

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNE

Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie

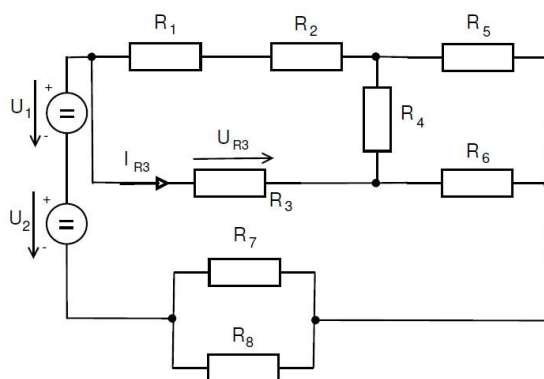
2018/2019

Semestrální projekt

## 1.C

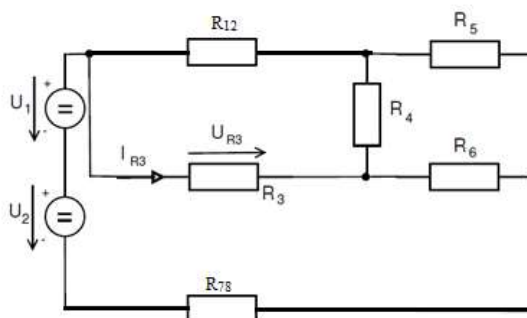
Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
C	100	80	450	810	190	220	220	720	260	180



Obrázok č.1 – zadaná schéma

Postupne sa budeme snažiť zjednodušiť obvod, pokiaľ nezískame ekvivalentný odpor k danému obvodu.



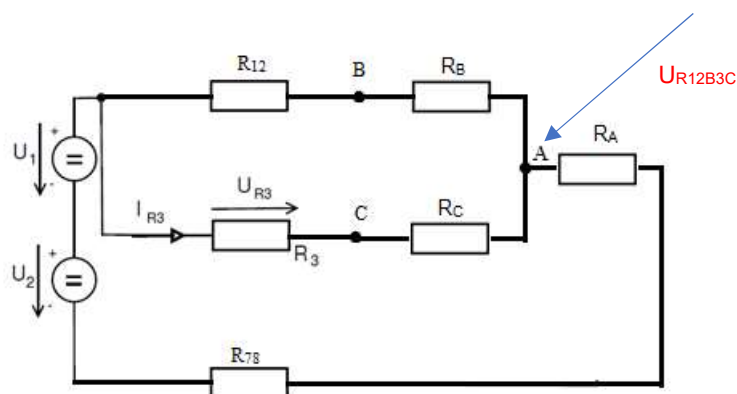
Obrázok č.2 – zjednodušenie  $R_{12}$  a  $R_{78}$

Vypočítame odpory  $R_{12}$  a  $R_{78}$  :

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 450 + 810 = 1260\Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = \frac{260 \cdot 180}{260 + 180} = \frac{46800}{440} = 106,3636\Omega$$

Pomocou transfigurácie prevedieme rezistory -  $R_4, R_5, R_6$  – ktoré sú zapojené do trojuholníka na hviezdu.



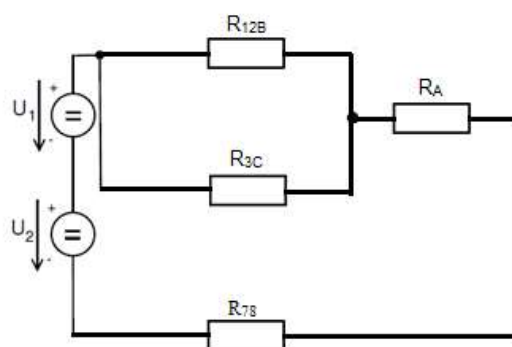
Obrázok č.3 – transfigurácia trojuholník -> hviezda

$$R_A = \frac{R_5 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{158400}{1160} = 136,5517\Omega$$

$$R_B = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{48400}{1160} = 41,7241\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{158400}{1160} = 136,5517\Omega$$

Keďže  $R_{12}$  a  $R_B$  sú v sérii, podobne ako  $R_3$  a  $R_C$ , môžeme opäť zjednodušiť.



