(2) \quad 3I_1 + 0.6 = I_2 + 0.8$$

$$(2) \Rightarrow I_2 = 3I_1 - 0.2$$

$$(\rightarrow 1): 100 = I_1(R + 3) + 3RI_1 - 0.2R + 0.6$$

$$= I_1(4R + 3) - 0.2R + 0.6$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{100 - 0.6 + 0.2R}{4R + 3} > 0, \forall R$$

$$I_2 = \frac{300 - 1.8 + 0.6R}{4R + 3} - \frac{0.2(4R + 3)}{4R + 3}$$

$$= \frac{300 - 1.4 - 0.2R}{4R + 3} \quad \left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ si } R = 1k\Omega \\ < 0 \text{ si } R = 10k\Omega \\ \text{pas possible} \end{array} \right.$$

a) $R = 1k\Omega$: les 2 diodes conduisent

$$I_1 = \frac{99.4 + 200}{4003} \approx 75 \mu A (= 74.8 \mu A)$$

$$I_2 = \frac{297.6 - 200}{4003} = 24.4 \mu A$$

b) $R = 10k\Omega$: D_2 est bloquée car $\begin{cases} I_1 = +52.4 \mu A \\ I_2 = -42.5 \mu A \end{cases}$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{100 - 0.6}{10003} = 9.94 \mu A$$

C D6

a) D_z : $U_z = 20 \text{ V}$ @ $I_z = 25 \text{ mA}$ et $r_z = 6 \Omega$
 $\Rightarrow U_{z0} = U_z - r_z I_z = 19,85 \text{ V}$

b) U_c : $U_c^{\max} = \sqrt{2} \cdot U_{1\text{eff}} - 2 \cdot U_j = 32,54 \text{ V}$

$$\tau = C \cdot (R_s + (r_z \parallel R_L)) = 73,9 \text{ ms}$$

$$\Delta U_c = (U_c^{\max} - U_{z0}) \left(1 - \exp\left(-\frac{0,9 T}{\tau}\right)\right) \text{ avec } T = 10 \text{ ms}$$
$$= 1,455 \text{ V}$$

$$U_{z,dc} = U_c^{\max} - \frac{1}{2} \Delta U_c = 31,81 \text{ V}$$

$$U_{z,ac} = \pm \frac{1}{2} \Delta U_c = \pm 0,7275 \text{ V}$$

c) U_L : $\Delta U_z = \Delta U_c \frac{r_z \parallel R_L}{R_s + (r_z \parallel R_L)} = 25,8 \text{ mV}$

$$U_{L,ac} = \pm \frac{\Delta U_z}{2} = \pm 12,9 \text{ mV}$$

$$U_{L,dc} = \left(\frac{U_{z0}}{r_z} + \frac{U_{z,dc}}{R_s}\right) (R_s \parallel r_z \parallel R_L) = 19,946 \text{ V}$$

d) I_z : $I_z = (U_z - U_{z0}) / r_z$ avec $U_z \equiv U_L$

$$I_z^{\max} = (U_{L,dc} + U_{L,ac} - U_{z0}) / r_z = 18,2 \text{ mA}$$

$$I_z^{\min} = (U_{L,dc} - U_{L,ac} - U_{z0}) / r_z = 13,9 \text{ mA}$$

3 Circuits à transistors

TBP 3

1. $V_{BB} = 2\text{ V}$:

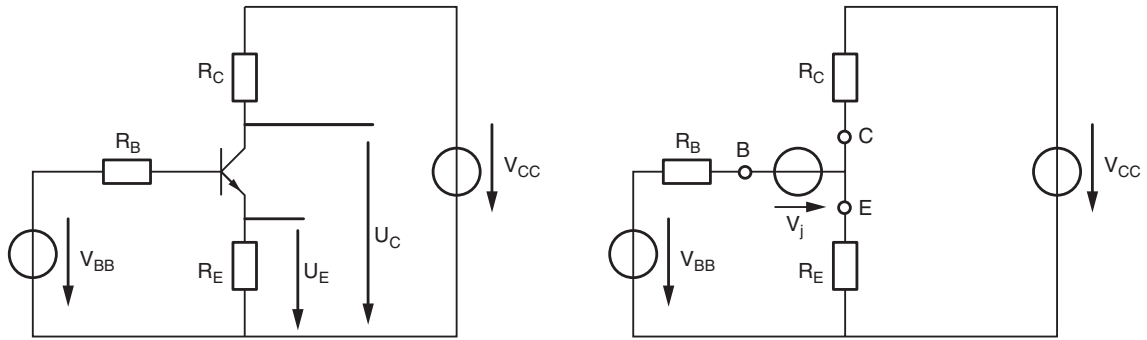
$$I_C = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = 695\text{ }\mu\text{A} < I_{C,max} = \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} = 1\text{ mA}$$

$$I_C = 695\text{ }\mu\text{A}, I_B \simeq 3.5\text{ }\mu\text{A}, I_E = 698\text{ }\mu\text{A}$$

$$U_E = I_E R_E \simeq I_C R_E = 1.39\text{ V}$$

$$U_C = V_{CC} - I_C R_C = 5.05\text{ V}$$

$$U_{CE} = U_C - U_E = 3.66\text{ V}$$



2. $V_{BB} = 3\text{ V}$:

$$I_C = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = 1.19\text{ mA} > I_{C,max} = \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} = 1\text{ mA}$$

On en conclut que le transistor est saturé. Le schéma original doit alors être remplacé par le schéma de saturation dans lequel la tension U_{CE} est admise nulle (court-circuit entre C et E) et le calcul des trois courants se fait en écrivant les équations de Kirchhoff suivantes :

$$V_{BB} = R_B I_B + V_j + R_E I_E$$

$$V_{CC} = R_C I_C + R_E I_E$$

$$I_B + I_C - I_E = 0$$

Ces équations peuvent s'écrire sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} R_B & 0 & R_E \\ 0 & R_C & R_E \\ +1 & +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_B \\ I_C \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{BB} - V_j \\ V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix}$$

dont la solution est

$$\begin{pmatrix} I_B \\ I_C \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_B & 0 & R_E \\ 0 & R_C & R_E \\ +1 & +1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} V_{BB} - V_j \\ V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 86\text{ }\mu\text{A} \\ 986\text{ }\mu\text{A} \\ 1.07\text{ mA} \end{pmatrix}$$

Remarque importante On notera que dans le cas de la saturation, la loi $I_C = \beta I_B$ ne peut plus être utilisée.

TBP10

1. Générateur équivalent de Thévenin :

$$V_{BB} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

2. Courant $I_C = I_L(R_2)$:

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = \frac{V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_j}{R_E + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}/\beta} \\ &= \frac{V_{CC} R_2 - V_j (R_1 + R_2)}{R_E (R_1 + R_2) + R_1 R_2/\beta} \\ &= \frac{R_2 (V_{CC} - V_j) - R_1 V_j}{R_2 (R_E + R_1/\beta) + R_E R_1} \\ &= \frac{47.4 R_2 - 198}{1001.65 R_2 + 330'000} \end{aligned}$$

3. $R_{2,bloc}$ et $R_{2,sat}$:

1. Le transistor est bloqué lorsque

$$V_{BB} < V_j \quad \Rightarrow \quad V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} < V_j$$

donc

$$R_{2,bloc} < \frac{R_1}{\frac{V_{CC}}{V_j} - 1} = \frac{330 \Omega}{\frac{48V}{0.6V} - 1} = 4.2 \Omega$$

2. Le transistor est saturé lorsque

$$I_C = I_{C,max} = \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} = 43.6 \text{ mA}$$

De l'équation du courant de collecteur

$$I_C = \frac{47.4 R_2 - 198}{1001.65 R_2 + 330'000}$$

on tire

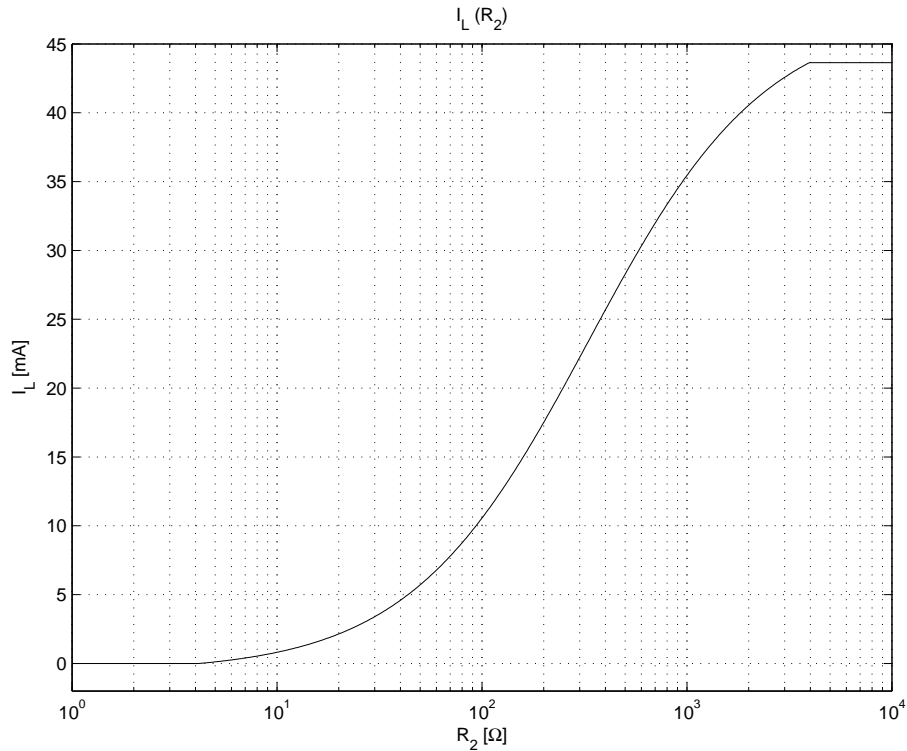
$$I_C (1001.65 R_2 + 330'000) = 47.4 R_2 - 198$$

$$R_{2,sat} = \frac{-198 - 330'000 I_{C,max}}{1001.65 I_{C,max} - 47.4} = 3.95 \text{ k}\Omega$$

4. Quelques valeurs de $I_L(R_2)$:

R_2 [Ω]	10	30	100	300	1k	3k	10k
R_B [Ω]	9.7	27.5	76.7	157	248	297	319
V_{BB} [V]	1.41	4	11.1	22.8	36.1	43.2	46.5
I_L [mA]	0.81	3.40	10.6	22.2	35.4	42.6	43.6

5. Graphe $I_L(R_2)$



6. Lors de l'ouverture de l'interrupteur K, le courant I_C devrait s'annuler brusquement. Or, la bobine s'y opposera en développant une tension $L di/dt$ extrêmement élevée qui détruira le transistor. On peut protéger ce dernier en plaçant une diode en parallèle avec la bobine permettant ainsi, lors du blocage du transistor, la circulation du courant de la bobine.

TBP11

1. Calcul des valeurs de polarisation : ($u_g(t) = 0$)

$$V_{BB} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.923 V \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 46.1 k\Omega$$

$$I_C = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B / \beta} = 0.26 mA \quad U_B = V_{BB} - R_B I_B = 0.865 V$$

$$U_C = V_{CC} - R_C I_C = 6.22 V \quad U_E = R_E I_E = 0.262 V$$

2. Puissances :

$$P_Q = I_C U_{CE} = I_C (U_C - U_E) = 1.56 mW$$

$$P_{alim} = V_{CC} (I_C + I_{R_1})$$

avec

$$I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{V_{CC} - U_B}{R_1} = 18.6 \mu A$$

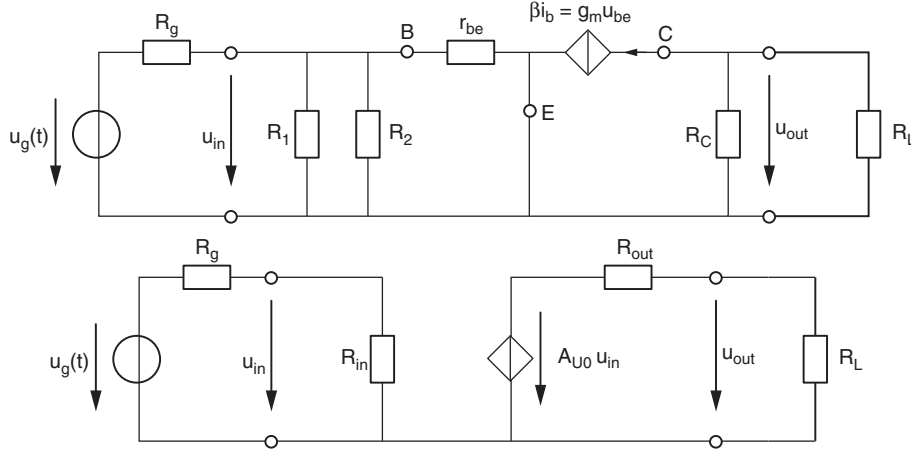
d'où

$$P_{alim} = V_{CC} (I_C + I_{R_1}) = 3.4 mW$$

3. Paramètres différentiels :

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1}{99 \Omega}, \quad r_{be} = \frac{\beta}{g_m} = 19.8 k\Omega, \quad r_{ce} \rightarrow \infty$$

4. Schéma d'amplification : ($V_{BB} = 0 = V_{CC}$)



5. Paramètres de l'amplificateur :

$$R_{in} = R_1 \parallel R_2 \parallel r_{be} = 13.9 k\Omega, \quad R_{out} = R_C = 22 k\Omega$$

$$A_{U0} \equiv \left. \frac{u_{out}}{u_{in}} \right|_{I_{out}=0} = \frac{-R_C \beta i_b}{r_{be} i_b} = \frac{-R_C g_m u_{be}}{u_{be}} = -g_m R_C = -222 [V/V]$$

6. Tensions d'entrée et de sortie :

$$u_{in} = u_g \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} = 5.8 mV, \quad u_{out}|_{i_{out}=0} = A_{U0} u_{in} = -1.29 V$$

$$u_{out}|_{R_L} = A_{U0} u_{in} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} = -0.77 V$$

7. Tensions $u_B(t)$ et $u_C(t)$:

$$u_B(t) = U_B + u_b(t) = U_B + u_{in}(t) = 0.865 V + 5.8 mV \sin(\omega t)$$

$$u_C(t) = U_C + u_c(t) = 6.22 V - 0.77 V \sin(\omega t)$$

8. Gains de l'amplificateur :

$$A_U = \left. \frac{u_{out}}{u_{in}} \right|_{R_L} = A_{U0} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} = -133 [V/V]$$

$$A_I = \left. \frac{i_{out}}{i_{in}} \right|_{R_L} = \frac{u_{out}/R_L}{u_{in}/R_{in}} = A_U \frac{R_{in}}{R_L} = -56 [A/A]$$

$$A_P = A_U A_I = 7460 [W/W]$$

TBP12

1. Calcul des valeurs de polarisation : ($u_1(t) = 0$)

$$I_{C,max} = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E} = 11.7 \text{ mA}$$

$$I_C = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = 6 \text{ mA}$$

$$U_B = V_{BB} - R_B I_B = 0.9 \text{ V}$$

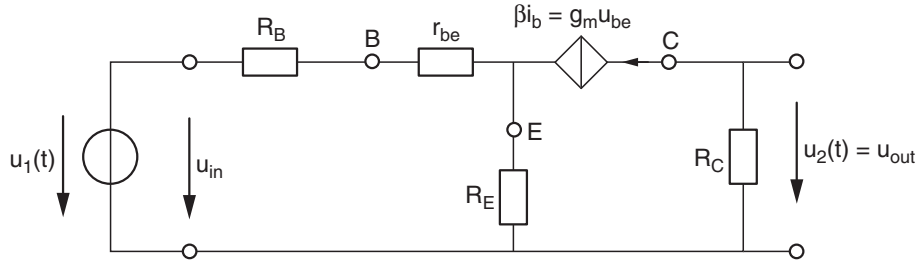
$$U_C = V_{CC} - R_C I_C = 12.0 \text{ V}$$

$$U_E = R_E I_E = 0.3 \text{ V}$$

2. Calcul des paramètres différentiels :

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1}{4.33 \Omega}, \quad r_{be} = \frac{\beta}{g_m} = 867 \Omega, \quad r_{ce} \rightarrow \infty$$

3. Schéma d'amplification : ($V_{BB} = 0 = V_{CC}$)



4. Paramètres de l'amplificateur :

$$R_{in} = R_B + r_{be} + \beta R_E = 20.87 \text{ k}\Omega, \quad R_{out} = R_C = 2 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{aligned} A_{U0} \equiv \frac{u_{out}}{u_{in}} \Big|_{I_{out}=0} &= \frac{-R_C \beta i_b}{(R_B + r_{be} + \beta R_E) i_b} \\ &= \frac{-\beta R_C}{(R_B + r_{be} + \beta R_E)} = -19.17 \text{ [V/V]} \end{aligned}$$

5. Variations des courants et tensions :

$$i_b = \frac{u_{in}}{R_{in}} = 0.48 \mu\text{A}; \quad i_c = \beta i_b = 95.8 \mu\text{A}$$

$$u_c|_{i_{out}=0} = +A_{U0} u_{in} = -192 \text{ mV}$$

$$u_e = R_E i_e = 4.79 \text{ mV}$$

$$u_b = r_{be} i_b + u_e = 5.21 \text{ mV}$$

6. Tensions totales :

$$u_B = 0.9 \text{ V} \pm 5.21 \text{ mV}$$

$$u_E = 0.3 \text{ V} \pm 4.79 \text{ mV}$$

$$u_C = 12.0 \text{ V} \mp 192 \text{ mV}$$

TBP13
1. Calcul des valeurs de polarisation :

$$V_{BB1} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 4.24 \text{ V}$$

$$R_{B1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 5.3 \text{ k}\Omega$$

$$I_{C1} = \frac{V_{BB1} - V_j}{R_E + R_{B1}/\beta} = 0.9 \text{ mA}$$

$$U_{B1} = V_{BB1} - R_B I_B = 4.22 \text{ V}$$

$$U_{C1}|_{I_{B2}=0} = V_{CC} - R_C I_{C1} = 8.38 \text{ V}$$

$$U_{E1} = U_{B1} - V_j = 3.62 \text{ V}$$

$$V_{BB2} = U_{C1}|_{I_{B2}=0} = 8.38 \text{ V}$$

$$R_{B2} = R_C = 4 \text{ k}\Omega$$

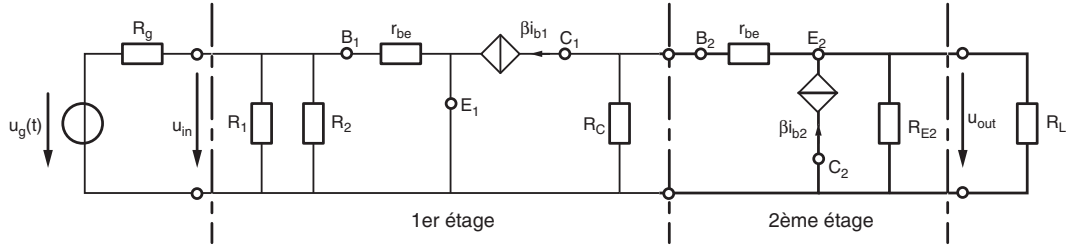
$$I_{C2} = \frac{V_{BB2} - V_j}{R_{E2} + R_{B2}/\beta} = 15.9 \text{ mA}$$

$$U_{E2} = R_{E2} I_{E2} = 7.46 \text{ V}$$

2. Paramètres différentiels :

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = \frac{1}{29 \Omega}, \quad r_{be1} = \frac{\beta}{g_{m1}} = 5.75 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce1} \rightarrow \infty$$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = \frac{1}{1.64 \Omega}, \quad r_{be2} = \frac{\beta}{g_{m2}} = 327 \Omega, \quad r_{ce2} \rightarrow \infty$$

3. Schéma d'amplification :

4. Paramètres des deux amplificateurs :
1. Premier étage :

$$R_{in1} = R_1 \parallel R_2 \parallel r_{be1} = 2.76 \text{ k}\Omega, \quad R_{out1}|_{u_{in}=0} = R_C = 4 \text{ k}\Omega$$

$$A_{U0,1} \equiv \frac{u_{out1}}{u_{in1}} \Big|_{I_{out1}=0} = \frac{-R_C \beta i_{b1}}{r_{be1} i_{b1}} = -g_{m1} R_C = -139 \text{ [V/V]}$$

2. Deuxième étage :

$$R_{in2} \equiv \frac{u_{in2}}{i_{in2}} \Big|_{R_L \rightarrow \infty} = \frac{i_{b2} r_{be2} + i_{e2} R_{E2}}{i_{b2}} = r_{be2} + \beta R_{E2} = 94.3 \text{ k}\Omega$$

Comme l'on a les relations

$$R_{out2} \equiv \frac{u_{out2}}{-i_{out2}} \Big|_{u_{in}=0}$$

$$u_{out2} = R_{E2} i_{R_{E2}} = -i_{b2} (r_{be2} + R_{out1})$$

$$-i_{out2} = i_{R_{E2}} - \beta i_{b2} - i_{b2} \simeq i_{R_{E2}} - \beta i_{b2}$$

il vient, en portant la deuxième équation dans la troisième

$$-i_{out2} = \frac{u_{out2}}{R_{E2}} + \beta \frac{u_{out2}}{r_{be2} + R_{out1}}$$

On en déduit donc que

$$\frac{-i_{out2}}{u_{out2}} = \frac{1}{R_{E2}} + \frac{\beta}{(r_{be2} + R_{out1})}$$

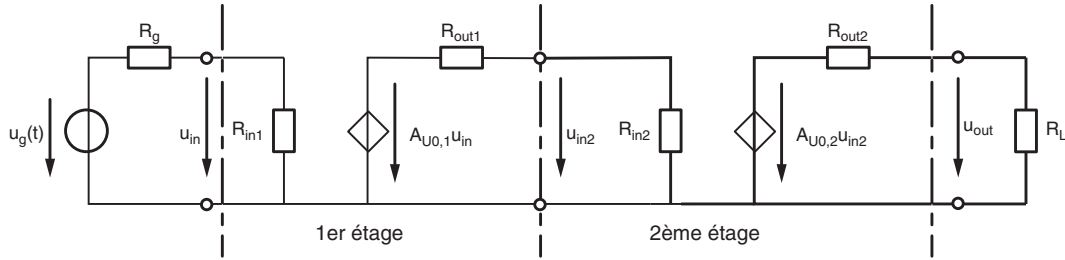
Ce qui donne finalement un résultat évident à la lecture du schéma

$$R_{out2} = \left. \frac{u_{out2}}{-i_{out2}} \right|_{u_{in}=0} = R_{E2} \parallel \frac{r_{be2} + R_{out1}}{\beta} = 20.7 \Omega$$

Enfin, le gain en tension vaut

$$\begin{aligned} A_{U0,2} &\equiv \left. \frac{u_{out2}}{u_{in2}} \right|_{I_{out2}=0} = \frac{+\beta i_{b2} R_{E2}}{(r_{be2} + \beta R_{E2}) i_{b2}} \\ &= \frac{+R_{E2}}{(1/g_{m2} + R_{E2})} = +0.996 \simeq 1 [V/V] \end{aligned}$$

5. Schéma équivalent avec les deux amplificateurs :



6. Fonction de chaque amplificateur :

Le premier étage est un amplificateur de tension de gain $A_{U0} = -139 [V/V]$; le deuxième étage est un amplificateur à faible impédance de sortie $R_{out} = 20.7 \Omega$.

7. Tensions d'entrée et de sortie à vide :

$$\begin{aligned} u_1(t) &\equiv u_{in} = u_g(t) \frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_g} = 9.82 mV \\ u_{in2} &= A_{U0,1} u_{in} \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} = -1.31 V \\ u_{20}(t) &= u_2(t)|_{R_L \rightarrow \infty} = A_{U0,2} u_{in2} = -1.306 V \end{aligned}$$

8. Tension de sortie en charge :

$$u_2(t) = u_{out}|_{R_L} = u_{20}(t) \frac{R_L}{R_L + R_{out2}} = -1.25 V$$

TBP14

1. Calcul de R_B , V_{BB} et I_C :

Vu de la base, on a

$$R_B = R_1 \parallel r_z = 5.994 \simeq 6.0 \Omega$$

$$V_{BB} = \left(\frac{V_{CC}}{R_1} + \frac{U_{Z0}}{r_z} \right) R_B = 6.02 V$$

$$I_C = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = 11.53 mA$$

2. Calcul de $R_{L, sat}$:

$R_{L, sat}$ est la valeur de R_L qui amène la tension U_{CE} à 0 (saturation). Comme l'on a

$$V_{CC} = R_L I_C + U_{CE} + R_E I_E$$

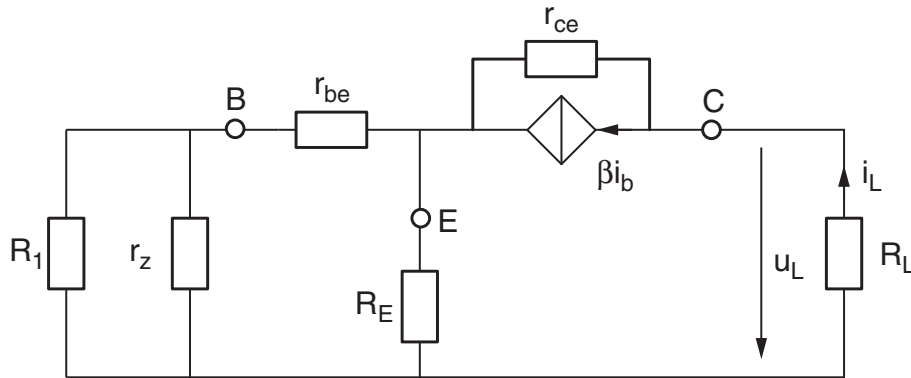
il vient

$$R_{L, sat} = \frac{V_{CC}}{I_C} - R_E = 1.61 k\Omega$$

3. Paramètres différentiels du transistor :

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1}{2.25 \Omega}, \quad r_{be} = \frac{\beta}{g_m} = 0.45 k\Omega, \quad r_{ce} = \frac{V_A}{I_C} = 8.67 k\Omega$$

4. Schéma “petits signaux” :



5. Résistance de sortie et générateur de Thévenin équivalent :

On a montré dans le cours que

$$R_{out} = R_{equ} + r_{ce} \left(1 + \frac{\beta R_E}{R_E + r_{be} + R_B} \right), \quad R_{equ} = R_E \parallel (r_{be} + R_B)$$

Ce qui donne

$$R_{equ} = 232 \Omega, \quad R_{out} = 888 k\Omega$$

Le générateur de Thévenin équivalent à cette source de courant est

$$V_{thv} = I_C R_{out} = 10.4 kV, \quad R_{thv} = R_{out} = 888 k\Omega$$

6. Variation du courant avec R_L :

Le courant fourni par la source se partage entre R_{out} et R_L . Utilisant le diviseur de courant, on obtient

$$I_L = I_C \frac{R_{out}}{R_{out} + R_L} = 11.51 \text{ mA} \quad \text{lorsque } R_L = R_{L, sat}$$

On voit ainsi que, dans tout le domaine de fonctionnement actif du transistor, le courant I_L passe de 11.53 mA à 11.51 mA lorsque R_L varie de 0 à $1.6 \text{ k}\Omega$. Le courant de charge varie donc très peu ($-20 \mu\text{A}$ ou -0.17%) ce qui correspond à une source de courant de bonne qualité.

