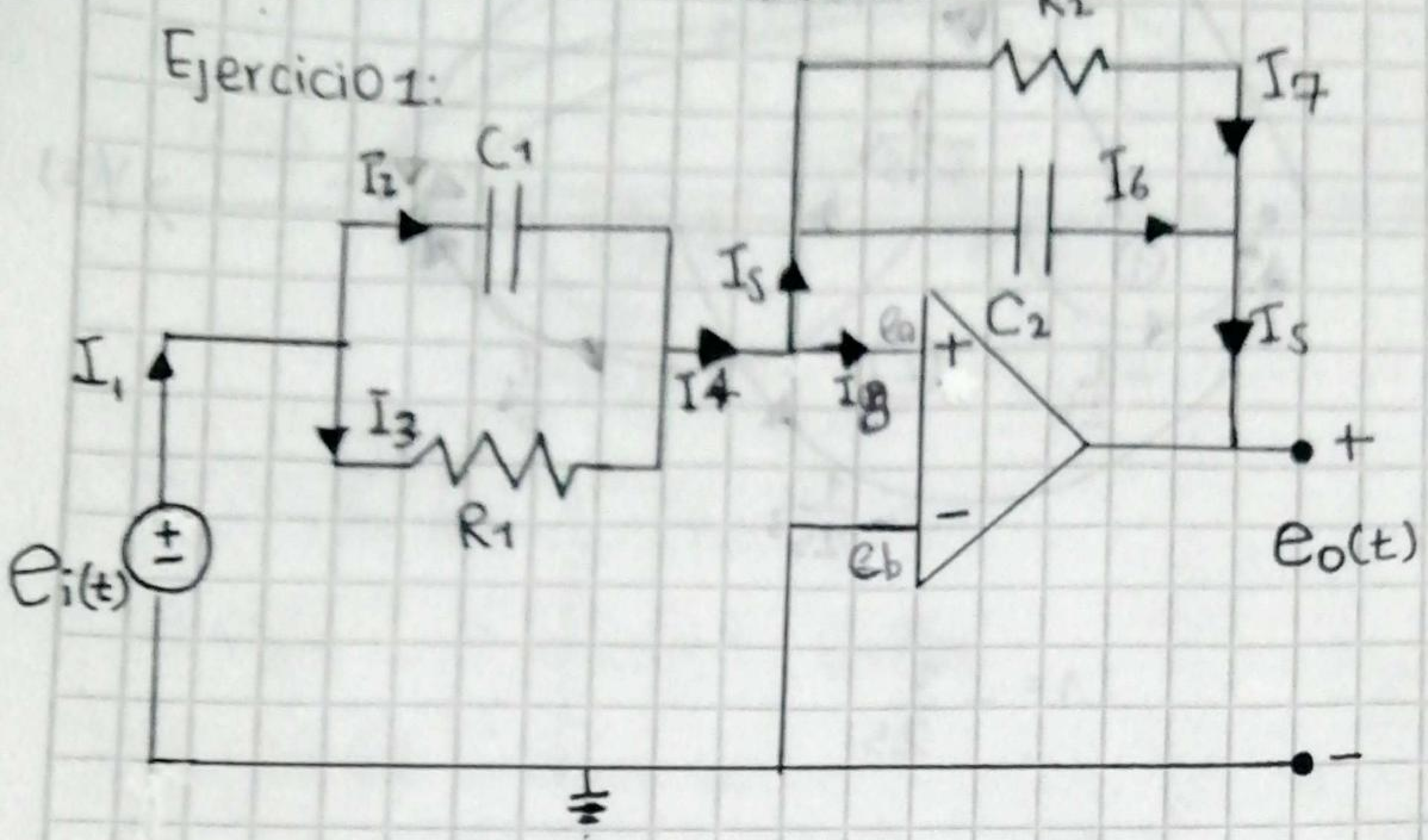
Tarea 2

Ejercicio 1:



Primero se dibuja las corrientes y su sentido correspondiente para aplicar KCL

Aplicando KCL, se obtiene

(1.) $I_1 = I_2 + I_3 = I_4$

(2.) $I_4 = I_8 + I_5$

(3) $I_5 = I_6 + I_7$

Teniendo en cuenta que:

- Como e_b está conectado a tierra $\rightarrow e_b = 0$.

sabemos que $e_a - e_b = 0$, entonces $e_a = 0$, luego $I_8 = 0$

Reemplazando I_8 en ② se obtiene:

④ $I_4 = I_5$

Igualando ① y ③ se obtiene:

⑤ $I_2 + I_3 = I_7 + I_6$

Si aplicamos la ley de Ohm en ⑤ y tenemos en cuenta que estamos trabajando con 2 capacitores, se obtiene:

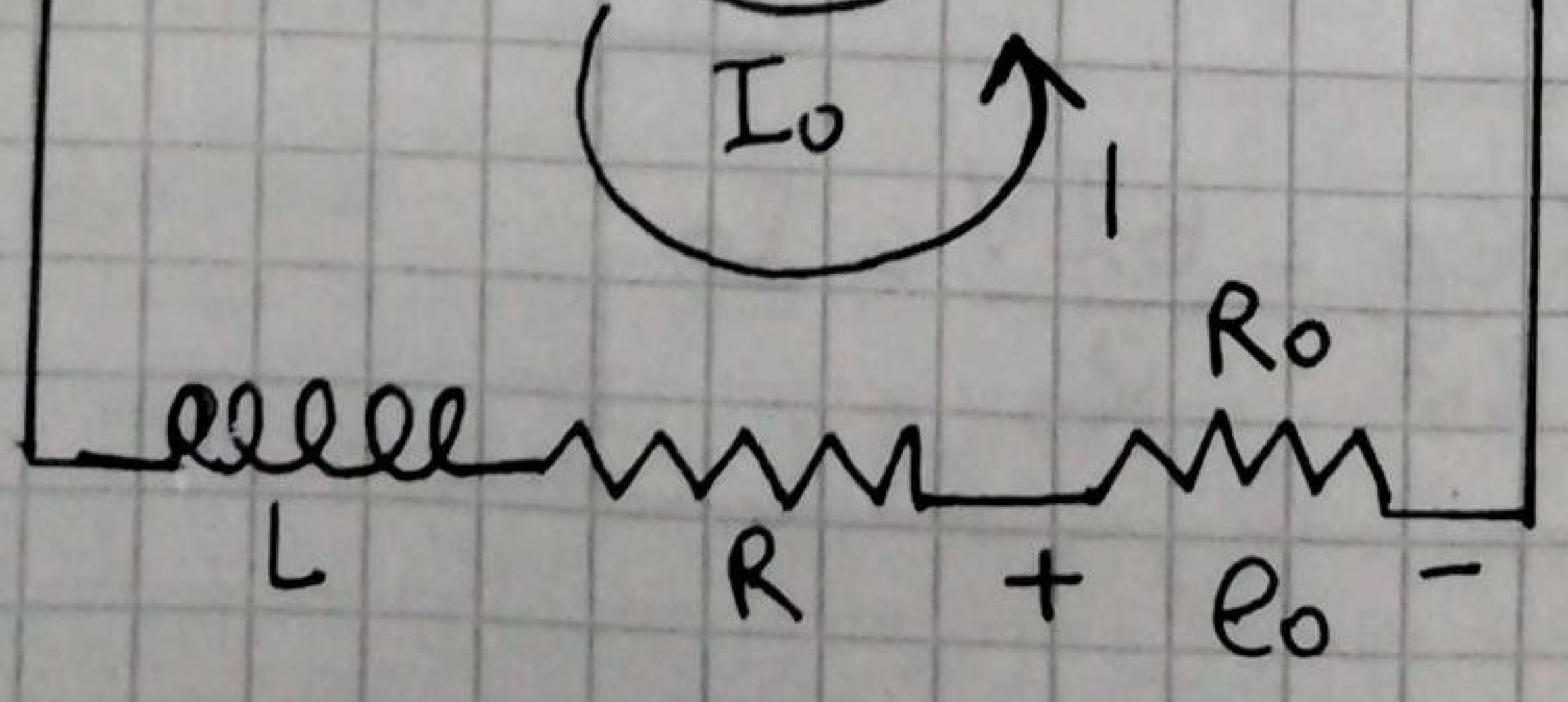
$$\frac{(e_i(t) - e_a)}{R_1} + C_1 \frac{d}{dt}\left(e_i(t) - e_a\right) = \frac{1}{R_2}(e_a - e_o) + C_2 \frac{d}{dt}(e_a - e_o)$$

Como $e_a = 0$ se obtiene:

$$\boxed{\frac{1}{R_1} e_i(t) + \dot{e}_i(t) C_1 = -e_o \frac{1}{R_2} - \dot{e}_o C_2}$$

Ejercicio 2.