Obrázok č.4 – zjednodušenia  $R_{12B}$  a  $R_{3C}$

$$R_{12B} = R_{12} + R_B = 1260 + \frac{48400}{1160} = 1301,7241\Omega$$

$$R_{3C} = R_3 + R_C = 190 + \frac{158400}{1160} = 326,5517\Omega$$

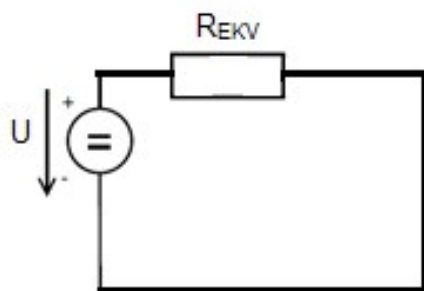
Opäť budem zjednodušovať odpor  $R_{12B}$ , ktorý je paralelne s odporom  $R_{3C}$

$$R_{12B3C} = \frac{R_{12B} * R_{3C}}{R_{12B} + R_{3C}} = \frac{\frac{37750}{29} * \frac{9470}{29}}{\frac{37750}{29} + \frac{9470}{29}} = 261,0616\Omega$$

Vznikne nám odpor  $R_{12B3C}$ , ktorý je v sérii s  $R_A$  a taktiež s  $R_{78}$ . Po tomto zjednodušení získame aj celkové napätie  $U$  a to tak, že napätie zdrojov sčítame, pretože sú zapojené za sebou v sérii.

$$R_{EKV} = R_{12B3C} + R_A + R_{78} = 261,0616 + 136,5517 + 106,3636 = 503,9769\Omega$$

$$U = U_1 + U_2 = 100 + 80 = 180 \text{ V}$$



Obrázok č.5 – ekvivalentný celkový odpor k zadanému obvodu

Pomocou Ohmovho zákona, dokážeme vypočítať celkový prúd prechádzajúci obvodom

$$I = \frac{U}{R} = \frac{180}{503,9769} = 0,3572 \text{ A}$$

Pomocou Ohmovho zákona si vieme vypočítať napätie, ktoré vstupuje do uzla (Obr. 3)

$$U_{R12B3C} = I * R_{12B3C} = 0,3572 * 261,0616 = 93,2512 \text{ V}$$

Pomocou Ohmovho zákona si vieme vypočítať prúd  $I_{R3C}$  (preteká rezistormi  $R_3$  a  $R_C$ ). Prúd pretekajúci týmito rezistormi sa rovná hľadanému prúdu  $I_{R3}$

$$I_{RC} = I_{R3} = I_{R3C} = \frac{U_{R12B3C}}{R_{3C}} = \frac{93,2512}{326,5517} = 0,2856 \text{ A}$$

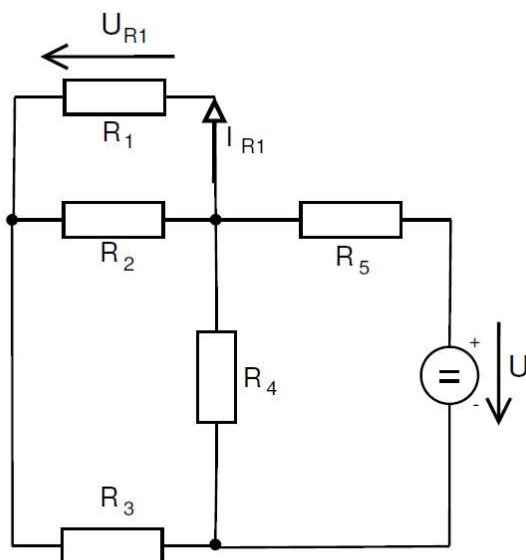
Opäť pomocou Ohmovho zákona dopočítame poslednú potrebnú hodnotu  $U_{R3}$

$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 190 * 0,2856 = 56,264 \text{ V}$$

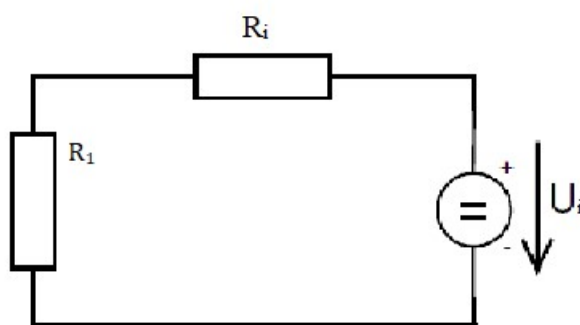
## 2.H

Stanovte napětí  $U_{R1}$  a proud  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