TBP15 1. Polarisation : $U_{11} = U_{12} = 0$

1. calcul des courants

$$V_{BB} = -V_{EE} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = +3.87 \text{ V}, \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 26.4 \text{ k}\Omega$$

$$I_0 = I_{C3} = \frac{V_{BB} - V_j}{R_E + R_B/\beta} = 0.95 \text{ mA}$$

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_{C3}}{2} = 0.475 \text{ mA}$$

2. calcul des tensions

$$U_{E1} = U_{11} - V_j = -0.6 \text{ V}$$

$$U_{C1} = U_{C2} = V_{CC} - R_C I_{C1,2} = 6.29 \text{ V}$$

$$U_{E3} = V_{EE} + R_E I_3 = -12 + 3.3 \text{ k}\Omega \cdot 0.95 \text{ mA} = -8.86 \text{ V}$$

$$U_{B3} = U_{E3} + V_j = -8.26 \text{ V}$$

2. Mode commun : $U_{11} = U_{12} = U_{cm} = 3 \text{ V}$

Le mode commun ne change que la tension d'émetteur des transistors Q_1 et Q_2 ; on a en effet

$$U_{E1} = U_{E2} = U_{cm} - V_j = 2.4 \text{ V}$$

Le courant I_{C3} est indépendant de U_{cm} tant que le transistor Q_3 ne sature pas.

1. calcul des tensions

$$U_{C1} = U_{C2} = 6.29 \text{ V}, \quad U_{E3} = V_{EE} + R_E I_{C3} = -8.86 \text{ V}$$

d'où

$$U_{CE1} = U_{C1} - U_{E1} = 6.29 - 2.4 = 3.89 \text{ V} = U_{CE2}$$

$$U_{CE3} = U_{C3} - U_{E3} = U_{E1} - U_{E3} = 2.4 - (-8.86) = 11.26 \text{ V}$$

2. saturation de Q_3 si $U_E = U_{cm} - V_j = U_{E3}$

$$\Rightarrow U_{cm} = U_{E3} + V_j = -8.86 + 0.6 = -8.26 \text{ V}$$

3. saturation de $Q_{1,2}$ si $U_E = U_{cm} - V_j = U_{C1,2}$

$$\Rightarrow U_{cm} = U_{C1,2} + V_j = +6.29 + 0.6 = +6.89 \text{ V}$$

3. Mode différentiel : $U_{11} = -U_{12} = 10 \text{ mV}$

1. U_{dm} et U_{cm}

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} = +20 \text{ mV}$$

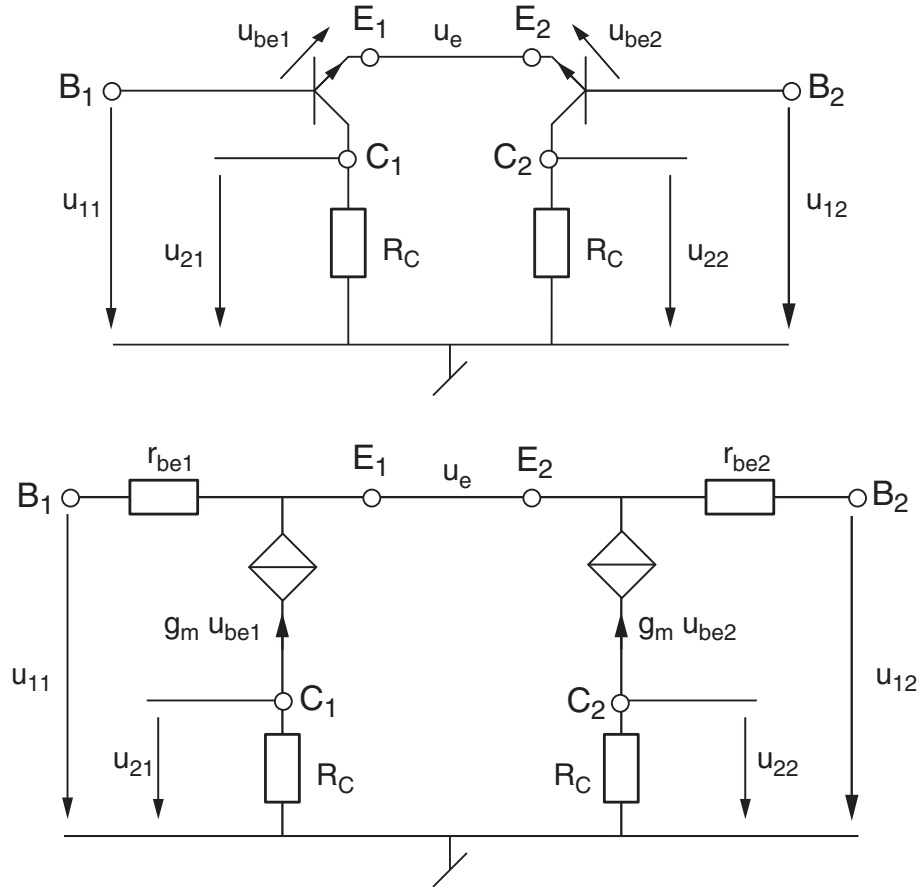
$$U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 0 \text{ mV}$$

2. paramètres différentiels

$$g_m = g_{m1} = g_{m2} = \frac{I_{C1,2}}{V_T} = \frac{0.476 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} = \frac{1}{54.6 \Omega}$$

$$r_{be1} = r_{be2} = \frac{\beta}{g_m} = 10.9 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce1} = r_{ce2} = \frac{V_A}{I_{C1,2}} \rightarrow \infty$$

4. Schéma d'amplification



5. Amplificateur différentiel

$$R_{in} = r_{be1} + r_{be2} = 2 \cdot 10.9 = 21.8 \text{ k}\Omega$$

$$R_{out} = R_C = 12 \text{ k}\Omega$$

$$A_{dm} = \frac{U_{22}(U_{dm})}{U_{dm}} = \frac{-g_m u_{be2} R_C}{-2 u_{be2}} = +\frac{g_m R_C}{2} = +110 \text{ [V/V]}$$

$$U_2(U_{dm}) = A_{dm} \cdot U_{dm} = 110 \cdot 20 \text{ mV} = +2.2 \text{ V}$$

TBP16**1. Calcul de R_0 et ΔI_0 :**

1. Résistance de sortie de la source de courant (voir cours)

$$g_{m3} = \frac{I_{C3}}{V_T} = \frac{0.95 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} = \frac{1}{27.3 \Omega}$$

$$r_{be3} = \frac{\beta}{g_{m3}} = 5.46 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce3} = \frac{V_A}{I_{C3}} = \frac{100 \text{ V}}{0.95 \text{ mA}} = 105 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{aligned} R_0 &\simeq r_{ce3} \left(1 + \frac{\beta R_E}{R_E + r_{be} + R_B} \right) \\ &= 105 \text{ k}\Omega \left(1 + \frac{200 \cdot 3.3}{3.3 + 5.46 + 26.4} \right) = 2.1 \text{ M}\Omega \end{aligned}$$

2. Considérant que
- r_{be1}
- et
- r_{be2}
- sont négligeables par rapport à
- R_0
- , on voit que les variations
- ΔU_{cm}
- de la tension
- U_{cm}
- sont directement appliquées à la résistance
- R_0
- ; on a donc

$$\Delta I_0 \simeq \frac{\Delta U_{cm}}{R_0}$$

2. Variation ΔI_0 de la source de courant

Cette variation est directement partagée par les courants de collecteur I_{C1} et I_{C2} .

1. On a donc

$$\Delta I_{C1} = \Delta I_{C2} = \frac{\Delta I_0}{2} = \frac{\Delta U_{cm}}{2 R_0}$$

2. Comme la variation de la tension de sortie vaut

$$\Delta U_2(U_{cm}) = \Delta(V_{CC} - R_C I_C) = -R_C \Delta I_{C2} = -\frac{R_C}{2 R_0} \Delta U_{cm}$$

on calcule le gain du mode commun à partir de sa définition

$$A_{cm} \equiv \frac{\Delta U_2(U_{cm})}{\Delta U_{cm}} = -\frac{R_C}{2 R_0}$$

Tenant compte des valeurs numériques, il vient

$$A_{cm} = -\frac{R_C}{2 R_0} = -\frac{12 \text{ k}\Omega}{2 \cdot 2.1 \text{ M}\Omega} = -2.89 \cdot 10^{-3} [\text{V/V}]$$

Ce résultat signifie simplement que, si la tension en mode commun augmente de 1 volt, la sortie diminuera de 2.89 mV.

3. Taux de réjection du mode commun

$$\begin{aligned} \rho &= \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = \left| +\frac{g_m R_C}{2} \left(-\frac{2 R_0}{R_C} \right) \right| = g_m R_0 \\ &= \frac{110 [\text{V/V}]}{2.89 \cdot 10^{-3} [\text{V/V}]} = 38 \cdot 10^3 = 91.6 \text{ dB} \end{aligned}$$

3. Tension de sortie $U_{C2} = U_{C2}(Q_0, U_{dm}, U_{cm})$

Considérant que le modèle est linéaire, la tension de sortie est égale à la somme des effets de chaque cause.

1. L'effet des modes différentiel et commun est alors le suivant

$$U_{C2}(U_{dm}, U_{cm}) = A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm}$$

Sachant que l'on a

$$\begin{aligned} U_{dm} &= U_{11} - U_{12} = 20 \text{ mV} & A_{dm} &= 110 \text{ [V/V]} \\ U_{cm} &= \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 4.21 \text{ V} & A_{cm} &= -2.89 \cdot 10^{-3} \text{ [V/V]} \end{aligned}$$

on obtient

$$\begin{aligned} U_{C2}(U_{dm}, U_{cm}) &= 110 \cdot 20 \cdot 10^{-3} - 2.89 \cdot 10^{-3} \cdot 4.21 \\ &= 2.20 - 12 \text{ mV} = 2.188 \text{ V} \end{aligned}$$

2. L'erreur causée par le mode commun est de - 12 mV comme on vient de le voir.
3. La tension totale de collecteur $U_{C2} = U_{C2}(Q_0, U_{dm}, U_{cm})$ vaut simplement la somme des trois effets

$$\begin{aligned} U_{C2} &= U_{C2}(Q_0) + U_{C2}(U_{dm}) + U_{C2}(U_{cm}) \\ &= 6.29 + 2.20 - 12 \cdot 10^{-3} = 8.478 \text{ V} \end{aligned}$$

4 Circuits à amplificateurs opérationnels

Voir également les corrigés manuscrits annexés.

AO 1a

Deux approches sont possibles pour trouver U_2 :

1. L'observation du circuit permet d'écrire

$$U_+ = U_{13} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$
$$U_- = U_{11} \frac{R_{25}}{R_1 + R_{25}} + U_{12} \frac{R_{15}}{R_2 + R_{15}} + U_2 \frac{R_{12}}{R_5 + R_{12}} \quad \text{avec } R_{nm} = R_n // R_m$$

L'égalité des tensions $U_+ = U_-$ donne

$$U_2 = - \frac{R_5 + R_{12}}{R_{12}} \left(U_{13} \frac{R_4}{R_3 + R_4} - U_{11} \frac{R_{25}}{R_1 + R_{25}} - U_{12} \frac{R_{15}}{R_2 + R_{15}} \right)$$

2. En appliquant le théorème de superposition, on voit que les tensions U_{11} et U_{12} sont suivies d'un amplificateur inverseur de gains $-R_5/R_1$ et $-R_5/R_2$ respectivement alors que la tension U_{13} est suivie d'un diviseur de tension $R_4/(R_3 + R_4)$ et d'un amplificateur non inverseur de gain $(1 + R_5/R_{12})$.

On peut ainsi écrire directement

$$U_2 = - \frac{R_5}{R_1} U_{11} - \frac{R_5}{R_2} U_{12} + U_{13} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_5}{R_{12}} \right) = +4.571 \text{ V}$$

AO 1b

Procédant comme ci-dessus, on voit que

$$U_2 = \left(U_{11} \frac{R_4}{R_3 + R_4} + U_{12} \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = +4.286 \text{ V}$$

AO 1c

Dans cet exercice, on va décrire avec I_k les courants circulant dans les résistances R_k . Comme la somme des courants au point \ominus doit être nulle, on a

$$I_2 = -I_6$$

avec

$$I_2 = \frac{U_{11}}{R_1 + R_{23}} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$
$$I_6 = \frac{U_2}{R_5 + R_{67}} \frac{R_7}{R_6 + R_7}$$

On en déduit donc que

$$U_2 = - \frac{U_{11}}{R_1 + R_{23}} \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(\frac{(R_5 + R_{67})(R_6 + R_7)}{R_7} \right) = -4.17 \text{ V}$$

AO 2

Comme il s'agit de réaliser une somme pondérée de deux tensions, on utilise naturellement le sommateur inverseur tel que

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_{11}} U_{g1} - \frac{R_2}{R_{12}} U_{g2} = -8 U_{g1} - 3 U_{g2}$$

On voit donc que l'on doit choisir

$$\frac{R_2}{R_{11}} = 8 \quad \text{et} \quad \frac{R_2}{R_{12}} = 3$$

On pourra donc prendre

$$R_2 = 120 \text{ k}\Omega, \quad R_{11} = 15 \text{ k}\Omega, \quad R_{12} = 40 \text{ k}\Omega$$

AO 3

Le schéma que l'on peut utiliser est celui de l'exercice AO1a sans U_{12} et R_2 mais avec $U_{11} = U_{g1}$ et $U_{13} = U_{g2}$. La tension de sortie vaut alors

$$U_2 = -\frac{R_5}{R_1} U_{g1} + U_{g2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_5}{R_1} \right) = -8 U_{g1} + 3 U_{g2}$$

On voit donc que l'on doit choisir

$$\frac{R_5}{R_1} = 8 \quad \text{et} \quad \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_5}{R_1} \right) = 3$$

d'où

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{1 + \frac{R_5}{R_1}}{3} - 1 = 2$$

On pourra donc prendre

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_5 = 80 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 20 \text{ k}\Omega, \quad R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$

AO 6

1. Considérant le circuit AO6 et les courants I_k circulant dans les résistances R_k , on a les équations suivantes :

$$I_2 = I_1, \quad I_3 = I_4$$

$$I_L = I_5 - I_4 = I_5 - I_3$$

$$U_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$$

$$I_1 R_2 = -I_5 R_5 - I_3 R_4$$

$$I_L R_L = I_3 (R_3 + R_4)$$

De l'équation (5), on tire I_1

$$I_3 = I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4}$$

Donc (équ. 3)

$$I_1 = \frac{U_1 - I_3 R_3}{R_1} = \frac{U_1}{R_1} - I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4} \frac{R_3}{R_1}$$

Donc (équ. 4)

$$\begin{aligned} I_5 &= -\frac{I_1 R_2 + I_3 R_4}{R_5} = -I_1 \frac{R_2}{R_5} - I_3 \frac{R_4}{R_5} \\ &= -\left(\frac{U_1}{R_1} - I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4} \frac{R_3}{R_1}\right) \frac{R_2}{R_5} - \left(I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4}\right) \frac{R_4}{R_5} \end{aligned}$$

Portant I_5 et I_3 dans l'équation (2), il vient

$$I_L = I_5 - I_3 = -\left(\frac{U_1}{R_1} - I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4} \frac{R_3}{R_1}\right) \frac{R_2}{R_5} - \left(I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4}\right) \frac{R_4}{R_5} - I_L \frac{R_L}{R_3 + R_4}$$

D'où

$$I_L \left(1 - \frac{R_L}{R_3 + R_4} \frac{R_3}{R_1} \frac{R_2}{R_5} + \frac{R_L}{R_3 + R_4} \frac{R_4}{R_5} + \frac{R_L}{R_3 + R_4}\right) = -U_1 \frac{R_2}{R_1 R_5}$$

Comme les termes communs à la résistance de charge R_L sont nuls si $R_3 = R_1$ et $R_2 = R_4 + R_5$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{R_3 + R_4} \frac{R_3}{R_1} \frac{R_2}{R_5} + \frac{1}{R_3 + R_4} \frac{R_4}{R_5} + \frac{1}{R_3 + R_4} &= \\ \frac{-R_2 R_3 + R_4 R_1 + R_1 R_5}{R_1 R_5 (R_3 + R_4)} &= \\ \frac{-(R_4 + R_5) R_3 + R_4 R_3 + R_3 R_5}{R_1 R_5 (R_3 + R_4)} &= \frac{0}{R_1 R_5 (R_3 + R_4)} = 0 \end{aligned}$$

on a

$$I_L = -U_1 \frac{R_2}{R_1 R_5}$$

2. Étant donné que le courant circulant dans R_L est indépendant de celle-ci, ce circuit agit comme une source de courant commandée par la tension U_1 .
3. Comme on désire avoir un courant $I_2 = 5 \text{ mA}$ lorsque $U_1 = -5 \text{ V}$, il faut que

$$\frac{R_1 R_5}{R_2} = \frac{5 \text{ V}}{5 \text{ mA}} = 1 \text{ k}\Omega$$

En choisissant $R_5 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega = R_3$, on satisfait à cette équation. Il reste cependant, et cela est important, à prendre exactement $R_4 = R_2 - R_5 = 9'990 \Omega$.

AOd 1

De la même manière que l'on a défini

$$U_2 \equiv A_{U1} U_{11} + A_{U2} U_{12}$$

on écrit

$$U_2 \equiv A_{dm} U_{dm} + A_{cm} U_{cm}$$

Comme, par définition, on a

$$U_{dm} \equiv U_{11} - U_{12}, \quad U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2}$$

on a également

$$U_{11} = U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2}, \quad U_{12} = U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2}$$

Il vient alors

$$\begin{aligned} U_2 &\equiv A_{U1}U_{11} + A_{U2}U_{12} \\ &= A_{U1}\left(U_{cm} + \frac{U_{dm}}{2}\right) + A_{U2}\left(U_{cm} - \frac{U_{dm}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{A_{U1} - A_{U2}}{2}\right)U_{dm} + (A_{U1} + A_{U2})U_{cm} \\ &\equiv A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm} \end{aligned}$$

dont on déduit

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2} \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2}$$

Ces deux équations peuvent également s'écrire sous la forme

$$2A_{dm} = A_{U1} - A_{U2} \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2}$$

En faisant leur somme et leur différence, on obtient

$$A_{U1} = +A_{dm} + \frac{A_{cm}}{2} \quad A_{U2} = -A_{dm} + \frac{A_{cm}}{2}$$

AOd 3

1. Caractéristiques du pont résistif et de l'amplificateur

- a) Si les quatre résistances du pont résistif sont égales et que l'amplificateur n'est pas relié au pont, on a

$$U_{11} = U_{12} = \frac{V_{CC}}{2} = 6.0 [V]$$

donc

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} = 0 [V], \quad U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 6 [V]$$

- b) Dans le cas idéal, on a les gains théoriques A_{dm} et A_{cm} suivants

$$A_{dm} = -\frac{R_2}{R_1} = -10, \quad A_{cm} = 0, \quad \rho \rightarrow \infty$$

- c) Prenant en compte l'imprécision relative $\varepsilon = 1\%$ des résistances de l'amplificateur, on a vu au cours que

$$A_{dm} = -\frac{R_2}{R_1} (1 \pm 2\varepsilon) = -10 (1 \pm 2 \cdot 1\%) = \begin{pmatrix} -10.2 \\ -9.8 \end{pmatrix}$$

$$|A_{cm}| < 4\varepsilon = 4 \cdot 1\% = 0.04$$

$$\rho = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| > \frac{10}{0.04} = 250 = 48 [dB]$$

2. Domaines des tensions :

a) Sachant que $U_{11} = 5.97[V]$ et $U_{12} = 6.27[V]$, il vient

$$U_{dm} = U_{11} - U_{12} = -0.3[V], \quad U_{cm} = \frac{U_{11} + U_{12}}{2} = 6.12[V]$$

b) Effets de U_{dm} et U_{cm} :

$$U_2(U_{dm}) = A_{dm} U_{dm} = \begin{pmatrix} -10.2 \\ -9.8 \end{pmatrix} \cdot (-0.3) = \begin{pmatrix} 3.06 \\ 2.94 \end{pmatrix} [V]$$

$$|U_2(U_{cm})| = |A_{cm}| U_{cm} = 0.04 \cdot 6.12 = 0.245[V]$$

d'où

$$-0.245[V] < U_2(U_{cm}) < +0.245[V]$$

Comme les effets des modes différentiel et commun s'additionnent, on obtient finalement

$$U_2 = U_2(U_{dm}) + U_2(U_{cm}) = \begin{pmatrix} 3.06 \pm 0.245 \\ 2.94 \pm 0.245 \end{pmatrix} [V]$$

D'où

$$2.70[V] < U_2 < 3.30[V] \quad \Leftrightarrow \quad U_2 = 3.0[V] \pm 10\%$$

- c) On voit ainsi que l'imprécision des résistances ($\pm 1\%$) conduit à une incertitude de mesure ($\pm 10\%$) essentiellement causée par l'effet du mode commun.
- d) La tension causée par la variation de température autour de la valeur d'équilibre (20°C) n'est autre que la tension différentielle $U_{dm} = -300\text{mV}$. Comme le gain du capteur vaut $-10\text{mV}/^\circ\text{C}$, on en déduit que la température de l'enceinte est $\theta = \theta_0 + \Delta\theta = 20 + 30 = 50^\circ\text{C}$.

AOd 4

1. Caractéristique de l'amplificateur différentiel à deux A.O. :

- a) L'intérêt de ce type d'amplificateur différentiel réside dans le fait que les deux résistances d'entrée sont infinies.
- b) En lisant le schéma, on voit que la tension U_{11} est amplifiée par un non-inverseur $\{R_1, R_2\}$ suivi d'un inverseur $\{R_3, R_4\}$ et que U_{12} est amplifiée par un non-inverseur $\{R_3, R_4\}$. On en déduit donc que

$$U_2 = U_{11} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(-\frac{R_4}{R_3}\right) + U_{12} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

En posant

$$U_2 \equiv A_{U1}U_{11} + A_{U2}U_{12}$$

on voit que

$$A_{U1} = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3}\right) \quad A_{U2} = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

c) De la même manière que l'on a défini

$$U_2 \equiv A_{U1}U_{11} + A_{U2}U_{12}$$

on écrit

$$U_2 \equiv A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm}$$

avec, comme on l'a montré dans l'exercice AOd 1,

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2} \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2}$$

2. Cas idéal où les résistances sont égales :

$$A_{U1} = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(\frac{R_4}{R_3}\right) = -2 \quad A_{U2} = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 2$$

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2} = -2 \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad TRMC = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| \rightarrow \infty$$

Comme $A_{cm} = 0$, le mode commun est sans effet sur la sortie et l'on a

$$U_2 = A_{dm}U_{dm} = -2 \cdot 1 \text{ V} = -2 \text{ V}$$

3. Cas le plus défavorable avec $R_1 = R_3 = 101 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_4 = 99 \text{ k}\Omega$

a) gains et TRMC

$$A_{U1} = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(\frac{R_4}{R_3}\right) = -1.94 \quad A_{U2} = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 1.98$$

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2} = -1.96 \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2} = 0.039$$

$$\Rightarrow \quad TRMC = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = 50 = 34 \text{ dB}$$

b) si $U_{11} = 10 \text{ V}$ et $U_{12} = 9 \text{ V}$, on a

$$U_{dm} = 1 \text{ V} \quad U_{cm} = 9.5 \text{ V}$$

À cause de la grande tension en mode commun, la tension de sortie sera bien différente (20%) de la valeur idéale. On a en effet

$$\begin{aligned} U_2 &\equiv A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm} \\ &= -1.96 \cdot 1 \text{ V} + 0.039 \cdot 9.5 \text{ V} \\ &= -1.59 \text{ V} \neq -2 \text{ V} \end{aligned}$$

c) si $U_{11} = 1 \text{ V}$ et $U_{12} = 0 \text{ V}$, on a

$$U_{dm} = 1 \text{ V} \quad U_{cm} = 0.5 \text{ V}$$

Comme, dans ce cas, le mode commun est faible, la tension de sortie ne sera pas très différente (3%) de la valeur idéale

$$\begin{aligned} U_2 &\equiv A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm} \\ &= -1.96 \cdot 1 \text{ V} + 0.039 \cdot 0.5 \text{ V} \\ &= -1.94 \text{ V} \simeq -2 \text{ V} \end{aligned}$$

AOf 1

1. En basses fréquences, les capacités sont des circuits ouverts et en hautes fréquences, elles sont des courts-circuits. Ce qui donne

$$H(0) = -\frac{R_3}{R_1} = -9, \quad H(\infty) = -\frac{R_{23}}{R_1} = -0.9$$

2. Connaissant les impédances

$$Z_1(j\omega) = R_1, \quad Z_2(j\omega) = \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_3 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = R_3 \frac{(1 + j\omega C R_2)}{1 + j\omega C (R_2 + R_3)}$$

on peut calculer la fonction de transfert

$$H(j\omega) = -\frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)} = -\frac{R_3}{R_1} \frac{(1 + j\omega C R_2)}{1 + j\omega C (R_2 + R_3)} = H(0) \frac{1 + j\omega/\omega_2}{1 + j\omega/\omega_1}$$

On en déduit

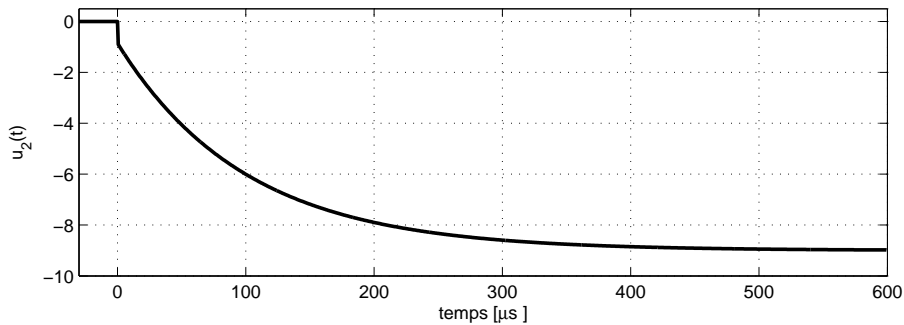
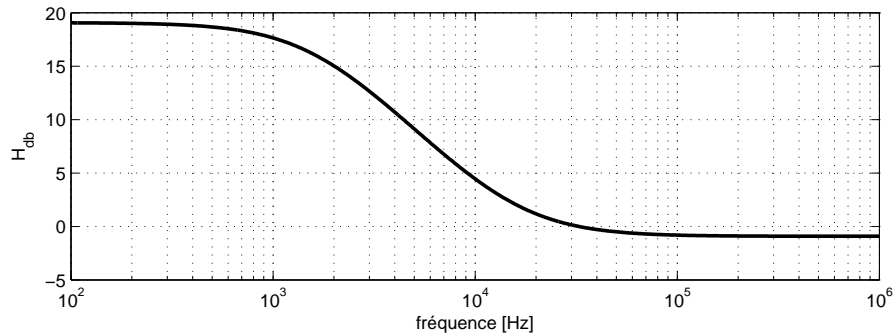
$$\omega_1 = \frac{1}{C(R_2 + R_3)} = 10^4 [\text{sec}^{-1}], \quad \omega_2 = \frac{1}{C R_2} = 10^5 [\text{sec}^{-1}]$$

$$H(0) = -9 = 19.1 \text{ dB } \angle -\pi, \quad H(\infty) = -0.9 = -0.9 \text{ dB } \angle -\pi$$

3. Pour la réponse indicielle, on a

$$u_2(t \rightarrow 0_+) = -\frac{R_{23}}{R_1} E = -0.9 \text{ V}, \quad u_2(t \rightarrow \infty) = -\frac{R_3}{R_1} E = -9 \text{ V}$$

Cette réponse temporelle sera caractérisée par une constante de temps $\tau = C(R_2 + R_3) = 100 \mu\text{sec}$ et une durée transitoire $t_{trans} \simeq 5\tau = 500 \mu\text{sec}$.



