

Повишаване на резолюцията и
четимостта на двумерни медицински
изображения посредством
математически трансформации

Автор: Дейвид Каменов

Научен ръководител:
доц. Станислав Харизанов
Институт по математика и информатика,
Българска академия на науките

Абстракт

Обработката на дигитални изображения е модерна, много популярна и приложима научна област, която комбинира изследователски техники както от математиката, така и от теоретичната информатика. Получените резултати могат да бъдат полезни в редица дейности, както от всекидневния живот, така и от научните сфери като медицина или изследване на космоса. Приложенията биват широкообхватни и най-разнообразни. Едни от местата, където обработката на дигитални изображения е най-често приложима са медицината, инженерството, сигурността, фотографията, археологията, металознанието, културно-историческото наследство, архитектурата и също така са изключително популярни в изследването на космоса и по-точно сателитите и GPS технологиите.

Проектът „Повишаване на резолюцията и четимостта на двумерни медицински изображения посредством математически трансформации“ е фокусиран в сферите на теоретичната информатика, нелинейната оптимизация и математическото моделиране. Той цели повишаване на резолюцията, подобряване на четимостта и извличане на достоверна информация от медицински/индустриални томографски изображения. Въпреки това, той е мултифункционален и може да бъде приложен в други сфери като нетомографски изображения.

Основната идея е посветена на важния, но все още нерешен проблем при рентгеновите и томографските изображения (включително скенери и някои ехографи) за това как да се повиши резолюцията им и да се получи по-висока четимост (качество; по-добра обща представа за изображението) без да се подлага пациента на по-висока радиация, тъй като стандартния подход просто увеличава нивото на радиация за да постигне това. Цели се намаляване на шанса за лекарска грешка причинена от недостиг на информация и повишаване на шанса за успешно лечение на съответното заболяване, използвайки възможно най-малко радиационно облъчване. По този начин проектът може да помогне за спасяването на човешки животи.

Основната цел е този процес да се автоматизира и да се приложи към огромни бази данни от снимки без нуждата от програмист, доктор или като цяло от човек. Подобрените данни могат да се използват за допълнителни анализи от специалисти, за обучението на неопитни студенти и дори за подобряване на алгоритъм за машинно самообучение или неговата база данни.

Съдържание

1	Въведение	4
2	Описание на проблема	5
3	Детайлно описание	6
3.1	Преобразуване на входното изображение в черно-бяло	6
3.2	Преобразуване на черно-бялото изображение в матрица	6
3.3	Извличане на променливите от матрицата	6
3.4	Алгоритъм за повишаване на резолюцията	8
3.5	Алгоритъм за понижаване на резолюцията	9
3.6	Алгоритъм за подобряване на четимостта на изображението .	11
3.6.1	Формулата на алгоритъма	11
3.6.2	Номенклатура и стойности на използваните променливи	11
3.6.3	Описание на начина на работа на алгоритъма	12
3.7	Алгоритъм за запазване на ръбовете	12
4	Използвани технологии	13
5	Получени резултати	14
6	Бъдещо развитие	17
7	Заклучение	18
8	Благодарности	19



Фигура 1: Повишаване на резолюцията на пикселизирана роза

1 Въведение

Основната цел на проекта е повишаването на резолюцията и подобряването на четимостта на медицинските изображения, без излагане на пациента на по-висока радиация, причинена от рентгени и томографски скенери, тъй като това може да бъде вредно и дори смъртоносно. Конвертирането от ниска към висока резолюция води до влошаване на качеството. Поради това, приложените алгоритми не само, че увеличават резолюцията, но и имат за цел да повишат четимостта на изображението.

Горната снимка (Фиг. 1) показва входно изображение с резолюция 200×200 пиксела (отляво) на високо детайлна пикселизирана роза. След прилагането на алгоритмите от проекта, качеството на изображението е подобро и резолюцията е увеличена на 800×800 пиксела (отдясно). Новото изображение изглежда по-ясно и по-разбираемо спрямо входното.