Partiendo de que $\uparrow \vec{B}$ por ley de la mano derecha y que $e_b = Blv$



Sabemos que $e_o = R_o I_o$ por ley de Ohm

Luego $\boxed{I_o = \frac{e_o}{R_o}}$ (1)

Aplicamos KVL para el circuito

$$-e_1 - e_R - e_o - e_b = 0$$

$$-L\dot{I}_o - R I_o - R_o I_o - B\ell V = 0$$

Reemplazo (1)

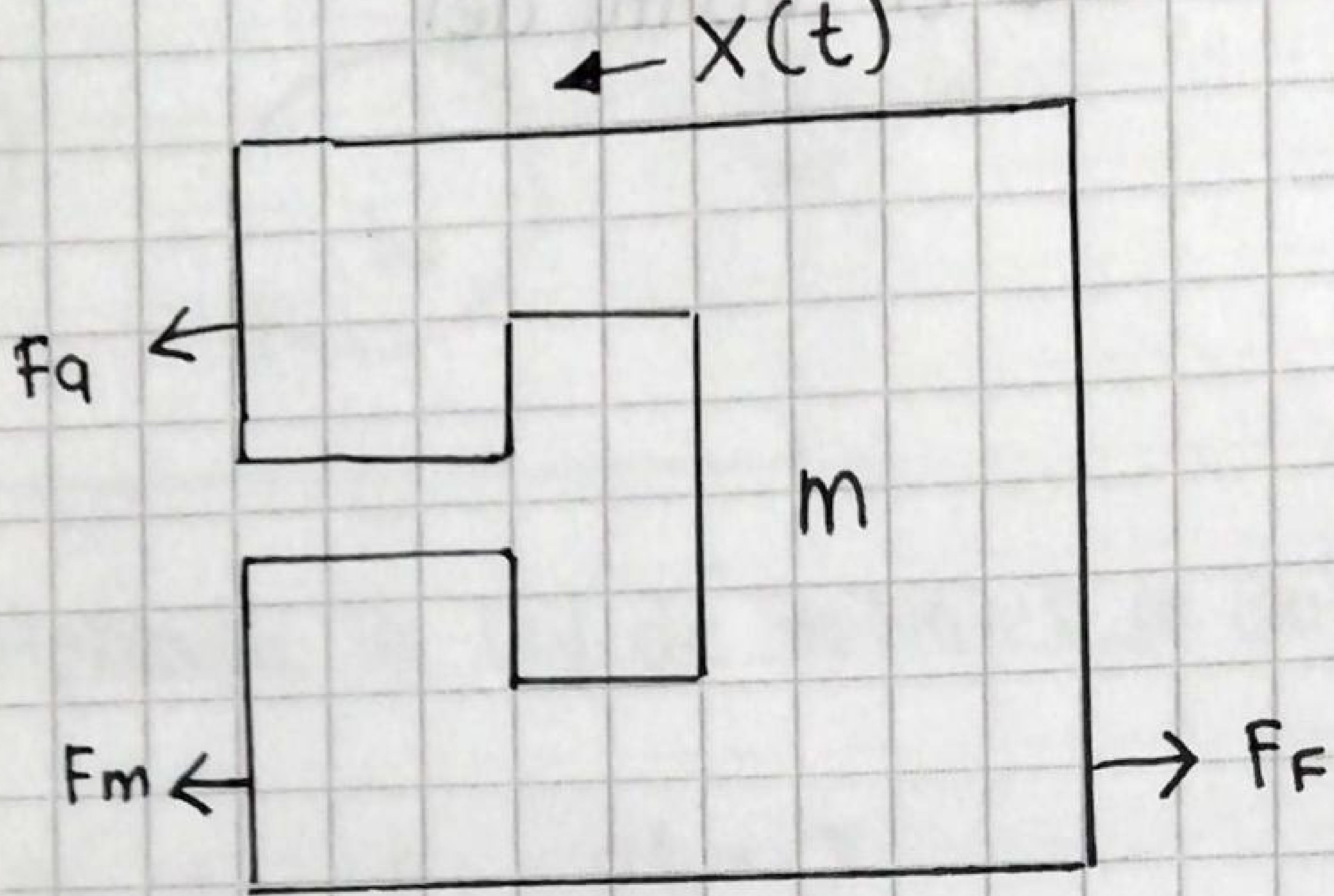
$$-L\left(\frac{\dot{e}_o}{R_o}\right) - R\frac{e_o}{R_o} - e_o - B\ell V = 0$$

$$-L\left(\frac{\dot{e}_o}{R_o}\right) - R\frac{e_o}{R_o} - R_o I_o - B\ell V = 0$$

$$-L\left(\frac{\dot{e}_o}{R_o}\right) - \frac{R e_o}{R_o} - B\ell V = R_o I_o$$

$$\boxed{-\frac{L}{R_o^2}\dot{e}_o - \frac{R e_o}{R_o^2} - \frac{B\ell V}{R_o} = I_o}$$

b.)