AOf 2

1. En basses fréquences, les capacités sont des circuits ouverts et en hautes fréquences, elles sont des courts-circuits. Ce qui donne

$$H(0) = -\frac{R_3}{R_1 + R_2}, \quad H(\infty) = -\frac{0}{R_1} = 0$$

2. La fonction de transfert vaut $H(j\omega) = -Z_2(j\omega)/Z_1(j\omega)$ avec

$$\begin{aligned} Z_1(j\omega) &= R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} \\ &= \frac{R_1 + R_2 + j\omega C_2 R_1 R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} \\ &= (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega C_2 R_1 R_2 / (R_1 + R_2)}{1 + j\omega C_2 R_2} \\ &= (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega C_2 R_{12}}{1 + j\omega C_2 R_2} \text{ avec } R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

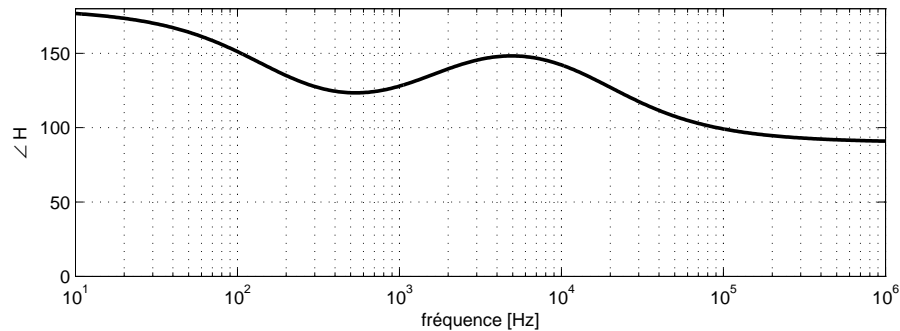
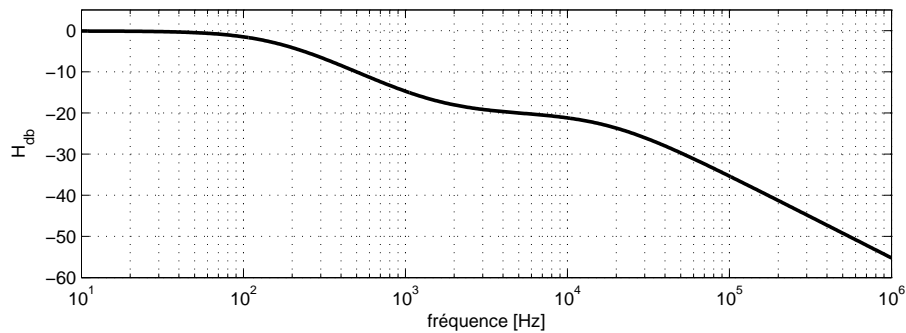
$$Z_2(j\omega) = \frac{R_3}{1 + j\omega C_3 R_3}$$

Ce qui donne

$$H(j\omega) = -\frac{R_3}{R_1 + R_2} \frac{1 + j\omega C_2 R_2}{(1 + j\omega C_3 R_3) (1 + j\omega C_2 R_{12})}$$

On en déduit le gain DC $H(0) = -100/101 = -0.99$ et les pulsations caractéristiques

$$\omega_1 = \frac{1}{C_2 R_{12}} = 110 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{s} \right], \quad \omega_2 = \frac{1}{C_2 R_2} = 10 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{s} \right], \quad \omega_3 = \frac{1}{C_3 R_3} = 1 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{s} \right]$$



AOf 4

La “lecture” de la réponse fréquentielle RIAA conduit à la fonction de transfert suivante

$$H(j\omega) = 10 \frac{1 + j\omega/\omega_3}{(1 + j\omega/\omega_1)(1 + j\omega/\omega_2)}$$

avec

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}, \quad \omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi \cdot 500 \text{ Hz}, \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \cdot 2120 \text{ Hz}$$

Cette fonction de transfert se réalise avec un amplificateur inverseur de gain $-Z_2(j\omega)/Z_1(j\omega)$ où (voir cours)

$$Z_2(j\omega) = Z_E(j\omega) = (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega R_{12}(C_1 + C_2)}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)} \quad \text{avec} \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$Z_1(j\omega) = R_3 \quad \text{avec} \quad R_3 = \frac{R_1 + R_2}{10}$$

La réponse fréquentielle s’écrit alors

$$H(j\omega) = -\frac{R_1 + R_2}{R_3} \frac{1 + j\omega R_{12}(C_1 + C_2)}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$

On doit ainsi trouver quatre composants R_1, R_2, C_1, C_2 tels que

$$\begin{aligned} \tau_1 = \frac{1}{\omega_1} &= R_1 C_1 = 3180 \mu\text{sec} \\ \tau_3 = \frac{1}{\omega_3} &= R_{12}(C_1 + C_2) = 318 \mu\text{sec} \\ \tau_2 = \frac{1}{\omega_2} &= R_2 C_2 = 75 \mu\text{sec} \end{aligned}$$

Comme τ_3 fait intervenir la somme $C_1 + C_2$, on peut écrire

$$\tau_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{\tau_1}{R_1} + \frac{\tau_2}{R_2} \right) = \frac{\tau_1 R_2 + \tau_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

D’où

$$\begin{aligned} \tau_3 R_1 + \tau_3 R_2 &= \tau_1 R_2 + \tau_2 R_1 \\ R_1 (\tau_3 - \tau_2) &= R_2 (\tau_1 - \tau_3) \end{aligned}$$

On en déduit ainsi le rapport des résistances

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau_1 - \tau_3}{\tau_3 - \tau_2} = \frac{3180 - 318}{318 - 75} = 11.8 \simeq 12$$

En choisissant

$$R_1 = 120 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

on obtient

$$C_1 = \frac{\tau_1}{R_1} = 26.5 \text{ nF}, \quad C_2 = \frac{\tau_2}{R_2} = 7.5 \text{ nF}, \quad R_3 = \frac{R_1 + R_2}{10} = 13 \text{ k}\Omega$$

AOf 6

Un circuit intégrateur génère une tension

$$u_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t) dt + u_2(0)$$

Comme le signal d'entrée est constant durant une demi-période, le signal de sortie sera une rampe

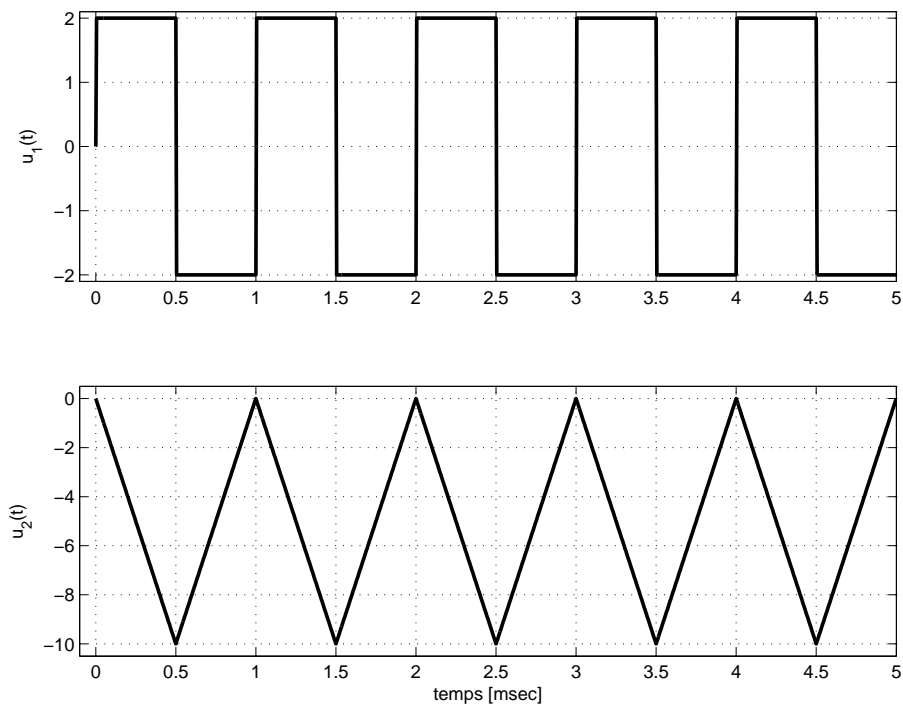
$$u_2(t) = \mp \frac{A}{RC} t + u_2(0)$$

qui atteindra sa valeur de crête en $t = T/2$; d'où

$$\hat{U}_2 = \frac{A}{RC} \frac{T}{2} = \frac{2 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega \cdot 10 \text{ nF}} \frac{1 \text{ msec}}{2} = 10 \text{ V}$$

On voit ainsi que, pour éviter la saturation de $u_2(t)$, il faut simplement que

$$A \cdot T < 2 RC U_{sat}$$



AOf 7

Un circuit dérivateur génère une tension

$$u_2(t) = -RC \frac{du_1(t)}{dt}$$

Comme le signal d'entrée est une rampe de pente

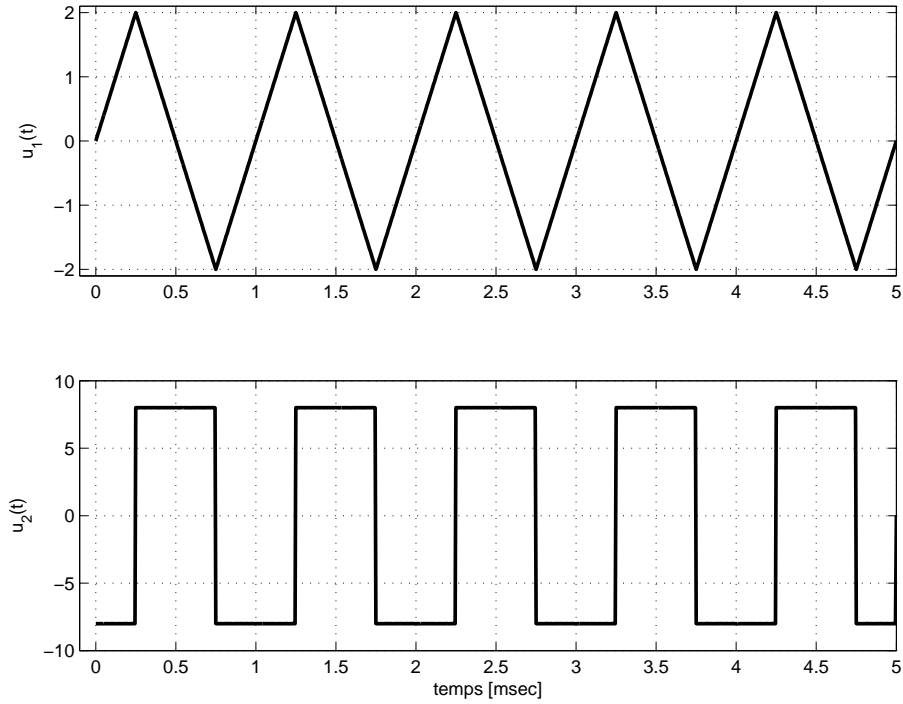
$$\pm \frac{2A}{T/2} = \pm \frac{4A}{T}$$

durant une demi-période, le signal de sortie sera constant pendant une demi-période et vaudra

$$u_2(t) = \mp RC \frac{4A}{T} = \mp 4A \frac{RC}{T} = \mp 8 \text{ V}$$

On voit ainsi que, pour éviter la saturation de $u_2(t)$, il faut simplement que

$$\frac{A}{T} = A \cdot f < \frac{U_{sat}}{4RC}$$



AOf 8

Un circuit intégrateur génère une tension

$$u_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t) dt + u_2(0)$$

Comme le signal d'entrée vaut

$$u_1(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$$

le signal de sortie, à CI nulle, sera une sinusoïde centrée autour de l'abscisse

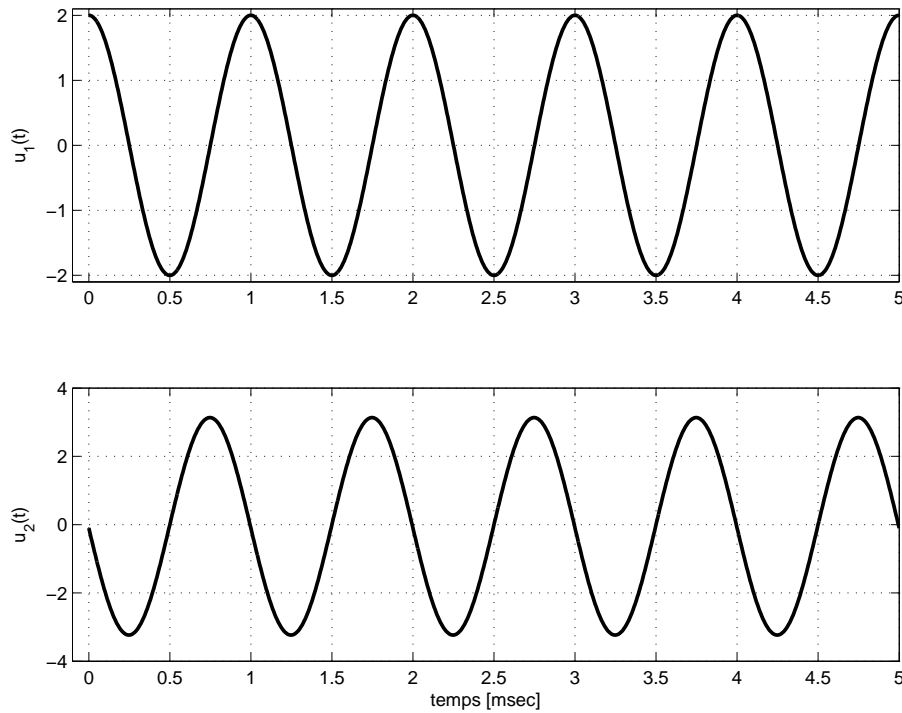
$$u_2(t) = -\frac{A}{2\pi f_0 RC} \sin(2\pi f_0 t)$$

dont l'amplitude vaut

$$\hat{U}_2 = \frac{A}{2\pi f_0 RC} = \frac{A}{2\pi} \frac{T}{RC} = 3.18 \text{ V}$$

On voit ainsi que, pour éviter la saturation de $u_2(t)$, il faut simplement que

$$A \cdot T < 2\pi RC U_{sat}$$



AOr 4

1. L'amplificateur opérationnel est caractérisé par le produit gain-bande passante valant $f_T \cdot 1 = f_b \cdot A_0$. Le gain de l'amplificateur opérationnel vaut donc :

$$A(jf) = \frac{A_0}{1 + jf/f_b}$$

avec

$$f_b = \frac{f_T}{A_0} = \frac{5 [MHz]}{400'000} = 12.5 [Hz]$$

2. La réponse fréquentielle de l'amplificateur inverseur réalisé avec cet AO vaut

$$\begin{aligned} A_u(jf) &= -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(jf)} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \\ &= -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1+jf/f_b}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \\ &= -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1+jf(A_0/f_T)}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \\ &= -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{jf}{f_T} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \\ &\simeq -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_c}} \quad \text{avec} \quad f_c = \frac{f_T}{1 + R_2/R_1} \end{aligned}$$

3. La bande passante B d'un système passe-bas d'ordre 1 est égale à sa fréquence caractéristique. Donc :

$$B = f_c = \frac{f_T}{1 + R_2/R_1} = \frac{5 [MHz]}{11} = 454 [kHz]$$

4. Le temps caractéristique ou constante de temps d'un système passe-bas d'ordre 1 est l'inverse de la pulsation caractéristique :

$$\tau = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi f_c} = 0.35 [\mu sec]$$

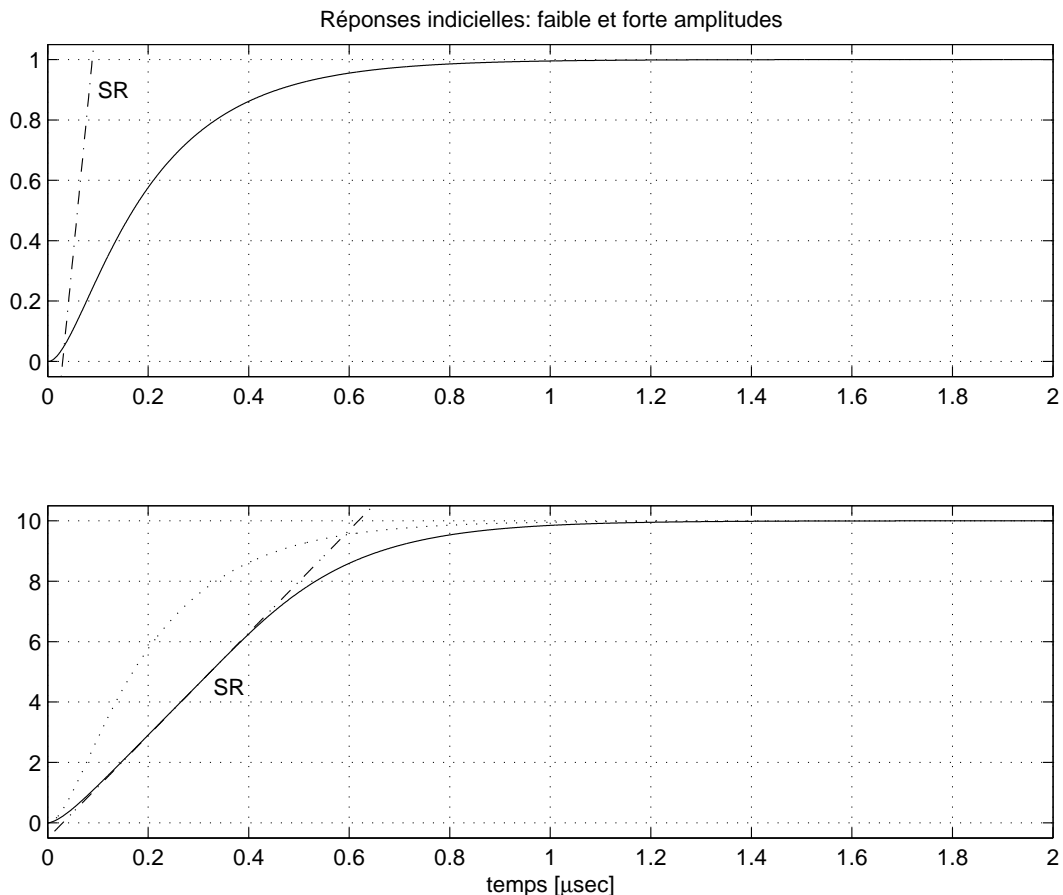
et sa réponse indicielle est décrite par :

$$u(t) = U_{max} (1 - \exp(-t/\tau))$$

Sa pente est maximum à l'origine et elle vaut :

$$p = \left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_{max}}{\tau}$$

- a) Dans le cas où $u_1(t) = 0.1 \varepsilon(t)$ [V], on a $U_{max} = 1$ [V], donc $p = 2.86$ [V/ μsec] < SR . C'est donc le temps caractéristique, ou la bande passante limitée de l'amplificateur, qui dictera la rapidité de la réponse indicielle.
 - b) Dans le cas où $u_1(t) = 1.0 \varepsilon(t)$ [V], on a $U_{max} = 10$ [V], donc $p = 28.6$ [V/ μsec] > SR . C'est donc le SR qui limitera la rapidité de la réponse indicielle.
5. Une simulation Spice a été faite avec un amplificateur opérationnel LF411 dont les caractéristiques correspondent à celles de l'énoncé. Les résultats sont présentés dans la figure ci-dessous. Le premier graphe illustre la tension de sortie (inversée) dont la valeur maximum atteint 1 V, alors que la tension du deuxième graphe atteint 10 V.



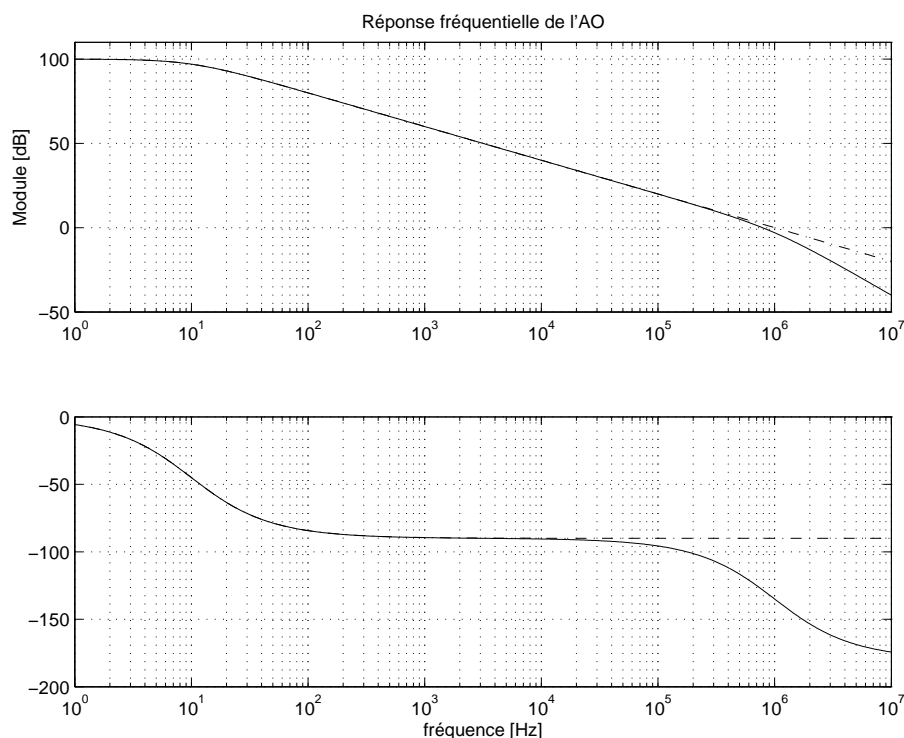
- a) Sur le premier graphe (faible amplitude), la réponse indicielle a une pente bien inférieure au SR et elle correspond à celle d'un amplificateur linéaire. Cependant, on notera qu'elle ne reproduit pas exactement celle d'un système d'ordre 1 (trait pointillé). En effet, sa tangente horizontale à l'origine est le signe d'un modèle d'ordre 2 ou plus.
- b) Sur le deuxième graphe (forte amplitude), on voit nettement que la rapidité de la réponse est limitée par le SR (trait mixte). Si le système était linéaire, la réponse à forte amplitude serait similaire à celle du premier graphe (trait pointillé).

AOr 5

Le modèle proposé pour l'AO est proche du modèle d'ordre 1. On lui a simplement ajouté une fréquence caractéristique supplémentaire dans le domaine des hautes fréquences proche de f_T :

$$A(jf) = \frac{A_0}{(1 + jf/f_1)} \frac{1}{(1 + jf/f_2)}$$

1. Ce nouveau modèle d'ordre 2 (trait continu) est plus près de la réalité que celui d'ordre 1 (trait mixte). La différence de comportement est particulièrement visible lors de la réalisation d'amplificateur à faible gain (amplificateur suiveur par exemple).