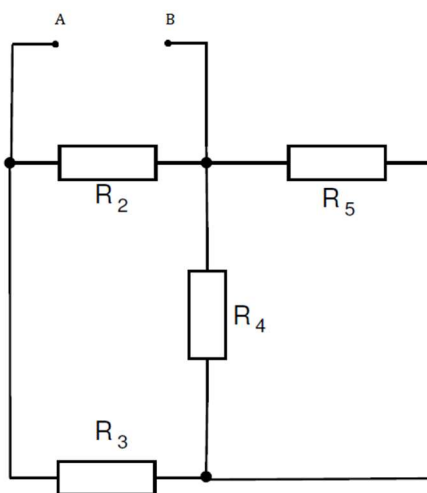
sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
H	220	190	360	580	205	560



Prekreslíme si ekvivalentní obvod, potřebujeme vypočítat  $R_i$  a  $U_i$



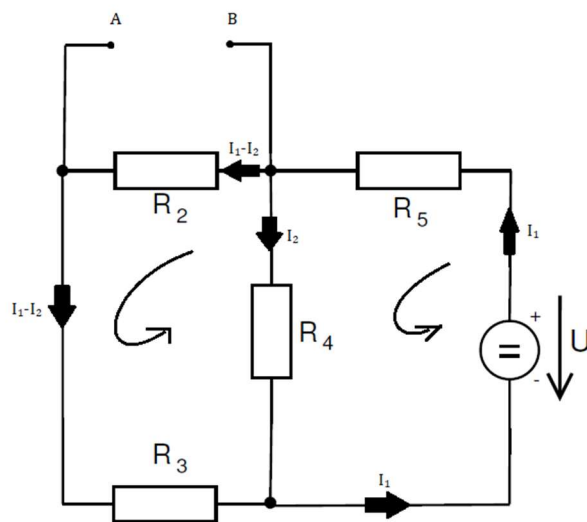
Obvod pro výpočet  $R_i$  vypočítáme tak, že skratujeme napáťové zdroje a odstránime  $R_1$



Vypočítame  $R_i$

$$R_i = \frac{R_2 * (\frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} + R_3)}{R_2 + (\frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} + R_3)} = \frac{360 * (\frac{205 * 560}{205 + 5} + 580)}{360 + (\frac{205 * 560}{205 + 5} + 580)} = \frac{2010600}{8339} = 241,1081 \Omega$$

Naznačíme si smyčky a prúdy, následne zostavíme rovnice podľa II.KZ



$$I: R_5 I_1 + R_4 I_2 - U = 0$$

$$II: R_2 (I_1 - I_2) + R_3 (I_1 - I_2) - R_4 I_2 = 0$$

$$I: 560I_1 + 205I_2 - 220 = 0$$

$$II: 360I_1 - 360I_2 + 580I_1 - 580I_2 - 205I_2 = 0$$

Riešime ako sústavu rovníc o 2 neznámych

$$560I_1 + 205I_2 - 220 = 0 \quad /: 5$$

$$940I_1 - 1145I_2 = 0 \quad /: 5$$

$$112I_1 + 41I_2 - 44 = 0 \quad /* 47$$

$$188I_1 - 229I_2 = 0 \quad /* (-28)$$

$$5264I_1 + 1927I_2 = 2068$$

$$-5264I_1 + 6412I_2 = 0$$

$$8339I_2 = 2068$$

$$I_2 = \frac{2068}{8339} = 247,9913mA$$

$$I_1 = \frac{2519}{8339} = 302,0746mA$$

Teraz už môžeme vypočítať  $U_i$  medzi A a B. Vytvoríme si “imaginárny“ napäťový zdroj medzi A a B a opäť vytvoríme rovnicu pre túto smyčku.

$$U_i - R_2(I_1 - I_2) = 0$$

$$U_i = 360 \left( \frac{2519}{8339} - \frac{2068}{8339} \right) = \frac{162360}{8339} = 19,46996V$$

