Resolución de desigualdades que incluyen valor absoluto

Entender la interpretación Geométrica del Valor absoluto

el valor absoluto de un número puede considerarse como la distancia (sin signo) con respecto al número 0 en la recta numérica. El valor absoluto de 3, escrito $|3|$, es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica. De igual manera, el valor absoluto de -3, escrito $|-3|$, también es 3, ya que está a 3 unidades del 0 en la recta numérica.

Considere la ecuación $|x| = 3$; ¿cuáles valores de x hacen verdadera esta ecuación? Sabemos que $|3| = 3$ y $|-3| = 3$. Las soluciones de $|x| = 3$ son 3 y -3. Cuando resolvemos la ecuación $|x| = 3$, queremos encontrar los valores que están exactamente a 3 unidades del 0 en la recta numérica (vea la **figura 2.14a**).

Ahora considere la desigualdad $|x| < 3$. Para resolver esta desigualdad, necesitamos encontrar el conjunto de valores cuya distancia es menor que 3 unidades, con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores de x entre -3 y 3 (vea la **figura 2.14b**).

Para resolver la desigualdad $|x| > 3$, necesitamos determinar el conjunto de valores cuya distancia es mayor que 3 unidades con respecto al 0 en la recta numérica. Éstos son los valores que son menores que -3 o mayores que 3 (vea la **figura 2.14c**).

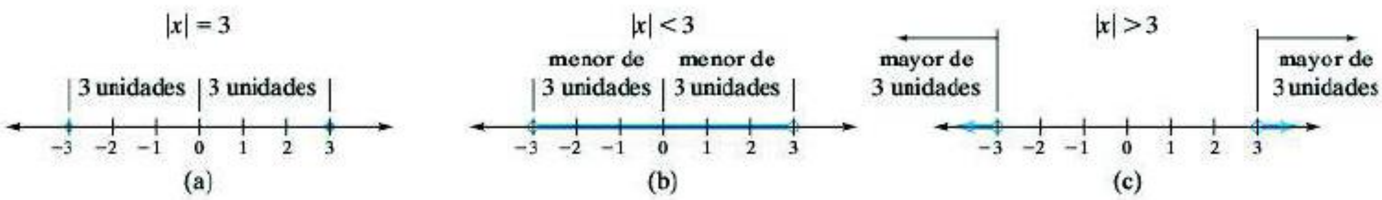


FIGURA 2.14

En esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades como las siguientes:

$$|2x - 1| = 5 \qquad |2x - 1| \leq 5 \qquad |2x - 1| > 5$$

La interpretación geométrica de $|2x - 1| = 5$ es similar a $|x| = 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| = 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ está exactamente a 5 unidades de distancia del 0 en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| \leq 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| \leq 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| \leq 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es menor o igual que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

La interpretación geométrica de $|2x - 1| > 5$ es similar a la interpretación geométrica de $|x| > 3$. Cuando resolvemos $|2x - 1| > 5$, estamos determinando el conjunto de valores para los cuales $2x - 1$ es mayor que 5 unidades con respecto al cero en la recta numérica.

En el resto de esta sección resolveremos ecuaciones y desigualdades con valor absoluto de manera algebraica. Primero resolveremos ecuaciones con valor absoluto y después, desigualdades con valor absoluto. Terminaremos la sección resolviendo ecuaciones con valores absolutos en ambos lados de la ecuación, por ejemplo, $|x + 3| = |2x - 5|$.

2 Resolver ecuaciones de la forma $|x| = a, a > 0$

Cuando resolvemos una ecuación de la forma $|x| = a$, $a > 0$, estamos encontrando los valores que están exactamente a a unidades del 0 en la recta numérica. Podemos utilizar el siguiente procedimiento para resolver este tipo de problemas.

Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = a$

Si $|x| = a$ y $a > 0$, entonces $x = a$ o $x = -a$.

EJEMPLO 1 ▸ Resuelva cada ecuación.

a) $|x| = 7$ **b)** $|x| = 0$ **c)** $|x| = -7$

Solución

a) Al usar el procedimiento obtenemos $x = 7$ o $x = -7$. El conjunto solución es $\{-7, 7\}$.

b) El único número real cuyo valor absoluto es igual a cero es 0. Así, el conjunto solución para $|x| = 0$ es $\{0\}$.

c) El valor absoluto de un número nunca es negativo, así que no existen soluciones para esta ecuación. El conjunto solución es $\emptyset$.