2. Dans le cas de l'amplificateur suiveur, on a $R_2 = 0$ et $R_1 \rightarrow \infty$; le gain de l'amplificateur vaut alors :

$$\begin{aligned} A_U(jf) &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{A(jf)} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A(jf)}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{(1 + jf/f_1)(1 + jf/f_2)}{A_0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1 + \frac{1+jf(1/f_1+1/f_2)+(jf)^2/(f_1 f_2)}{A_0}} \\
 &= \frac{1}{1 + jf \left(\frac{1}{A_0 f_1} + \frac{1}{A_0 f_2} \right) + (jf)^2 \frac{1}{A_0 f_1 f_2}}
 \end{aligned}$$

En identifiant cette réponse fréquentielle avec la forme canonique d'un système d'ordre 2

$$H(jf) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{jf}{f_0} \right) + \left(\frac{jf}{f_0} \right)^2}$$

on en déduit :

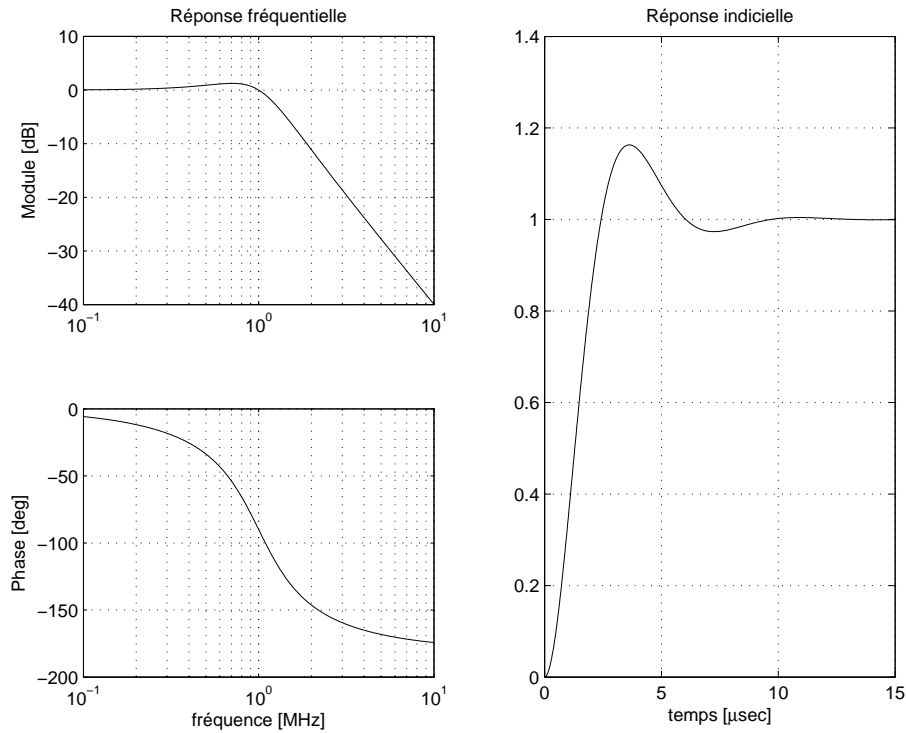
$$\begin{aligned}
 f_0 &= \sqrt{A_0 f_1 f_2} \\
 \frac{1}{Q_0} &= f_0 \frac{1}{A_0} \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right) = \sqrt{A_0 f_1 f_2} \frac{f_1 + f_2}{A_0 f_1 f_2}
 \end{aligned}$$

D'où

$$Q_0 = \frac{\sqrt{A_0 f_1 f_2}}{f_1 + f_2}$$

L'application numérique donne $f_0 = 10^6 [Hz]$ et $Q_0 = 1$.

3. La réponse fréquentielle d'un système d'ordre 2 est supérieure à 0 dB si $Q_0 > 1/\sqrt{2}$.
La réponse indicielle dépasse sa valeur asymptotique si $Q_0 > 1/2$.



Comme $Q_0 = 1$, on aura un dépassement dans le domaine fréquentiel

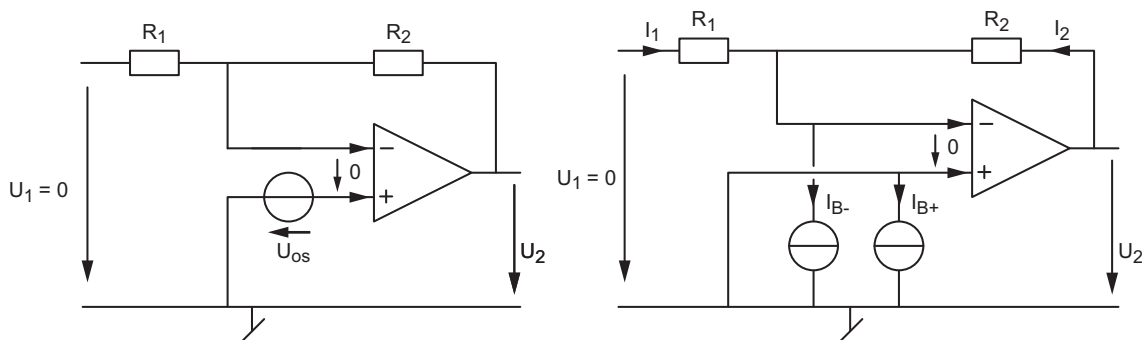
$$D = \frac{2Q_0}{\sqrt{3}} = 1.155 = 1.25 [dB]$$

et dans le domaine temporel :

$$D = \exp \left(-\frac{\pi}{\sqrt{4Q_0^2 - 1}} \right) = 16.3 \%$$

AOr 6

La figure ci-dessous présente les deux schémas servant aux calculs séparés des effets de U_{os} et I_B (on admettra $I_{B-} = I_{B+} = I_B$). Comme les circuits sont admis linéaires, on peut poser $U_1 = 0$.



Considérant le premier schéma, on a alors les équations suivantes

$$U_+ = +U_{os}, \quad U_- = U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

En égalant ces deux tensions, on obtient

$$U_2 (U_{os}) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{os}$$

Considérant le deuxième schéma, on a

$$I_1 + I_2 = I_{B-}$$

$$U_1 = R_1 I_1 + 0, \quad U_2 = R_2 I_2 + 0$$

Comme $U_1 = 0$, il vient $I_1 = 0$ et $I_2 = I_{B-}$; d'où

$$U_2 (I_B) = R_2 I_B$$

Avec $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $U_{os} = 10 \text{ mV}$, $I_B = 0.2 \text{ nA}$, on obtient

$$U_2 (U_{os}) = 11 \cdot 10 \text{ mV} = 0.11 \text{ V}$$

$$U_2 (I_B) = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-10} = 20 \mu\text{V}$$

AOr 8

Avec un AO idéal, la tension de sortie vaudrait

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_1 = -100 \cdot 20 \text{ mV} = -2 \text{ V}$$

L'effet du gain fini donne (voir cours)

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1}} U_1 = -100 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{10^4} \frac{1010}{10}} \cdot 20 \text{ mV} = -1.98 \text{ V}$$

Reprenant les résultats de l'exercice précédent, on a

$$U_2(U_{os}) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{os} = \frac{1010}{10} \cdot 2 \text{ mV} = 0.202 \text{ V}$$

$$U_2(I_B) = R_2 I_B = 10^6 \cdot 10^{-9} = 1 \text{ mV}$$

Comme on ne connaît pas le signe de ces deux imperfections, la tension de sortie s'écrira

$$U_2 = -1.98 \text{ V} \pm 0.203 \text{ V} = -1.98 \text{ V} \pm 0.2 \text{ V}$$

C AOF#5

Les équations dérivant des 2 mailles élémentaires sont :

$$\underline{U}_1 = (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C} \right) \quad (1)$$

$$R_2 \underline{I}_2 + (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \frac{1}{j\omega C} = 0 \quad (2)$$

$$(2) : \quad \underline{I}_2 = \frac{-\underline{I}_1}{1 + j\omega C R_2} \quad (3)$$

$$(3 \rightarrow 1) : \quad \underline{U}_1 = \underline{I}_1 \frac{1 + j\omega C R_2 - 1}{1 + j\omega C R_2} \cdot \frac{1 + j\omega C R_1}{j\omega C}$$

$$\text{d'aut : } \underline{Z}_e \equiv \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = R_2 \frac{1 + j\omega C R_1}{1 + j\omega C R_2} \quad (4)$$

Dans le cas où $1/C R_1 \ll \omega \ll 1/C R_2$, il vient

$$\underline{Z}_e \approx j\omega C R_1 R_2 = j\omega L_{eq}$$

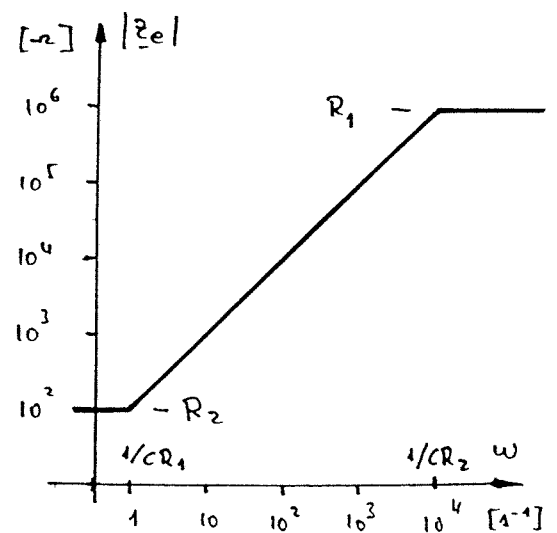
$$\text{avec } L_{eq} = C R_1 R_2 \quad [H]$$

$$\text{AN : } L_{eq} = 10^{-6} F \cdot 10^6 \Omega \cdot 100 \Omega$$

$$= 100 H \quad (!!)$$

$$\text{si } \omega > 1/C R_1 = 1 \text{ s}^{-1}$$

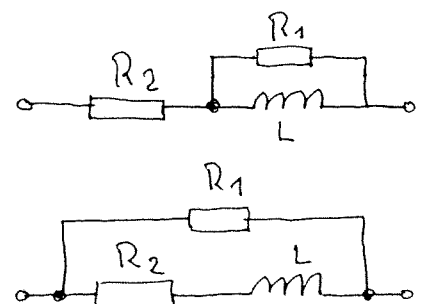
$$\omega < 1/C R_2 = 10^4 \text{ s}^{-1}$$



On note que $\underline{Z}_e(0) = R_2 = 100 \Omega$

$$\underline{Z}_e(\infty) = R_1 = 1 H \Omega$$

Deux schémas équivalents s'approchent assez bien de l'impédance calculée ci-dessus (équ. (4)).



C A0 R 2:

$$\underline{u}_+ = \underline{u}_1$$

$$\underline{u}_- = \underline{u}_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}_2 &= \underline{A} (\underline{u}_+ - \underline{u}_-) \\ &= \underline{A} \left[\underline{u}_1 - \underline{u}_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] \end{aligned}$$

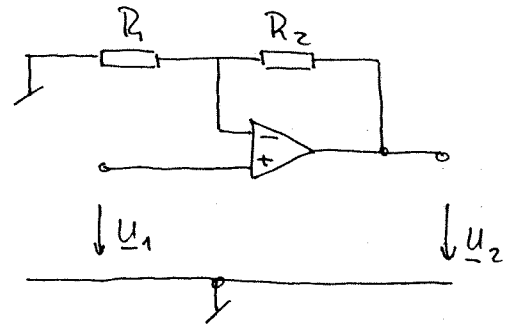
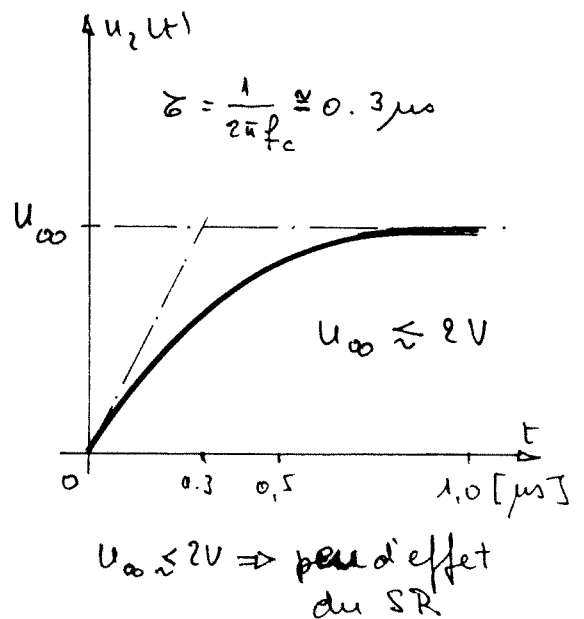
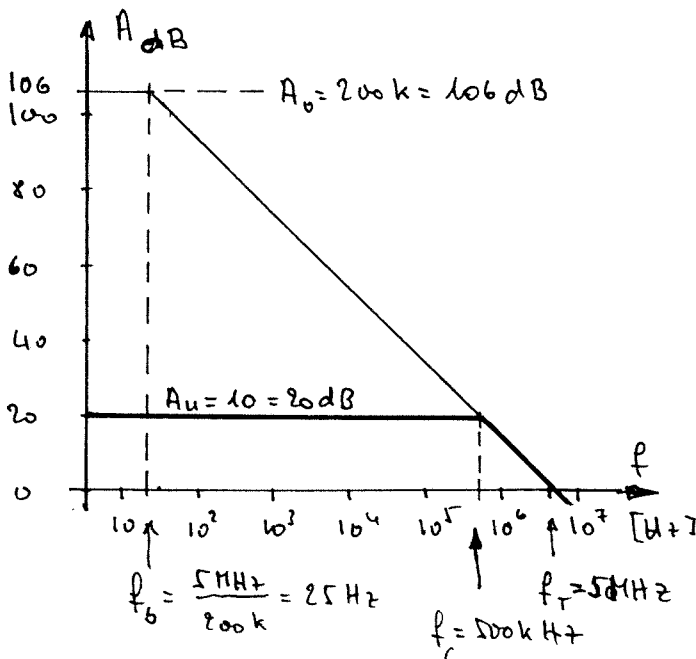
$$\Rightarrow \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A} \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \underbrace{\frac{R_1 + R_2}{R_1}}_{A_u} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\underline{A}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Soit $A_u \equiv \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$, alors :

$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = A_u \frac{1}{1 + \frac{1 + jf/f_b}{A_o} A_u}$$

$$= A_u \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{A_u}{A_o}}_{\ll 1} + jf \underbrace{\frac{A_u}{f_b A_o}}_{1/f_c}} = A_u \frac{1}{1 + jf/f_c}$$

$$f_c = \frac{f_b A_o}{A_u} = \frac{f_T}{A_u} = 500 \text{ kHz}$$



$$\underline{A} = \underline{A}(j\omega) = \frac{A_o}{1 + j\omega/\omega_b}$$

$$\omega_b A_o = \omega_T = 2\pi f_T$$

C AOR 3:

$$u_2(t) = -\frac{R_2}{R_1} u_1(t) = -5V \cdot \sin(2\pi f t)$$

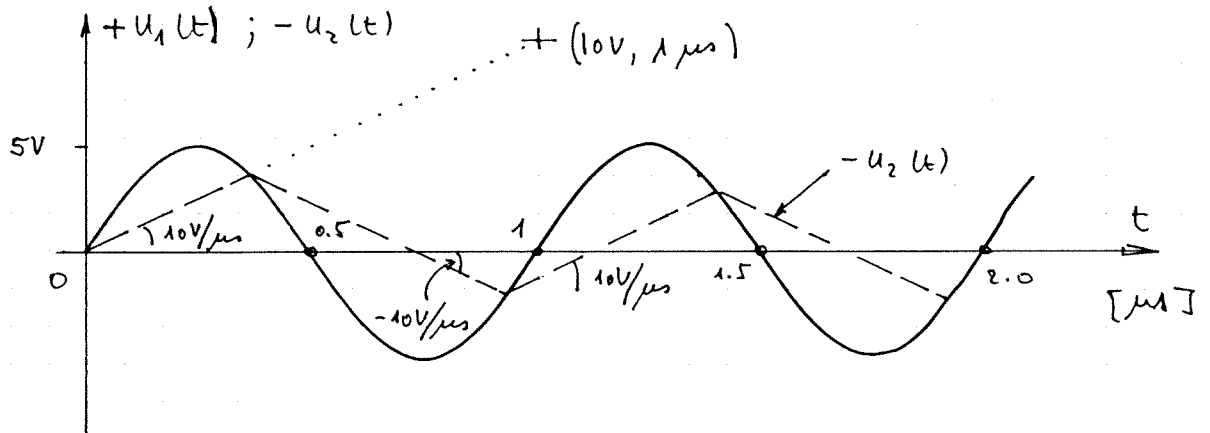
la pente est max en $t = 0$ et vaut:

$$p = \left. \frac{du_2}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{R_2}{R_1} 2\pi f \cos(2\pi f t) \Big|_{t=0}$$
$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot 2\pi f = -10\pi f \text{ [V/s]}$$

a) $f = 10^4 \text{ Hz} \Rightarrow |p| = 10\pi \cdot 10^4 = \pi 10^5 \text{ V/s} = 0,31 \text{ V}/\mu\text{s}$

Comme $|p| < SR$, $u_2(t) = -5V \cdot \sin(2\pi \cdot 10^4 t)$

b) $f = 1 \text{ MHz} \Rightarrow |p| = 10\pi \cdot 10^6 = 31 \text{ V}/\mu\text{s} > SR$.



1 Filtres analogiques

cxFA 2 :

1. Calcul de la fonction de transfert $H(j\omega)$ d'un filtre passe-bas

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{1/j\omega C}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \\ &= \frac{1}{1 + j\omega RC + (j\omega)^2 LC} \\ &\equiv \frac{1}{1 + j\omega/(Q_0\omega_0) + (j\omega)^2/\omega_0^2} \end{aligned}$$

2. Par identification des dénominateurs, on trouve

$$\frac{1}{\omega_0^2} = LC \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \frac{rad}{sec} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \simeq 16 kHz$$

$$\frac{1}{Q_0\omega_0} = RC \Rightarrow Q_0 = \frac{1}{\omega_0 RC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 0.33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 dB \\ 0 dB \\ -10.5 dB \end{pmatrix} \text{ si } R = \begin{pmatrix} 100 \Omega \\ 1 k\Omega \\ 3 k\Omega \end{pmatrix}$$

3. Bode d'amplitudes (voir figure cxFA2)
4. Régime transitoire
Les racines du polynôme caractéristique

$$\lambda^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \lambda + \omega_0^2 = 0$$

valent

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\omega_0}{Q_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q_0}\right)^2 - 4\omega_0^2} \right)$$

Pour les trois valeurs de R

$$R = \begin{pmatrix} 100 \Omega \\ 1 k\Omega \\ 3 k\Omega \end{pmatrix}$$

on obtient

$$\lambda_{1,2} = \begin{pmatrix} -5'000 \pm j99'875 \\ -50'000 \pm j86'603 \\ -38'200; -261'800 \end{pmatrix} \left[\frac{1}{sec} \right]$$

Sachant que l'on a

$$\tau = \frac{1}{|Re(\lambda_{1,2})|}, \quad \omega_p = |Im(\lambda_{1,2})|, \quad T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}, \quad t_{trans} \simeq 5 \tau_{max}$$

1 Filtres analogiques

on en déduit les constantes de temps, périodes et nombres d'oscillations de la réponse transitoire :

$$\tau = \begin{pmatrix} 200 \mu s \\ 20 \mu s \\ 26 \mu s, 3.8 \mu s \end{pmatrix}, \quad T_p \simeq \begin{pmatrix} 63 \mu s \\ 72 \mu s \\ \infty \end{pmatrix}, \quad t_{trans} \simeq \begin{pmatrix} 1 ms \\ 0.1 ms \\ 0.13 ms \end{pmatrix}, \quad N_{osc} \simeq \begin{pmatrix} 16 \\ 1.4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5. Réponses indicielles (voir figure cxFA2)

cxFA 3 :

1. Calcul de la fonction de transfert $H(j\omega)$ d'un filtre passe-bande

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{R}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \\ &= \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC + (j\omega)^2 LC} \\ &\equiv \frac{j\omega/(Q_0\omega_0)}{1 + j\omega/(Q_0\omega_0) + (j\omega)^2/\omega_0^2} \end{aligned}$$

2. Par identification des dénominateurs, on trouve

$$\frac{1}{\omega_0^2} = LC \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \frac{rad}{sec} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \simeq 16 kHz$$

$$\frac{1}{Q_0\omega_0} = RC \Rightarrow Q_0 = \frac{1}{\omega_0 RC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 dB \\ 0 dB \\ -20 dB \end{pmatrix} \quad \text{si } R = \begin{pmatrix} 100 \Omega \\ 1 k\Omega \\ 10 k\Omega \end{pmatrix}$$

3. Bode d'amplitudes (voir figure cxFA3)

Les bandes passantes de chacun de ces 3 filtres valent

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q_0} = \begin{pmatrix} 10^4 \\ 10^5 \\ 10^6 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} rad \\ sec \end{bmatrix} \quad \Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \begin{pmatrix} 1.59 \\ 15.9 \\ 159 \end{pmatrix} [kHz]$$

4. Régime transitoire

Les racines du polynôme caractéristique

$$\lambda^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \lambda + \omega_0^2 = 0$$

valent

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\omega_0}{Q_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q_0}\right)^2 - 4\omega_0^2} \right)$$

Pour les trois valeurs de R

$$R = \begin{pmatrix} 100 \Omega \\ 1 k\Omega \\ 10 k\Omega \end{pmatrix}$$

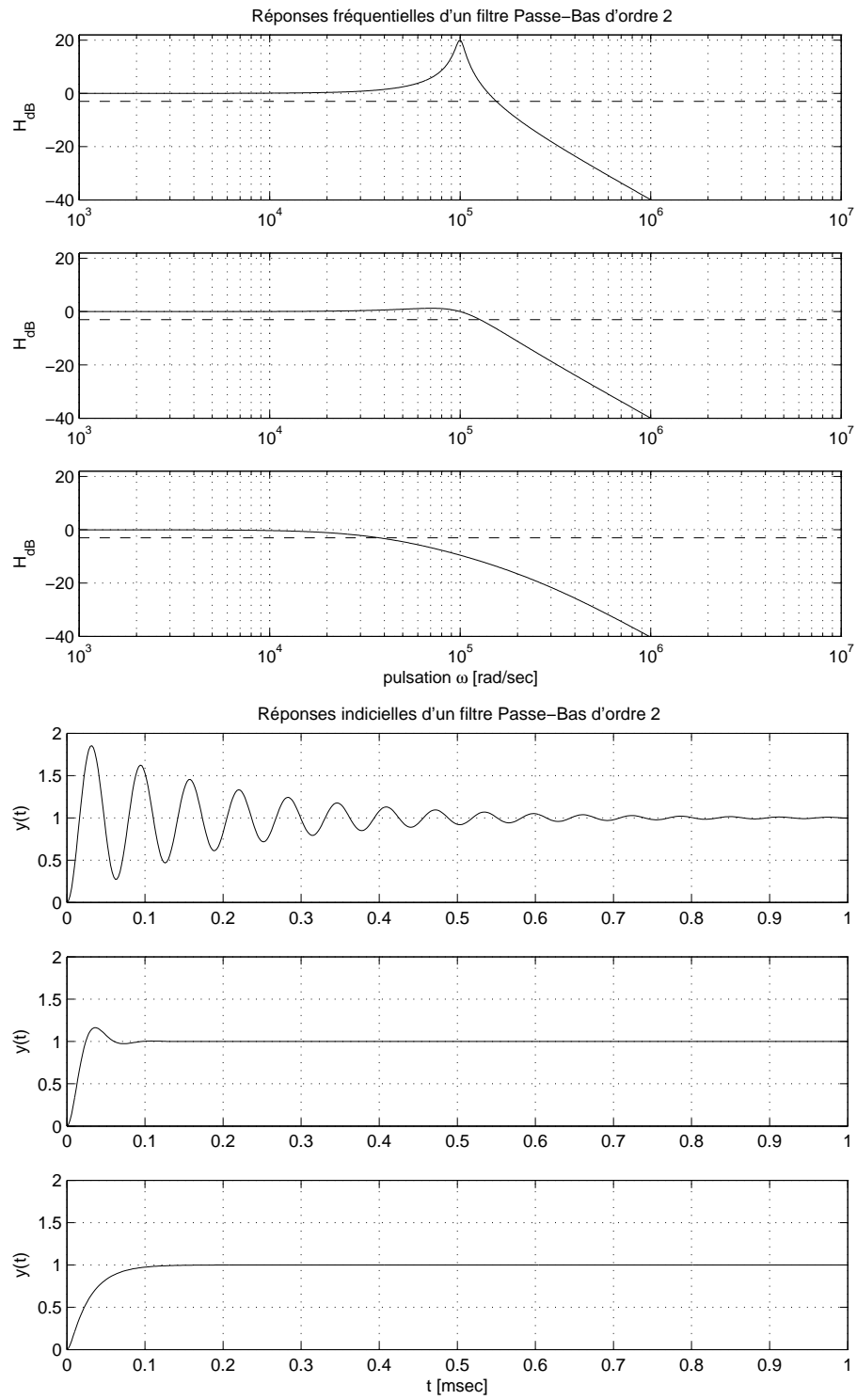


FIG. 1.1: Réponses fréquentielles et indicielles cxFA2

1 Filtres analogiques

on obtient

$$\lambda_{1,2} = \begin{pmatrix} -5'000 \pm j99'875 \\ -50'000 \pm j86'603 \\ -10'100; -989'900 \end{pmatrix} \left[\frac{1}{sec} \right]$$