Ďalším krokom je výpočet  $I_{R1}$

$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{\frac{162360}{8339}}{\frac{2010600}{8339} + 190} = \frac{16236}{359501} = 45,163mA$$

A nakoniec môžeme vypočítať  $U_{R1}$

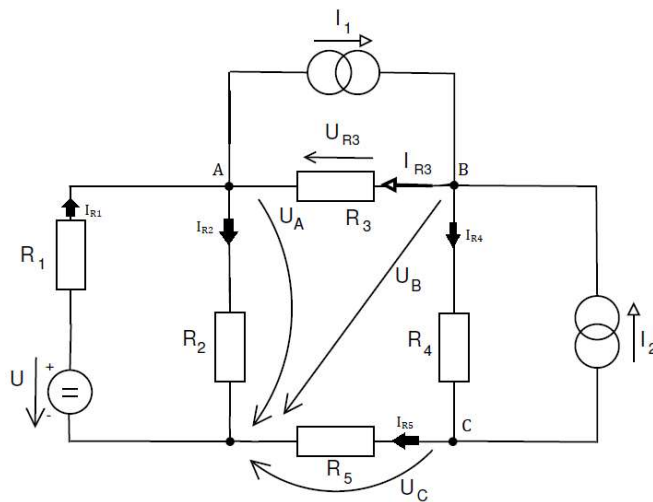
$$U_{R1} = R_1 * I_{R1} = 190 * \frac{16236}{359501} = 8,5809V$$

### 3.G

Stanovte napätí  $U_{R3}$  a prúd  $I_{R3}$ . Použite metodu uzlových napätí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
G	160	0.65	0.45	46	41	53	33	29

Zadaná schéma spolu s vyznačeným smerom potrebných prúdov.



Podľa I. KZ zostavíme rovnice pre uzly A,B,C

$$\begin{aligned} I_{R1} - I_1 + I_{R3} - I_{R2} &= 0 \\ I_1 - I_{R3} + I_2 - I_{R4} &= 0 \\ I_{R4} - I_2 + I_{R5} &= 0 \end{aligned}$$

Ďalej si vyjadríme jednotlivé prúdy pomocou uzlových napätí  $U_A, U_B, U_C$

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1} \quad I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3} \quad I_{R5} = \frac{U_C}{R_5}$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2} \quad I_{R4} = \frac{U_B - U_C}{R_4}$$

Prúdy dosadíme do rovníc, ktoré sme si vytvorili

$$\frac{U - U_A}{R_1} - I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_3} - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$I_1 - \frac{U_B - U_A}{R_3} + I_2 - \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_4} - I_2 - \frac{U_C}{R_5} = 0$$

Rovnice vynásobíme spoločnými menovateľmi

$$R_3 * R_2 (U - U_A) - R_1 * R_2 * R_3 * I_1 + R_1 * R_2 (U_B - U_A) - R_1 * R_3 * U_A = 0$$

$$R_3 * R_4 * I_1 - R_4 (U_B - U_A) + R_3 * R_4 * I_2 - R_3 (U_B - U_C) = 0$$

$$R_5 (U_B - U_C) - R_4 * R_5 * I_2 - R_4 * U_C = 0$$



Roznásobíme zátvorky, vyjmeme  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  a rovnice upravíme

$$U_A(-R_3 * R_2 - R_1 * R_2 - R_1 * R_3) + U_B * (R_1 * R_2) = R_1 * R_2 * R_3 * I_1 - R_3 * R_2 * U$$

$$U_A * R_4 + U_B(-R_3 - R_4) + U_C * R_3 = -R_3 * R_4 * I_1 - R_3 * R_4 * I_2$$

$$U_B * R_5 + U_C(-R_5 - R_4) = R_4 * R_5 * I_2$$

Do rovníc dosadíme hodnoty a vypočítame, vyjde nám nasledujúca sústava

$$-6497U_A + 1886U_B = -282707,3$$

$$33U_A - 86U_B + 53U_C = -1923,9$$

$$-29U_B - 62U_C = 430,65$$

Vyšla nám nehomogénna sústava rovníc s 3 neznámymi. Pre výpočet použijeme maticu a Cramerovo a Sarrusovo pravidlo na výpočet determinantu. Ľavú stranu sústavy prepíšeme do matice M a pravú do vektora  $\vec{v}$ .

