Tarea 3

Problema 1:

Partiendo de que

$$C\dot{P} = \sum Q_{in} - \sum Q_{out}$$

Para el tanque 1, se obtiene

① $\boxed{C_1 \dot{P}_1 = Q_a - Q_b}$

② $\boxed{C_2 \dot{P}_2 = Q_b - Q_{out}}$

Como el flujo a traves de todas las válvulas es laminar:

$$\Delta P = R_L Q$$

De la valvula 1

③ $Q_a = \dfrac{P_{db} - P_1}{R_1}$

Pdb: Es la presión que entrega la bomba

P1: Es la presión en la base del tanque 1

se obtiene

④ $P_{db} = P_{atm} + \rho g H$

⑤ $P_1 = P_{atm} + \rho g h_1$

Reemplazando 4 y 5 en 3

$$Qa = \frac{\cancel{Patm} + \rho g H - \cancel{Patm} - \rho g h_1}{R_1}$$

$$\boxed{Qa = \frac{\rho g}{R_1}(H - h_1)}$$

Para la balvula 2

6 $$Qb = \frac{P_1 - P_2}{R_2}$$

Donde P_2, es la presión en la base del tanque 2 se obtiene

7 $$P_2 = Patm + \rho g h_2$$

Reemplazando 7 y 5 en 6

$$Qb = \frac{\cancel{Patm} + \rho g h_1 - \cancel{Patm} - \rho g h_2}{R_2}$$

$$\boxed{Qb = \frac{\rho g}{R_2}(h_1 - h_2)}$$

Para la valvula 3:

(8) $$Q_{out} = \frac{P_2 - P_{atm}}{R_3}$$

Reemplazando (7) en (8)

$$Q_{out} = \frac{\cancel{P_{atm}} + \rho g h_2 - \cancel{P_{atm}}}{R_3}$$

$$\boxed{Q_{out} = \frac{\rho g h_2}{R_3}}$$

Se procede a encontrar las correspondientes $\dot{P}$

$P_1 = P_{atm} + \rho g h_1$

$\dot{P}_1 = \rho g \dot{h}_1$

$P_2 = P_{atm} + \rho g h_2$

$\dot{P}_2 = \rho g \dot{h}_2$

Finalmente reemplazando en las ecuaciones (1) y (2) su correspondiente Q y $\dot{P}$, se obtiene

(1) $$C_1 \rho g \dot{h}_1 = \frac{\rho g}{R_1}(H - h_1) - \frac{\rho g}{R_2}(h_1 - h_2)$$

$$\boxed{C_1 \dot{h}_1 = \frac{1}{R_1}(H - h_1) - \frac{1}{R_2}(h_1 - h_2)}$$

② $C_2 \rho g \dot{h}_2 = \frac{\rho g}{R_2}(h_1 - h_2) - \frac{\rho g h_2}{R_3}$

$$\boxed{C_2 \dot{h}_2 = \frac{1}{R_2}(h_1 - h_2) - \frac{1}{R_3} h_2}$$

Problema 2:

Partiendo de que.

$$\dot{P} = \frac{nRT}{V}\left(w_{net} - \frac{P}{RT}\dot{V}\right)$$

Entonces para cada recamara:

① $\dot{P}_1 = \frac{nRT}{V_1}\left(w_{net} - \frac{P_1}{RT}\dot{V}_1\right)$

② $\dot{P}_2 = \frac{nRT}{V_2}\left(w_{net} - \frac{P_2}{RT}\dot{V}_2\right)$

Ya que x va en dirección "$\longrightarrow$", el volumen V_1 aumenta cuando x aumenta. Por tanto

③ $V_1 = V_0 + Ax$

Y para V_2 pasa lo opuesto, cuando x aumenta V_2 disminuye. Por tanto:

④ $V_2 = V_0 - Ax$

Obteniendo los correspondientes $\dot{V}$

⑤ $\dot{V}_1 = A\dot{x}$

⑥ $\dot{V}_2 = -A\dot{x}$

Como el amortiguador es cerrado no hay cambio en la masa, por tanto el flujo de masa neto sera el inicial