Горният пример показва, че приложението на проекта може да бъде както медицинско, така и немедицинско. Приложенията варират във всяка сфера на дигиталните изображения, но целта е една и съща: по-ясни медицински изображения, които позволяват поставянето на по-точна диагноза и оттам по-добро лечение. Освен това, целта е и за по-качествени изображения от всекидневния живот, по-ясни и с по-висока разделителна способност.

2 Описание на проблема

Има известен брой проблеми, които бяха преодолені за целта на този проект. По-долу са показани основните стъпки, през които е преминато, а в следващите страници е представено детайлно описание на всяка една от тях:

- 1. Преобразуване на входното изображение в черно-бяло**
Входното изображение се преобразува в черно-бяло директно със зареждането.
- 2. Преобразуване на черно-бялото изображение в матрица**
Преобразуване на черно-бялото изображение в матрица, тъй като алгоритмите работят директно с двумерни масиви (матрици), а не с изображения.
- 3. Извличане на променливите от матрицата**
Алгоритъмът за извличане на стойностите на всеки пиксел и осемте около него играе ключова роля, тъй като тези 9 променливи се използват в алгоритмите.
- 4. Алгоритъм за повишаване на резолюцията**
Алгоритъм за повишаване на резолюцията на изображението.
- 5. Алгоритъм за понижаване на резолюцията**
Алгоритъм за понижаване на резолюцията на изображението се използва като част от алгоритъма за подобряване на четимостта.
- 6. Алгоритъм за подобряване на четимостта на изображението**
Основният алгоритъм, който цели подобряване на четимостта на изображението.
- 7. Алгоритъм за запазване на ръбовете**
Алгоритъм за повишаване и понижаване на резолюцията чрез запазване на ръбовете.

3 Детайлно описание

Приложено е детайлно описание на методите и използваните алгоритми, които са споменати в секция „Описание на проблема“:

3.1 Преобразуване на входното изображение в черно-бяло

Първата задача от проекта, е преобразуването на изображението в черно-бяло. Това е необходимо поради главно медицинската насоченост на проекта, тъй като медицинските изображения са основно черно-бели. Поради мултифункционалността на проекта е позволено въвеждането както на черно-бели, така и цветни изображения, които се преобразуват в черно-бели. Освен това, работата с 8 битови ($2^8 = 256$ нюанса сиво) в сравнение с 16 милиона цвята RGB изображения, прави алгоритъма многократно по-бърз. В противен случай работата с цветни изображения би изисквала по-голяма изчислителна мощност, повече време за обработка и би била по-малко прецизна.

3.2 Преобразуване на черно-бялото изображение в матрица

След като се преобразува в черно-бяло, следващата стъпка е преобразуването на изображението в двуизмерен масив (матрица). Всички алгоритми за обработка на изображения работят с матрици, защото са гъвкави и лесни за достъп. Поради това всички алгоритми са настроени да работят с матрици.

3.3 Извличане на променливите от матрицата

	j-1	j	j+1
i-1	F	U	C
i	L	I	R
i+1	N	D	M

Фигура 2: Номенклатура на използваните променливи

Извличането на променливите от конвертираното в матрица изображение е една от най-важните задачи. Нека да назовем променливите на матрица 3×3 (Фиг. 2), където:

- I = централен пиксел;
- F = горен ляв пиксел;
- U = горен централен пиксел;
- C = горен десен пиксел;
- R = десен централен пиксел;
- M = долен десен пиксел;
- D = централен долен пиксел;
- N = долен ляв пиксел;
- L = централен ляв пиксел.

