

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет «Львівська політехніка»

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахункова робота  
з дисципліни  
**«Дискретна математика»**

Виконав:  
Студент групи КН-114  
**Кратко Денис**

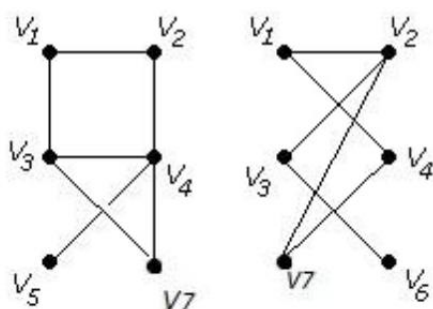
Викладач:  
**Мельникова Н.І.**

Львів – 2019

## Завдання (8 варіант)

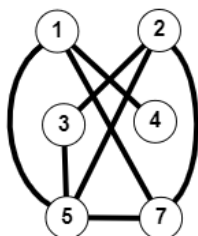
### Завдання 1

8)

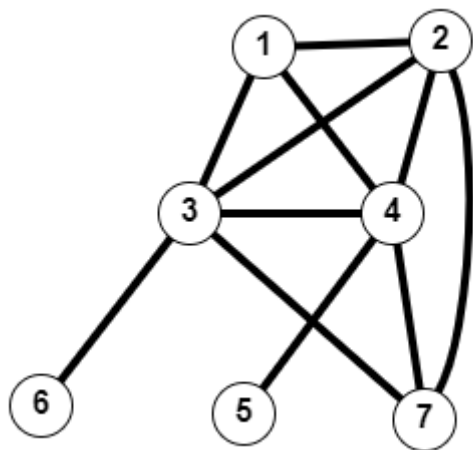


Виконати наступні операції над графами:

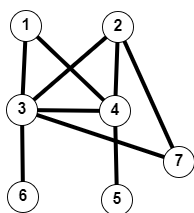
1) знайти доповнення до першого графу



2) об'єднання графів

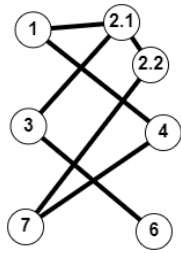


3) кільцеву сумму  $G_1$  та  $G_2$  ( $G_1 + G_2$ )



4) розмножити вершину у другому графі

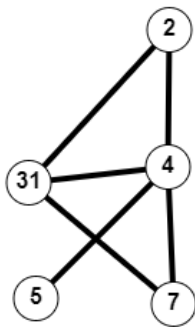
Розщепимо вершину  $V_2$



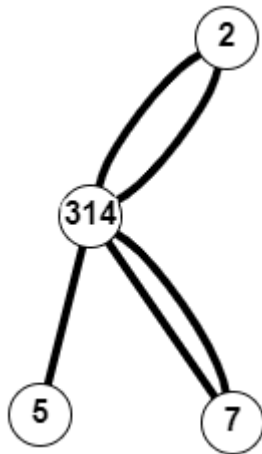
5) виділити підграф  $A$  - що складається з 3-х вершин в  $G_1$

Виділяємо підграф, що складається з вершин 1, 3, 4 і ребер 1-3, 3-4.

Стягнемо вершину 1 в 3:



Стягнемо вершину 4 в 31:

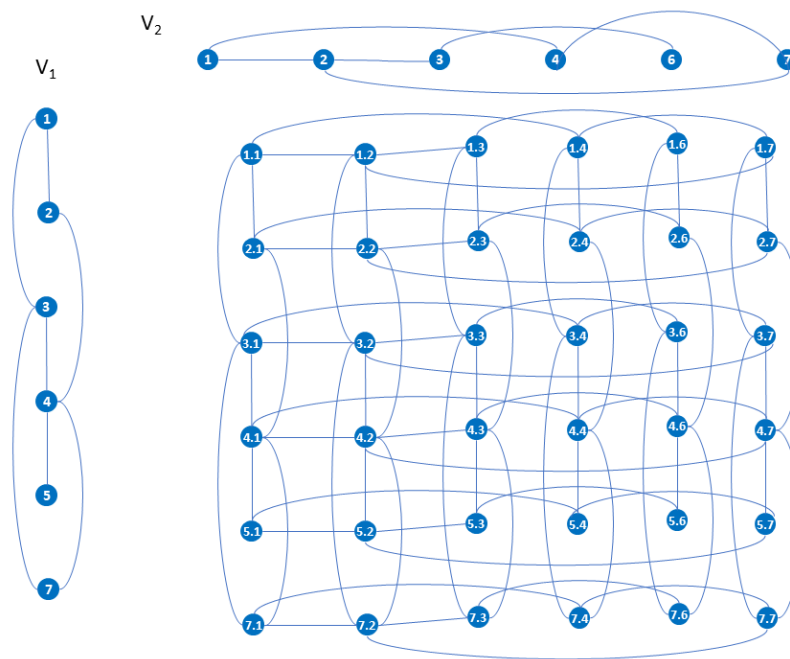


Стягнемо вершину 314 в 5:



Готово.