$$M = \begin{pmatrix} -6497 & 1886 & 0 \\ 33 & -86 & 53 \\ 0 & 29 & -62 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -282707,3 \\ -1923,9 \\ 430,65 \end{pmatrix}$$

$$|M| = ((-6497) * (-86) * (-62)) - ((-6497 * 29 * 53) + (33 * 1886 * (-62))) = -20797359$$

Vytvoríme maticu  $MU_A$  tak, že stĺpec, ktorý odpovedá  $U_A$  nahradíme vektorom  $\vec{v}$  a vypočítame determinant pre danú maticu, podobne ako v predošlom prípade.

$$MU_A = \begin{pmatrix} -282707,3 & 1886 & 0 \\ -1923,9 & -86 & 53 \\ 430,65 & 29 & -62 \end{pmatrix}$$

$$|MU_A| = \frac{-6273963828}{5}$$

Vytvoríme maticu  $MU_B$  tak, že stĺpec, ktorý odpovedá  $U_B$  nahradíme vektorom  $\vec{v}$  a vypočítame determinant pre danú maticu, podobne ako v predošlom prípade.

$$MU_B = \begin{pmatrix} -6497 & -282707,3 & 0 \\ 33 & -1923,9 & 53 \\ 0 & 430,65 & -62 \end{pmatrix}$$

$$|MU_B| = \frac{-4820410155}{4}$$

Teraz môžeme vypočítať  $U_A$ ,  $U_B$  a následne aj  $U_{R3}$  a  $I_{R3}$

$$U_A = \frac{|MU_A|}{|M|} = \frac{\frac{-6273963828}{5}}{-20797359} = 60,3342V$$

$$U_B = \frac{|MU_B|}{|M|} = \frac{\frac{-4820410155}{4}}{-20797359} = 57,9449V$$

$$U_{R3} = U_B - U_A = -2,3893V$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{-2,3893}{53} = -45,0811mA$$

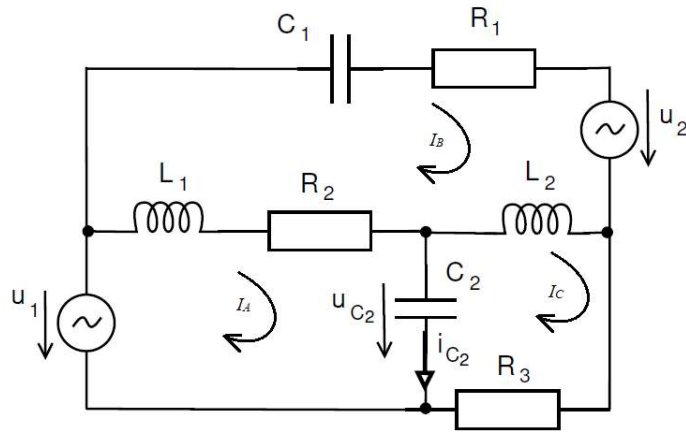
## 4.C

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 * \sin(2\pi ft)$ . Ve vzathu pro napětí  $u_{C2} = U_{C2} * \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$  určete  $|U_{C2}|$  a  $\varphi_{C2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn.: Pomocné “směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik  $\left(t = \frac{\pi}{2\omega}\right)$ .”

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
C	35	45	10	13	11	220	70	230	85	75

Zadaná schéma spolu s vyznačenými smyčkovými proudmi.



Spočítame uhlovú rýchlosť

$$\omega = 2\pi f = 2 * 75 * \pi = 150\pi \text{ rad} * s^{-1}$$

Spočítame impedancie kondenzátorov a cievok

$$Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{-j}{150\pi * 230 * 10^{-6}} = \frac{-j}{150\pi * 2.3 * 10^{-4}} = -9,2264j\Omega$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{-j}{150\pi * 85 * 10^{-6}} = \frac{-j}{150\pi * 8.5 * 10^{-5}} = -24,9655j\Omega$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = j * 150\pi * 220 * 10^{-3} = 103,6726j\Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = j * 150\pi * 70 * 10^{-3} = 32,9867j\Omega$$

Podľa II. KZ zostavíme rovnicu pre smyčky A, B, C pomocou metódy smyčkových prúdov.

