

# **Normalisoitu pakkausetäisyys: sovelluksia ja variaatioita**

Timo Sand

Kandidaatintutkielma  
HELSINGIN YLIOPISTO  
Tietojenkäsittelytieteen laitos

Helsinki, 5. joulukuuta 2013

Tiedekunta — Fakultet — Faculty		Laitos — Institution — Department	
Matemaattis-luonnontieteellinen		Tietojenkäsittelytieteen laitos	
Tekijä — Författare — Author			
Timo Sand			
Työn nimi — Arbetets titel — Title			
Normalisoitu pakkausetäisyys: sovelluksia ja variaatioita			
Oppiaine — Läroämne — Subject			
Tietojenkäsittelytiede			
Työn laji — Arbetets art — Level		Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages
Kandidaatintutkielma		5. joulukuuta 2013	20
Tiivistelmä — Referat — Abstract			
<p>Tähän tulee tutkielman tiivistelmä</p> <ul style="list-style-type: none"><li>NCD:n esittely</li><li>Klusteroinnin esittely</li><li>Ongelma ja Ominaisuudet</li><li>GSD</li></ul> <p>ACM Computing Classification System (CCS):</p> <p><b>Information systems - Similarity measures</b></p> <p><i>Theory of computation - Unsupervised learning and clustering</i></p> <p>Data mining - Clustering</p>			
Avainsanat — Nyckelord — Keywords			
Samankaltaisuus, Klusterointi, Ohjaamaton oppiminen, Tiedonlouhinta			
Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited			
Muita tietoja — Övriga uppgifter — Additional information			

# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Normalisoitu pakkausetäisyys</b>	<b>3</b>
2.1	Kolmogorov-kompleksisuus . . . . .	3
2.2	Normalisoitu informaatioetäisyys . . . . .	3
2.3	Normaali pakkaaja . . . . .	4
2.4	Normalisoitu Pakkausetäisyys . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Klusterointi</b>	<b>6</b>
3.1	Etäisyysmatriisi . . . . .	6
3.2	Nelikkomenetelmä . . . . .	6
3.3	Tuloksia . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Algoritmin ongelmat ja ominaisuudet</b>	<b>7</b>
4.1	Kohinansietokyky . . . . .	7
4.2	Pakkaajan valinta . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Google-samankaltaisuusetäisyys</b>	<b>11</b>
5.1	Käytännön esimerkki . . . . .	13
5.2	Hakukoneet samankaltaisuuden mittaamisessa . . . . .	14
5.3	Google-jakauma . . . . .	14
5.4	Google-samankaltaisuusetäisyys . . . . .	15
5.5	Hierarkkinen klusterointi . . . . .	16
<b>6</b>	<b>Yhteenveto</b>	<b>17</b>
	<b>Lähteet</b>	<b>19</b>

# 1 Johdanto

Kaikki data on luotu samanveroiseksi, mutta jotkut datat ovat samankaltaisempia kuin toiset. Esitämme tavan, jolla ilmaista tämä samankaltaisuus, käyttäen Cilibrasin ja Vitanyin esittelemää samankaltaisuuden metriikkaa (*engl. similarity metric*), joka perustuu tiedoston pakkaamiseen. [CV05] Metriikka on parametraton, eli se ei käytä datan ominaisuuksia tai taustatietoja, ja sitä voi soveltaa eri aloihin ilman muunnoksia. Metriikka on universaali siten, että se approksimoi parametrin, joka ilmaisee parin hallitsevan piirteen samankaltaisuutta pareittain vertailuissa. Se on vakaa siinä mielessä, että sen tulokset ovat riippumattomia käytetystä pakkaajasta [CV05]. Pakkaajalla tarkoitetaan pakkausohjelmaa kuten *gzip*, *ppmz*, *bzip2*.

Pakkaukseen perustuva samankaltaisuus (*engl. Compression-Based Similarity*) on universaali metriikka, jonka kehittivät Cilibrasi ja Vitanyi [CV05]. Yksinkertaistettuna tämä tarkoittaa, että kaksi objektia ovat lähellä toisiaan, jos voimme ”pakata” yhden objektin huomattavasti tiiviimmin toisen objektin datalla. Abstraktina ideana toimii se, että voimme kuvailla ytimekkäämmin yhden objektin toisen avulla, mikäli objektit ovat samankaltaisia. Tämän esittelemme luvussa 2 ja samalla käymme läpi, mihin teoriaan algoritmi perustuu sekä miten se toimii. Edellä mainitun vakauden esittämiseen voimme käyttää useaa tosielämän pakkausalgoritmia: tilastollista (PPMZ), Lempel-Ziv-algoritmiin pohjautuvaa hakemistollista (*gzip*), lohkoperusteista (*bzip2*) tai erityistarkoitusta varten suunniteltua (Gencompress).

Kaikissa kohdissa olemme  $O(\log n)$  tarkkuudella, joka on hinta siitä että siirrytään Kolmogorov-kompleksisuudesta laskettavaan approksimaatioon.

Tarkoituksemme on koota yhteen samankaltaisuuden metriikkaan kaikki tehokkaat etäisyydet (*engl. effective distances*): tehokkaat versiot Hammingin etäisyydestä, Euklidisesta etäisyydestä, Lempel-Ziv etäisyydestä ja niin edelleen. Tämän metriikan tulee olla niin yleinen, että se toimii yhtäläisesti ja samanaikaisesti kaikilla aloilla: musiikilla, tekstillä, kirjallisuudella, ohjelmilla, genomeilla, luonnollisen kielen määrittämisellä. Sen pitäisi pystyä samanaikaisesti havaitsemaan kaikki samankaltaisuudet objektien välillä, joita muut

etäisyydet havaitsevat erikseen.

Kun määrittelemme ryhmän sallittavia etäisyyksiä (*engl. admissible distances*) haluamme sulkea pois epärealistiset, kuten  $f(x, y) = \frac{1}{2}$  jokaiselle parille  $x \neq y$ . Saavutamme tämän rajoittamalla objektien lukumäärän annetussa etäisyydessä objektiin. Teemme tämän huomioimalla vain todellisia etäisyyksiä seuraavasti: Oletamme kiinnitetyn ohjelmointikielen, joka toimii tutkielman ajan viitekielenä. Tämä ohjelmointikieli voi olla yleinen kieli kuten LISP, Ruby tai se voi myös olla kiinnitetty universaali Turingin kone. [CV05, CV07] Valinnalla ei kuitenkaan ole merkitystä, sillä teoria on invariantti ohjelmointikielin muutoksille, kunhan pysytään tehdyssä valinnassa.