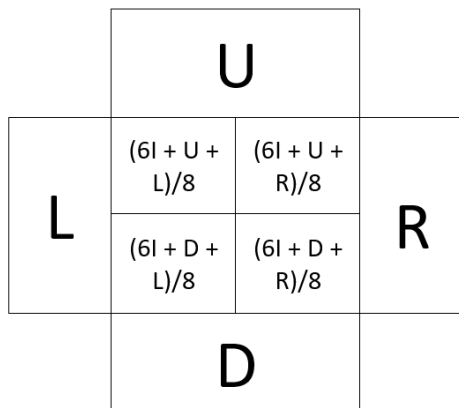
Извличането на променливи в общия случай включва матрица с два вложени цикъла с итератори, съответно (i, j) , а централният пиксел I приема стойност директно от техните координати. В най-често срещания случай, когато не само I , но и всички останали „съществуват“ (са в границите на матрицата), е лесно да се извлече тяхната стойност чрез стандартния подход, където I = елемент с координати (i, j) и останалите стойности от този случай се присвояват аналогично.

В частните случаи, когато не всички променливи „съществуват“ тоест елементите са извън границите на масива, те приемат стойността на най-близкия си съсед. Има 8 възможни случая, при които някои променливи са извън границите: четирите ъгъла и четирите стени.

Нека вземем ситуацията, в която I = елемент с координати $(0, 0)$ (горния ляв ъгъл). Тогава променливите F, U, C, L и M са извън границите. В този случай F, U и L като ъглови променливи получават стойността на най-близкия ъгъл следователно I , така че $F = I, U = I, L = I$, а C и N присвояват стойността на най-близкия съществуващ съсед, така че $C = R$ и $N = D$. Стойностите на останалите променливи могат да се определят от общия случай. Може да се приложи аналогична процедура за останалите ъгли или стени, като се открият „несъществуващите“ и им се даде стойност на най-близкия им съсед.

Алгоритъмът е имплементиран да работи не само за квадратни изображения, но и за правоъгълни. Поради това стойностите на ширината и височината на изображението се записват в променливи (i, j) , които се използват за брой итерации на циклите.

3.4 Алгоритъм за повишаване на резолюцията



Фигура 3: Номенклатура на променливите при повишаване на резолюцията

Алгоритъмът за подобряване резолюцията повишава разделителната способност на всяка страна на изображението два пъти за всяка итерация. Следователно, ако входното изображение е 16×16 след една итерация, то става 32×32 , увеличавайки броя на пикселите 4 пъти, използвайки формулата 2^{2n} , където n е коефициентът на увеличаване на резолюцията. Алгоритъмът за повишаване резолюцията използва „Chaikin“ подход, който преобразува всеки пиксел в четири, използвайки средна претеглена стойност. Използват се стандартните означения, обяснен в алгоритъма за извличане на променливи.

Една итерация на цикъла означава, че разделителната способност на изображението се удвоява от всяка страна тоест подобряване на резолюцията четири пъти. Графика (Фиг. 3) показва пример на пет пиксела, при които централният I е разделен на четири пиксела. След експериментални тестове беше заключено, че най-добрият коефициент на умножаване на пиксела, върху който работим I умножен по 6, плюс сбора на всеки от двата съседни пиксела, цялото разделено на 8.

3.5 Алгоритъм за понижаване на резолюцията

Central	Last Column
Last row	Last pixel

Фигура 4: Фрагменти на понижаване на резолюцията

Прилагайки математически преобразувания към алгоритъма за повишаване на резолюцията, обяснен по-горе и разделяйки два пъти височината и ширината на новата матрица, получаваме алгоритъма за понижаване на резолюцията. Той е разделен на четири различни фрагмента на матрицата (Фиг. 4). В него са включени *Central* (централен), работещ за всеки елемент с координати (i, j) , с изключение на *Last row* (последен ред) с координати $(max\ row, j)$, *Last column* (последен колона) с координати $(i, max\ col)$ и *Last pixel* (последен пиксел) с координати $(max\ row, max\ col)$.

Без прилагане на трите крайни фрагмента (последен ред, последна колона, последен пиксел), които използват различни координати за i и j , матрицата ще излезе извън границите на масива (out of bounds). Поради това, зоната за намаляване на резолюцията е разделена на четирите споменати области.