Sachant que l'on a

$$\tau = \frac{1}{|Re(\lambda_{1,2})|}, \quad \omega_p = |Im(\lambda_{1,2})|, \quad T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}, \quad t_{trans} \simeq 5 \tau_{max}$$

on en déduit les constantes de temps, périodes et nombres d'oscillations de la réponse transitoire :

$$\tau = \begin{pmatrix} 200 \mu s \\ 20 \mu s \\ 99 \mu s, 10 \mu s \end{pmatrix}, \quad T_p \simeq \begin{pmatrix} 63 \mu s \\ 72 \mu s \\ \infty \end{pmatrix}, \quad t_{trans} \simeq \begin{pmatrix} 1 ms \\ 0.1 ms \\ 0.5 ms \end{pmatrix}, \quad N_{osc} \simeq \begin{pmatrix} 16 \\ 1.4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5. Réponses indicielles (voir figure cxFA3)

cxFA 4

Filtre passe-bas

La fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 2 s'écrit

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

et la pulsation de coupure est définie pour une atténuation de $\sqrt{2}$. Tenant compte de cette définition et posant $ju = j\omega/\omega_0$, il vient

$$|H(ju)| = \left| \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} (ju) + (ju)^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - u^2)^2 + \frac{1}{Q_0^2} u^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A la pulsation de coupure, on a donc :

$$\begin{aligned} (1 - u^2)^2 + \frac{1}{Q_0^2} u^2 &= 2 \\ 1 - 2u^2 + u^4 + \frac{1}{Q_0^2} u^2 &= 2 \end{aligned}$$

On en tire une équation du deuxième degré en u^2 :

$$u^4 + \left(\frac{1}{Q_0^2} - 2 \right) u^2 - 1 = 0$$

dont la racine positive est

$$\begin{aligned} u^2 &= \frac{1}{2} \left(+2 - \frac{1}{Q_0^2} + \sqrt{\left(2 - \frac{1}{Q_0^2} \right)^2 + 4} \right) \\ \omega_c^2 &= \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q_0^2} + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q_0^2} \right)^2 + 1} \right) \end{aligned}$$

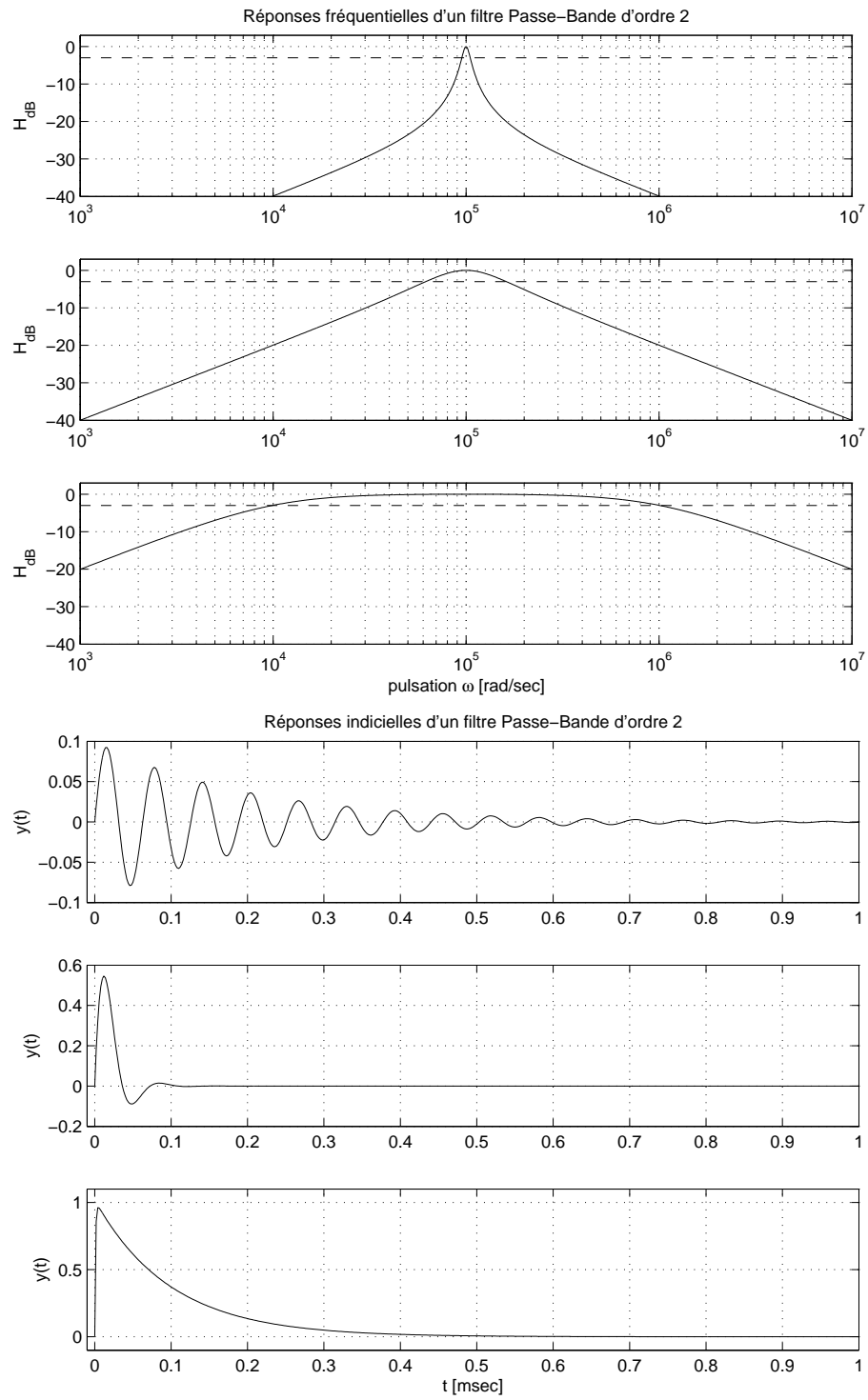


FIG. 1.2: Réponses fréquentielles et indicielles cxF3

Filtre passe-bande

La fonction de transfert d'un filtre passe-bande d'ordre 2 s'écrit :

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{Q_0} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)}{1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

Tenant compte de la définition de la pulsation de coupure et posant $ju = j\omega/\omega_0$, on a :

$$|H(ju)| = \left| \frac{\frac{1}{Q_0} (ju)}{1 + \frac{1}{Q_0} (ju) + (ju)^2} \right| = \frac{1}{\left| 1 + \frac{Q_0}{ju} + Q_0 ju \right|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

et le calcul se poursuit comme pour le filtre passe-bas.

Autre approche

On peut cependant aborder le problème d'une autre manière en partant des deux relations suivantes valables pour un filtre passe-bande d'ordre 2 :

$$\omega_0^2 = \omega_s \cdot \omega_i$$

$$\Delta\omega \equiv \omega_s - \omega_i = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

En portant $\omega_s = \omega_0/Q_0 + \omega_i$ dans la première équation, il vient :

$$\omega_0^2 = \left(\frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_i \right) \cdot \omega_i = \Delta\omega \cdot \omega_i + \omega_i^2$$

$$\omega_i^2 + \Delta\omega \cdot \omega_i - \omega_0^2 = 0$$

La solution positive de cette équation d'ordre 2 est :

$$\omega_i = \frac{1}{2} \left(-\Delta\omega + \sqrt{\Delta\omega^2 + 4\omega_0^2} \right)$$

Tenant compte du fait que $\Delta\omega = \omega_0/Q_0$, on a également :

$$\omega_i = \frac{\omega_0}{2} \left(-\frac{1}{Q_0} + \sqrt{\frac{1}{Q_0^2} + 4} \right)$$

De la même manière, on obtient :

$$\begin{aligned} \omega_s &= \frac{1}{2} \left(+\Delta\omega + \sqrt{\Delta\omega^2 + 4\omega_0^2} \right) \\ &= \frac{\omega_0}{2} \left(+\frac{1}{Q_0} + \sqrt{\frac{1}{Q_0^2} + 4} \right) \end{aligned}$$

Ces 2 résultats peuvent être réunis dans l'expression :

$$\begin{aligned}\omega_{s,i} &= \frac{\omega_0}{2} \left(\pm \frac{1}{Q_0} + \sqrt{\frac{1}{Q_0^2} + 4} \right) \\ &= \frac{\omega_0}{2Q_0} \left(\pm 1 + \sqrt{1 + 4Q_0^2} \right)\end{aligned}$$

Dans le cas où $Q_0 \gg 1$ (ou $4Q_0^2 \gg 1$), on a :

$$\omega_{s,i} \simeq \frac{\omega_0}{2Q_0} (\pm 1 + 2Q_0) = \omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2}$$

Dans le cas où $Q_0 \ll 1$ (ou $4Q_0^2 \ll 1$), on a :

$$\omega_{s,i} \simeq \frac{\omega_0}{2Q_0} \left(\pm 1 + (1 + 2Q_0^2) \right) = \begin{cases} \frac{\omega_0}{2Q_0} (+1 + 1 + 2Q_0^2) \simeq \omega_0/Q_0 \\ \frac{\omega_0}{2Q_0} (-1 + 1 + 2Q_0^2) = \omega_0 \cdot Q_0 \end{cases}$$

cxFA 5

Considérant le schéma général de la figure cxFA5, on voit que ce circuit peut être décrit par les trois équations de maille suivantes

$$U_1 = I_1 Z_1 + (I_1 + I_2) (Z_3 + Z_4) \quad (1)$$

$$U_2 = (I_1 + I_2) Z_4 \quad (2)$$

$$0 = I_2 Z_2 + (I_1 + I_2) Z_3 \quad (3)$$

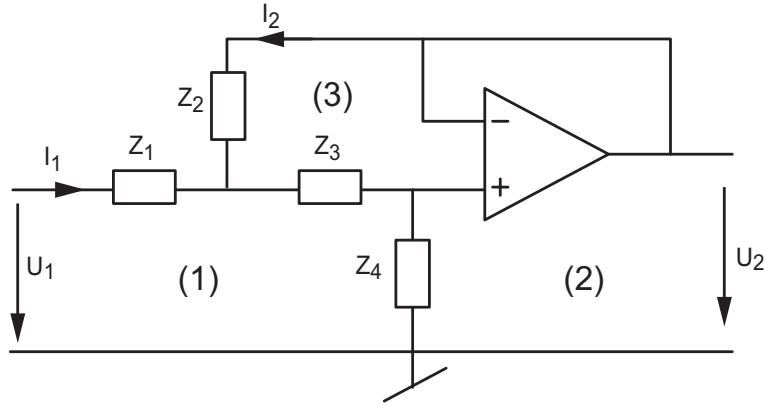


FIG. 1.3: cxFA5

Portant l'équation (2) dans (3), on en tire I_2

$$0 = I_2 Z_2 + \frac{U_2}{Z_4} Z_3 \quad \Rightarrow \quad -I_2 = \frac{U_2}{Z_4} \frac{Z_3}{Z_2}$$

Portant ce résultat dans (2), on obtient I_1

$$U_2 = I_1 Z_4 + I_2 Z_4 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{1}{Z_4} \left(U_2 + \frac{U_2}{Z_4} \frac{Z_3}{Z_2} Z_4 \right) = U_2 \left(\frac{1}{Z_4} + \frac{Z_3}{Z_2 Z_4} \right)$$

1 Filtres analogiques

Portant le courant I_1 et l'équation (2) dans (1), il vient

$$U_1 = U_2 \left(\frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} \right) + \frac{U_2}{Z_4} (Z_3 + Z_4)$$

On en déduit une relation générale entre les tensions d'entrée et de sortie

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 \left(\frac{Z_1}{Z_4} + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} + \frac{Z_3}{Z_4} + 1 \right) \\ &= U_2 \left(1 + \frac{1}{Z_4} (Z_1 + Z_3) + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} \right) \end{aligned}$$

L'expression est plus simple à écrire si l'on travaille avec les admittances $Y_2 = 1/Z_2$ et $Y_4 = 1/Z_4$:

$$U_1 = U_2 (1 + Y_4 (Z_1 + Z_3) + Y_2 Y_4 Z_1 Z_3)$$

On voit ainsi que la fonction de transfert générale du circuit vaut

$$H(j\omega) \equiv \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + Y_4 (Z_1 + Z_3) + Y_2 Y_4 Z_1 Z_3}$$

Lors de la réalisation d'un *filtre passe-bas*, on choisit

$$Z_1 = R_1 \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} = j\omega C_1 \quad Z_3 = R_2 \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4} = j\omega C_2$$

Ce qui donne

$$H_{PB}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega C_2 (R_1 + R_2) + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$$

En comparant l'expression du dénominateur à sa forme canonique

$$D(j\omega) = 1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2$$

on en déduit que

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad Q_0 = \frac{1}{\omega_0 C_2 (R_1 + R_2)} = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{C_2 (R_1 + R_2)}$$

Lors de la réalisation d'un *filtre passe-haut*, on choisit

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1} \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_1} \quad Z_3 = \frac{1}{j\omega C_2} \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_2}$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned} \frac{1}{H(j\omega)} &= 1 + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} \right) + \frac{1}{(j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \\ &= 1 + \frac{C_1 + C_2}{j\omega R_2 (C_1 \cdot C_2)} + \frac{1}{(j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \\ &= \frac{1 + j\omega R_1 (C_1 + C_2) + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}{(j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \end{aligned}$$

$$H_{PH}(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}{1 + j\omega R_1 (C_1 + C_2) + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$$

En comparant l'expression du dénominateur à sa forme canonique

$$D(j\omega) = 1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2$$

on en déduit que

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad Q_0 = \frac{1}{\omega_0 R_1 (C_1 + C_2)} = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 (C_1 + C_2)}$$

cxFA 6

1. Éléments permettant de réaliser ce filtre.

On a vu dans le cours que les paramètres d'un filtre passe-bas réalisé avec une cellule de Sallen et Key sont reliés aux composants par les équations suivantes

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}, \quad Q_{0,PB} = \frac{1}{\omega_0 C_2 (R_1 + R_2)}$$

et que l'on prend $R_1 = R_2 = R$ pour un filtre passe-bas. Connaissant $\omega_0 = 2\pi f_0 = 6283 \text{ rad/sec}$, $Q_0 = 3 \text{ dB} = \sqrt{2}$ et choisissant au préalable $C_2 = 10 \text{ nF}$, on obtient

$$R = \frac{1}{2Q_0\omega_0 C_2} = 5627 \Omega, \quad C_1 = 4Q_0^2 C_2 = 8 \text{ nF}$$

2. Diagramme de Bode.

On a vu que la fonction de transfert d'un filtre passe-bas s'écrit

$$H_{PB}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/Q_0/\omega_0 + (j\omega/\omega_0)^2}$$

Sur le tracé de Bode (figure cxFA6), on peut raisonnablement estimer que f_c vaut environ 3 kHz.

3. Temps caractéristiques et réponse indicielle.

Les temps caractéristiques se calculent à partir des racines de l'équation caractéristique du filtre

$$\lambda^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \lambda + \omega_0^2 = 0$$

Le facteur de qualité Q_0 étant supérieur à 1/2, ces racines sont complexes et elles valent

$$\lambda_{1,2} = -2221 \pm j5877 [1/\text{sec}]$$

On en déduit la constante de temps et la période d'oscillation

$$\tau = \frac{1}{2221} = 0.45 \text{ msec}, \quad T_p = \frac{2\pi}{5877} = 1.07 \text{ msec}$$

La durée du régime transitoire et le nombre de périodes visibles

$$t_{trans} \simeq 5\tau = 2.25 \text{ msec}, \quad N_{osc} \simeq \frac{t_{trans}}{T_p} = 2.1 \text{ périodes}$$

Comme on a affaire à un filtre passe-bas de gain unité, la tension de sortie partira de 0 pour tendre vers la tension appliquée en entrée.

1 Filtres analogiques

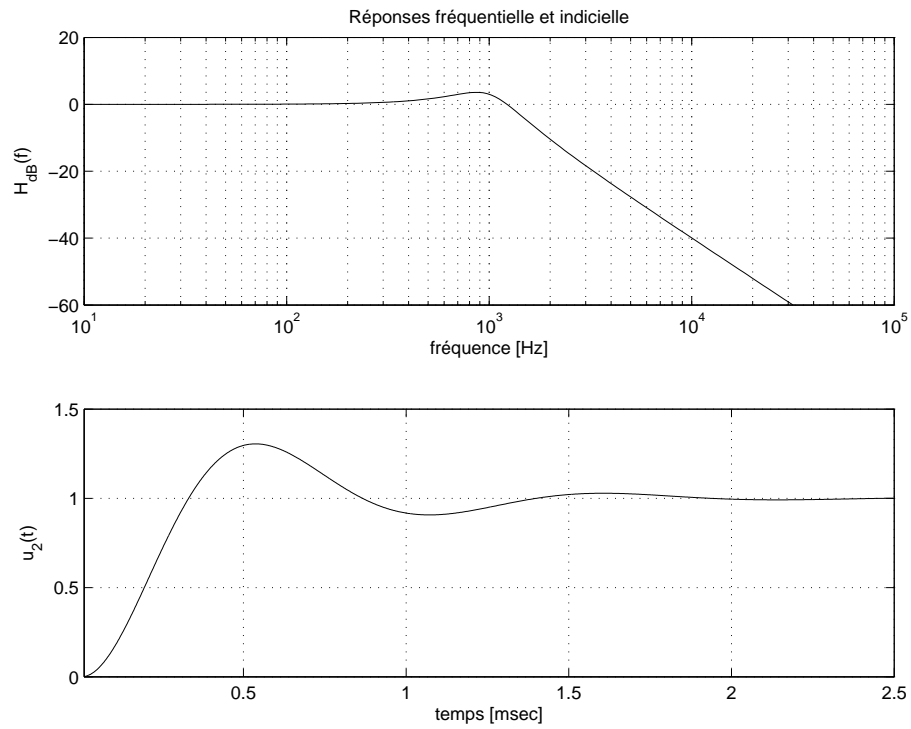


FIG. 1.4: cxFA6

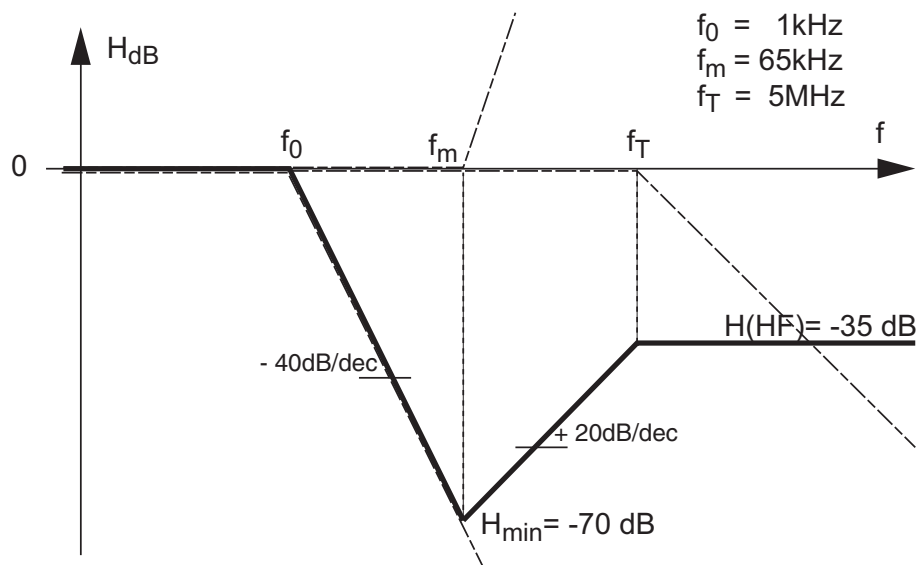


FIG. 1.5: cxFA7

cxFA 7

1. Le diagramme de Bode asymptotique est le même que celui présenté dans le cours (figure cxFA7).
2. La fréquence intermédiaire f_m et l'atténuation HF atteinte par ce filtre valent

$$f_m = \left(f_0^2 f_T \frac{R_1}{R_{out}} \right)^{1/3} = \left(10^6 \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{5627}{100} \right)^{1/3} \simeq 65.5 \text{ kHz}$$

$$H(jf)|_{f \rightarrow \infty} = \frac{R_{out}}{R_1} = \frac{100 \Omega}{5627 \Omega} \simeq 0.018 \simeq -35 \text{ dB}$$

3. D'après le diagramme de Bode asymptotique, on peut s'attendre à ce que le minimum de la réponse fréquentielle se situe aux environs de f_m et qu'il vaudra

$$H_{min} \simeq \left| \frac{1}{1 + jf/Q_0/f_0 + (jf/f_0)^2} \right|_{f=f_m} \simeq \left(\frac{f_0}{f_m} \right)^2 = \left(\frac{1 \text{ kHz}}{65.5 \text{ kHz}} \right)^2 \simeq -70 \text{ dB}$$

4. L'observation du diagramme de Bode asymptotique montre que cette réponse fréquentielle est la somme (en dB) de trois termes à savoir, un passe-bas d'ordre 2 de fréquence f_0 , une amplification HF d'ordre 3 de fréquence f_m , un passe-bas d'ordre 1 de fréquence f_T . En termes de réponse fréquentielle, cela donne :

$$H(jf) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} \left(\frac{jf}{f_0} \right) + \left(\frac{jf}{f_0} \right)^2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{jf}{f_m} \right)^3}{1} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{jf}{f_T} \right)}$$

5. On a vu que la fréquence caractéristique du compensateur HF doit se situer aux environs de la fréquence intermédiaire f_m ; on a donc

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \simeq f_m \Rightarrow RC \simeq \frac{1}{2\pi f_m} \simeq 2.4 \mu\text{sec}$$

Ce qui permet de choisir $R = 240 \Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

cxFA 8

La démarche est similaire à celle de l'exercice FA6. On se contente donc de donner les réponses.

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}, & Q_{0,PH} &= \frac{1}{\omega_0 R_1 (C_1 + C_2)} \\ \omega_0 &= 100 [\text{rad/sec}], & f_0 &= \frac{\omega_0}{2\pi} = 15.9 [\text{Hz}], & Q_0 &= 5 \\ \lambda^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} \lambda + \omega_0^2 &= 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -10 \pm j99.5 [1/\text{sec}] \\ \tau &= \frac{1}{10} = 0.1 \text{ sec}, & T_p &= \frac{2\pi}{99.5} = 0.063 \text{ sec} \\ t_{trans} &\simeq 5\tau = 0.5 \text{ sec}, & N_{osc} &\simeq \frac{t_{trans}}{T_p} = 7.9 \text{ périodes} \end{aligned}$$

Les réponses sont représentées à la figure cxFA8.

1 Filtres analogiques

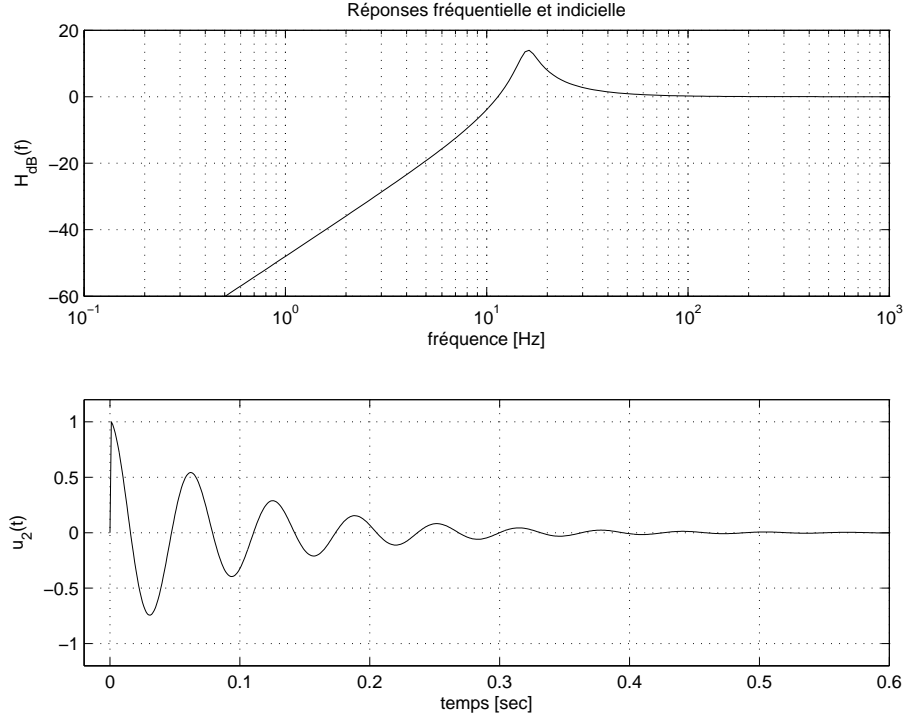


FIG. 1.6: cxFA8

cxFA 10

1. Il s'agit d'un filtre passe-bas d'ordre 4. Ce filtre sera réalisé avec deux cellules de Sallen et Key dont les pulsations et facteurs de qualité valent

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{3.6 \cdot 10^{-8}}} = 5270 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad Q_{01} = \frac{1}{2.4 \cdot 10^{-4} \omega_{01}} = 0.7906$$

$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 10^{-8}}} = 10'000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \quad Q_{02} = \frac{1}{0.28 \cdot 10^{-4} \omega_{02}} = 3.571$$

2. Étant donné les valeurs des facteurs de qualité, le tableau des filtres normalisés montre qu'il s'agit d'un filtre de Tchebycheff d'ondulation $r = 1 \text{ dB}$. On voit également que la largeur de sa bande d'ondulation vaut

$$\omega_r = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{5270}{0.5286} = 9970 \\ \frac{10000}{0.9932} = 10068 \end{array} \right\} \simeq 10'000 \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$$

3. Après avoir choisi une valeur commune pour toutes les résistances $R = 10 \text{ k}\Omega$, les capacités réalisant ce filtre valent

$$C_{1k} = \frac{2Q_{0k}}{\omega_{0k}R} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1.5812}{5270 \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 30 \text{ nF} \\ \frac{7.142}{10000 \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 71.4 \text{ nF} \end{array} \right.$$

$$C_{2k} = \frac{C_{1k}}{4Q_{0k}^2} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{30 \text{ nF}}{4 \cdot 0.7906^2} = 12 \text{ nF} \\ \frac{71.4 \text{ nF}}{4 \cdot 3.571^2} = 1.4 \text{ nF} \end{array} \right.$$