Jotta voimme soveltaa tätä ideaalia ja tarkkaa matemaattista teoriaa käytäntöön, pitää meidän korvata ei laskettavissa oleva Kolmogorov-kompleksisuus approksimaatiolla käyttäen standardia pakkaajaa.

Luvussa 3 esittelemme algoritmin käyttöä klusteroinnissa. Aloitamme siitä, miten yleisesti *Normalisoidun pakkausetäisyyden* (NCD) avulla pystymme klusteroimaan tuloksia eri kategorioihin; miten musiikkikappaleet klusteroituvat saman artistin alle, miten kuvantunnistuksessa saamme ryhmitettyä samankaltaiset kuvat ja miten sienten genomeista saamme tarkan lajiryhmityksen.

Luvun lopussa syvennymme musiikin, kuvantunnistuksen ja dokumenttien kategorisoinnin tuloksiin.

Luvussa 4 esitellään NCD:n ominaisuuksia ja ongelmia. Ensiksi esitellään NCD:n kohinansietokykyä, eli katsotaan mitä tapahtuu kun lisätään vähitellen kohinaa toiseen tiedostoista, jota pakataan, ja mittaamalla samankaltaisuutta tämän jälkeen [CAO07]. Saamme nähdä miten paljon kohina vaikuttaa NCD:n laskemiin etäisyyksiin ja huonontaako se klusteroinnin tuloksia.

Mikään algoritmi ei ole täydellinen, ja NCD-algoritmillakin on ongelmansa. Algoritmissa itsessään ei ole selvää heikkoutta, mutta sen käytössä on otettava pakkaajan valinta huomioon, koska monet suosituista pakkausalgoritmeista ovat optimoituja tietyn kokoisille tiedostoille. Niissä on niin kutsuttu ikkunakoko (*engl. window size*), joka määrittelee mikä tiedostokoko on sopiva [CAO05].

Jos tiedostokoko on pienempi kuin ikkunakoko, niin pakkaus on tehokasta, mutta kun mennään siitä yli, pakkauksesta tulee huomattavasti tehottomampaa. Esittelemme tuloksia eri pakkausalgoritmien vertailuista ja mikä näistä algoritmeista on parhaimmaksi havaittu NCD:n kanssa käytettäväksi.

NCD ei ole ainut metriikka, jolla voidaan mitata samankaltaisuutta. Internetiä hyödyntäen on tehty metriikka, joka käyttää hakukoneita samankaltaisuuden tutkimiseen; tämä on nimetty Google-samankaltaisuusetäisyydeksi (*engl. Google Similarity Distance*). Tämä toimii myös muilla hakukoneilla kuten Bing. Luvussa 5 esittelemme tämän.

## 2 Normalisoitu pakkausetäisyys

### 2.1 Kolmogorov-kompleksisuus

Merkkijonon  $x$  *Kolmogorov-kompleksisuus* on pituus bitteinä, lyhimmästä tietokoneohjelmasta joka ilman syötettä palauttaa merkkijonon  $x$ ; tämä merkitään  $K(x) = K(x|\lambda)$ ,  $\lambda$  esittää tyhjää syötettä. Lyhimmän tietokoneohjelman pituus, joka palauttaa  $x$  syötteellä  $y$ , on Kolmogorov-kompleksisuus  $x$ :stä syötteellä  $y$ ; tämä merkitään  $K(x|y)$ . Yksi tapa hahmottaa Kolmogorov-kompleksisuutta  $K(x)$  on ajatella se pituutena bitteinä  $x$ :n tiiviimmin pakatussa muodossa, josta voidaan purkaa  $x$  pakkauksenpurkuohjelmalla.

### 2.2 Normalisoitu informaatioetäisyys

Artikkelissa [CV05] on esitelty *informaatioetäisyys*  $E(x, y)$ , joka on määritelty lyhimpänä binääriohjelman pituutena, joka syötteellä  $x$  laskee  $y$ :n ja syötteellä  $y$  laskee  $x$ :n. Tämä lasketaan seuraavasti:

$$E(x, y) = \max\{K(x|y), K(y|x)\}. \quad (1)$$

Normalisoitu versio informaatioetäisyydestä  $E(x, y)$ , jota kutsutaan *normalisoiduksi informaatioetäisyydeksi*, on määritelty seuraavasti

$$NID(x, y) = \frac{\max\{K(x|y), K(y|x)\}}{\max\{K(x), K(y)\}}. \quad (2)$$

Tämä on paras mahdollinen *samankaltaisuuden metriikka*, ja sen on osoitettu [CV05] täyttävän vaatimukset etäisyyden metriikaksi.  $NID$  ei kuitenkaan ole laskettava tai edes semi-laskettava, koska Turingin määritelmän mukaan Kolmogorov-kompleksisuus ei ole laskettava [CV05]. Nimittäjän approksimointi annetulla pakkaajalla  $C$  on  $\max\{C(x), C(y)\}$ . Osoittajan paras approksimaatio on  $\max\{C(xy), C(yx)\} - \min\{C(x), C(y)\}$  [CV05]. Kun  $NID$  approksimoidaan oikealla pakkaajalla, saadaan tulos jota kutsutaan *normalisoiduksi pakkausetäisyydeksi*. Tämä esitellään formaalisti myöhemmin.

## 2.3 Normaali pakkaaja

Seuraavaksi esitämme aksioomia, jotka määrittelevät laajan joukon pakkaajia ja samalla varmistavat *normalisoidussa pakkausetäisyydessä* halutut ominaisuudet. Näihin pakkaajiin kuuluvat monet tosielämän pakkaajat.

Pakkaaja  $C$  on *normaali* jos se täyttää seuraavat aksioomat:

1. *Idempotenssi*:  $C(xx) = C(x)$  ja  $C(\lambda) = 0$ , jossa  $\lambda$  on tyhjä merkkijono,
2. *Monotonisuus*:  $C(xy) \geq C(x)$ ,
3. *Symmetrisyys*:  $C(xy) = C(yx)$  ja
4. *Distributiivisuus*:  $C(xy) + C(z) \leq C(xz) + C(yz)$ .

## 2.4 Normalisoitu Pakkausetäisyys

Jotta voimme soveltaa tätä ideaalia ja tarkkaa matemaattista teoriaa käytäntöön, pitää meidän korvata ei laskettavissa oleva Kolmogorov-kompleksisuus

approksimaatiolla käyttäen standardia pakkaajaa.