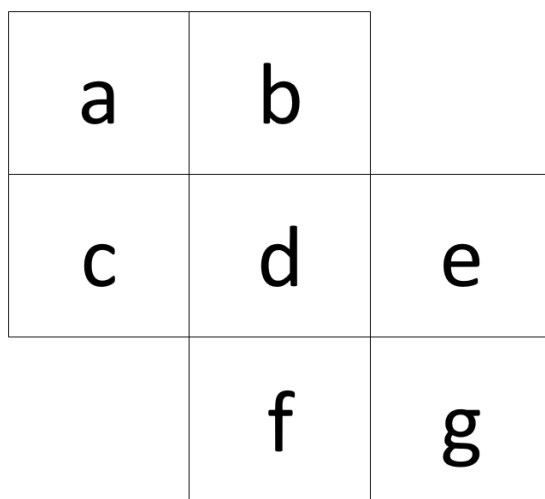
Предвид алгоритъма за повишаване, изчисляваме обратната му формула за понижаване на резолюцията както следва:

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{6I + D + R}{8} \\
 f &= \frac{6I + I + M}{8} \\
 e &= \frac{6M + D + R}{8} \\
 g &= \frac{6R + I + M}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow 6d - f - d &= \frac{34I - 2M}{8} = \frac{17I - M}{4} \\
\Rightarrow g - d &= \frac{6M - 6I}{8} = \frac{3M - 3I}{4} \\
\Rightarrow 3(6d - f - e) + g - d &= \frac{51I - 3I}{4} = 12I \\
\Rightarrow I &= \frac{17d - 3e - 3f + g}{12}
\end{aligned}$$

Горните преобразувания, показват формулата на алгоритъма за намаляване на разделителната способност и как се получава от алгоритъма за повишаване на резолюцията. Използва се същата номенклатура като в алгоритъма за извличане на променливи.

Въпреки това, има някои нови променливи, които са показани на графика (Фиг. 5), чиято стойност може да бъде извлечена аналогично.



Фигура 5: Номенклатура за понижаване на резолюцията

3.6 Алгоритъм за подобряване на четимостта на изображението

Алгоритъмът за подобряване на четимостта на изображението е един от най-важните. Той се основава на математически преобразувания и представлява най-голям интерес за нас. Има за цел да подобри четимостта на изображението по най-бързия и най-прецизен възможен начин.

3.6.1 Формулата на алгоритъма

$$matrix_{i,j} = \lambda[\tilde{h} * (\bar{g} - T(h * u^n))]_{i,j} + \frac{\varepsilon + (U - D)^2(R - 2I + L) - (\varepsilon + (R - L)^2(U - 2I + D)) - \frac{1}{2}(R - L)(U - D)(C - F - M + N)}{4h_x^2h_y^2\varepsilon + h_x^2(U - D)^2 + h_y^2(R - L)^2}$$

3.6.2 Номенклатура и стойности на използваните променливи

- $matrix_{i,j}$ - Изчислената стойност на нюанса на сивото на пиксел (i, j) ;
- λ - Свободен параметър (множител на Лагранж), определящ взаимовръзката между двете компоненти (data fidelity and regularization) в целевата функция;
- \tilde{h} - 3×3 Конволюционна матрица (Гаусово ядро), която определя тежестите, с които съседните пиксели влияят на нюанса на сивото на пиксел (i, j) ;
- $\bar{g}_{i,j}$ - Старата стойност на съответния пиксел;
- ε - Свободен параметър. Използва се за числена стабилност на математическата формула за да гарантира неотрицателни стойности и в границите на допустимите стойности;
- h_x - Задава ширината на пиксела на входното изображение;
- h_y - Задава височината на пиксела на входното изображение;
- T - Свободен параметър, отговорен за нивото на замазване на цялостното изображение. По време на този научен проект беше открито и потвърдено, че най-добри резултати биват потигнати с помоща на динамичен коефициент на замазване T . По този начин са дава възможност алгоритмите да бъдат приложени с различна тежест и да бъдат променливи през целия етап на обработка на съответното изображение. Стойността на променливата бива променена със всяка итерация на алгоритъма за подобряване на четимостта.

