

1. Построить параллелограмм на векторах $\overrightarrow{OA} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ и $\overrightarrow{OB} = \mathbf{k} - 3\mathbf{j}$, определить его диагонали. (2 балла)

2. Вектор составляет с осями Ox и Oy углы 40° и 80° . Найти его угол с осью Oz . (1 балл)

3. Даны векторы $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$. Определить их векторное произведение. (2 балла)

4. Упростить выражение:

$$\mathbf{i} \times (\mathbf{j} + \mathbf{k}) - \mathbf{j} \times (\mathbf{i} + \mathbf{k}) + \mathbf{k} \times (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}).$$

(2 балла)

5. Вычислить объем пирамиды с вершинами $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 3; 8)$. Найти высоту, опущенную на грань ABC . (2 балла)

6. Вычислить определитель: (1 балл)

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}.$$

7. Вычислить определитель: (2 балла)

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

8. Найти ФСР, общее решение и одно частное решение системы уравнений: (5 баллов)

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}.$$

9. Определить ранг матрицы: (2 балла)

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \\ 9 & 4 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Решить матричное уравнение методом нахождения обратной матрицы: (5 баллов)

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

11. Найти проекцию точки $(1, 2, 8)$ на прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = z$. (2 балла)

12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(2, -1, 3)$ и отсекающей на осях равные отрезки. (2 балла)

13. Показать, что прямая $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ перпендикулярна к прямой: (2 балла)

$$\begin{cases} x = z + 1 \\ y = 1 - x \end{cases}.$$

Итого: 30 баллов.