EJEMPLO 2 ▸ Resuelva la ecuación $|2w - 1| = 5$.

Solución A primera vista no parece ser de la forma $|x| = a$, sin embargo, si hacemos que $2w - 1$ sea x y 5 sea a, entonces verá que la ecuación es de esta forma. Buscamos los valores de w tales que $2w - 1$ esté exactamente a 5 unidades del 0 en la recta numérica. Así, la cantidad $2w - 1$ debe ser igual a 5 o -5.

$$\begin{aligned} 2w - 1 &= 5 &\quad \text{o} \quad&& 2w - 1 &= -5 \\ 2w &= 6 &&& 2w &= -4 \\ w &= 3 &&& w &= -2 \end{aligned}$$

Verifique $w = 3$ $w = -2$

$$\begin{aligned} |2w - 1| &= 5 & \qquad |2w - 1| &= 5 \\ |2(3) - 1| &\stackrel{?}{=} 5 & |2(-2) - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\ |6 - 1| &\stackrel{?}{=} 5 & |-4 - 1| &\stackrel{?}{=} 5 \\ |5| &\stackrel{?}{=} 5 & |-5| &\stackrel{?}{=} 5 \\ 5 &= 5 \ \text{Verdadero} & 5 &= 5 \ \text{Verdadero} \end{aligned}$$

Cada una de las soluciones 3 y -2 hacen que $2w - 1$ esté a 5 unidades del 0 en la recta numérica. El conjunto solución es $\{-2, 3\}$.

3 Resolver desigualdades de la forma $|x| < a, a > 0$

Ahora pongamos nuestra atención en desigualdades de la forma $|x| < a$. Considere $|x| < 3$, esta desigualdad representa al conjunto de valores que están a menos de 3 unidades del 0 en una recta numérica (vea la **figura 2.14b**). El conjunto solución es $\{x | -3 < x < 3\}$. El conjunto solución de una desigualdad de la forma $|x| < a$ es el conjunto de valores que están a *menos de a unidades del 0 en la recta numérica.*

Podemos utilizar el mismo proceso de razonamiento para resolver problemas más complicados, como se muestra en el ejemplo 3.

EJEMPLO 3 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x - 3| < 5$.

Solución La solución de esta desigualdad será el conjunto de valores tales que la distancia entre $2x - 3$ y 0 en la recta numérica sea menor que 5 unidades (vea la **figura 2.15**). Utilizando la **figura 2.15**, podemos ver que $-5 < 2x - 3 < 5$.

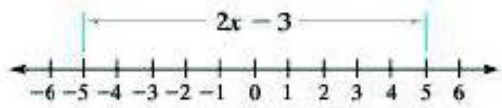


FIGURA 2.15

Resolviendo, obtenemos

$$-5 < 2x - 3 < 5$$
$$-2 < 2x < 8$$
$$-1 < x < 4$$

El conjunto solución es $\{x|-1 < x < 4\}$. Cuando x es cualquier número entre -1 y 4, la expresión $2x - 3$ representará un número que está a menos de 5 unidades del 0 en la recta numérica (o un número entre -5 y 5).

Para resolver desigualdades de la forma $|x| < a$, podemos utilizar el procedimiento siguiente.

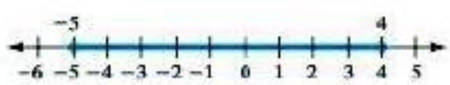
Para resolver desigualdades de la forma $|x| < a$

Si $|x| < a$ y $a > 0$, entonces $-a < x < a$.

EJEMPLO 4 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x + 1| \leq 9$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Como esta desigualdad es de la forma $|x| \leq a$, escribimos

$$-9 \leq 2x + 1 \leq 9$$
$$-10 \leq 2x \leq 8$$
$$-5 \leq x \leq 4$$

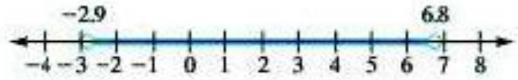


Cualquier valor de x mayor o igual que -5 y menor o igual que 4 da como resultado que $2x + 1$ esté a 9 unidades o menos con respecto del 0 en la recta numérica.