Normalisoitua versiota *hyväksyttävästä etäisyydestä*  $E_c(x, y)$ , joka on pakkaajaan  $C$  pohjautuva approksimaatio normalisoidusta informaatioetäisyydestä, kutsutaan nimellä *Normalisoitu Pakkausetäisyys (NCD)* [CV05]. Tämä lasketaan seuraavasti

$$NCD(x, y) = \frac{C(xy) - \min\{C(x), C(y)\}}{\max\{C(x), C(y)\}}. \quad (3)$$

$NCD$  on funktioiden joukko, joka ottaa argumenteiksi kaksi objektia (esim. tiedostoja tai Googlen hakusanoja) ja tiivistää nämä, erillisinä ja yhdistettyinä. Tämä funktioiden joukko on parametrisoitu käytetyn pakkaajan  $C$  mukaan.

Käytännössä  $NCD$ :n tulos on välillä  $0 \leq r \leq 1 + \epsilon$ , joka vastaa kahden tiedoston eroa toisistaan; mitä pienempi luku, sitä enemmän tiedostot ovat samankaltaisia. Tosielämässä pakkausalgoritmit eivät ole yhtä tehokkaita kuin teoreettiset mallit, joten virhemarginaali  $\epsilon$  on lisätty ylärajaan. Suurimmalle osalle näistä algoritmeista on epätodennäköistä että  $\epsilon > 0.1$ .

Luonnollinen tulkinta  $NCD$ :stä, jos oletetaan  $C(y) \geq C(x)$ , on

$$NCD(x, y) = \frac{C(xy) - C(x)}{C(y)}. \quad (4)$$

Eli etäisyys  $x$ :n ja  $y$ :n välillä on suhde  $y$ :n parannuksesta, kun  $y$  pakataan käyttäen  $x$ :ää, ja  $y$ :n pakkauksesta yksinään; suhde ilmaistaan etäisyytenä bittien lukumääränä kummankin pakatun version välillä.

Kun pakkaaja on normaali, niin  $NCD$  on normalisoitu hyväksyttävä etäisyys, joka täyttää metriikan yhtälöt, eli se on samankaltaisuuden metriikka.

Taulukossa 1 esitellään muutama arvo joilla  $NCD$  lasketaan ja mikä tulos näistä saadaan. Taulukon arvot saatu paperista [CAO05]



Arvot	Laskutoimitus	NCD:n arvo
$C(xx) = 26, C(x) = 17$	$\frac{26-17}{17}$	0.529
$C(xx) = 33, C(x) = 22$	$\frac{33-22}{22}$	0.5
$C(xx) = 30, C(x) = 17$	$\frac{30-17}{17}$	0.765
$C(xx) = 20, C(x) = 14$	$\frac{20-14}{14}$	0.428
$C(xx) = 16, C(x) = 14$	$\frac{16-14}{14}$	0.143
$C(xx) = 28, C(x) = 14$	$\frac{28-14}{14}$	1

Taulukko 1: *Normalisoituja pakkausetäisyyksiä eri syötteille.*

### 3 Klusterointi

#### TODO

- Miten klusteroidaan
- Etäisyysmatriisi

#### 3.1 Etäisyysmatriisi

#### 3.2 Nelikkomenetelmä

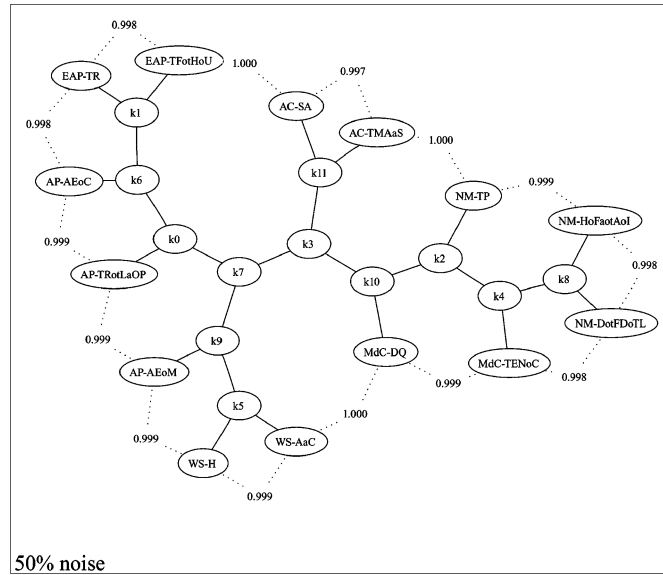
#### TODO

- puun rakentaminen etäisyysmatriisista
- Puun operaatiot
- normalisoitu puun hyötyarvo  $S(T)$
- Satunnaisuuden käyttö tarkistusiteraatiassa parhaan puun approksimoinniseksi

#### 3.3 Tuloksia

#### TODO





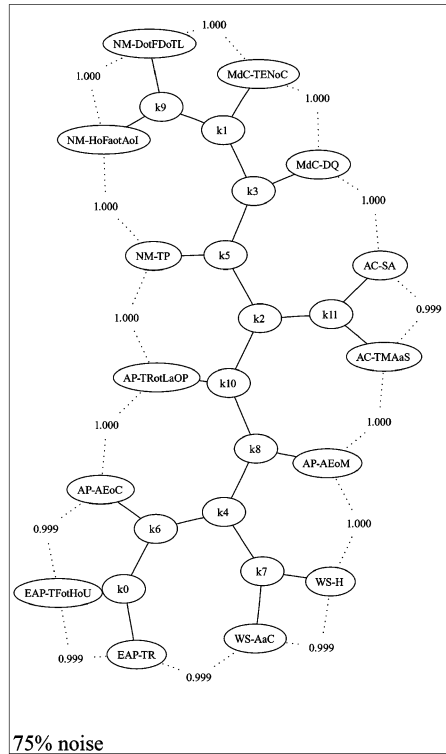
Kuva 2: Normalisoitujen pakkausetäisyyksien pohjalta klusteroituja kirjoja eri kirjoittajilta kun tiedostoihin on lisätty 50% kohinaa. Merkinnot vastaavat kuvaa 1. [CAO07]

teoreettisen päätelmän odotetusta kohinan lisäämisen vaikutuksesta algoritmiin, mikä selittää miksi NCD voi saada suurempia arvoja kuin 1 joissain tapauksissa. [CAO07]

## 4.2 Pakkaajan valinta

Paperissa [CAO05] on osoitettu että, pakkaaja jota käytetään NCD:m laskeamiseen ei ole idempotentti (2.3) kaikissa tapauksissa, koska objektien koko ja pakkaajan ikkunakoko vääristävät etäisyyksiä ja täten aiheuttavat poikkeuksia samankaltaisuuksissa. Yhteyttä etäisyyden tarkkuudesta ja objektien koosta on analysoitu monella tunnetulla pakkaajalla ja erityisesti seuraavilla kolmella: *bzip2*, *gzip* ja *PPMZ*.