За получаване на най-добри резултати, стойностите на тези променливи биват пренастройвани всеки път, в зависимост от входното изображение. В бъдеще се планува имплементирането на алгоритъм за автоматично настройване на тези променливи.

3.6.3 Описание на начина на работа на алгоритъма

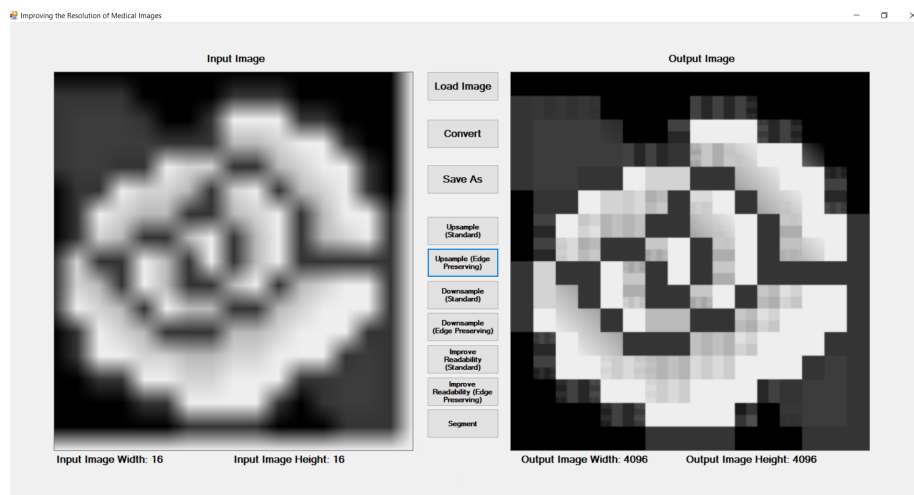
1. Увеличава се резолюцията на входното изображение;
2. Прилага се конволюция (една матрица $+$, $-$, $*$, $/$ друга матрица) между тази с увеличена и тази с намалена и след това увеличена резолюция;
3. Прилага се замазване;
4. Изходният резултат бива запаметен като новата стойност на пиксела и алгоритъмът бива приложен за всички останали пиксели;
5. Всичко това се повтаря няколко итерации в зависимост от съответното изображение и от желаният резултат.

3.7 Алгоритъм за запазване на ръбовете

Имплементиран е алгоритъм за повишаване на резолюцията, включващ запазване на ръбовете. Той е от водещо значение, тъй като както при медицинските (с най-голяма важност), таки и при индустриалните томографски изображения, е нужна промяна (повишаване съответно понижаване) на резолюцията на изображения, запазваща структурната информация и важните детайли. Точно тук идва от полза алгоритъмът за запазване на ръбовете. Алгоритъмът е модифицирана версия, базираща се на статията [1].

Начина на работа на съответния алгоритъм представлява намиране на високо ниво на контраст (голяма разлика между стойностите на съседни елементи) и по този начин локализиране на ръба. След това при повишаване на резолюцията се прилага осредняване с тежест (weighted average) между съответния пиксел и съседните му елементи. Когато се стигне до локализиран ръб, той приема стойности само на себе си или на други съседни елементи, но само принадлежащи на ръба, без да присвоява други стойности ненамиращи се на ръба.

4 Използвани технологии



Фигура 6: Десктоп приложение

(Фиг. 6) показва скрийншот от действителното десктоп приложение. Вляво е показано входното изображение, а вдясно новото, като отдолу и на двете са изписани тяхната ширина и височина в пиксели. По средата има бутони. "Load Image" отговаря за зареждане на изображението, "Convert" за конвертирането му, а "Save As" за запамятаването му. Останалите бутони предлагат различни методи за ръчно конвертиране, описани по-горе, а "Segment" цели сегментиране на обекта от фона му и извличане само на необходимата информация.

