

Newtonova metoda (2. laboratorijska vaja)

Besedilo naloge

1. Ocenite vrednost kvadratnega korena števila 2 z uporabo Newtonove metode.
2. Napišite funkcijo, ki z uporabo Newtonove metode izračuna vrednost kvadratnega korena nenegativnega števila d . Delovanje funkcije preizkusite za cela števila med vključno 0 in 10000.

Razlaga

Newtonova metoda je numeričen postopek za iskanje ničel funkcije. Z drugimi besedami, iščemo vrednost neznanke x , za katero velja $f(x) = 0$. Metoda temelji na dejstvu, da lahko – če poznamo vrednost funkcije $f(x)$ v točki x_n – ocenimo vrednost te funkcije v točki x_{n+1} z naslednjo enačbo:

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + (x_{n+1} - x_n) f'(x_n),$$

pri čemer predstavlja $f'(x_n)$ odvod funkcije $f(x)$ v točki x_n . Ker iščemo ničlo funkcije $f(x)$, lahko predpostavimo, da je $f(x_{n+1}) = 0$ in dobimo:

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) / f'(x_n).$$

Za začetek računanja izberemo neko začetno vrednost x_0 , iz katere potem po gornji enačbi izračunamo x_1 . Nato v gornjo enačbo vstavimo x_1 , iz česar izračunamo x_2 , in tako naprej, dokler ne pridemo dovolj blizu rešitve enačbe. Če do rešitve ne pridemo, pomeni, da smo imeli smolo pri izbri začetne vrednosti, zato postopek ponovimo s kakšno drugo začetno vrednostjo x_0 .

Namig

Vrednost kvadratnega korena števila d lahko izračunamo tako, da poiščemo ničlo funkcije

$$f(x) = x^2 - d,$$

iz česar dobimo enačbo za Newtonovo metodo:

$$x_{n+1} = x_n - (x_n^2 - d) / 2x_n.$$

Postopek računanja kvadratnega korena po gornji enačbi ustavite takrat, ko je absolutna razlika med dvema zaporednima ocenama rešitve manjša od 10^{-5} :

$$|x_{n+1} - x_n| < 10^{-5}.$$