$W_{net} = W$

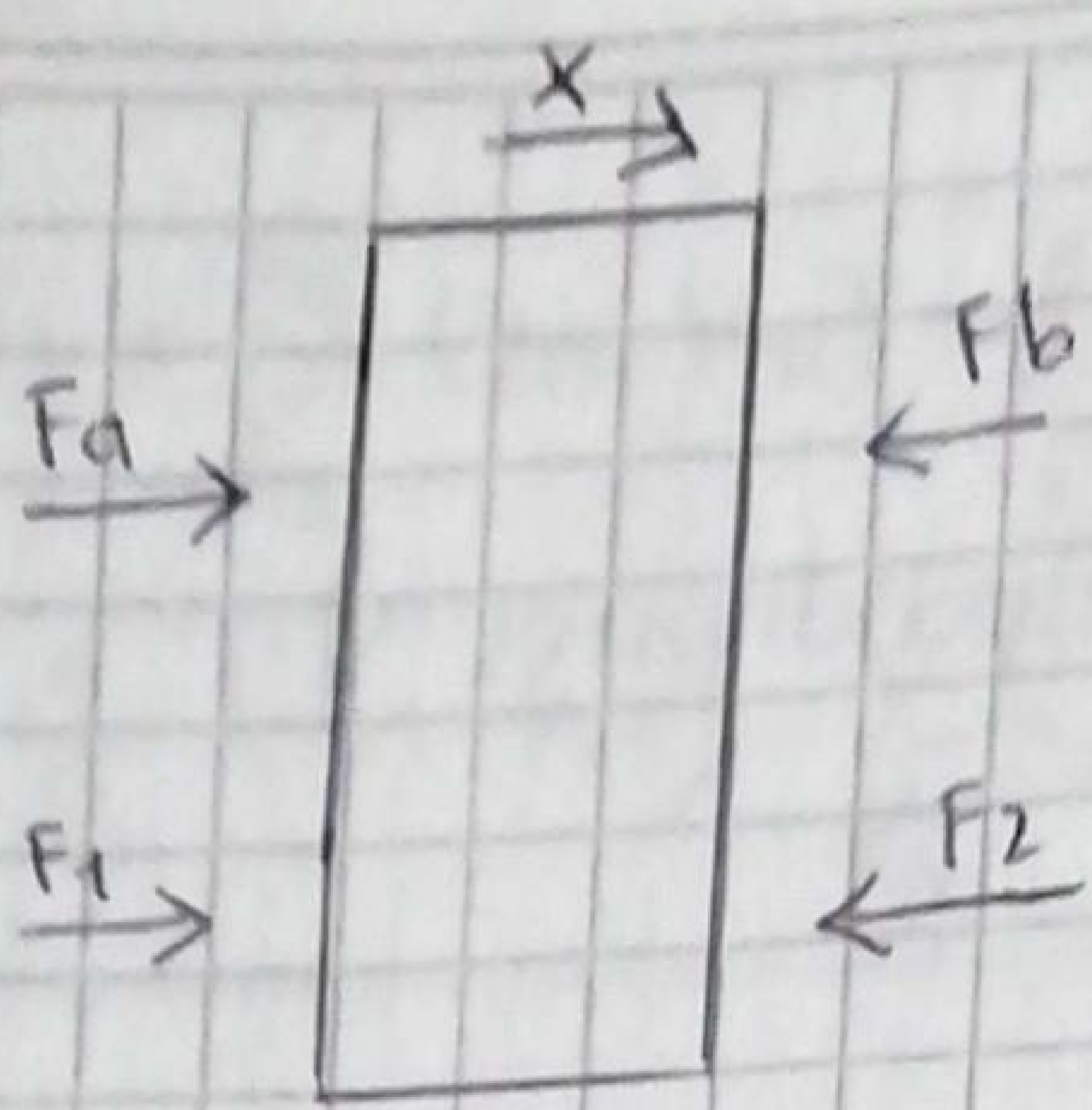
Finalmente reemplazando los correspondientes valores en ① y ②

$$\boxed{\dot{P}_1 = \frac{nRT}{V_1 0 + Ax}\left(W - \frac{P_1}{RT}A\dot{x}\right)}$$

$$\boxed{\dot{P}_2 = \frac{nRT}{V_2 0 - Ax}\left(W + \frac{P_2}{RT}A\dot{x}\right)}$$