В проекта са използвани различни технологии с цел получаване на най-добри резултати. Използван е различен от стандартния подход, като е имплементиран основно на езика *C#*. Целта е да включва графичен интерфейс, така че хора без познание по програмиране могат да го използват. По този начин ще може да бъде използван и отделно като десктоп приложение за обработка на ежедневни снимки, извън имплементирането му в рентгени, томографи и скенери. Изборът на *C#* не е случаен, тъй като той предлага баланс между производителност, използване на системни ресурси, графичен интерфейс и възможности за бъдещо развитие. Използвана е средата за разработка *Microsoft Visual Studio*.

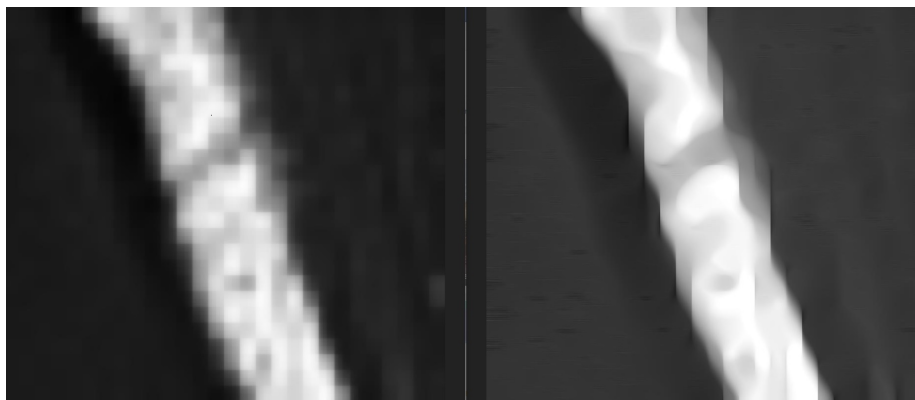
Паралелно с тази версия се работи се по такава, използваща по-често срещания срещания език за тази цел - *Python* и използване на библиотеката *OpenCV*. За целта се използват средите за разработка *VS Code* и *PyCharm*.

Също така, е използван е езикът и среда за разработка *MathLab* за някои съпоставки с получените резултати и за различни тестове. *TopazAI*, бидейки комерсиално приложение от висок клас, също е ползвано за сравнение и съпоставка с получените резултати.

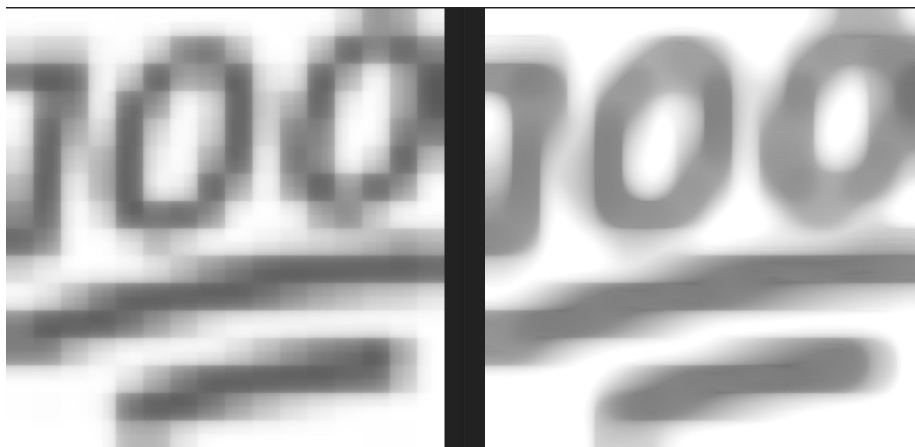
Последно, но не на последно място, документацията е написана в редактора за научни документи *LaTeX*, а презентацията по проекта е изготвена на *Power Point*.