$F_m = I_0 l B$ ← Fuerza inducida.

Partiendo de $\overset{+}{\leftarrow} \sum F = ma$

① $F_m + F_a - F_F = M\ddot{x}$

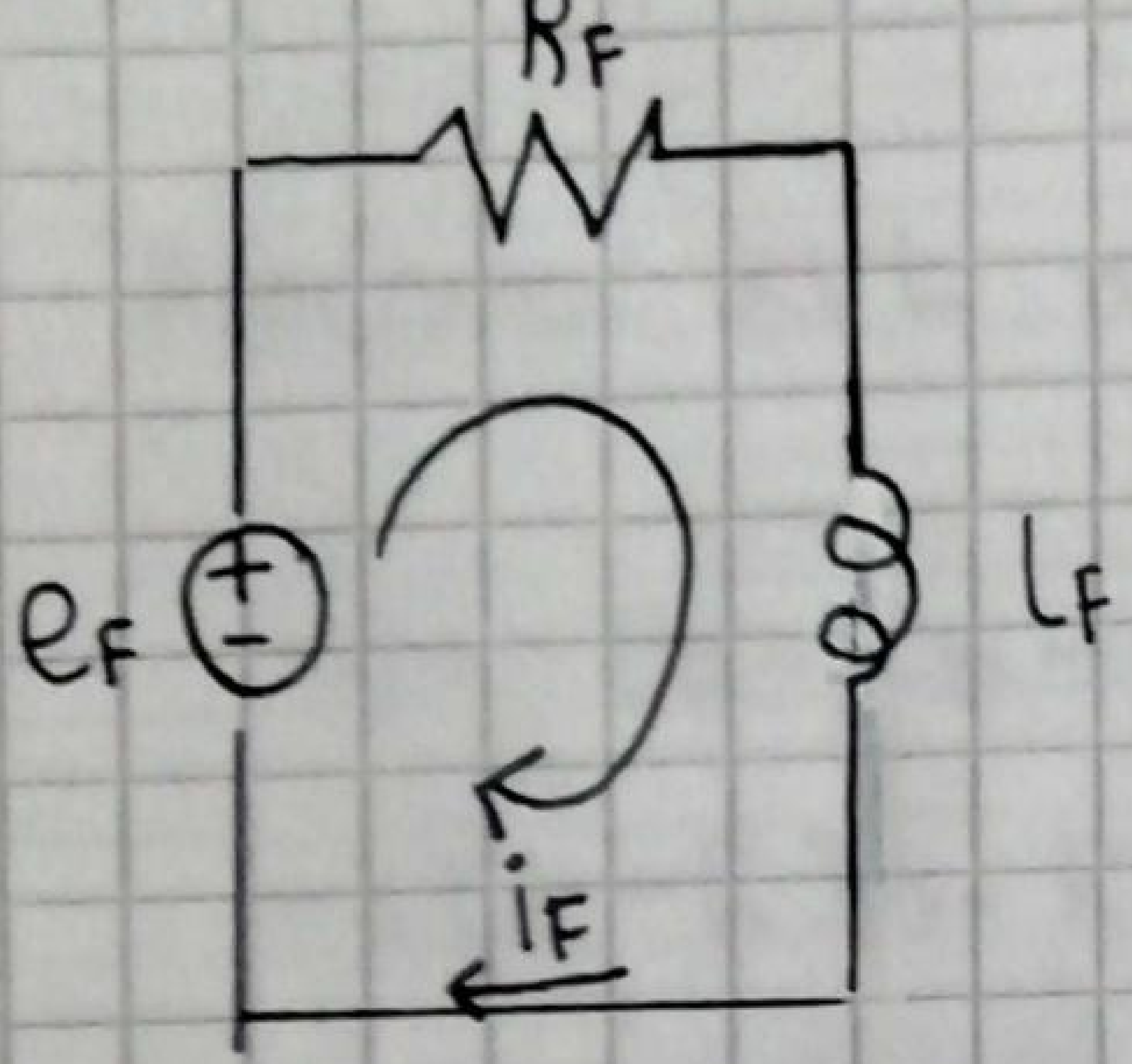
② $I_0 l B + F_a - b\dot{x} = M\ddot{x}$