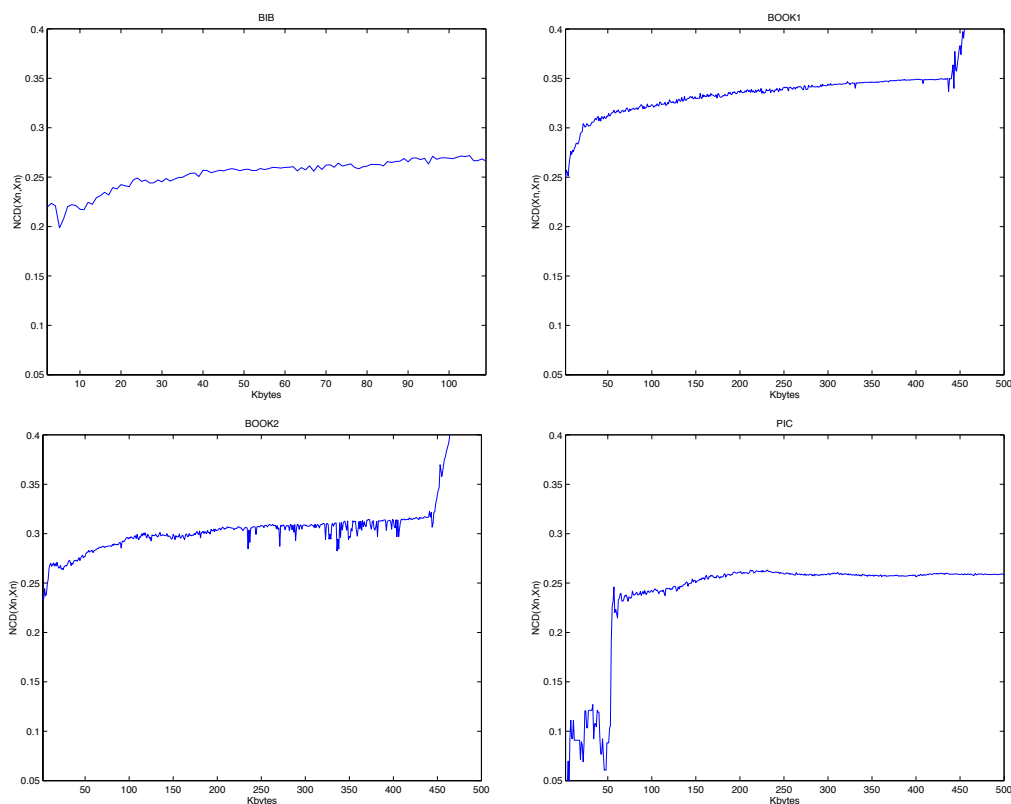
Vertailussa käytettiin Cilibrasin toteuttamaa CompLearn -työkalua [Cil], josta löytyy bzip2 ja gzip pakkaajat. Aineistona käytettiin tunnettua Calgary Corpus -kokoelmaa [WBC], joka on 18 tiedoston kokoelma jolla mitataan pakkausalgoritmien suorituskykyä. Kokoelmassa on 9 eri tyyppistä tiedostoa,



Kuva 3: Normalisoitujen pakkausetäisyyksien pohjalta klusteroituja kirjoja eri kirjoittajilta kun tiedostoihin on lisätty 75% kohinaa. Merkinnyt vastaavat kuvaa 1. [CAO07]

jotta voidaan saada laaja näkemys pakkausalgoritmin toiminnasta. Mukana muun muassa on kuva, kirjoja, artikkeleita, lähdekoodia ja tietokoneohjelmia. Kaikkia vertailun objekteja käsitellään merkkijonoina, jotka koostuvat tavuista. Jotta voitiin todeta pakkaajan idempotenssin (2.3) pätevyys, kaikki objektit vertailtiin itsensä kanssa.

**bzip2** Kuvassa 4 huomataan että  $NCD(x, x)$  on väliltä 0.2 ja 0.3, kun tiedostojen koko on sopiva bzip2 pakkaajalle, kun taas arvo on väliltä 0.25 ja 0.9 kun tiedostokoko ei ole enää sopiva. Rajoittava tekijä bzip2 pakkaajassa on tälle määriteltävä lohkokoko (*engl. block size*), joka on oletusarvoisesti 900 kilotavua, eli jos pakattavan tiedoston koko on tätä suurempi niin se pilkkotaan alle 900 kilotavun kokoisiksi palasiksi ennen pakkausta. Tällaisesta



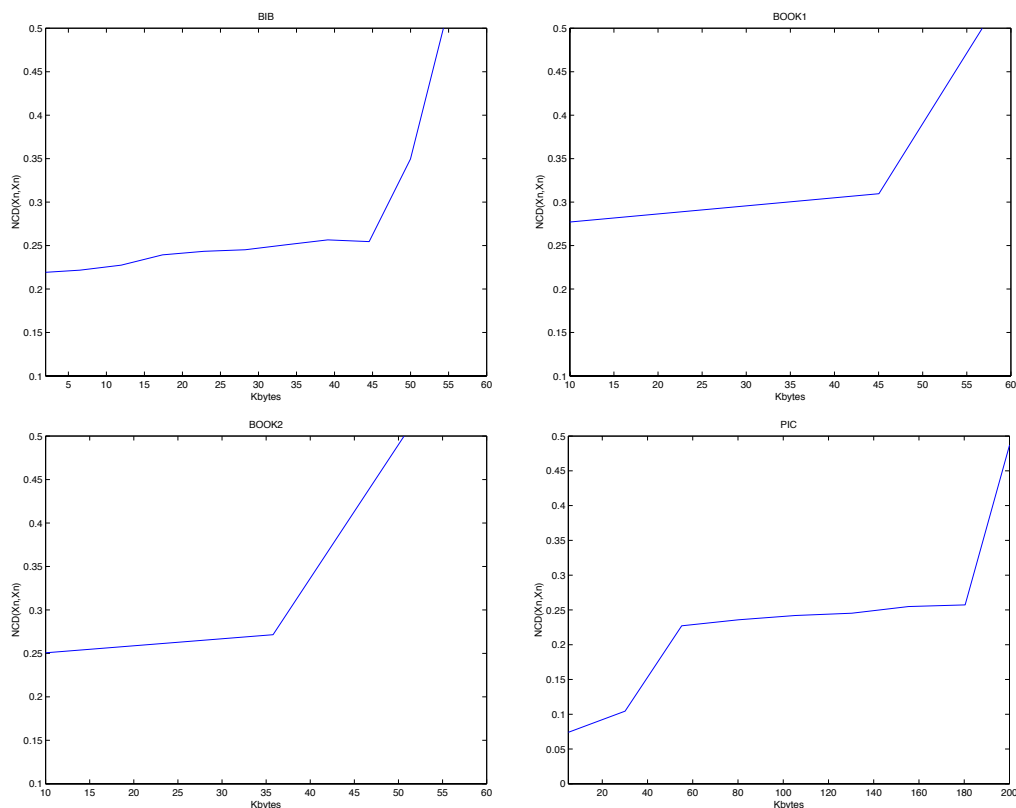
Kuva 4: Normalisoidut pakkausetäisyydet ensimmäisestä  $n$  tavusta, neljälle tiedostolle Calgary Corpus -kokoelmasta, käyttäen **bzip2** pakkaajaa asetuksella ‘-best’. Tiedostot vertailtiin itsensä kanssa. [CAO05]