5 Получени резултати

Отдолу са показани входните изображения след повишаване на резолюцията и след повишаване на четимостта на изображението (отдясно):



Фигура 7: Медицинско изображение



Фигура 8: Изображение на числото 100



Фигура 9: Изображение на $\sqrt{5}$



Фигура 10: Изображение на цвете

На (Фиг. 7) е представено реално томографско медицинско изображение на черепен шев. Изображението (първоначално 25×28 пиксела, което алгоритъмът използва като вход), е преобразувано в 1600×1792 пиксела с помощта на алгоритъма за повишаване на резолюцията, като целта е да се определи ширината на черепния шев. Ясно може да се види, че при лявото изображение, това е невъзможно. Дясното изображение, използва същия подход, но след това е приложен алгоритъмът за повишаване на четимостта. При него, доста по-ясно може да се определи от ширината на черепния шев. Това показва ефективността на алгоритмите и на проекта като цяло.

На лявата снимка на (Фиг. 8), може да се види входното изображение (първоначално 16×16 пиксела, което алгоритъмът използва като вход),

което се преобразува в 1024×1024 пиксела с помощта на алгоритъма за повишаване на резолюцията. Показва какво ще се случи, ако се подобри само резолюцията, без да се подобри качеството. Вдясно може да се види същото изображение след прилагане на същия алгоритъм и след това този за повишаване на четимостта. Изображението изглежда по-ясно и би било по-лесно да се определи същността му. Дори би било по-лесно за алгоритъм за машинно самообучение да определи обекта, а не само за човек.

(Фиг. 9), използва като вход, снимка с резолюция 16×24 . След прилагането на алгоритмите, резолюцията е 1024×1536 пиксела и при трите снимки. Лявата показва повишаване на резолюцията с алгоритъма за повишаване на резолюцията. Средната показва повишаване на резолюцията с алгоритъма за запазване на ръбовете, докато дясната показва повишаване на резолюцията и подобряване на четимостта. Всяка от тях има своите предимства и същевременно недостатъци, като някои биха били по-лесни за разпознаване от човек, докато други от алгоритъм за машинно самообучение.

Последното изображение (Фиг. 10), има за вход снимка с резолюция 50×50 на цвете. След прилагането на алгоритмите, резолюцията е 800×800 пиксела и при двете изображения. При лявата снимка, където е увеличена само резолюцията са запазени повече детайли. При дясната е повишена и четимостта, освен резолюцията на изображението. Част от детайлите там се губят, но за сметка на това, изглежда много по-разпознаваемо.

Този проект потвърждава, че може да подобри резолюцията на изображението, като се качеството се запази същото. Въпреки това „Повишаване на резолюцията и четимостта на двумерни медицински изображения посредством математически трансформации“ цели не само да подобри разделителната способност на изображение с медицинска или немедицинска цел, но и да подобри неговата четимост, така че по-лесно и по-точно да се определи какво бива изобразено. По този начин, лекарите или специалистите биха могли да създадат по-точна диагноза и да излекуват много повече хора. Получените резултати доказват, че при различни сценарии някои алгоритми работят по-добре от други, а при други точно обратното. След прилагането на алгоритъма за запазване на ръбовете резултатите трябва да са по-гладки и по-разпознаваеми, докато при повишаване само на резолюцията, се запазват повече детайли.

6 Бъдещо развитие

- Прилагане на алгоритъм за регулиране на променливите: реализирането на алгоритъм, който настройва променливите в зависимост от входното изображение ще забърза работата и ще подобри разпознаемостта. По този начин ще се доближим още повече до пълна автономност и липса от необходимост от човешка намеса.
- “Anti-Aliasing” алгоритъм: следващата функция, която може да покаже подобрене, е прилагане на алгоритъм, който прилага заглаждане на острите ръбове на входното изображение и след всяка итерация на алгоритъма. По този начин се смята, че ръбовете може да още по-гладки и няма да има размазване.
- Използване на повече медицински изображения - необходима е база данни с повече медицински изображения.