Reemplazando I_0, hallamos en el numeral anterior se obtiene

$$\boxed{F_a = M\ddot{x} + b\dot{x} - lB\left(-\frac{L\dot{e}_0}{R_0^2} - \frac{Re_0}{R_0^2} - \frac{Bl V}{R_0}\right)}$$

Ejercicio 3:

Primero empezamos a resolver el circuito del generador



Aplicando la ley de voltajes, se obtiene.

$$e_F - e_R - e_L = 0$$

Como $e_L = L\dot{I}_F$ y por ley de Ohm $e_R = R_F I_F$

$$e_F - R_F I_F - L\dot{I}_F = 0$$

$$① \quad \boxed{I_F = \frac{1}{R_F}\left(e_F - L\dot{I}_F\right)}$$

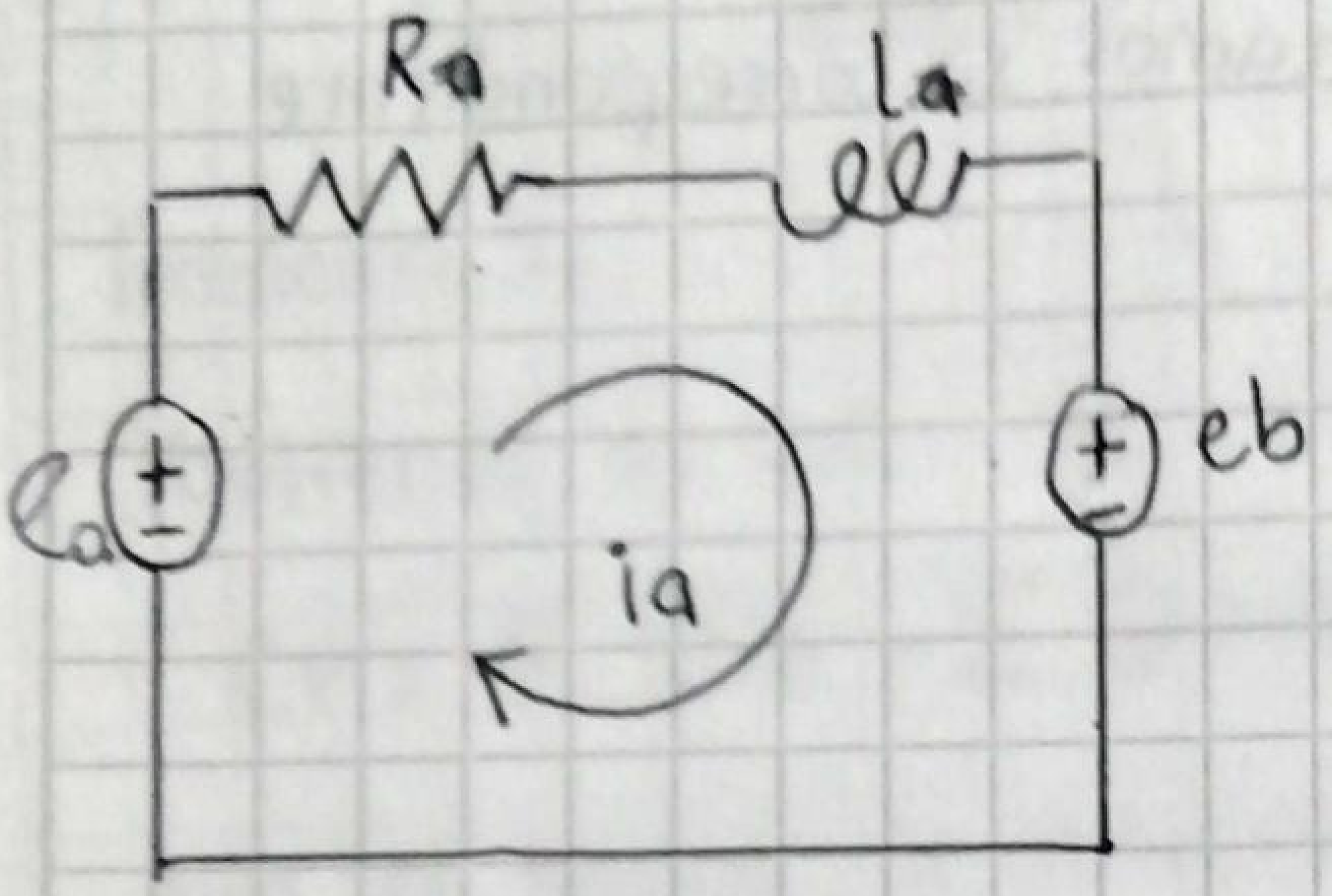
Ahora se procede a resolver el circuito del motor