EJEMPLO 5 ▸ Resuelva la desigualdad $|7.8 - 4x| - 5.3 < 14.1$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Primero aísle el valor absoluto sumando 5.3 a ambos lados de la desigualdad. Después resuelva como en los ejemplos anteriores.

$$|7.8 - 4x| - 5.3 < 14.1$$
$$|7.8 - 4x| < 19.4$$
$$-19.4 < 7.8 - 4x < 19.4$$
$$-27.2 < -4x < 11.6$$
$$\frac{-27.2}{-4} > \frac{-4x}{-4} > \frac{11.6}{-4}$$
$$6.8 > x > -2.9 \quad \text{o} \quad -2.9 < x < 6.8$$



El conjunto solución es $\{x|-2.9 < x < 6.8\}$. El conjunto solución en notación de intervalo es $(-2.9, 6.8)$.

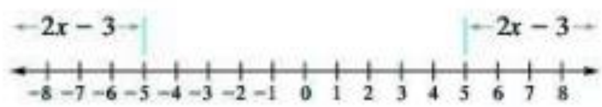
4 Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$, $a > 0$

Ahora veamos las desigualdades de la forma $|x| > a$. Considere $|x| > 3$. Esta desigualdad representa el conjunto de valores que están a más de 3 unidades del 0 en la recta numérica (vea la **figura 2.14c** en la página 125). El conjunto solución es $\{x|x < -3 \text{ o } x > 3\}$. El conjunto solución de $|x| > a$ es el conjunto de valores que están *a más de a unidades del* 0 en la recta numérica.

EJEMPLO 6 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x - 3| > 5$ y grafique la solución en la recta numérica.

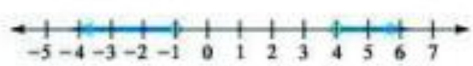
Solución La solución de $|2x - 3| > 5$ es el conjunto de valores tales que la distancia entre $2x - 3$ y el 0 en la recta numérica será mayor que 5. La cantidad $2x - 3$ debe ser menor que -5 o mayor que 5 (vea la **figura 2.16**).

FIGURA 2.16



Como $2x - 3$ debe ser menor que -5 o mayor que 5, establecemos y resolvemos la siguiente desigualdad compuesta:

$$\begin{array}{rcr} 2x - 3 < -5 & \text{o} & 2x - 3 > 5 \\ 2x < -2 & & 2x > 8 \\ x < -1 & & x > 4 \end{array}$$



El conjunto solución de $|2x - 3| > 5$ es $\{x|x < -1 \text{ o } x > 4\}$. Cuando x es cualquier número menor que -1 o mayor que 4, la expresión $2x - 3$ representará un número que está a más de 5 unidades del 0 en la recta numérica (o un número menor que -5 o mayor que 5).

Para resolver desigualdades de la forma $|x| > a$, podemos usar el procedimiento siguiente.

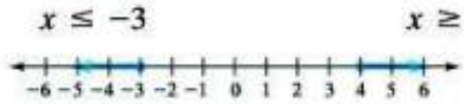
Para resolver desigualdades de la forma $|x| > a$

Si $|x| > a$ y $a > 0$, entonces $x < -a$ o $x > a$.

EJEMPLO 7 ▸ Resuelva la desigualdad $|2x - 1| \geq 7$ y grafique la solución en la recta numérica.

Solución Como esta desigualdad es de la forma $|x| \geq a$, utilizamos el procedimiento dado anteriormente.

$$\begin{array}{rcr} 2x - 1 \leq -7 & \text{o} & 2x - 1 \geq 7 \\ 2x \leq -6 & & 2x \geq 8 \\ x \leq -3 & & x \geq 4 \end{array}$$



Cualquier valor de x menor o igual que -3, o mayor o igual que 4, daría como resultado que $2x - 1$ represente un número que sea mayor o igual que 7 unidades desde el 0 en la recta numérica. El conjunto solución es $\{x|x \leq -3 \text{ o } x \geq 4\}$. En notación de intervalo, la solución es $(-\infty, -3] \cup [4, \infty)$.