pilkkomisesta aiheutuu se, ettei eri osien välillä pysty enää pakkaamaan samankaltaisuuksia ja täten pakattu koko ei ole paras mahdollinen. Tämä näkyy hyvin kuvassa 5, jossa lohkokoko on huomattavasti pienempi kuin 900 kilotavua ja täten NCD:n arvot nousevat hyvin pienillä tiedostoilla jo korkealle.

**gzip** Kuva 6

**ppmz**

- gzip, liukuva ikkuna ja eteenpäinkatselikkuna

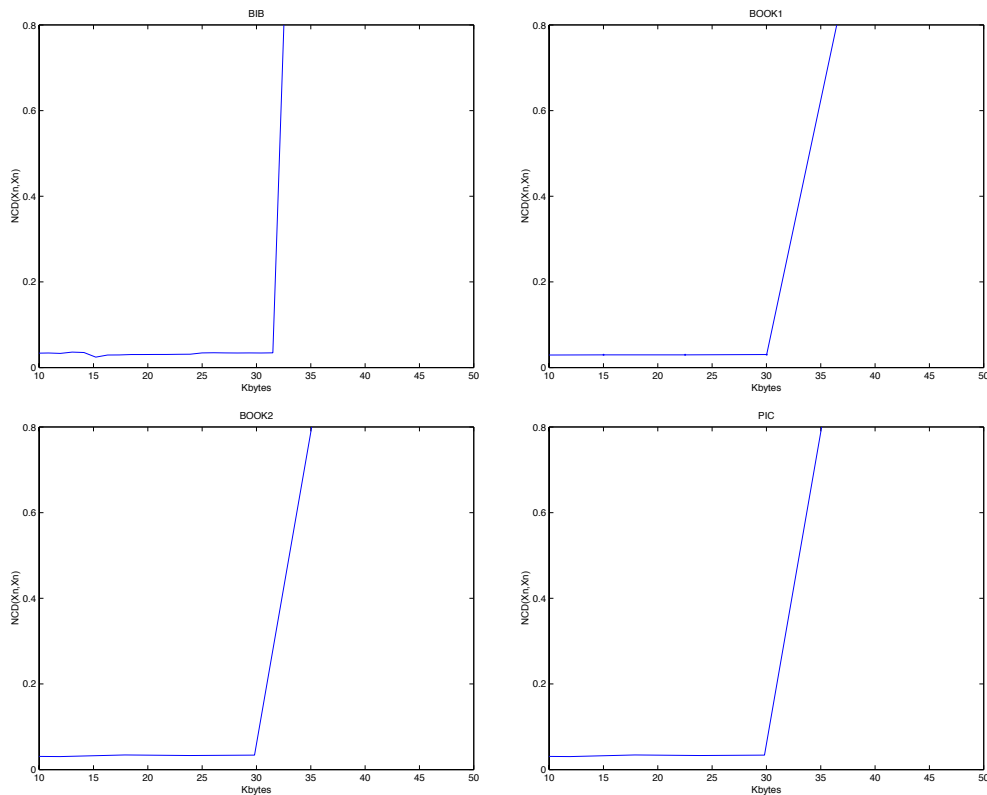


Kuva 5: Normalisoidut pakkausetäisyydet ensimmäisestä  $n$  tavusta, neljälle tiedostolle Calgary Corpus -kokoelmasta, käyttäen **bzip2** pakkaajaa asetuksella ‘-fast’. Tiedostot vertailtiin itsensä kanssa. [CAO05]

- ppmz, hidasta mutta tehokasta, koska ei mitään rajoitteita materiaalin koolle
- Lopputulos, jos pyritään klusteroimaan NCD:llä pitäisi aina käyttää PPMZ:taa tai vastaavaa pakkaajaa joka ei rajoita tiedostonkokoja