Es importante aclarar que

$$② \quad e_a = K I_F$$

Reemplando ① en ② se obtiene

$$\boxed{e_a = \frac{K}{R_F}\left(e_F - L\dot{I}_F\right)} \quad ③$$



Aplicando la ley de voltajes, se obtiene:

$$e_a - e_R - e_L - e_b = 0$$

Como $e_L = L_a \dot{I}_a$

$$e_a - R_a I_a - L\dot{I}_a - e_b = 0$$

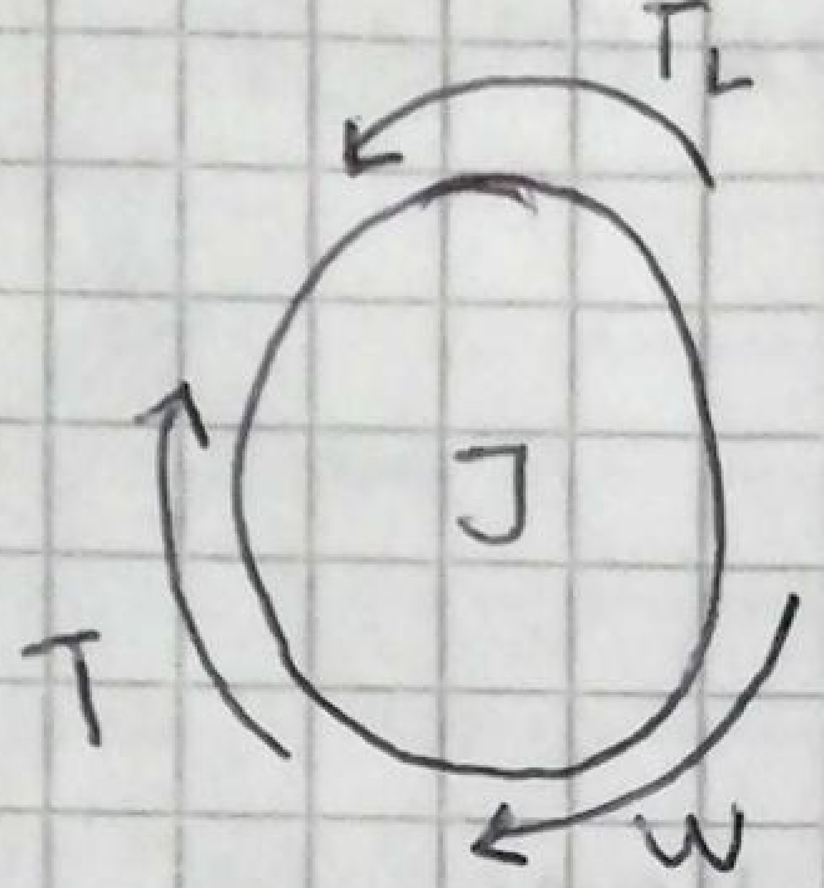
$$e_a = R_a I_a + L_a \dot{I}_a + e_b$$

$$e_a = R_a I_a + L_a \dot{I}_a + k_b \dot{\theta}$$

Reemplazando 3 se obtiene:

$$\boxed{\frac{K}{R_F}\left(e_F - L\dot{I}_F\right) = R_a I_a + L_a \dot{I}_a + K_b \dot{\theta}}$$

Para el modelo mecanico realizamos su correspondiente diagrama de cuerpo libre



Como es un sistema mecanico rotacional partimos de:

$$\circlearrowleft \sum T = J\ddot{\theta}$$

$$T - TL = J\ddot{\theta}$$

como $T = KmI$ se obtiene

$$\boxed{KmI - TL = J\ddot{\theta}}$$

Finalmente el modelo del sistema es:

$$\boxed{\frac{K}{R_F}(e_F - L\dot{I}_F) = Ra\,Ia + La\,\dot{I}a + Kb\dot{\theta}}$$ → modelo electrico

$$\boxed{KmI - TL = J\ddot{\theta}}$$ modelo mecanico