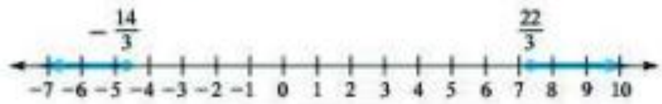
EJEMPLO 8 ▸ Resuelva la desigualdad $\left|\frac{3x-4}{2}\right| \geq 9$ y grafique la solución en una recta numérica.

Solución Como la desigualdad es de la forma $|x| \geq a$, escribimos

$$\frac{3x-4}{2} \leq -9 \quad \text{o} \quad \frac{3x-4}{2} \geq 9$$

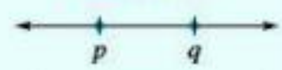
Ahora multiplique ambos lados de cada desigualdad por el mínimo común denominador, 2. Después resuelva cada desigualdad.

$$\begin{array}{rclcrcl}
2\left(\frac{3x-4}{2}\right) & \leq & -9 \cdot 2 & \quad \text{o} \quad & 2\left(\frac{3x-4}{2}\right) & \geq & 9 \cdot 2 \\
3x - 4 & \leq & -18 & & 3x - 4 & \geq & 18 \\
3x & \leq & -14 & & 3x & \geq & 22 \\
x & \leq & -\frac{14}{3} & & x = & \geq & \frac{22}{3}
\end{array}$$



Sugerencia útil

A continuación damos alguna información general acerca de las ecuaciones y desigualdades con valor absoluto. Para números reales a, b y c donde $a \neq 0$ y $c > 0$:

Forma de la ecuación o desigualdad	La solución será:	Solución en la recta numérica:
$\lvert ax + b\rvert = c$	Dos números distintos, p y q.	
$\lvert ax + b\rvert < c$	El conjunto de números entre dos números, $p < x < q$	
$\lvert ax + b\rvert > c$	El conjunto de números menores que un número o mayores que un segundo número, $x < p$ o $x > q$	

5 Resolver desigualdades de la forma $|x| > a$ o $|x| < a$, $a < 0$

Ya resolvimos desigualdades de la forma $|x| < a$ donde $a > 0$. Ahora consideremos lo que sucede en una desigualdad con valor absoluto cuando $a < 0$. Considere la desigualdad $|x| < -3$; como $|x|$ siempre será un valor mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad nunca puede ser verdadera, y la solución es el conjunto vacío, $\emptyset$. Siempre que tengamos una desigualdad con valor absoluto de este tipo, la solución será el conjunto vacío.

EJEMPLO 9 ▸ Resuelva la desigualdad $|6x - 8| + 5 < 3$.

Solución Comience restando 5 en ambos lados de la desigualdad.

$$\begin{aligned} |6x - 8| + 5 &< 3 \\ |6x - 8| &< -2 \end{aligned}$$

Como $|6x - 8|$ siempre será mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad nunca puede ser verdadera. Así, la solución es el conjunto vacío, $\emptyset$.

Ahora considere la desigualdad $|x| > -3$. Como $|x|$ siempre tendrá un valor mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad siempre será verdadera. Como todo valor de x hará de esta desigualdad una proposición verdadera, la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$. Siempre que tengamos una desigualdad con valor absoluto de este tipo, la solución será el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$.

EJEMPLO 10 ▸ Resuelva la desigualdad $|5x + 3| + 4 \geq -9$.

Solución Comience por restar 4 en ambos lados de la desigualdad.

$$|5x + 3| + 4 \geq -9$$
$$|5x + 3| \geq -13$$

Como $|5x + 3|$ siempre será mayor o igual que 0 para cualquier número real x, esta desigualdad es verdadera para todos los números reales; por lo que la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$.