## 5 Google-samankaltaisuusetaisyys

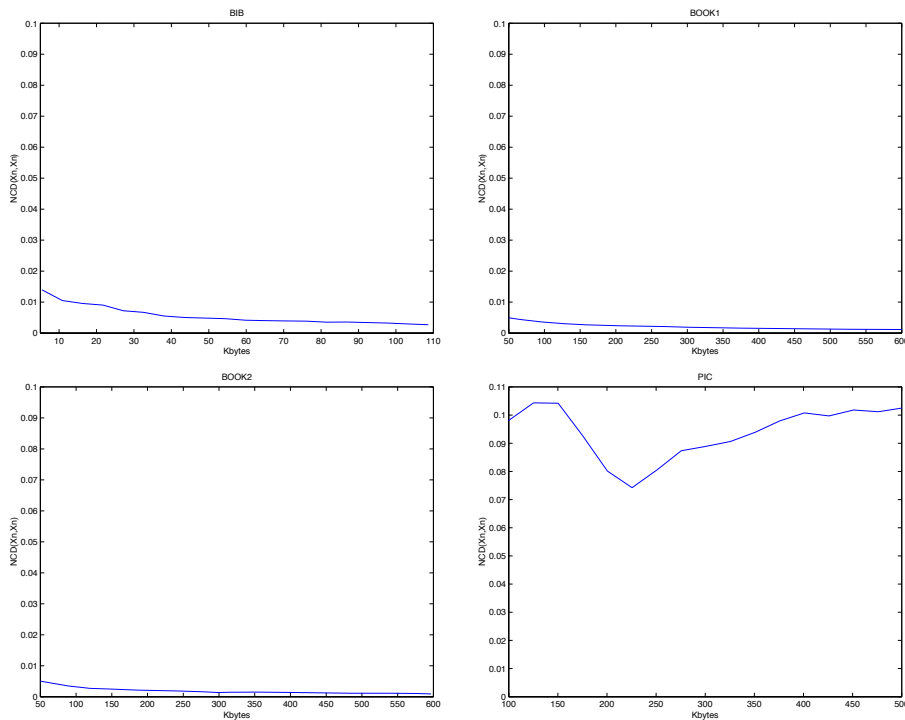
Internetin kasvu on houkutellut miljoonia käyttäjiä luomaan miljardeja internetisivuja, jotka ovat sisällöltään ja piirteiltään hyvin vaihtelevia. Suunnaton tiedon määrä miltei mistä tahansa aiheesta tekee siitä mahdollisen, että ääripäät kumoutuvat ja täten suurin osa tai keskiverto on merkitsevä heikkolaa-



Kuva 6: Normalisoidut pakkausetäisyydet ensimmäisestä  $n$  tavusta, neljälle tiedostolle Calgary Corpus -kokoelmasta, käyttäen **gzip** pakkaajaa asetuksella ‘-best’. Tiedostot vertailtiin itsensä kanssa. [CAO05]

tuisena approksimaationa. Täten on kehitetty yleinen metodi hyödyntämään tätä matalalaatuista tietoa, jota saa ilmaiseksi Internetistä. Tämä tietovarasto on kaikille käytettävissä käyttäen mitä tahansa hakukonetta, joka pystyy palauttamaan yhteenlasketun sivulukumääräarvion, kuten Google.

Google-samankaltaisuusetäisyys ( $GSD$ ) on hyvin vahvasti verrattavissa Normalisoituun pakkausetäisyyteen (kts. 2.4,) sillä kummatkin algoritmit perustuvat samoihin tekniikoihin, kuten Kolmogorov-kompleksisuuteen (kts. 2.1) ja Normalisoituun informaatioetäisyyteen (2.2). Eroavaisuuksia esiintyy siinä, mitä nämä kaksi algoritmia käyttävät samankaltaisuuden arvioimiseksi. Siinä missä NCD pakkaa ja vertaa sisältöä toisiinsa, niin GSD vertaa asioitten nimiä esiintymistiheyteen. [CV07]



Kuva 7: Normalisoidut pakkausetäisyydet ensimmäisestä  $n$  tavusta, neljälle tiedostolle Calgary Corpus -kokoelmasta, käyttäen **PPMZ** pakkaajaa. Tiedostot vertailtiin itsensä kanssa. [CAO05]

## 5.1 Käytännön esimerkki

GSD muodostetaan siten että haetaan ensiksi yhdellä hakutermillä, sitten toisella ja sen jälkeen kummallakin yhdessä. Hakujen lukumäärät vertaillaan keskenään ja normalisoidaan ja tästä saadaan samankaltaisuusetaisyys.

Paperissa [CV07] käytettiin hakusanoja “horse” ja “rider” esimerkkinä ja vuonna 2007 tuloksena oli  $NGD(horse, rider) \approx 0.443$ . Toistimme kyseisen haun 13.11.2013 ja tuloksena oli  $NGD(horse, rider) \approx 0.233$ . Arvojen suurta eroa on vaikea selvittää ilman laajempaa tutkimusta, mutta vaikuttavia tekoja voi olla epäselvyys tarkasta lukumäärästä Googlen indeksoimista sivuista.



## 5.2 Hakukoneet samankaltaisuuden mittaamisessa

Googlen indeksoitujen internetsivujen määrä on kasvanut suunnattomaksi ja mikä tahansa yleinen hakutermi esiintyy miljoonilla internetsivulla. Internetin sisällöntuottajiakin on suunnaton määrä ja voidaan olettaa näiden olevan erittäin kuvaava otanta isosta osasta ihmiskuntaa. Tämän perusteella voidaan argumentoida että, Google-haun frekvenssi on kuvaava approksimaatio todellisista relatiivisista frekvensseistä yhteiskunnassa. Frekvenssi on haun tuottamien osumien lukumäärän suhde kaikkien Googlen indeksoimien sivujen lukumäärään. [CV07]

## 5.3 Google-jakauma

Olkoon yksittäisten Google-hakujen joukko  $S$ . Jatkossa käytämme yksittäisten ja pareittaiten hakujen joukkoja  $\{\{x, y\} : x, y \in S\}$ . Olkoon joukko Googlen indeksoimia internetsivuja  $\Omega$ . Joukon  $\Omega$  koko merkitään  $M = |\Omega|$ . Oletamme että jokaisella internetsivulla on yhtä todennäköistä palautua Google-hausta, eli todennäköisyys on  $\frac{1}{\Omega}$ .  $\Omega$ :n osajoukkoa kutsutaan *tapahtumaksi*. Jokainen hakuehto  $x$  määrittelee yksittäisen haun tapahtuman  $\mathbf{x} \subseteq \Omega$ , tämä on joukko internetsivuja joista löytyy  $x$  kun suoritetaan Google-haku  $x$ :llä. Olkoon  $L : \Omega \rightarrow [0, 1]$  tasajakauman todennäköisyysfunktio. Tapahtuman  $\mathbf{x}$  todennäköisyys on  $L(\mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{x}|}{M}$ . Samoin toimii pareittain haun tapahtuma  $\mathbf{x} \cap \mathbf{y} \subseteq \Omega$ , jossa haetaan pareittain hakuehdoilla  $x$  ja  $y$ .