Ahora se procede a realizar el modelo mecanico

Primero realizamos el correspondiente diagrama de cuerpo libre



F_a: Fuerza aplicada

F_b: Fuerza de fricción viscosa

F_1; Fuerza que aplica el aire en la recamara 1

F_2; Fuerza que aplica el aire en la recamara 2.

$\rightarrow \sum F = m\ddot{x}$

(1) $F_a - F_r + F_1 - F_2 = m\ddot{x}$

como $F_r = b\dot{x}$

Donde b: es el coeficiente de fricción viscoso y

$F_1 = P_1 A_0$, $F_2 = P_2 A_0$

Donde A_0 es el area total de los orificios
Reemplazando lo anterior en (1) se obtiene:

$$\boxed{F_a - b\dot{x} + P_1 A_0 - P_2 A_0 = m\ddot{x}}$$

Problema 3:

Partiendo de que

$$\dot{P} = \frac{nRT}{V}\left(W_{net} - \cancel{\frac{P}{RT}\dot{V}}\right)$$

como el volumen es constante $\dot{V}=0$, por tanto

$$① \quad \dot{P} = \frac{nRT}{V}\left(W_{net}\right)$$

$$W_{net} = \sum w_{in} - \sum W_{out}$$

Como a el sistema no le ingresa un flujo de masa $W_{in}=0$ por lo tanto

$$② \quad W_{net} = -W_{out}$$

Reemplazando ② en ①

$$\dot{P} = \frac{nRT}{V}\left(-W_{out}\right)$$

Como la capacitancia neumatica es:

$$C = \frac{V}{nRT}$$

se obtiene

$$\boxed{C\dot{P} = -W_{out}}$$

Entonces el flujo a traves de la valvula puede ser

- Si no esta ahogado es

$$W_{out} = C_d A_0 P \sqrt{\frac{2r}{Y-1} \frac{}{RT_1} \left[\left(\frac{P_{atm}}{P}\right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{P_{atm}}{P}\right)^{\frac{r+1}{r}} \right]}$$

Si $\frac{P_{atm}}{P} > C_r$

- Si esta ahogado

$$W = C_d A_0 P \sqrt{\frac{r}{RT_1} C_r^{\frac{y+1}{r}}}$$

Si $\frac{P_{atm}}{P} \leq C_r$

$V = 25 m^3$
$T = T.$ ambiente

Esto se aplica por las condiciones del problema, ya que no hay variacion del volumen y entrada de masa.

Problema 4:

Partiendo de:

$$C\dot{T} = \sum \dot{m}_{in} C_p T_{in} - \sum \dot{m}_{out} C_p T_{out} + \sum q_{in} - q_{out}$$

Donde $\dot{m} = w$ y $q = \frac{1}{R} \Delta T$

- Flujo de agua en el tubo de cobre.

$$C_2 \dot{T}_2 = W_2 C_p T_{in_2} - W_2 C_p T_2 + \cancel{q_{in}}^{\,0} - q_{out}$$

Dado que $q_{out} = \frac{T_1 - T_2}{R_2}$

$$\boxed{C_2 \dot{T}_2 = W_2 C_p T_{in_2} - W_2 C_p T_2 - \frac{T_1 + T_2}{R_2}}$$

Para la cámara

$$\boxed{C_1 \dot{T}_1 = W_1 C_p T_{in_1} - W_1 C_p T_1 + \frac{T_1 - T_2}{R_2} - \frac{T_1 - T_a}{R_1}}$$