6 Resolver desigualdades de la forma $|x| > 0$ o $|x| < 0$

Ahora analicemos las desigualdades en las que un lado de la desigualdad es 0. El único valor que satisface la ecuación $|x - 5| = 0$ es 5, ya que 5 hace que la expresión dentro del valor absoluto sea 0. Ahora considere $|x - 5| \leq 0$; como el valor absoluto nunca es negativo, esta desigualdad es cierta sólo cuando $x = 5$. La desigualdad $|x - 5| < 0$ no tiene solución. ¿Puede explicar por qué? ¿Cuál es la solución de $|x - 5| \geq 0$? Como cualquier valor de x dará como resultado que el valor absoluto sea mayor o igual a 0, la solución es el conjunto de todos los números reales, $\mathbb{R}$. ¿Cuál es la solución de $|x - 5| > 0$? La solución es todo número real excepto 5. ¿Puede explicar por qué el 5 se excluye de la solución?

EJEMPLO 11 ▸ Resuelva cada desigualdad. **a)** $|x + 2| > 0$ **b)** $|3x - 8| \leq 0$

Solución

a) La desigualdad será verdadera para todo valor de x excepto -2. El conjunto solución es $\{x | x < -2 \text{ o } x > -2\}$.

b) Determine el número que hace al valor absoluto igual a 0 estableciendo que la expresión dentro del valor absoluto sea igual a 0 y despejando x.

$$3x - 8 = 0$$
$$3x = 8$$
$$x = \frac{8}{3}$$

La desigualdad será cierta sólo cuando $x = \frac{8}{3}$. El conjunto solución es $\left\{\frac{8}{3}\right\}$.

7 Resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$

Ahora analicemos ecuaciones con valor absoluto en las que hay un valor absoluto en ambos lados de la ecuación. Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$, utilice el procedimiento siguiente.

Para resolver ecuaciones de la forma $|x| = |y|$

Si $|x| = |y|$, entonces $x = y$ o $x = -y$.

Cuando resolvamos una ecuación con valor absoluto con una expresión con valor absoluto en cada lado del signo igual, las dos expresiones deben tener el mismo valor absoluto. Por lo tanto, *las expresiones deben ser iguales entre sí o ser opuestas entre sí*.

EJEMPLO 12 ▸ Resuelva la ecuación $|z + 3| = |2z - 7|$.

Solución Si hacemos que $z + 3$ sea x y $2z - 7$ sea y, esta ecuación es de la forma $|x| = |y|$. Utilizando el procedimiento dado anteriormente, obtenemos las dos ecuaciones

$$z + 3 = 2z - 7 \quad \text{o} \quad z + 3 = -(2z - 7)$$

Ahora resuelva cada ecuación.

$$\begin{aligned} z + 3 &= 2z - 7 \\ 3 &= z - 7 \\ 10 &= z \end{aligned} \qquad \text{o} \qquad \begin{aligned} z + 3 &= -(2z - 7) \\ z + 3 &= -2z + 7 \\ 3z + 3 &= 7 \\ 3z &= 4 \\ z &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Verifique $z = 10$

$$\begin{aligned} |z + 3| &= |2z - 7| \\ |10 + 3| &\stackrel{?}{=} |2(10) - 7| \\ |13| &\stackrel{?}{=} |20 - 7| \\ |13| &\stackrel{?}{=} |13| \\ 13 &= 13 \quad \text{Verdadero} \end{aligned}$$

$z = \frac{4}{3}$

$$\begin{aligned} |z + 3| &= |2z - 7| \\ \left|\frac{4}{3} + 3\right| &\stackrel{?}{=} \left|2\left(\frac{4}{3}\right) - 7\right| \\ \left|\frac{13}{3}\right| &\stackrel{?}{=} \left|\frac{8}{3} - \frac{21}{3}\right| \\ \left|\frac{13}{3}\right| &\stackrel{?}{=} \left|-\frac{13}{3}\right| \\ \frac{13}{3} &= \frac{13}{3} \quad \text{Verdadero} \end{aligned}$$

El conjunto solución es $\left\{10, \frac{4}{3}\right\}$.

Práctica de Habilidades

Determine el conjunto solución para cada ecuación.