Známe veličiny v každej rovnici prevedieme rovno na pravú stranu rovnice.

$$I_A * (Z_{L1} + R_2 + Z_{C2}) - I_B * (R_2 + Z_{L1}) - I_{C2} * Z_{C2} = U_1$$

$$-I_A * (Z_{L1} + R_2) + I_B * (Z_{L2} + R_2 + Z_{L1} + Z_{C1} + R_1) - I_{C2} * Z_{L2} = -U_2$$

$$-I_A * Z_{C2} - I_B * Z_{L2} + I_{C2} * (R_3 + Z_{C2} + Z_{L2}) = 0$$

Do rovnice dosadíme číselné hodnoty

$$I_A * (13 + 94,4462j) - I_B * (13 + 32,9867j) - I_{C2} * (-24,9655j) = 35$$

$$-I_A * (103,6726j + 13) + I_B * (23 + 127,4329j) - I_{C2} * 32,9867j = -45$$

$$-I_A * (-24,9655j) - I_B * 32,9867j + I_{C2} * (11 + 8,0212j) = 0$$

Vyšla nám nehomogénna sústava rovníc s 3 neznámymi. Pre výpočet použijeme maticu a Cramerovo a Sarrusovo pravidlo na výpočet determinantu. Ľavú stranu sústavy prepíšeme do matice  $M$  a pravú do vektora  $\vec{v}$ .

$$M = \begin{pmatrix} 13 + 94,4462j & -13 - 32,9867j & 24,9655j \\ -13 - 103,6726j & 23 + 127,4329j & -32,9867j \\ 24,9655j & -32,9867j & 11 + 8,0212j \end{pmatrix}$$

$$|\vec{v}| = \begin{pmatrix} 35 \\ -45 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|M| = -102735,9853 + 24161,6828j$$

Vytvoríme maticu  $MI_A$  tak, že stĺpec, ktorý odpovedá  $I_A$  nahradíme vektorom  $\vec{v}$  a vypočítame determinant pre danú maticu, podobne ako v predošlom prípade.

$$MI_A = \begin{pmatrix} 35 & -13 - 32,9867j & 24,9655j \\ -45 & 23 + 127,4329j & -32,9867j \\ 0 & -32,9867j & 11 + 8,0212j \end{pmatrix}$$

$$|MI_A| = -20423,6284 + 34497,9139j$$

Vytvoríme maticu  $MI_C$  tak, že stĺpec, ktorý odpovedá  $I_C$  nahradíme vektorom  $\vec{v}$  a vypočítame determinant pre danú maticu, podobne ako v predošlom prípade.

$$MI_C = \begin{pmatrix} 13 + 94,4462j & -13 - 32,9867j & 35 \\ -13 - 103,6726j & 23 + 127,4329j & -45 \\ 24,9655j & -32,9867j & 0 \end{pmatrix}$$

$$|MI_C| = 94793,5742 - 9780,681j$$

Spočítame  $I_A$  a  $I_C$

$$I_A = \frac{|MI_A|}{|M|} = \frac{-20423,6284 + 34497,9139j}{-102735,9853 + 24161,6828j} = 0,26321 - 0,27389j$$

$$I_C = \frac{|MI_C|}{|M|} = \frac{94793,5742 - 9780,681j}{-102735,9853 + 24161,6828j} = 0,26321 - 0,27389j$$

Dopočítame  $I_{C2}$  a  $U_{C2}$

$$i_{C2} = I_A - I_C = 1,15875 - 0,15849j$$
$$u_{C2} = I_C * Z_{C2} = -3,95678 - 28,9288j$$

Vypočítame  $|U_{C2}|$  a fázový posun

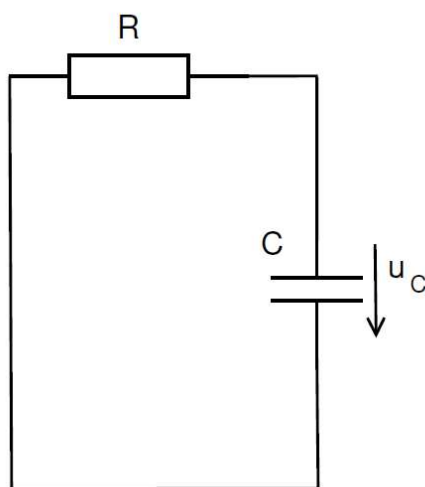
$$|U_{C2}| = \sqrt{(-3,95678)^2 + (-28,9228)^2} = 29,19814 \text{ V}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-28,9228}{-3,95678}\right) = 1,43484 \text{ rad} = 82.21^\circ$$