Kaikkien tapahtumien todennäköisyydet yhteensä on suurempi kuin 1, koska tapahtumat menevät päällekkäin, joten tarvitaan normalisointia.  $|S|$  on yksittäisten ja  $\binom{|S|}{2}$  parittaisten hakujen tulosten lukumäärä. Määrittelemme

$$N = \sum_{\{x,y\} \subseteq S} |x \cap y|, \quad (5)$$

yksittäisten ja parittaisten hakujen tulosten lukumäärä yhteensä.  $N \geq M$ , koska jokainen Googlen indeksoima internetsivu sisältää vähintään yhden hakusanan esiintymän. Toisaalta internetsivuilla ei keskivertona ole enempää

kuin  $\alpha$  hakutermiä, täten  $N \leq \alpha M$ . Määrittelemme

$$g(x) = g(x, x), g(x, y) = L(\mathbf{x} \cap \mathbf{y}) \frac{M}{N} = \frac{|\mathbf{x} \cap \mathbf{y}|}{N}. \quad (6)$$

Ja siten looginen seuraus on  $\sum_{\{x,y\} \subseteq S} g(x, y) = 1$ , eli  $g$  määrittelee todennäköisyysjakauman.

## 5.4 Google-samankaltaisuusetäisyys

*Normalisoitu Google-etäisyys (NGD) (engl. Normalized Google Distance)* voidaan määritellä seuraavasti,

$$NGD(x, y) = \frac{\max\{\log f(x), \log f(y)\} - \log f(x, y)}{\log N - \min\{\log f(x), \log f(y)\}}, \quad (7)$$

jossa  $f(x)$  merkitsee internetsivujen lukumäärää, jotka sisältävät hakutermiä  $x$  ja  $f(x, y)$  merkitsee samaa mutta sivuille jotka sisältävät termit  $x$  ja  $y$ . Tämä normalisoitu Google-etäisyys on approksimaation normalisoidusta informaatioetäisyydestä 2.2. Käytännössä käytämme Googlen palauttamia sivujen lukumääriä frekvensseinä ja valitaan  $N$ . On huomattu että mikä tahansa järkevä arvo voidaan käyttää normalisoinnin arvona  $N$ . NGD:llä on seuraavat ominaisuudet, olettaen että valitaan parametri  $N \geq M$ :

1. NGD:n arvo on väliltä 0 ja  $\infty$  (mahdollisesti negatiivinen, jos Googlen lukumäärät ovat epäluotettavia ja täten  $f(x, y) > \max\{f(x), f(y)\}$ )

- (a) Jos  $x = y$  tai  $x \neq y$ , mutta frekvenssi on

$$f(x) = f(y) = f(x, y) > 0,$$

niin  $NGD(x, y) = 0$ . Eli  $x$  ja  $y$  ovat Googlen kannalta samat.

- (b) Jos frekvenssi  $f(x) = 0$ , sitten jokaiselle hakutermille  $y$  pätee  $f(x, y) = 0$ . Tämän lisäksi pätee

$$NGD(x, y) = \frac{\infty}{\infty}$$

jonka määrittelemme tarkoittavan 1.

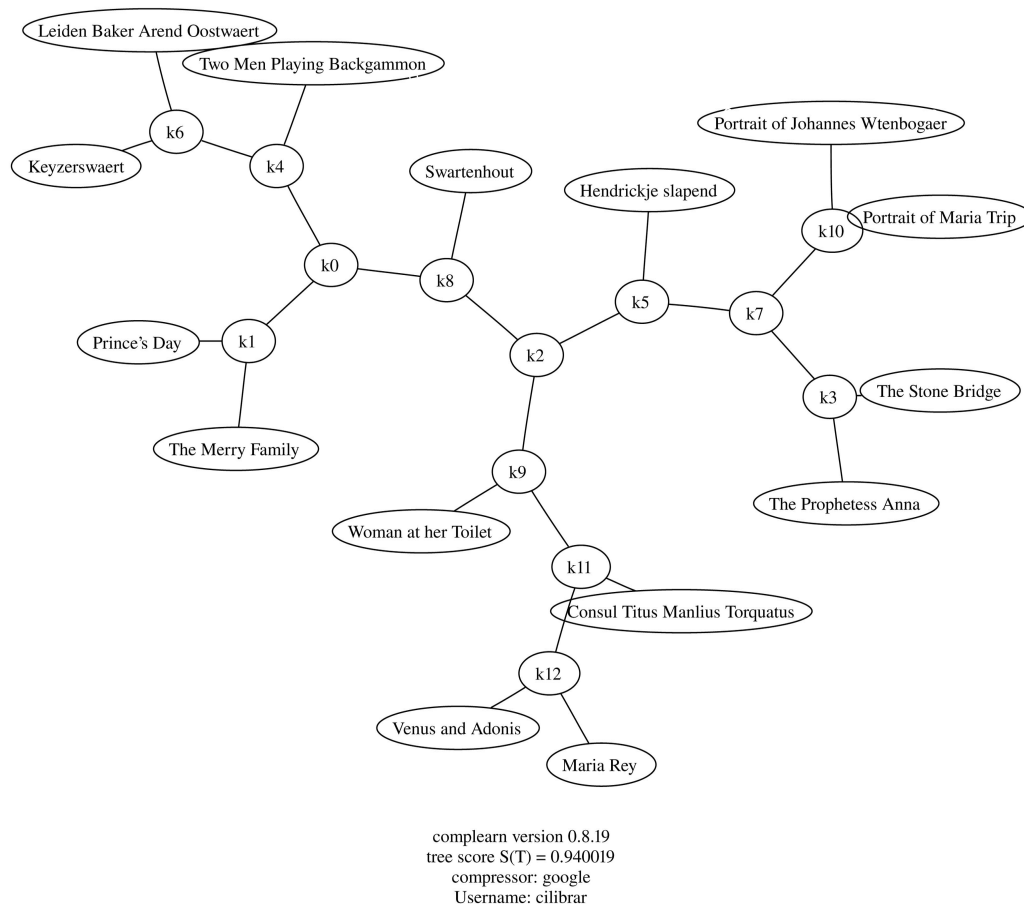
2. NGD on aina epänegatiivinen ja  $NGD(x, x) = 0$  kaikille  $x$ . Kaikille  $x, y$  pätee  $NGD(x, y) = NGD(y, x)$ , toisin sanoen se on symmetrinen. NGD ei kuitenkaan ole metriikka, koska se ei täytä ehtoa  $NGD(x, y) > 0$  kaikille  $x \neq y$ , eikä se myöskään toteuta metriikan kolmioepäyhtälöominaisuutta  $NGD(x, z) \leq NGD(x, y) + NGD(y, z)$ . [CV07]
3. NGD on *invariantti skaalautuvuudessa* seuraavassa mielessä: Oletamme, että kun Googlen indeksoimien sivujen lukumäärä  $N$  kasvaa, niin sivujen, jotka sisältävät annetun hakusanan, lukumäärä lähestyy määrättyä murto-osaa  $N$ :stä, ja niin myös sivujen lukumäärä, jotka sisältävät hakusanojen parin.