4. Diagramme de Bode (figure cxFA10).

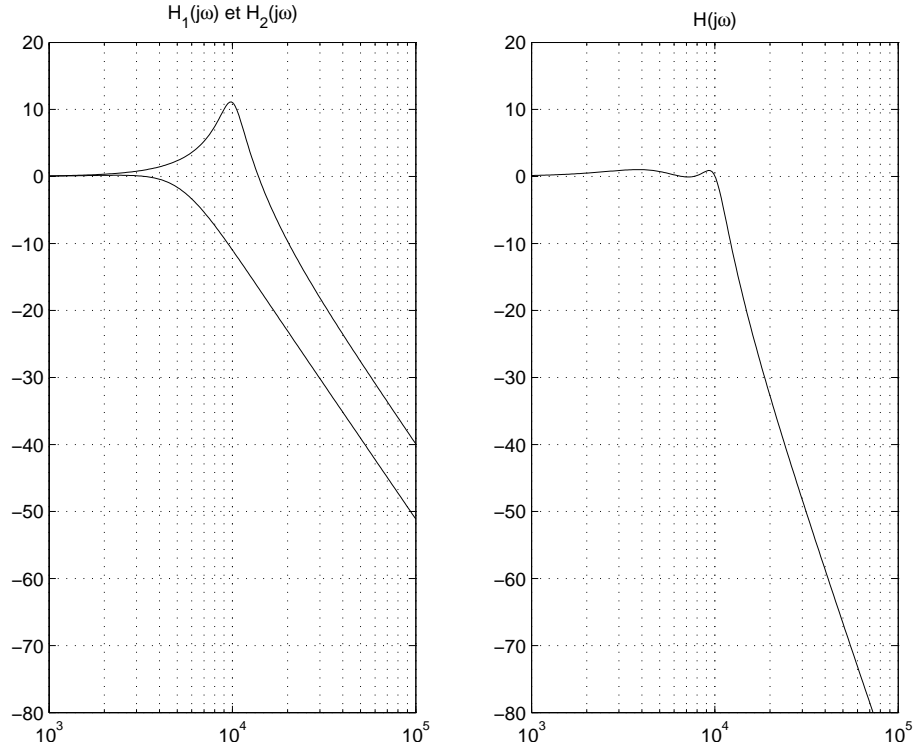


FIG. 1.7: cxFA10

cxFA 11

Ce filtre sera réalisé avec trois cellules de Sallen et Key passe-bas. La première sera d'ordre 1 alors que les deux suivantes seront d'ordre 2. Ces réponses fréquentielles s'écriront sous la forme

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_1}}, \quad H_{2,3}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_{2,3}} \frac{j\omega}{\omega_{2,3}} + \left(\frac{j\omega}{\omega_{2,3}}\right)^2}$$

Les trois cellules auront les mêmes pulsations caractéristiques ; c'est une des propriétés des filtres de Butterworth. De plus elles sont égales à la pulsation de coupure ω_c . Du tableau des filtres normalisés, on tire

k	$f_k [Hz]$	$\omega_k \left[\frac{rad}{sec} \right]$	Q_k	$Q_k [dB]$	$1/Q_k$
1	1000	6283	—	—	—
2	1000	6283	0.618	-4.18	1.618
3	1000	6283	1.618	+4.18	0.618

Ce qui donne

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{6283}} \cdot \frac{1}{1 + 1.618 \frac{j\omega}{6283} + \left(\frac{j\omega}{6283}\right)^2} \cdot \frac{1}{1 + 0.618 \frac{j\omega}{6283} + \left(\frac{j\omega}{6283}\right)^2}$$

1 Filtres analogiques

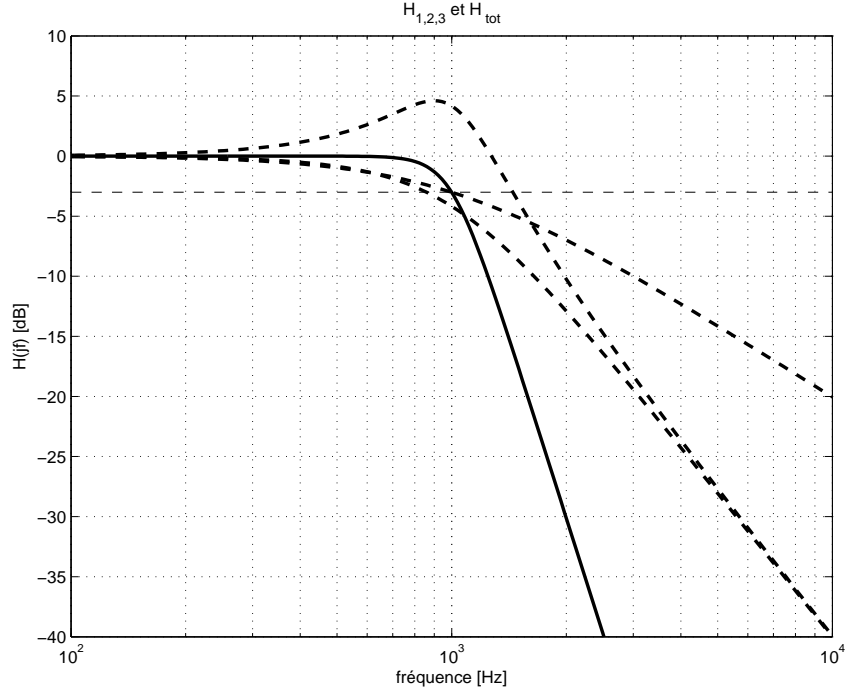


FIG. 1.8: cxFA11

Comme on peut le constater en observant la réponse fréquentielle de ce filtre, la troisième cellule amplifie le signal d'entrée d'un facteur 1.618. Si on place cette cellule à l'entrée du filtre, on court le risque de saturer l'AO ; c'est pourquoi, de manière générale, on place les cellules d'ordre 2 dans l'ordre croissant des facteurs qualité afin que le signal soit atténué avant d'être amplifié.

cxFA 12

Ce filtre sera réalisé avec trois cellules de Sallen et Key passe-bas. La première sera d'ordre 1 alors que les deux suivantes seront d'ordre 2. Ces réponses fréquentielles s'écriront sous la forme

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_1}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}, \quad \text{avec } RC = \frac{1}{\omega_1}$$

$$H_{2,3}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_{2,3}} \frac{j\omega}{\omega_{2,3}} + \left(\frac{j\omega}{\omega_{2,3}}\right)^2} = \frac{1}{1 + 2RC_2 j\omega + R^2 C_1 C_2 (j\omega)^2}$$

$$\text{avec } C_1 = \frac{2Q_0}{\omega_0 R}, \quad C_2 = \frac{1}{2Q_0 \omega_0 R}$$

Les trois cellules seront réalisées avec les paramètres et composants suivants

k	f_k [Hz]	ω_k $\left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right]$	Q_k	R_k [kΩ]	$C_{1,k}$ [nF]	$C_{2,k}$ [nF]
1	1501.5	9434	—	10	10.6	—
2s	1555.5	9773	0.5635	10	11.5	9.08
3	1754.5	11024	0.9165	10	16.6	4.95

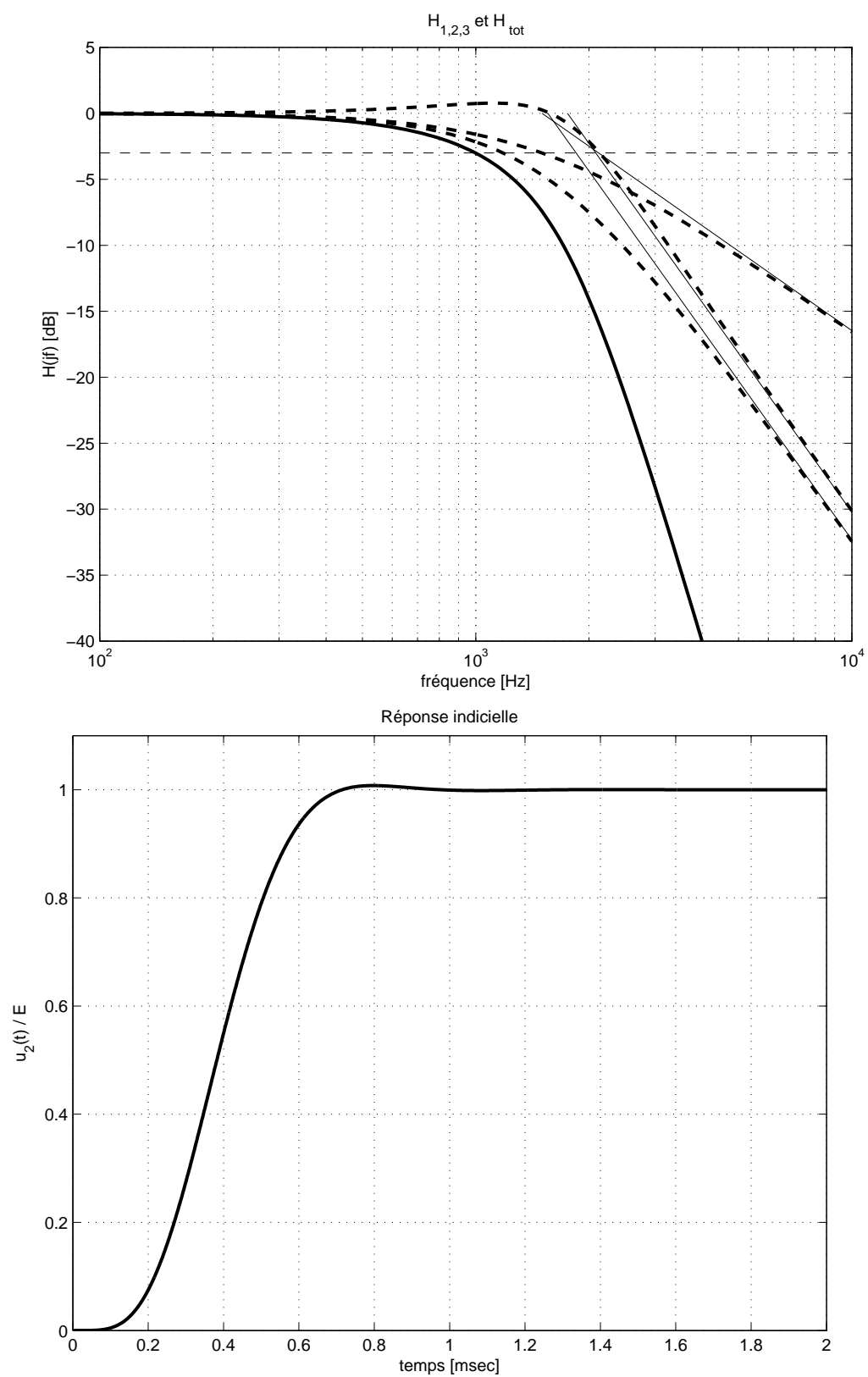


FIG. 1.9: cxFA12

1 Filtres analogiques

Le temps de propagation de ce filtre de Bessel vaut

$$t_p = \sum_k \frac{1}{Q_{0k} \omega_{0k}} = \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{Q_2 \omega_2} + \frac{1}{Q_3 \omega_3} = 0.39 [\text{msec}]$$

Les racines des polynômes caractéristiques valent

$$\lambda_1 = -\omega_1 = -9434 [1/\text{sec}]$$

$$\lambda_{2,ab} = -8672 \pm j4507 [1/\text{sec}]$$

$$\lambda_{3,ab} = -6014 \pm j9239 [1/\text{sec}]$$

Ce qui donne les constantes de temps suivantes

$$\tau_1 = \frac{1}{9434} = 0.106 [\text{msec}]$$

$$\tau_2 = \frac{1}{8672} = 0.115 [\text{msec}]$$

$$\tau_3 = \frac{1}{6014} = 0.166 [\text{msec}]$$

On peut donc s'attendre à ce que la durée de la réponse transitoire soit d'environ

$$t_{trans} \simeq 5 \tau_3 \simeq 1 [\text{msec}]$$

En observant la réponse indicielle de ce filtre, on peut constater que le temps de propagation et la durée de la réponse transitoire correspondent bien aux valeurs calculées plus haut.

2 Comparateurs et générateurs

cxComp 1

Considérant le circuit Comp 1, on voit qu'il s'agit d'un comparateur inverseur qui commutera lorsque

$$u_1 = u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{avec} \quad u_2 = \pm V_{sat}$$

Les tensions de seuil sont donc

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \pm 4 \text{ V}$$

La caractéristique de transfert et l'évolution des tensions d'entrée $u_1(t)$ et de sortie $u_2(t)$ sont présentées dans la figure cxComp 1.

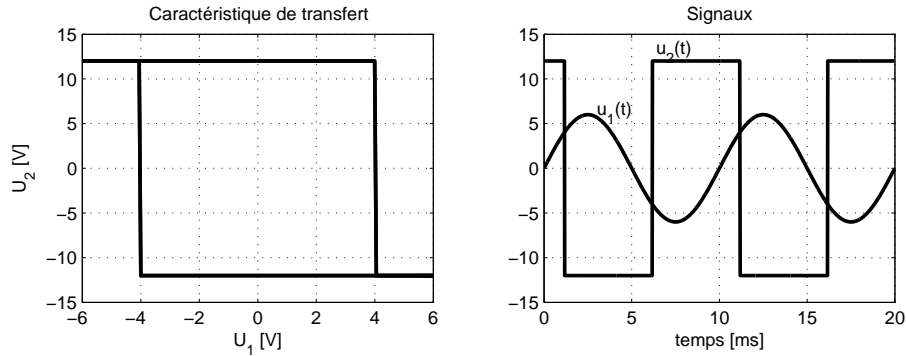


FIG. 2.1: Signaux de cxComp1

cxComp 2

Considérant le circuit Comp 2, on voit qu'il s'agit d'un comparateur non-inverseur qui commutera lorsque

$$U_+ = u_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{avec} \quad u_2 = \pm V_{sat}$$

Les tensions de seuil se situent donc en

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2} + U_0 = \begin{pmatrix} +4 \text{ V} \\ 0 \text{ V} \end{pmatrix}$$

2 Comparateurs et générateurs

La caractéristique de transfert et l'évolution des tensions d'entrée $u_1(t)$ et de sortie $u_2(t)$ sont présentées dans la figure cxComp 2.

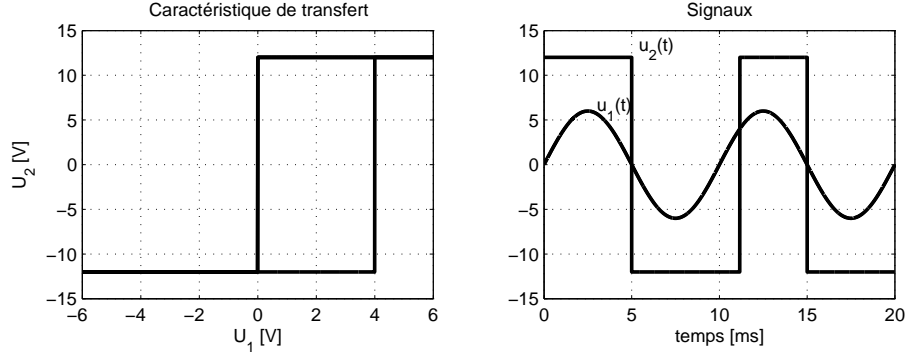


FIG. 2.2: Signaux de cxComp2

cxComp 3

Les deux caractéristiques proposées sont respectivement celles de comparateurs inverseur et non inverseur à seuils variables (figures 2.4 et 2.3 du polycopié).

Dans le cas du *comparateur inverseur*, on a montré que l'on a

$$\Delta V_T = 2V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad V_{T0} = V_{ref} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

De la première équation, on tire

$$\frac{2V_{sat}}{\Delta V_T} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{2V_{sat}}{\Delta V_T} - 1 = \frac{2 \cdot 12 V}{2 V} - 1 = 11$$

De la deuxième équation, on tire

$$V_{ref} = V_{T0} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = 5 \left(1 + \frac{1}{11} \right) = 5.45 V$$

En choisissant $R_1 = 10 k\Omega$ et $R_2 = 110 k\Omega$, on réalisera la caractéristique demandée.

Dans le cas du *comparateur non inverseur*, on a montré que l'on a

$$\Delta V_T = 2V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad V_{T0} = V_{ref} \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

De la première équation, on tire

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2V_{sat}}{\Delta V_T} = \frac{2 \cdot 12 V}{2 V} = 12$$

De la deuxième équation, on tire

$$V_{ref} = V_{T0} \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} = 5 \frac{1}{1 + \frac{1}{12}} = 4.615 V$$

cxComp 4

Considérant le circuit Comp 4, on voit qu'il s'agit d'un comparateur inverseur qui commutera lorsque

$$U_+ = V_{CC} \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} + u_2 \frac{R_{13}}{R_{13} + R_2} = U_- = u_1$$

avec

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R}{2} \quad u_2 = \pm V_{sat}$$

Les tensions de seuil se situent donc en

$$V_{T1,2} = (\pm V_{sat} + V_{CC}) \frac{R/2}{R/2 + R} = \frac{1}{3} (\pm V_{sat} + V_{CC}) = \begin{pmatrix} +8V \\ 0V \end{pmatrix}$$

cxComp 8

Le premier AO est un comparateur non inverseur dont les seuils sont fixés par

$$U_+ = u_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = 0$$

On en déduit que les niveaux de commutation sont

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2} = \pm 12V \frac{10k\Omega}{20k\Omega} = \pm 6V$$

La tension triangulaire fournie par l'intégrateur va se situer entre ces deux niveaux et son évolution temporelle est donnée par

$$u_3(t) = V_{T2} + \frac{1}{RC} \int_0^t V_{sat} dt = V_{T2} + \frac{V_{sat}}{RC} t$$

On voit ainsi que la pente mathématique p_1 de cette évolution vaut

$$p_1 = \frac{V_{sat}}{RC}$$

alors que la pente p_2 générée par le signal pendant une demi-période vaut

$$p_2 = \frac{V_{T1} - V_{T2}}{T/2} = \frac{2V_{sat} \frac{R_1}{R_2}}{T/2} = \frac{4V_{sat}}{T} \frac{R_1}{R_2}$$

En égalant ces deux pentes, on en déduit que la période des signaux carré et triangulaire vaut

$$T = 4RC \frac{R_1}{R_2} = 4 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{2} = 2msec$$

Comp 5: (de') charge d'une capacité

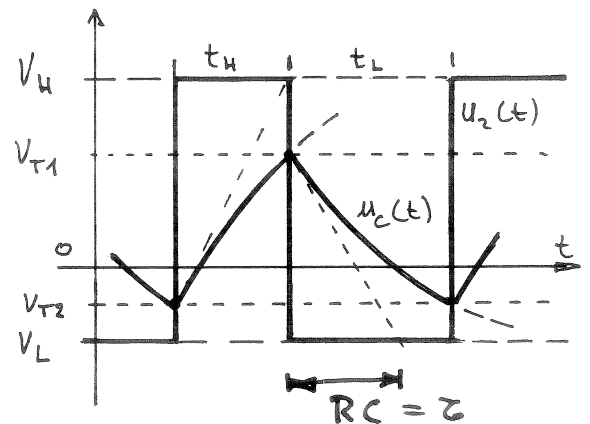
Ou a: $u_1 \equiv u_c(t) = u_0 + (u_\infty - u_0)(1 - e^{-t/RC})$

le basculement a lieu lorsque

$$u_1 = V_{T1,2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix}$$

A.N. $\rightarrow \frac{1}{2} \begin{pmatrix} +12 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +6V \\ -3V \end{pmatrix}$

Le tracé de $u_c(t)$ se fait en s'aidant de la pente à l'origine et du passage à 63%.



i) Le niveau ^{haut} est caractérisé par:

$$u_c(t) = V_{T2} + (V_H - V_{T2})(1 - e^{-t/RC}) \xrightarrow{t=t_H} V_{T1}$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-t_H/RC} = \frac{V_{T1} - V_{T2}}{V_H - V_{T2}} \Rightarrow e^{t_H/RC} = \frac{V_H - V_{T2}}{V_H - V_{T2} - V_{T1} + V_{T2}}$$

$$\Rightarrow t_H = RC \ln \frac{V_H - V_{T2}}{V_H - V_{T1}} = RC \ln \frac{+12+3}{+12-6} = 0.916 \cdot RC$$

ii) Le niveau bas est caractérisé par:

$$u_c(t) = V_{T1} + (V_L - V_{T1})(1 - e^{-t/RC}) \xrightarrow{t=t_L} V_{T2}$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-t_L/RC} = \frac{V_{T2} - V_{T1}}{V_L - V_{T1}} \Rightarrow e^{t_L/RC} = \frac{V_L - V_{T1}}{V_L - V_{T1} - V_{T2} + V_{T1}}$$

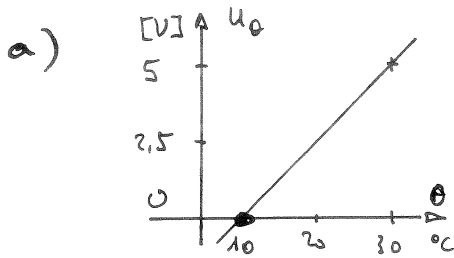
$$\Rightarrow t_L = RC \ln \frac{V_L - V_{T1}}{V_L - V_{T2}} = RC \ln \frac{-6-6}{-6+3} = 1.386 \cdot RC$$

iii) Cas particulier: $V_H = -V_L \Rightarrow V_{T1} = -V_{T2} = V_H/2 = -V_L/2$

$$\Rightarrow t_H = RC \ln \frac{1.5V_H}{0.5V_H} = RC \ln 3$$

$$t_L = RC \ln \frac{+1.5V_L}{+0.5V_L} = RC \ln 3 \quad \Rightarrow t_H = t_L \Rightarrow OK$$

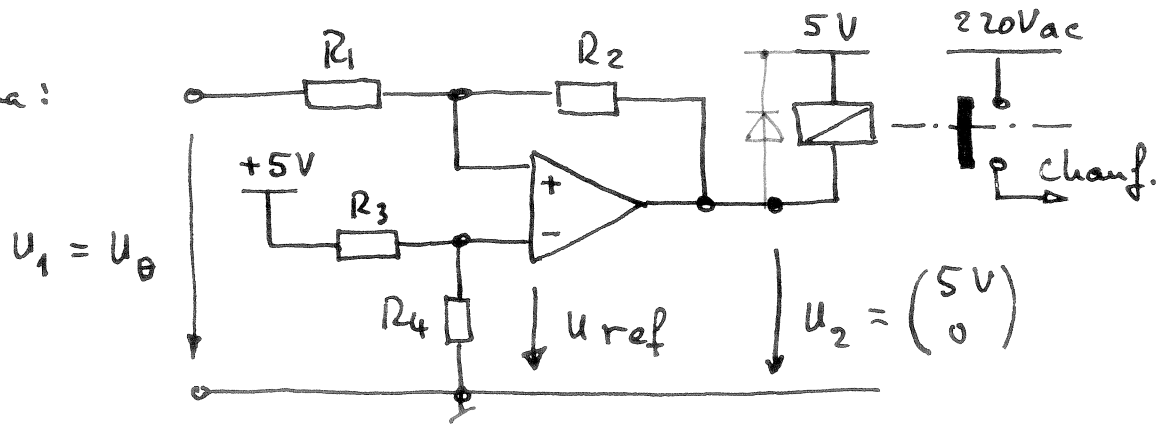
Comp 6



$$U_{\theta} = \frac{5V}{20^{\circ}C} (\theta - 10^{\circ}) = 0.25 \left[\frac{V}{^{\circ}C} \right] (\theta - 10^{\circ})$$

donc $\theta_{1,2} = \begin{pmatrix} 20^{\circ} \\ 10^{\circ} \end{pmatrix} \Rightarrow U_{\theta_{1,2}} = \begin{pmatrix} 2.50 V \\ 2.00 V \end{pmatrix}$

b) Schéma:



Calcul du comparateur:

$$U_{\theta} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_{ref} \quad \text{commutation}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2.50V \\ 2.00V \end{pmatrix} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \begin{pmatrix} 0V \\ 5V \end{pmatrix} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_{ref}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2.5 R_2 + 0 R_1 = U_{ref} (R_1 + R_2) \\ 2.0 R_2 + 5 R_1 = U_{ref} (R_1 + R_2) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{équ. à zinc} \\ U_{ref} \text{ et } R_1/R_2 \equiv \beta \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2.5 - U_{ref}) R_2 = U_{ref} R_1 \\ (5 - U_{ref}) \cdot R_1 = (U_{ref} - 2.0) R_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2.5 - U_{ref} = \beta U_{ref} & (1) \\ 5\beta - \beta U_{ref} = U_{ref} - 2.0 & (2) \end{cases}$$

$$(1 \rightarrow 2): 5\beta - 2.5 + U_{ref} = U_{ref} - 2.0$$

$$\Rightarrow 5\beta = 2.5 - 2.0 = 0.5$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{R_1}{R_2} = 0.1 \quad (3)$$

$$(3 \rightarrow 1): 2.5 = (1 + \beta) U_{ref} \Rightarrow U_{ref} = \frac{2.5}{1.1} = 2.27V = \frac{V_{cc}}{2.20}$$

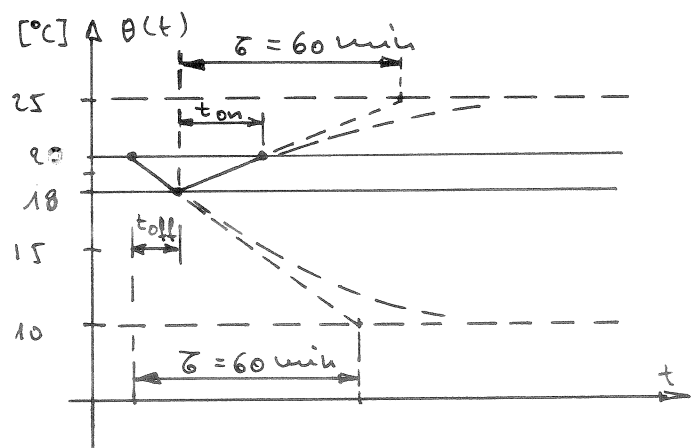
Donc $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$; $R_3 = 10k\Omega$; $R_4 = 22k\Omega$

Camp 6 (suite)