15. $|a| = 2$
16. $|b| = 17$
17. $|c| = \frac{1}{2}$
18. $|x| = 0$
19. $|d| = -\frac{5}{6}$
20. $|l + 4| = 6$
21. $|x + 5| = 8$
22. $|3 + y| = \frac{3}{5}$
23. $|4.5q + 31.5| = 0$
24. $|4.7 - 1.6z| = 14.3$
25. $|5 - 3x| = \frac{1}{2}$
26. $|6(y + 4)| = 24$
27. $\left|\frac{x - 3}{4}\right| = 5$
28. $\left|\frac{3z + 5}{6}\right| - 2 = 7$
29. $\left|\frac{x - 3}{4}\right| + 8 = 8$
30. $\left|\frac{5x - 3}{2}\right| + 5 = 9$

Determine el conjunto solución para cada desigualdad.

31. $|w| < 11$
32. $|p| \le 9$
33. $|q + 5| \le 8$
34. $|7 - x| < 6$
35. $|5b - 15| < 10$
36. $|x - 3| - 7 < -2$
37. $|2x + 3| - 5 \le 10$
38. $|4 - 3x| - 4 < 11$
39. $|3x - 7| + 8 < 14$
40. $\left|\frac{2x - 1}{9}\right| \le \frac{5}{9}$
41. $|2x - 6| + 5 \le 1$
42. $|2x - 3| < -10$
43. $\left|\frac{1}{2}j + 4\right| < 7$
44. $\left|\frac{k}{4} - \frac{3}{8}\right| < \frac{7}{16}$
45. $\left|\frac{x - 3}{2}\right| - 4 \le -2$
46. $\left|7x - \frac{1}{2}\right| < 0$

Determine el conjunto solución para cada desigualdad.

47. $|y| > 2$
48. $|a| \geq 13$
49. $|x + 4| > 5$
50. $|2b - 7| > 3$
51. $|7 - 3b| > 5$
52. $\left|\dfrac{6 + 2z}{3}\right| > 2$
53. $|2h - 5| > 3$
54. $|2x - 1| \geq 12$
55. $|0.1x - 0.4| + 0.4 > 0.6$
56. $|3.7d + 6.9| - 2.1 > -5.4$
57. $\left|\dfrac{x}{2} + 4\right| \geq 5$
58. $\left|4 - \dfrac{3x}{5}\right| \geq 9$
59. $|7w + 3| - 12 \geq -12$
60. $|2.6 - x| \geq 0$
61. $|4 - 2x| > 0$
62. $|2c - 8| > 0$

Determine el conjunto solución para cada ecuación.

63. $|3p - 5| = |2p + 10|$
64. $|6n + 3| = |4n - 13|$
65. $|6x| = |3x - 9|$
66. $|5t - 10| = |10 - 5t|$
67. $\left|\dfrac{2r}{3} + \dfrac{5}{6}\right| = \left|\dfrac{r}{2} - 3\right|$
68. $|3x - 8| = |3x + 8|$
69. $\left|-\dfrac{3}{4}m + 8\right| = \left|7 - \dfrac{3}{4}m\right|$
70. $\left|\dfrac{3}{2}r + 2\right| = \left|8 - \dfrac{3}{2}r\right|$

Determine el conjunto solución para cada ecuación o desigualdad.

71. $|h| = 1$
72. $|y| \leq 8$
73. $|q + 6| > 2$
74. $|9d + 7| \leq -9$
75. $|2w - 7| \leq 9$
76. $|2z - 7| + 5 > 8$
77. $|5a - 1| = 9$
78. $|2x - 4| + 5 = 13$
79. $|5 + 2x| > 0$
80. $|7 - 3b| = |5b + 15|$
81. $|4 + 3x| \leq 9$
82. $|2.4x + 4| + 4.9 > 3.9$
83. $|3n + 8| - 4 = -10$
84. $|4 - 2x| - 3 = 7$
85. $\left|\dfrac{w + 4}{3}\right| + 5 < 9$
86. $\left|\dfrac{5t - 10}{6}\right| > \dfrac{5}{3}$
87. $\left|\dfrac{3x - 2}{4}\right| - \dfrac{1}{3} \geq -\dfrac{1}{3}$
88. $\left|\dfrac{2x - 4}{5}\right| = 14$
89. $|2x - 8| = \left|\dfrac{1}{2}x + 3\right|$
90. $\left|\dfrac{1}{3}y + 3\right| = \left|\dfrac{2}{3}y - 1\right|$
91. $|2 - 3x| = \left|4 - \dfrac{5}{3}x\right|$
92. $\left|\dfrac{-2u + 3}{7}\right| \leq 5$