7 Заключение

В този проект са приложени иновации, които го отличават от останалите със сходна задача. Като начало, стандартните алгоритми за подобряване на четимостта (или качеството) разчитат на алгоритми за машинно самообучение и огромни бази от данни за тази цел. Те се представят добре в стандартни изображения като тези, заснети със смартфон или камера заради огромния набор от данни при обучението на невронната мрежа. Когато обаче медицинско изображение се преобразува с помощта на такъв софтуер като например „ТоразAI“, резултатите са неразпознаваеми и напълно безполезни. Това се дължи на факта, че машинното обучение не е било обучено с набор от данни за медицински изображения. Въпреки това е много трудно или дори невъзможно да се създаде такъв алгоритъм, който да бъде универсален, тъй като медицинските бази от данни са изключително скъпи и трудни за намиране.

Поради това проектът „Повишаване на резолюцията и четимостта на двумерни медицински изображения посредством математически трансформации“ подобрява разделителната способност и най-важното - четимостта чрез математически трансформации, които го правят абсолютно универсален. Може да работи върху всякакви медицински изображения, както и различни снимки от ежедневието, фотографията, спътниците, GPS технологията и други.

По време на разработването на този проект беше заключено, че не е ефективно да се прилага същото ниво на размазване върху снимки с различна разделителна способност. Беше открито експериментално, че динамичният коефициентът на замазване, който се сменя със всяка итерация, се справя много по-добре спрямо статичния. Поради това използва динамичен коефициент, а не статичен.

Проектът в бъдеще е предназначен за реализация в реални рентгени, топографи, ехографи и да бъде предоставен за търговска употреба като десктоп приложение или под формата на уебсайт в бъдеще, за да бъде достъпен за всички. Също така, алгоритъмът за подобряване на резолюцията и четимостта може да се използва за подобряване на базите данни на алгоритмите за машинно самообучение.

8 Благодарности

- Бих искал да благодаря на моя научен ръководител доц. Станислав Харизанов, че ми предложи тази тема на проекта, за насоките и безценните съвети и за това, че ме вдъхнови да се занимавам тази тематика. Без неговата помощ този проект никога не би бил реализиран.
- Искам да благодаря на доц. Евгения Сендова за това, че ме запозна с ментора ми и ме вдъхнови да създам проект в тази област.
- Бих искал да благодаря на Виктор Колев за безценните насоки и полезни съвети както с алгоритъма, така и с формулировките на документацията, защото без него не бих постигнал тези резултати, тъй като той е един от хората, допринесли най-много за този проект.
- Бих искал да благодаря на моя учител по информатика Илиян Ценков, че ме вдъхнови да се занимавам с компютърни науки.
- Искам да благодаря и на моята учителка по математика Дора Стоянова, която вдъхнови любовта ми към математиката.
- Бих искал да благодаря на УЧИМИ и БАН за това, че ми даде възможност да участвам в ЛИШ19, където стартирах този проект, и аз отромната подкрепа по време на разработката на проекта.
- Искам да благодаря на фондация ВCause за предоставената финансова подкрепа под формата на стипендия "Луке Бекаров"
- Не на последно място бих искал да благодаря на Стоян Велев и Петър Иванов от SAP и на фирма SAP за възможността да участвам в SAP GeekyCamp, където работих по този проект.

Литература

- [1] Shantanu H. Joshi, Antonio Marquina, Stanley J. Osher, Ivo Dinov, John D Van Horn, Arthur W Toga. Edge-enhanced image reconstruction using (TV) total variation and bregman refinement. *International Conference on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision, LNCS* Volume 5567, pp. 389–400, Springer, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [2] <http://webhelp.esri.com/arcgisdesktop/9.2/body.cfm?tocVisible=1&ID=-1&TopicName=Using%20the%20convolution%20filter%20process>