- c) Pour calculer t_{on} et t_{off} , il faut voir que ce système thermique se comporte comme un circuit RC et que l'évolution de la température suit la loi d'un système d'ordre un :

$$\theta(t) = \theta_0 + (\theta_{\infty} - \theta_0)(1 - e^{-t/\tau})$$

Partant de l'équation ci-dessus, on a un arc cos que son expression inverse s'écrit



$$t = \tau \ln \frac{\theta_{\infty} - \theta_0}{\theta_{\infty} - \theta(t)}$$

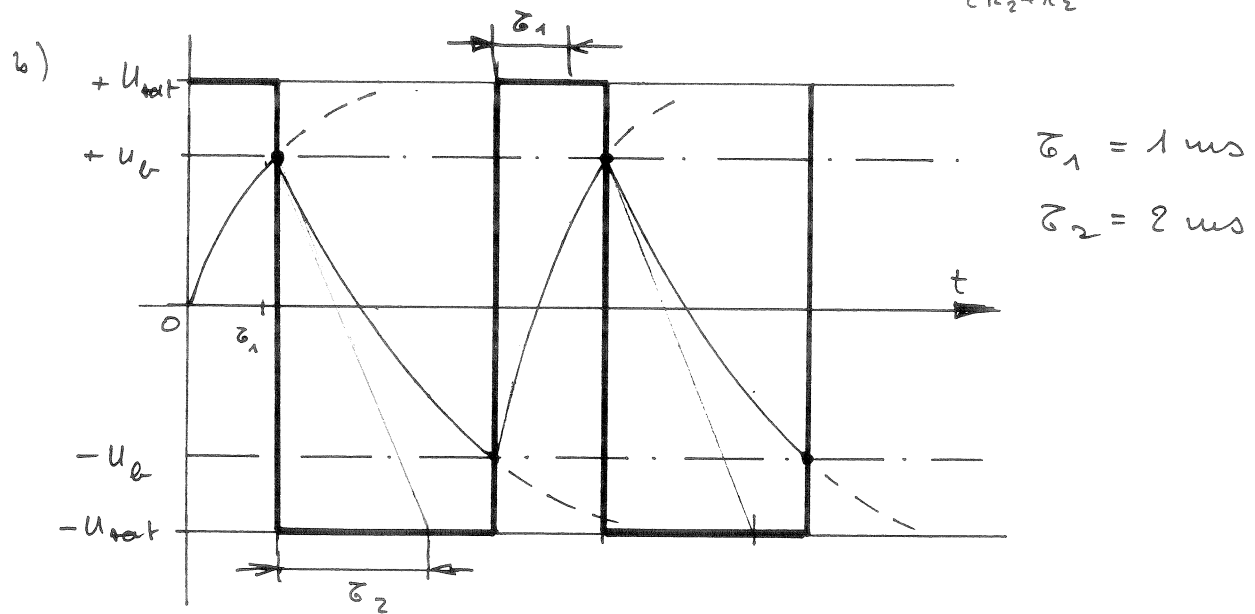
et on en déduit que

$$t_{off} = \tau \ln \frac{10 - 20}{10 - 18} \approx 13,4 \text{ min}$$

$$t_{on} = \tau \ln \frac{25 - 18}{25 - 20} \approx 20,2 \text{ min}$$

Comp 7a:

a) Commutations si $U_c = U_- = U_+ = \pm U_{sat} \frac{2R_2}{2R_2 + R_2} = \pm U_{sat} \frac{2}{3}$



c) On sait que $U_c(t) = U_o + (U_{\infty} - U_o) \cdot (1 - e^{-t/RC})$; d'où:

$$t_f: +\frac{2}{3} U_{sat} + (-U_{sat} - \frac{2}{3} U_{sat}) \cdot (1 - \exp(-t/2R_1C)) = -\frac{2}{3} U_{sat}$$

$\uparrow t = t_f$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} U_{sat} (1 - e^{-t_f/2R_1C}) = \frac{4}{3} U_{sat}$$

$$\Rightarrow t_f = -2R_1C \ln(1/5) = 2R_1C \ln 5 = 3,22 \text{ msec}$$

$$t_h: -\frac{2}{3} U_{sat} + (+U_{sat} - (-\frac{2}{3} U_{sat})) \cdot (1 - \exp(-t/R_1C)) = +\frac{2}{3} U_{sat}$$

$\uparrow t = t_h$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} U_{sat} (1 - \exp(-t_h/R_1C)) = \frac{4}{3} U_{sat}$$

$$\Rightarrow t_h = -R_1C \ln(1/5) = +R_1C \ln 5 = 1,61 \text{ ms}$$

$$\Rightarrow T = t_f + t_h = 4,83 \text{ msec}$$

$$\eta \approx \frac{t_h}{T} = \frac{1,61}{4,83} = \frac{1}{3}$$

Comp 7 b:

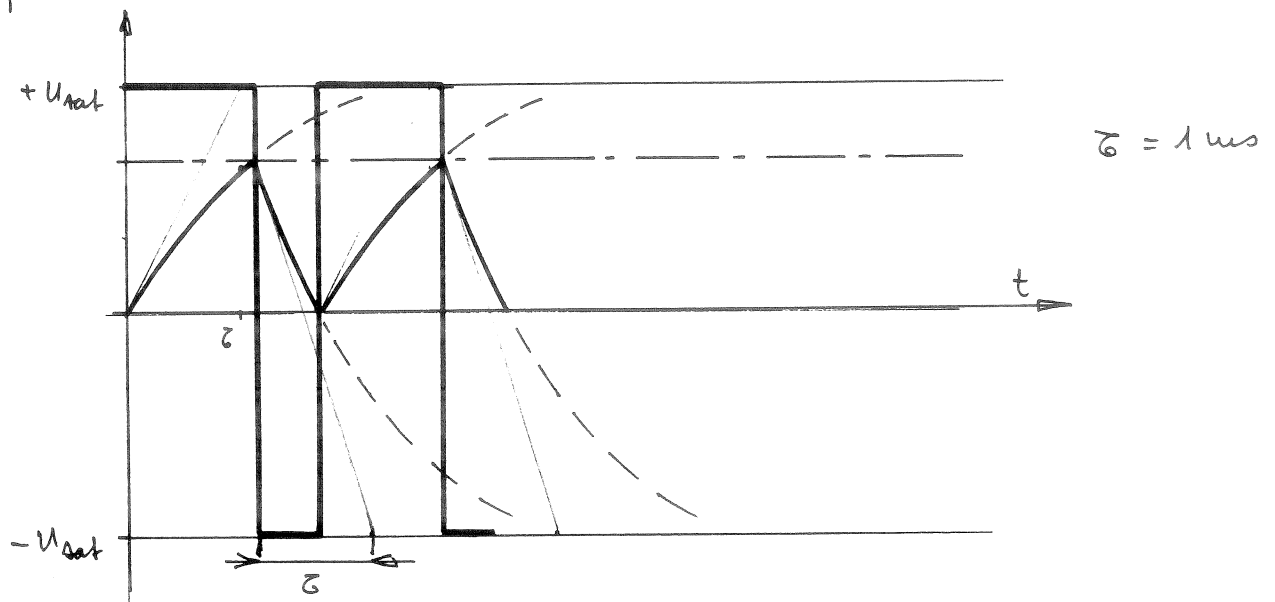
a) Comutations si $U_+ = U_-$

$$\text{avec } U_+ = \pm U_{\text{sat}} \frac{\frac{1}{2} R_2}{\frac{1}{2} R_2 + R_2} + V_{cc} \frac{\frac{1}{2} R_2}{\frac{1}{2} R_2 + R_2}$$

$$= \pm \frac{1}{3} U_{\text{sat}} + \frac{1}{3} V_{cc} = V_{cc} \left(\pm \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow U_+ = \begin{cases} 0 \\ \frac{2}{3} V_{cc} \end{cases}$$

b)



$$c) t_h: U_{\text{sat}} (1 - e^{-t_h/\tau}) = \frac{2}{3} U_{\text{sat}} \Rightarrow e^{-t_h/\tau} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow t_h = \tau \ln 3$$

$$t_f: \frac{2}{3} U_{\text{sat}} + (-U_{\text{sat}} - \frac{2}{3} U_{\text{sat}}) (1 - e^{-t_f/\tau}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{5}{3} (1 - e^{-t_f/\tau}) \Rightarrow 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = e^{-t_f/\tau}$$

$$\Rightarrow t_f = \tau \ln (5/3)$$

$$\Rightarrow T = t_f + t_h = \tau \ln 5$$

$$\eta = t_h/T = \ln 3 / \ln 5 \simeq 0.68$$

cxComp 9

Le comparateur de la bascule commute lorsque

$$U_+ = V_{CC} \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} + u_2 \frac{R_{13}}{R_{13} + R_2} = U_- = u_1$$

avec

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20}{3} k\Omega, \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{30}{4} k\Omega, \quad u_2 = \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Les tensions de seuil se situent donc en

$$\begin{aligned} V_{T1,2} &= V_{CC} \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} + \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{R_{13}}{R_{13} + R_2} \\ &= V_{CC} \frac{20/3}{30 + 20/3} + \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{30/4}{30/4 + 20} \\ &= V_{CC} \frac{20}{110} + \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{30}{110} = V_{CC} \begin{pmatrix} 5/11 \\ 2/11 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La capacité C va se charger avec la constante de temps $\tau = RC$ entre les tensions $\frac{2}{11}V_{CC}$ et $\frac{5}{11}V_{CC}$. Les temps de charge t_H et de décharge t_L vaudront alors

$$\begin{aligned} t_H &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_H)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{V_{CC} - \frac{2}{11}V_{CC}}{V_{CC} - \frac{5}{11}V_{CC}} \right) = RC \ln \frac{9}{6} \\ t_L &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_L)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{0 - \frac{5}{11}V_{CC}}{0 - \frac{2}{11}V_{CC}} \right) = RC \ln \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Le rapport cyclique vaudra donc

$$\eta \equiv \frac{t_H}{t_H + t_L} = \frac{\ln \frac{9}{6}}{\ln \frac{9}{6} + \ln \frac{5}{2}} = 0.307$$

et la période

$$T = t_H + t_L = RC \left(\ln \frac{9}{6} + \ln \frac{5}{2} \right) = 0.13 msec$$

En conclusion, il est intéressant de remarquer que le fonctionnement de cette bascule est indépendant de la valeur de la tension d'alimentation.

cxComp 11

Les niveaux de commutation du comparateur non inverseur (voir cxComp8) se trouvent en

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2}$$

Comme la tension triangulaire fournie par l'intégrateur doit se situer entre ces deux niveaux $\pm 5V$, on en déduit que

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_{T1}}{V_{sat}} = \frac{5V}{12V} = \frac{5}{12}$$

On peut ainsi choisir $R_1 = 50k\Omega$ et $R_2 = 120k\Omega$.

Concernant la période d'oscillation, on a vu qu'elle vaut

$$T = 4RC \frac{R_1}{R_2}$$

On va pouvoir la varier entre 1 msec et 10 msec en choisissant pour R une résistance variable telle que

$$T_{min} < 4RC \frac{R_1}{R_2} < T_{max}$$

$$T_{min} \frac{R_2}{4R_1} = 0.6 msec < RC < T_{max} \frac{R_2}{4R_1} = 6 msec$$

En choisissant $C = 100nF$, on devra prendre une résistance variable entre $6k\Omega$ et $60k\Omega$.

cxComp 12

Le signal triangulaire est fourni par l'intégrateur. Comme son amplitude de 6 V est fixée par le comparateur non inverseur, on voit que les tensions de seuil vaudront

$$V_{T1,2} = \pm 6V$$

Comme ces tensions de seuil sont fixées par

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2}$$

on en déduit que

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_{T1}}{V_{sat}} = \frac{1}{2}$$

On peut donc prendre $R_1 = 10k\Omega$ et $R_2 = 20k\Omega$.

On a vu que la fréquence du VCO est déterminée par

$$f(U_{in}) \equiv \frac{1}{T} = \frac{1}{4RC} \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{V_{sat}} U_{in}$$

2 Comparateurs et générateurs

Afin d'avoir une fréquence de 1 kHz lorsque $U_{in} = 5\text{ V}$, on doit avoir

$$RC = \frac{1}{4f} \frac{R_2}{R_1} \frac{U_{in}}{V_{sat}} = \frac{1}{4\text{ kHz}} \frac{20}{10} \frac{5}{12} = 208\text{ }\mu\text{s}$$

Valeur que l'obtient avec $C = 10\text{ nF}$ et $R = 20,8\text{ k}\Omega$.

Enfin, le VCO ne peut fonctionner correctement que si les transistors de commutation sont saturés. Cela signifie que la tension d'entrée doit être inférieure à

$$V_{sat} - R_4 I_B - V_j \simeq V_{sat} - V_j$$

3 Contre-réaction

CR 2 :

On a

$$y(t) = \frac{A}{1 + A\beta} x(t) = \frac{1000}{1 + 1000/100} x(t) = 90.9 x(t)$$

$$e(t) = \frac{1}{1 + A\beta} x(t) = \frac{1}{1 + 1000/100} x(t) = 0.0909 x(t)$$

$$y_f(t) = \frac{A\beta}{1 + A\beta} x(t) = \frac{1000/100}{1 + 1000/100} x(t) = 0.909 x(t)$$

CR 3 :

1. **Fonction de transfert totale** $H_{tot} = Y/X$

$$H_{tot} = H_1 \frac{H_2}{1 + H_2 H_3} H_4$$

2. **Forme canonique de H_{tot}**

$$H_{tot} = \frac{A_1}{1 + j\omega/\omega_1} \frac{\frac{A_2}{1 + j\omega/\omega_2}}{1 + \frac{A_2}{1 + j\omega/\omega_2} \frac{A_3}{1 + j\omega/\omega_3}} \frac{A_4}{1 + j\omega/\omega_4}$$

$$H_{tot} = \frac{A_1}{1 + j\omega/\omega_1} \frac{A_2 (1 + j\omega/\omega_3)}{(1 + j\omega/\omega_2) (1 + j\omega/\omega_3) + A_2 A_3} \frac{A_4}{1 + j\omega/\omega_4}$$

$$H_{tot} = \frac{A_1}{1 + j\omega/\omega_1} \frac{A_2 (1 + j\omega/\omega_3)}{1 + A_2 A_3 + j\omega \left(\frac{1}{\omega_2} + \frac{1}{\omega_3} \right) + \frac{(j\omega)^2}{\omega_2 \omega_3}} \frac{A_4}{1 + j\omega/\omega_4}$$

$$H_{tot} = \frac{A_1 A_2 A_4}{1 + A_2 A_3} \frac{1}{1 + j\omega/\omega_1} \frac{1}{1 + j\omega/\omega_4} \frac{(1 + j\omega/\omega_3)}{1 + j\omega \left(\frac{1}{\omega_2} + \frac{1}{\omega_3} \right) \frac{1}{1 + A_2 A_3} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_2 \omega_3} \frac{1}{1 + A_2 A_3}}$$

3. **Gain, pulsations caractéristiques et facteur de qualité**

$$A_0 = \frac{A_1 A_2 A_4}{1 + A_2 A_3}$$

$$\omega_k = \omega_1, \omega_4, \omega_3$$

$$\omega_0^2 = \omega_2 \cdot \omega_3 \cdot (1 + A_2 A_3)$$

$$\frac{1}{Q_0} = \omega_0 \cdot \frac{1/\omega_2 + 1/\omega_3}{1 + A_2 A_3}$$

3 Contre-réaction

4. Gain de boucle $H_2 \cdot H_3 \gg 1$

$$H_{tot} = H_1 \frac{H_2}{1 + H_2 H_3} H_4 \simeq H_1 \frac{H_2}{H_2 H_3} H_4 = H_1 \frac{1}{H_3} H_4$$

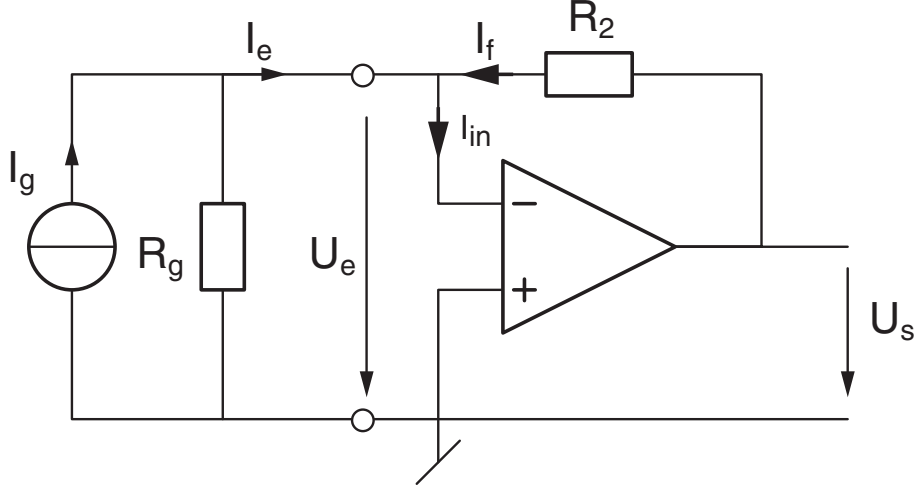


FIG. 3.1: Ex. CR 4

CR 4 :

1. A.O. idéal

$$U_e = 0, \quad I_{in} = 0$$

$$U_s = +I_f R_2 = -I_e R_2$$

$$R_e \equiv \frac{U_e}{I_e} = 0 \quad \text{car } U_e = 0$$

Dans le cas idéal où $A\beta \rightarrow \infty$, on a $Y = \pm \frac{1}{\beta} X$; ce qui, au niveau du circuit, correspond à

$$U_s = -R_2 I_e \Rightarrow \frac{1}{\beta} = R_2$$

avec

$$[\beta] = \left[\frac{\text{V}}{\text{A}} \right] \Rightarrow [A] = \left[\frac{1}{\beta} \right] = \left[\frac{\text{A}}{\text{V}} \right]$$

2. A.O. réel

$$A_0 < \infty, \quad R_{in} < \infty, \quad R_{out} = 0$$

a) Résistance d'entrée du circuit

$$R_e \equiv \frac{U_e}{I_e}$$

avec

$$U_e = R_{in} I_{in} = R_{in} (I_e + I_f), \quad U_s = -A_0 U_e$$

$$I_f = \frac{U_s - U_e}{R_2} = \frac{-A_0 U_e - U_e}{R_2} = -\frac{A_0 + 1}{R_2} U_e$$

donc

$$U_e = R_{in} (I_e + I_f) = R_{in} I_e - R_{in} \frac{A_0 + 1}{R_2} U_e$$

$$U_e + R_{in} \frac{A_0 + 1}{R_2} U_e = R_{in} I_e$$

$$U_e \left(1 + R_{in} \frac{A_0 + 1}{R_2} \right) = R_{in} I_e$$

d'où

$$R_e \equiv \frac{U_e}{I_e} = \frac{R_{in}}{\left(1 + R_{in} \frac{1+A_0}{R_2} \right)} \simeq \frac{R_{in}}{\left(1 + \frac{A_0 R_{in}}{R_2} \right)}$$

b) **Admittance d'entrée**

$$Y_e \equiv \frac{1}{R_e} = \frac{1 + R_{in} \frac{1+A_0}{R_2}}{R_{in}} = \frac{1}{R_{in}} + \frac{1 + A_0}{R_2}$$

$$Y_e = Y_{in} + (1 + A_0) Y_2 \simeq Y_{in} + A_0 Y_2$$

On voit ainsi que l'admittance d'entrée est celle de l'A.O. ($1/R_{in}$) augmentée de l'admittance de contre-réaction ($1/R_2$) amplifiée par le gain de l'A.O. Grâce à cela, la résistance d'entrée $R_e = 1/Y_e$ devient très petite et tend vers sa valeur idéale nulle.

c) **Paramètres de la CR**

On a

$$A_{bf} = \pm \frac{A}{1 + A\beta} \equiv \frac{U_s}{I_e}$$

avec

$$U_s = -A_0 U_e$$

$$R_e \equiv \frac{U_e}{I_e} = \frac{R_{in}}{\left(1 + R_{in} \frac{1+A_0}{R_2} \right)} = -\frac{U_s/A_0}{I_e}$$

d'où

$$\frac{U_s}{I_e} = -\frac{A_0 R_{in}}{\left(1 + R_{in} \frac{1+A_0}{R_2} \right)} \simeq -\frac{A_0 R_{in}}{\left(1 + A_0 R_{in} \frac{1}{R_2} \right)} = -\frac{A}{1 + A\beta}$$

On en déduit

$$A = A_0 R_{in}, \quad \beta = \frac{1}{R_2}$$

$$R_e = \frac{R_{in}}{\left(1 + \frac{A_0 R_{in}}{R_2} \right)} = \frac{1}{A_0} \frac{A}{(1 + A\beta)}$$

3. Valeurs numériques

$$A = A_0 R_{in} = 10^5 \cdot 10^4 [\Omega] = 10^9 [\Omega]$$

$$\beta = \frac{1}{R_2} = 10^{-3} [1/\Omega]$$

$$A\beta = \frac{A_0 R_{in}}{R_2} = 10^6 [/]$$

$$R_e = \frac{1}{A_0} \frac{A}{(1 + A\beta)} = \frac{1}{10^5} \frac{10^9 [\Omega]}{(1 + 10^6)} = 0.01 [\Omega]$$

CR 7 :

1. Schéma

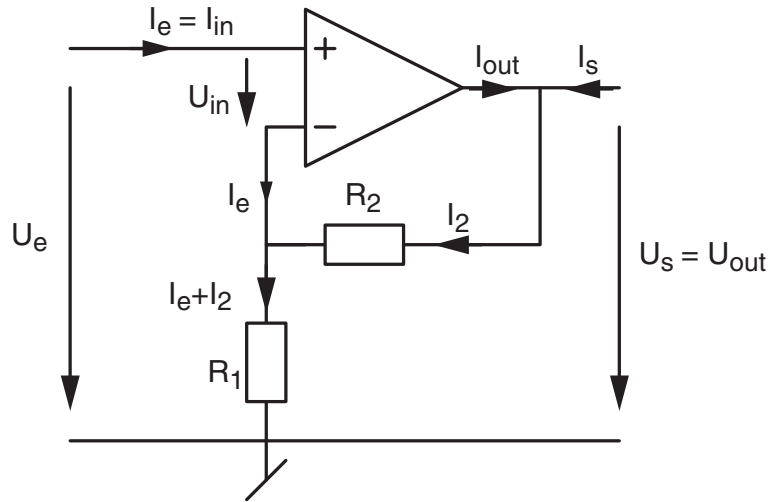


FIG. 3.2: Ex. CR 7

2. Équations

$$R_s \equiv \left. \frac{U_s}{I_s} \right|_{U_e=0} \quad (3.1)$$

$$U_{in} = R_{in} I_{in} = R_{in} I_e \quad (3.2)$$

$$U_s = U_{out} = A_{ao} U_{in} - R_{out} I_{out} \quad (3.3)$$

$$U_e = R_{in} I_e + R_1 (I_e + I_2) = (R_1 + R_{in}) I_e + R_1 I_2 \quad (3.4)$$

$$U_s = R_2 I_2 + R_1 (I_e + I_2) = R_1 I_e + (R_1 + R_2) I_2 \quad (3.5)$$

$$I_{out} = I_2 - I_s \quad (3.6)$$

3. Résolution

Partant du fait que pour calculer R_s , on annule U_e , l'équation (3.4) donne

$$I_2 = -I_e \frac{R_1 + R_{in}}{R_1}$$

Portant ce résultat dans (3.5), il vient

$$U_s = R_1 I_e - (R_1 + R_2) \frac{R_1 + R_{in}}{R_1} I_e$$

d'où

$$\begin{aligned} I_e &= \frac{U_s}{R_1 - (R_1 + R_2) \frac{R_1 + R_{in}}{R_1}} \\ &= \frac{U_s R_1}{R_1^2 - R_1^2 - R_1 R_{in} - R_2 (R_1 + R_{in})} \\ &= -\frac{U_s R_1}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} \\ I_2 &= -I_e \frac{R_1 + R_{in}}{R_1} = \frac{U_s (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} \end{aligned}$$

donc

$$I_{out} = I_2 - I_s = \frac{U_s (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} - I_s$$

Portant les courants I_e et I_{out} dans les équations (3.2) et (3.3), il vient

$$\begin{aligned} U_s &= A_{ao} R_{in} I_e - R_{out} I_{out} \\ &= -A_{ao} R_{in} \frac{U_s R_1}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} \\ &\quad - R_{out} \left(\frac{U_s (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} - I_s \right) \end{aligned}$$

En regroupant à gauche les termes contenant U_s , on obtient

$$\begin{aligned} U_s \left(1 + \frac{A_{ao} R_{in} R_1}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} + \frac{R_{out} (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} \right) &= +R_{out} I_s \\ U_s \left(1 + \frac{A_{ao} R_1 R_{in} + R_{out} (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})} \right) &= +R_{out} I_s \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} R_s \equiv \frac{U_s}{I_s} \Big|_{U_e=0} &= \frac{R_{out}}{1 + \frac{A_{ao} R_1 R_{in} + R_{out} (R_1 + R_{in})}{R_1 R_{in} + R_2 (R_1 + R_{in})}} \\ &= \frac{R_{out}}{1 + \frac{R_{in} (A_{ao} R_1 + R_{out}) + R_{out} R_1}{R_{in} (R_1 + R_2) + R_1 R_2}} \end{aligned}$$

4. Relation avec la CR

Si $R_{in} \gg R_1 \parallel R_2$, $A_{ao} \gg 1$ et $A_{ao}R_1 \gg R_{out}$, il vient

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{R_{in} (A_{ao} R_1 + R_{out}) + R_{out} R_1}{R_{in} (R_1 + R_2) + R_1 R_2} &\simeq 1 + \frac{R_{in} (A_{ao} R_1 + R_{out}) + R_{out} R_1}{(R_1 + R_2) (R_{in} + R_1 R_2 / (R_1 + R_2))} \\
 &\simeq 1 + \frac{A_{ao} R_1 R_{in} + R_{out} R_1}{R_1 R_{in} + R_2 R_{in}} \\
 &\simeq 1 + \frac{R_1 (A_{ao} R_{in} + R_{out})}{R_{in} (R_1 + R_2)} \\
 &\simeq 1 + \frac{R_1 A_{ao} R_{in}}{R_{in} (R_1 + R_2)} \\
 &\simeq 1 + A_{ao} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 + A\beta
 \end{aligned}$$

car, pour un amplificateur non inverseur, on a vu que

$$A = A_{ao} \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Ce qui donne finalement le résultat attendu, à savoir

$$R_s \simeq \frac{R_{out}}{1 + A\beta}$$

CR 8 :