Resolución de Problemas

93. Grosor de vidrio Idealmente, ciertos tipos de vidrios fabricados por las industrias PPG tendrán un grosor de 0.089 pulgadas. Sin embargo, debido a las limitaciones en el proceso de fabricación, se permite que el grosor varíe con respecto al grosor ideal hasta en 0.004 pulgadas. Si t representa el grosor real del vidrio, entonces el rango de grosor permitido puede representarse por medio de la desigualdad $|t - 0.089| \leq 0.004$.

Fuente: www.ppg.com

a) Resuelva esta desigualdad para t (utilice la notación de intervalo).
b) ¿Cuál es el grosor más pequeño permitido para el vidrio?
c) ¿Cuál es el mayor grosor permitido para el vidrio?

94. Garantía de madera laminada Cierto tipo de madera laminada fabricada por Lafor International garantiza que tiene un grosor de $\frac{5}{8}$ de pulgada con una tolerancia de más o menos $\frac{1}{56}$ de pulgada. Si t representa el grosor real de la madera laminada, entonces el rango permitido puede representarse por medio de la desigualdad $\left|t - \frac{5}{8}\right| \leq \frac{1}{56}$.

Fuente: www.sticktrade.com

a) Resuelva esta desigualdad para t (utilice la notación de intervalo).
b) ¿Cuál es el menor grosor permitido para la madera laminada?
c) ¿Cuál es el mayor grosor permitido para la madera laminada?

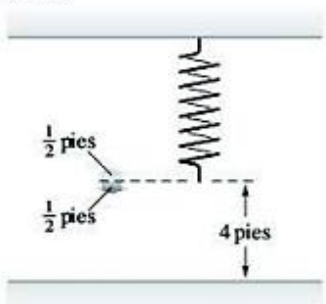
95. Profundidad de un submarino Un submarino está 160 pies por debajo del nivel del mar, y tiene una formación rocosa arriba y abajo de él por lo que no debe cambiar su profundidad en más de 28 pies. Su distancia por debajo del nivel del mar, d, puede describirse por medio de la desigualdad $|d - 160| \leq 28$.

a) Resuelva la desigualdad para d. Escriba su respuesta en notación de intervalo.
b) ¿Entre qué distancias verticales, medidas con respecto al nivel del mar, puede moverse el submarino?

96. Un resorte que oscila Un resorte sujeto al techo está oscilando hacia arriba y hacia abajo de modo que su distancia, d, con respecto al piso satisface la desigualdad $|d - 4| \leq \frac{1}{2}$ pie (vea la figura).

a) Resuelva esta desigualdad para d. Escriba su respuesta en notación de intervalo.

b) ¿Entre qué distancias, medidas con respecto al piso, oscilará el resorte?



En los ejercicios del 97 al 100, determine una ecuación o una desigualdad que tenga el conjunto solución dado.

97. $\{-5, 5\}$

98. $\{x|-5 < x < 5\}$

99. $\{x|x \leq -5 \text{ o } x \geq 5\}$

100. $\{x|-5 \leq x \leq 5\}$

101. ¿Para qué valores de x será verdadera la desigualdad $|ax + b| \leq 0$? Explique.

102. ¿Para qué valores de x *no* será verdadera la desigualdad $|ax + b| > 0$? Explique.

103. a) Explique cómo determinar la solución para la ecuación $|ax + b| = c$. (Suponga que $c > 0$ y $a \neq 0$).

b) Resuelva esta ecuación para x.

104. a) Explique cómo determinar la solución para la desigualdad $|ax + b| < c$. (Suponga que $a > 0$ y $c > 0$).

b) Resuelva esta desigualdad para x.

105. a) Explique cómo determinar la solución para la desigualdad $|ax + b| > c$. (Suponga que $a > 0$ y $c > 0$).

b) Resuelva esta desigualdad para x.

106. a) ¿Cuál es el primer paso para resolver la desigualdad $-4|3x - 5| \leq -12$?

b) Resuelva esta desigualdad y proporcione la solución en notación de intervalo.