## 5.5 Hierarkkinen klusterointi

Klusterointi normalisoidun Google-etäisyyden avulla onnistuu samanlailla kuin normalisoidulla pakkausetäisyydelläkin. Ensiksi lasketaan etäisyysmatriisi 3.1 hakuehto- ja pareittaisista NGD:n arvoista ja sitten nelikkomenetelmää 3.2 käyttäen rakennetaan *juureton ternääripuu* (engl. *unrooted ternary tree*).

Esimerkkinä klusteroitiin 15, 1600-luvun hollantilaisten maalareitten, teosta. Kuvassa 8 on Rembrandtin, Steenin ja Bolin maalauksia ternääripuurakenteessa. Hakusanoina käytettiin ainoastaan maalausten koko nimiä. Seuraavaksi lista maalauksista ja teoksista

- **Rembrandt van Rijn:** *Hendrickje slapend, Portrait of Maria Trip, Portrait of Johannes Wtenbogaert, The Stone Bridge, and The Prophe-tess Anna.*
- **Jan Steen:** *Leiden Baker Arend Oostwaert, Keyzerswaert, Two Men Playing Backgammon, Woman at her Toilet, Prince's Day, and The Merry Family.*
- **Ferdinand Bol:** *Maria Rey, Consul Titus Manlius Torquatus, Swar-tenhout, and Venus and Adonis.*



Kuva 8: Hierarkinen klusterointi hollantilaisista maalauksista [CV07]

## 6 Yhteenveto

Luvussa 3 näytettiin että NCD toimii hyvin klusterointiin ja on helppo soveltaa mihin tahansa alaan, kuten esimerkiksi: musiikki, kirjallisuus ja genomit, koska algoritmin käyttö on täysin riippumaton datasta ja sen ominaisuuksista. Algoritmi kykenee aina löytämään merkittävimmät ominaisuudet datasta ja vertailemaan näin samankaltaisuuden etäisyyksiä datan eri objektien välillä. NCD:n tehokkuutta parantaa huomattavasti että algoritmi vaikuttaa olevan hyvin kohinansietokykyinen, eli kykenee edelleen yhdistämään samankaltaisten objektit vaikka toisessa olisikin kohinaa. Vaikka NCD:n kehittäjät luulivat osoittaneen, että algoritmi on riippumaton pakkaajan valinnasta [CV05], niin

vertailujen tuloksena on pystytty todistamaan, että ainoastaan tiedostonkokoja rajoittamaton pakkaaja toimii aidosti NCD:n kanssa 4.2. Kannattavin valinta pakkaajaksi on *PPMZ*, mikäli käyttää NCD:n tuloksia klusterointiin.

NCD ei tietenkään ole ainut menetelmä jota ohjaamattomassa oppimisessa voi käyttää datan klusteroimiseen. Hierarkkinen klusterointi on tapa jota NCD:n kanssa klusteroidessa käytetään, eli toisiaan lähemmät objektit liittyvät enemmän toisiinsa kuin kauempana olevat. Vaihtoehtoisesti voidaan käyttää *K*-keskiö klusterointia (*engl. K-means clustering*), jossa pyritään klusteroimaan objektit  $k$  eri klusteriin, klusterin keskipisteen etäisyyden perusteella; taikka jakautumaan pohjatuva klusterointia, jossa klusteroidaan objektit jotka todennäköisesti kuuluvat samaan jakaumaan.

Normalisoidun pakkausetäisyyden aihealueesta on tehty paljon tutkimusta eri suuntautumishaaroihin ja tässä esitellään muutama alue, joita tämän tutkielman pohjalta voi lukea. Geeniekspressioanalyysi on ... ja on tutkittu NCD:n käyttöä tässä [NYHS05]. Tarkempaa tietoa normalisoidun informaatioetäisyyden ominaisuuksista ja sen epäapproksimoitavuudesta [TTV11]. Tutkimusta on myös tehty siitä, että miten NCD toimii kuvantunnistuksessa, asiasta lisää [Tra07]. NCD:n kohinan sietokykyä on tutkittu ja se on avannut tutkimuksen mahdollisuuksia tälle aiheelle, tämän lisäksi on myös tutkittu miten NCD:tä voi hyödyntää kohinan poistossa [Vit13] Nelikkomenetelmän tarkempaa kuvausta [CV06]

## Lähteet

- [CAO05] Cebrian, M., Alfonseca, M. ja Ortega, A.: *Common pitfalls using the normalized compression distance: What to watch out for in a compressor*. Communications in Information & Systems, 5(4):367–384, 2005.
- [CAO07] Cebrian, M., Alfonseca, M. ja Ortega, A.: *The Normalized Compression Distance Is Resistant to Noise*. Information Theory, IEEE Transactions on, 53(5):1895–1900, 2007.
- [Cil] Cilibrasi, R.: *CompLearn Toolkit*. URL: <http://complearn.org/>. Luettu 26. marraskuuta 2013.
- [CV05] Cilibrasi, R. ja Vitányi, P.: *Clustering by Compression*. IEEE Transactions on Information Theory, 51(4):1523–1545, Huhtikuu 2005.
- [CV06] Cilibrasi, R. ja Vitányi, P.: *A New Quartet Tree Heuristic for Hierarchical Clustering*. CoRR, abs/cs/0606048, 2006.
- [CV07] Cilibrasi, R. ja Vitányi, P.: *The google similarity distance*. Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions on, 19(3):370–383, 2007.
- [NYHS05] Nykter, M., Yli-Harja, O. ja Shmulevich, I.: *Normalized compression distance for gene expression analysis*. Teoksessa *Workshop on Genomic Signal Processing and Statistics (GENSIPS)(May 2005)*. Citeseer, 2005.
- [Tra07] Tran, N.: *The normalized compression distance and image distinguishability*, 2007. <http://dx.doi.org/10.1117/12.704334>.
- [TTV11] Terwijn, S., Torenvliet, L. ja Vitányi, P.: *Nonapproximability of the normalized information distance*. Journal of Computer and System Sciences, 77(4):738–742, 2011.

- [Vit13] Vitányi, P.: *Similarity and denoising*. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 371(1984), 2013.
- [WBC] Witten, I., Bell, T. ja Cleary, J.: *Calgary Corpus*. URL: <http://corpus.canterbury.ac.nz/descriptions/#calgary>. Luettu 26. marraskuuta 2013.