1. Équations valables pour la suite

a) gain en boucle fermée

$$A_{bf} = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{1}{\beta} \quad \text{si} \quad A\beta \rightarrow \infty$$

b) résistances d'entrée et de sortie (selon les cas)

$$R_e \equiv \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = (1 + A\beta) R_{in} \quad \text{ou} \quad R_e = \frac{R_{in}}{1 + A\beta}$$

$$R_s \equiv \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{U_1=0} = (1 + A\beta) R_{out} \quad \text{ou} \quad R_s = \frac{R_{out}}{1 + A\beta}$$

2. Circuit (a)

Il s'agit d'une CR de tension (U_{out}) appliquée en tension (U_f) et l'on a

$$U_{in} = U_e - U_f, \quad U_f = U_{out}$$

$$A = \frac{U_{out}}{U_{in}} = A_0 [V/V], \quad \beta = \frac{U_f}{U_{out}} = 1 [V/V]$$

$$A\beta = A_0, \quad A_{bf} \rightarrow \frac{1}{\beta} = 1 [V/V]$$

$$R_e = (1 + A\beta) R_{in} = (1 + A_0) R_{in}, \quad R_s = \frac{R_{out}}{1 + A\beta} = \frac{R_{out}}{1 + A_0}$$

3. Circuit (b)

Il s'agit d'une CR de courant (I_L) appliquée en courant (I_f) et l'on a

$$I_{in} = I_e - I_f, \quad I_f = -I_{out}$$

$$A = \frac{I_L}{I_{in}} = \frac{A_0 U_{in}/R_{out}}{U_{in}/R_{in}} = \frac{A_0 R_{in}}{R_{out}} [A/A], \quad \beta = \frac{-I_f}{I_{out}} = 1 [A/A]$$

$$A\beta = \frac{A_0 R_{in}}{R_{out}}, \quad A_{bf} \rightarrow \frac{1}{\beta} = 1 [A/A]$$

$$R_e = \frac{R_{in}}{1 + A\beta} = \frac{R_{in}}{1 + \frac{A_0 R_{in}}{R_{out}}}, \quad R_s = (1 + A\beta) R_{out} = \left(1 + \frac{A_0 R_{in}}{R_{out}}\right) R_{out}$$

4. Circuit (c)

Il s'agit d'une CR de tension (U_L) appliquée en courant (I_f) et l'on a

$$I_{in} = I_e - I_f, \quad I_f = \frac{U_L}{3R}$$

$$A = \frac{U_L}{I_{in}} = \frac{A_0 U_{in}}{U_{in}/R_{in}} = A_0 R_{in} [V/A], \quad \beta = \frac{I_f}{U_L} = \frac{1}{3R} [A/V]$$

$$A\beta = \frac{A_0 R_{in}}{3R}, \quad A_{bf} \rightarrow \frac{1}{\beta} = 3R [V/A]$$

$$R_e = \frac{R_{in}}{1 + A\beta} = \frac{R_{in}}{1 + \frac{A_0 R_{in}}{3R}}, \quad R_s = \frac{R_{out}}{1 + A\beta} = \frac{R_{out}}{1 + \frac{A_0 R_{in}}{3R}}$$

5. Circuit (d)

Il s'agit d'une CR de courant (I_L) appliquée en tension (U_f) et l'on a

$$U_{in} = U_e - U_f, \quad U_f = R \frac{I_L}{2}$$

$$A = \frac{I_L}{U_{in}} \Big|_{R_L=0} = \frac{A_0 U_{in}/(R_{out} + R)}{U_{in}} = \frac{A_0}{R_{out} + R} [A/V]$$

$$\beta = \frac{U_f}{I_L} = \frac{R}{2} [V/A]$$

$$A\beta = \frac{A_0 R}{2(R_{out} + R)}, \quad A_{bf} \rightarrow \frac{1}{\beta} = \frac{2}{R} [A/V]$$

$$R_e = (1 + A\beta) R_{in} = \left(1 + \frac{A_0 R}{2(R_{out} + R)}\right) R_{in}$$

$$R_s = (1 + A\beta) R_{out} = \left(1 + \frac{A_0 R}{2(R_{out} + R)}\right) R_{out}$$

3 Contre-réaction

6. Circuit (e)

Il s'agit d'une CR de tension (U_L) appliquée en tension (U_f) et l'on a

$$\begin{aligned}
 U_{in} &= U_e - U_f, & U_f &= \frac{U_L}{12} \\
 A &= \frac{U_L}{U_{in}} = A_0 [V/V], & \beta &= \frac{U_f}{U_L} = \frac{1}{12} [V/V] \\
 A\beta &= \frac{A_0}{12}, & A_{bf} &\rightarrow \frac{1}{\beta} = 12 [V/V] \\
 R_e &= (1 + A\beta) R_{in} = (1 + \frac{A_0}{12}) R_{in}, & R_s &= \frac{R_{out}}{1 + A\beta} = \frac{R_{out}}{1 + A_0/12}
 \end{aligned}$$

CR 11 :

1. CR de U_{out} vers U_f : convertisseur tension-tension (amplificateur de tension)

$$\begin{aligned}
 A &\equiv \left. \frac{U_{out}}{U_{in}} \right|_{I_{out}=0} = A_0 = 10^4 [V/V] \\
 \beta &\equiv \left. \frac{U_{out}}{U_{in}} \right|_{I_f=0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.5 [V/V], \quad \Rightarrow A\beta = 5'000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_U &= \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{10'000}{5001} \simeq 2 [V/V] \\
 R_e &= (1 + A\beta) R_{in} \simeq 50 [M\Omega] \\
 R_s &= \frac{R_{out}}{1 + A\beta} \simeq 0.02 [\Omega]
 \end{aligned}$$

2. CR de I_{out} vers U_f : convertisseur tension-courant

$$\begin{aligned}
 A &\equiv \left. \frac{I_{out}}{U_{in}} \right|_{U_{out}=0} \equiv G_{M0} = \frac{A_0}{R_{out}} = \frac{10^4}{100} = 100 [A/V] \\
 \beta &\equiv \left. \frac{U_f}{I_{out}} \right|_{I_f=0} = R_1 = 1 [V/mA], \quad \Rightarrow A\beta = 100'000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_M &= \frac{A}{1 + A\beta} \simeq 10^{-3} = 1 [mA/V] \\
 R_e &= \frac{R_{in}}{1 + A\beta} \simeq 0.1 [\Omega] \\
 R_s &= (1 + A\beta) R_{out} \simeq 10 [M\Omega]
 \end{aligned}$$

3. CR de U_{out} vers I_f : convertisseur courant-tension

$$\begin{aligned}
 A &\equiv \left. \frac{U_{out}}{I_{in}} \right|_{I_{out}=0} \equiv R_{M0} = A_0 R_{in} = 10^8 [V/A] \\
 \beta &\equiv \left. \frac{I_f}{U_{out}} \right|_{U_{in}=0} = \frac{1}{R_2} = 1 [mA/V], \quad \Rightarrow A\beta = 100'000
 \end{aligned}$$

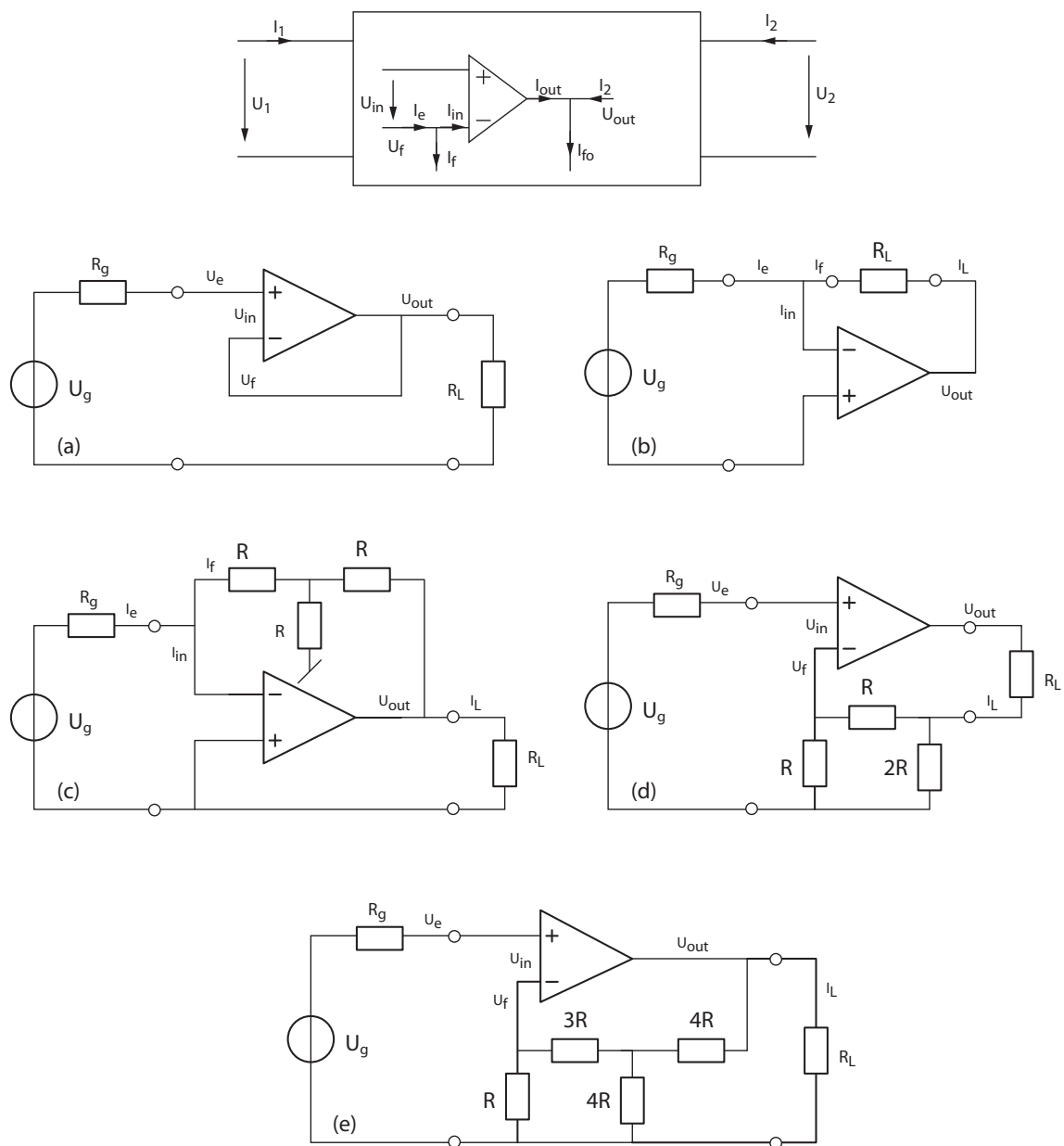


FIG. 3.3: Ex. CR 8

3 Contre-réaction

$$\begin{aligned} R_M &= \frac{A}{1 + A\beta} \simeq 10^3 = 1 \text{ [V/mA]} \\ R_e &= \frac{R_{in}}{1 + A\beta} \simeq 0.1 \text{ [\Omega]} \\ R_s &= \frac{R_{out}}{1 + A\beta} \simeq 1 \text{ [m}\Omega\text{]} \end{aligned}$$

4. CR de I_{out} vers I_f : convertisseur courant-courant (amplificateur de courant)

$$\begin{aligned} A &\equiv \left. \frac{I_{out}}{I_{in}} \right|_{U_{out}=0} \equiv A_{I0} = A_0 \frac{R_{in}}{R_{out}} = 10^6 \text{ [A/A]} \\ \beta &\equiv \left. \frac{I_f}{I_{out}} \right|_{U_{in}=0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.5 \text{ [A/A]}, \quad \Rightarrow A\beta = 500'000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_I &= \frac{A}{1 + A\beta} \simeq 2 \text{ [A/A]} \\ R_e &= \frac{R_{in}}{1 + A\beta} \simeq 0.02 \text{ [\Omega]} \\ R_s &= (1 + A\beta) R_{out} \simeq 50 \text{ [M}\Omega\text{]} \end{aligned}$$

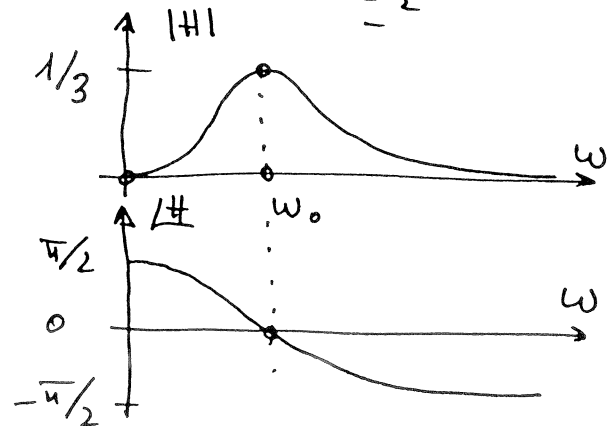
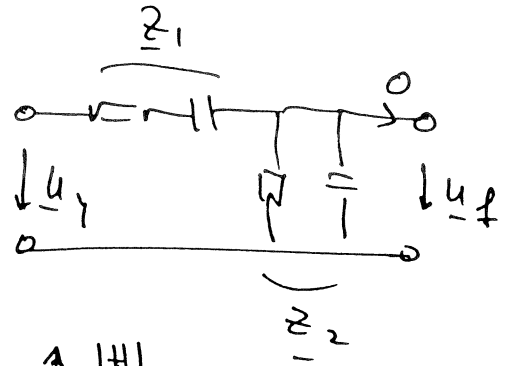
4 Oscillateurs quasi-linéaires

cxOsc

C OSC 1 (1)

$$H_1 \equiv \frac{u_f}{u_i} \Big|_{\bar{z}=0} = \frac{z_2}{z_1 + z_2}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } z_1 &= R + \frac{1}{j\omega C} = \\ &= \frac{1 + j\omega CR}{j\omega C} \\ z_2 &= \frac{R}{1 + j\omega CR} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow H_1 &= \frac{z_2}{z_1 + z_2} = \frac{1}{1 + z_1/z_2} = \frac{1}{1 + \frac{1 + j\omega CR}{j\omega C} \cdot \frac{1 + j\omega CR}{R}} \\ &= \frac{j\omega CR}{1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2} = \frac{j\omega CR}{1 - (\omega CR)^2 + j3\omega CR} \end{aligned}$$

$$f_0: \begin{cases} H \in \mathbb{R} \Rightarrow \\ D_R(j\omega) = 0 \Rightarrow \omega_0 = 1/CR \end{cases}$$

$$H_1(j\omega_0) = \frac{j\omega_0 CR}{3j\omega_0 CR} = \frac{1}{3} \angle 0$$

$$H_1(\omega \rightarrow 0) = 0 \angle +\pi/2$$

$$H_1(\omega = \omega_0) = \frac{1}{3} \angle 0 \Rightarrow \text{A non inv. de gain 3}$$

$$H_1(\omega \rightarrow \infty) = 0 \angle -\pi/2$$

COSCI (2)

$$H_2 = \frac{R}{2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{j\omega RC}{1 + j^2 \omega^2 RC^2 + (j\omega)^2 LC}$$

$$f_0: D_D(j\omega) = 0 \quad (\Leftrightarrow H \in \mathbb{R})$$

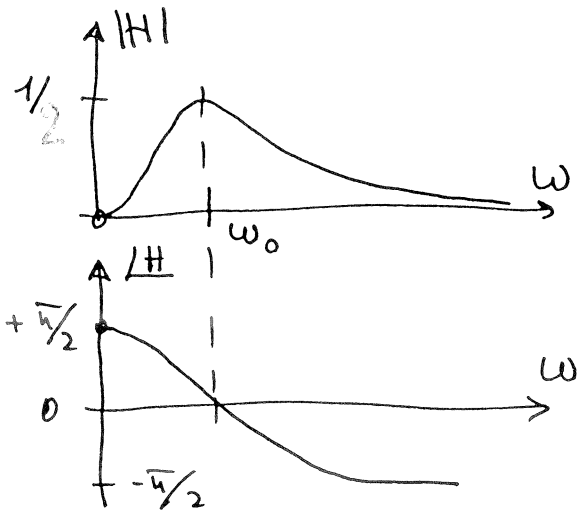
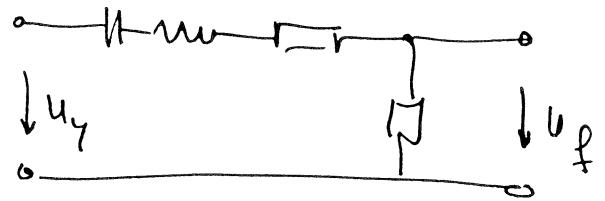
$$\Rightarrow \omega_0^2 = 1/LC$$

$$H_2(\omega_0) = 1/2 \angle 0$$

$$H_2(\omega \rightarrow 0) = 0 \angle +\pi/2$$

$$H_2(\omega = \omega_0) = 1/2 \angle 0 \Rightarrow \text{A non inv. de phase ?}$$

$$H_2(\omega \rightarrow \infty) = 0 \angle -\pi/2$$



cosci (3)

$$H_3 = (H)^3$$

avec $H = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$

$$\Rightarrow H_3 = \frac{(j\omega RC)^3}{(1+j\omega RC)^3}$$

$\omega RC = u$

$$H_3 = \frac{(ju)^3}{1+3(ju)+3(ju)^2+(ju)^3}$$

$$= \frac{(ju)^3}{(1-3u^2)+j(3u-u^3)}$$

$\in \mathbb{R} \Rightarrow 1-3u^2 = 0$
 $\uparrow \omega = \omega_0$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{3}RC}, \quad A(j\omega_0) = \frac{(j\omega_0 RC)^3}{j\omega_0 RC (3-(\omega_0 RC)^2)} = \frac{-j 3^{3/2}}{j 3^{1/2} (3-\frac{1}{3})}$$

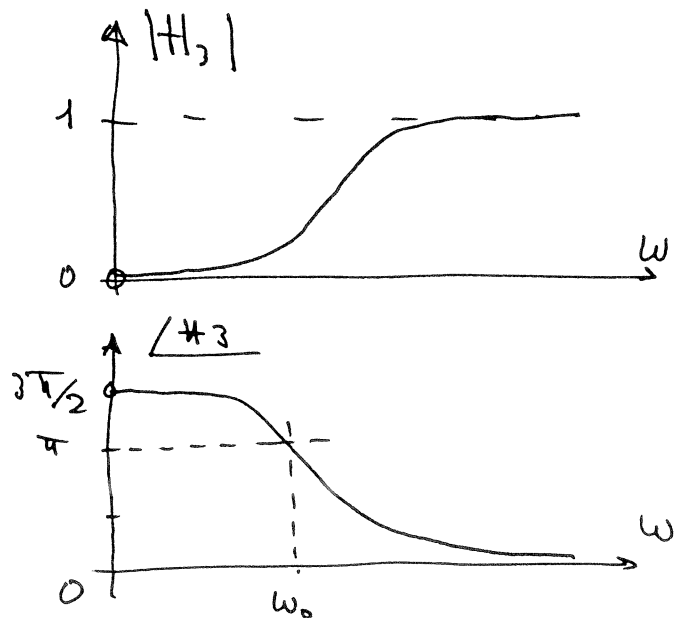
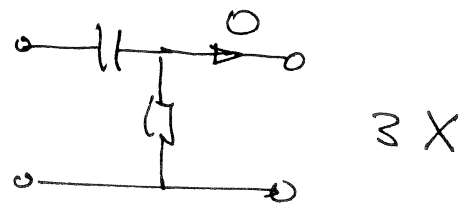
$$= -\frac{1}{3 \cdot (3-\frac{1}{3})} = -\frac{1}{8}$$

\Rightarrow A inv. de gain -8

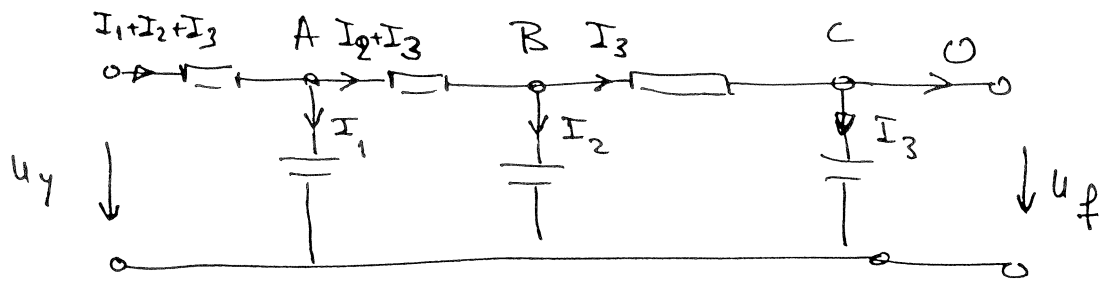
$$H(\omega \rightarrow 0) = 0 \quad \angle +3\pi/2$$

$$H(\omega = \omega_0) = \frac{1}{8} \quad \angle +\pi$$

$$H(\omega \rightarrow \infty) = 1 \quad \angle 0$$



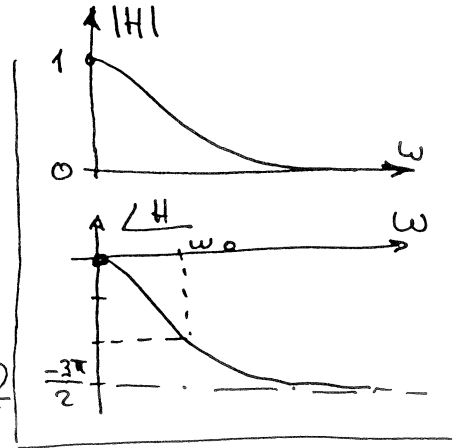
COSC 1 (4)



$$1) U_f = U_c = I_3 \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow I_3 = j\omega C U_f$$

$$2) U_B = I_3 \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) = (1 + j\omega CR) U_f$$

$$I_2 = U_B \cdot j\omega C = j\omega C (1 + j\omega CR) U_f$$



$$3) U_A = (I_2 + I_3) R + U_B = j\omega CR (1 + j\omega CR) U_f + j\omega CR U_f + (1 + j\omega CR) U_f$$

$$= U_f [1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2]$$

$$I_1 = j\omega C U_A = j\omega C [1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2] U_f$$

$$4) U_y = (I_1 + I_2 + I_3) R + U_A =$$

$$= \{ j\omega CR [1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2] + j\omega CR (1 + j\omega CR) + j\omega CR \} U_f + [1 + 3j\omega CR + (j\omega CR)^2] U_f$$

$$\Rightarrow H_4^{-1} = 1 + 6j\omega CR + 5(j\omega CR)^2 + (j\omega CR)^3 \in \mathbb{R} \text{ en } \omega = \omega_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathcal{I} = 6\omega_0 CR - (\omega_0 CR)^3 = 0 \Rightarrow (\omega_0 CR)^2 = 6 \\ \mathcal{R} = 1 - 5(\omega_0 CR)^2 \stackrel{!}{=} -29 = H^{-1}(\omega_0) \end{cases}$$

\Rightarrow A inv de gain -29

COSC 2:

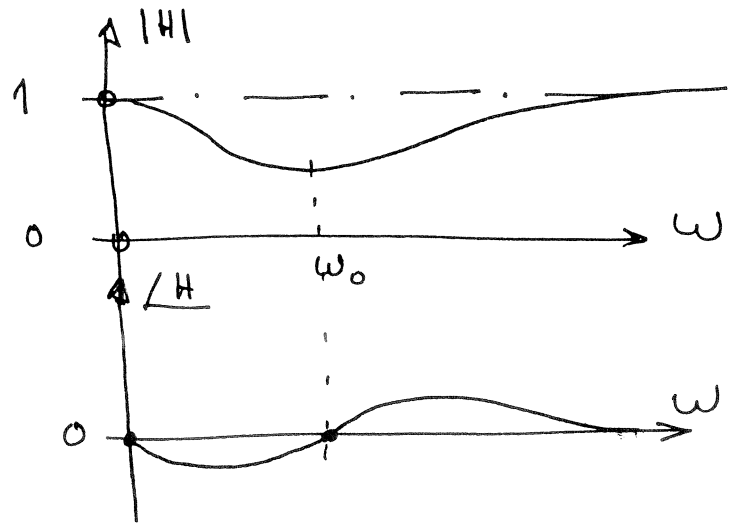
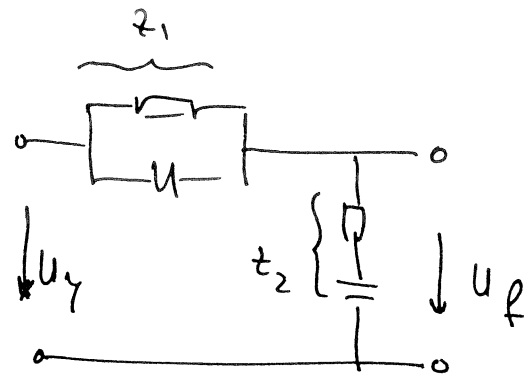
$$H = \frac{z_2}{z_1 + z_2} =$$

$$= \frac{1}{1 + z_1/z_2}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{R}{1+j\omega RC} \cdot \frac{j\omega C}{1+j\omega RC}}$$

$$= \frac{(1+j\omega RC)^2}{1 + 3j\omega RC + (j\omega RC)^2}$$

$$\in \mathbb{R} \text{ en } \omega = \omega_0$$



$$\Rightarrow 1 - (\omega_0 RC)^2 = 0 \Rightarrow \omega_0 = 1/RC$$

$$\text{et } H(j\omega_0) = \frac{1 + 2j\omega_0 RC + (j\omega_0 RC)^2}{1 + 3j\omega_0 RC + (j\omega_0 RC)^2} = \frac{2j}{3j} = \frac{2}{3}$$

donc: A un inv de gain $+3/2$.

Rem: Ce déphasage n'est pas intéressant car sa phase varie lentement avec la fréquence. \Rightarrow moins bonne stabilité de la fréquence d'oscillation.