## 5.H

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proved'te kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$C$ [F]	$R$ [ $\Omega$ ]	$u_C(0)$ [V]
H	50	40	2



Podľa Ohmovho zákona si odvodíme

$$u_R = R_i$$

Zostavíme rovnicu podľa II.KZ

$$u_C + R_i = u_C + u'_C RC = 0$$

Pre daný obvod platí

$$u'_C = \frac{i}{C} ; u_C(0) = 2V$$

Do vzťahu dosadíme

$$u'_C = \frac{u_C}{R * C}$$

Dostávame obyčajnú homogénnu rovnicu prvého radu

$$u'_C = \frac{u_C}{R * C} = 0$$

Dosadíme zadané hodnoty

$$u'_C + \frac{u_C}{40 * 50} = 0$$
$$u'_C + u_C * \frac{1}{40 * 50} = 0$$

Z charakteristickej rovnice vyjadríme  $\lambda$

$$\lambda + \frac{1}{R * C} = 0$$
$$\lambda = -\frac{1}{R * C}$$
$$\lambda = -\frac{1}{2000}$$

Všeobecný tvar riešenia

$$u_C(t) = k(t)e^{\lambda t}$$

Do všeobecného tvaru riešenia doasadíme vyjadrenú  $\lambda$  z charakteristickej rovnice

$$u_C(t) = k(t)e^{-\frac{1}{2000}t}$$

Zderivujeme  $u_C$

$$u'_C = k(t)' * e^{-\frac{1}{2000}t} + k(t) * \left(-\frac{1}{2000}\right) * e^{-\frac{1}{2000}t}$$

Dosadíme  $u_C$  a  $u'_C$  do pôvodnej upravenej diferenciálnej rovnice popisujúcej obvod

$$k(t)' * e^{-\frac{1}{2000}t} + k(t) * \left(-\frac{1}{2000}\right) + k(t)e^{-\frac{1}{2000}t} * \left(-\frac{1}{2000}\right) = 0$$

$$k(t)' * e^{-\frac{1}{2000}t} = 0$$

Integrujeme

$$\int K'(t) = \int 0$$
$$K(t) = k$$

Dosadíme do všeobecného tvaru riešenia

$$u_c = c * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

Dopocítame hodnotu konštanty c dosadením počiatočnej podmienky

$$\begin{aligned} u_c(0) &= c * e^{-\frac{1}{2000} * 0} \\ c &= 2 \end{aligned}$$

Chceme dosiahnuť

$$u_c(t) = 2 * e^{-\frac{1}{2000} * t}$$

Urobíme skúšku správnosti

$$u'_c = 2 * e^{-\frac{1}{2000} * t} * \left(-\frac{1}{2000}\right)$$

$$u'_c + u_c * \frac{1}{2000} = 0$$

$$\begin{aligned} \left(2 * e^{-\frac{1}{2000} * t}\right) * \left(-\frac{1}{2000}\right) + \left(2 * e^{-\frac{1}{2000} * t}\right) * \frac{1}{2000} &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$L = P$$

Rovnica je odvodená správne, skúška vyšla.

## Tabuľka s výsledkami

Príklad	Zadanie	Výsledok
1	C	$U_{R3} = 56,264 \text{ V}; I_{R3} = 2,2856 \text{ A}$
2	H	$U_{R1} = 8,5809 \text{ V}; I_{R1} = 45,163 \text{ mA}$
3	G	$U_{R3} = -2,3893 \text{ V}; I_{R3} = -45,0811 \text{ mA}$
4	C	$ U_{C2}  = 29,19814 \text{ V}; \varphi = 1,43484 \text{ rad}$
5	H	$u_C(t) = 2 * e^{-\frac{1}{2000} * t}$