6) добуток графів.



Завдання 2

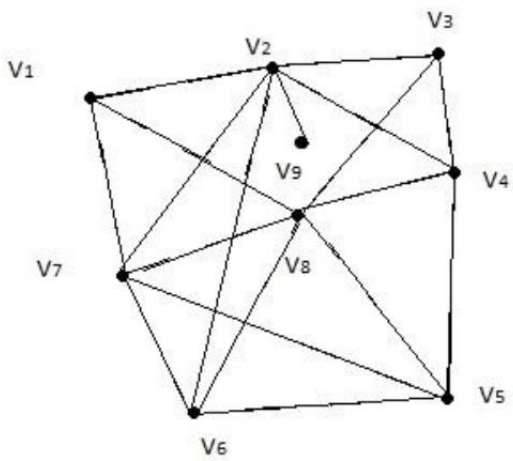
Скласти таблицю суміжності.

8)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
2	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	1	0	1	0	0	0	1	0
4	0	1	1	0	1	0	0	1	0
5	0	0	0	1	0	1	1	1	0
6	0	1	0	0	1	0	1	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0	1	0
8	1	0	1	1	1	1	1	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Завдання 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

8)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$e(v)$
1	0	1	2	2	2	2	1	1	2	2
2	1	0	1	1	2	1	1	2	1	2
3	2	1	0	1	2	2	2	1	2	2
4	2	1	1	0	1	2	2	1	2	2
5	2	2	2	1	0	1	1	1	3	3
6	2	1	2	2	1	0	1	1	2	2
7	1	1	2	2	1	1	0	1	2	2
8	1	2	1	1	1	1	1	0	3	3
9	2	1	2	2	3	2	2	3	0	3

Діаметр графа – максимальний ексцентриситет його вершин.

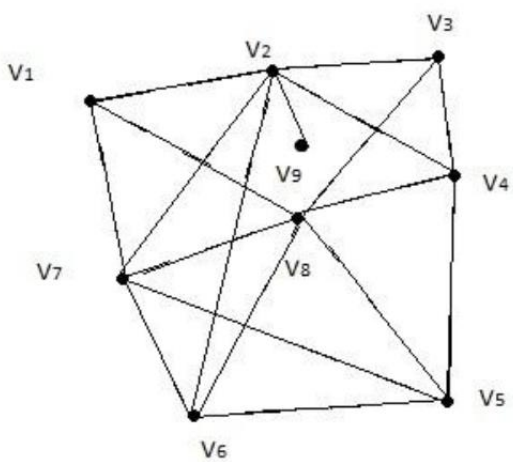
Побудуємо таблицю відстаней від вершини до вершини. За ваги ребер приймемо 1. В кінці рядка визначимо ексцентриситет вершини, що відповідає рядку.

Отже, діаметр графа 3.

#### Завдання 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вишир (закінчується на парне число).

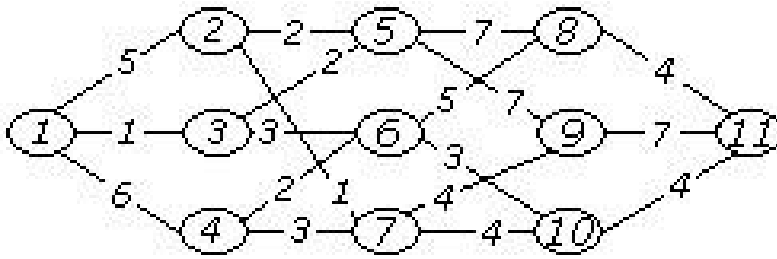
Варіант 8 – обхід вишир.

8)			
	Вершина	Номер	Черга
	1	0	1
	2	1	12
	7	2	127
	8	3	1278
	-	-	278
	3	4	2783
	4	5	27834
	6	6	278346
	9	7	2783469
	-	-	783469
	5	8	7834695
	-	-	834695
	-	-	34695
	-	-	4695
	-	-	695
	-	-	95
	-	-	5
	-	-	-

Послідовність вершин – 1,2,7,8,3,4,6,9,5.

#### Завдання 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Краскала:

Випишемо ребра у вигляді (вершина1, вершина2, вага), відсортовані за вагою за зростанням.

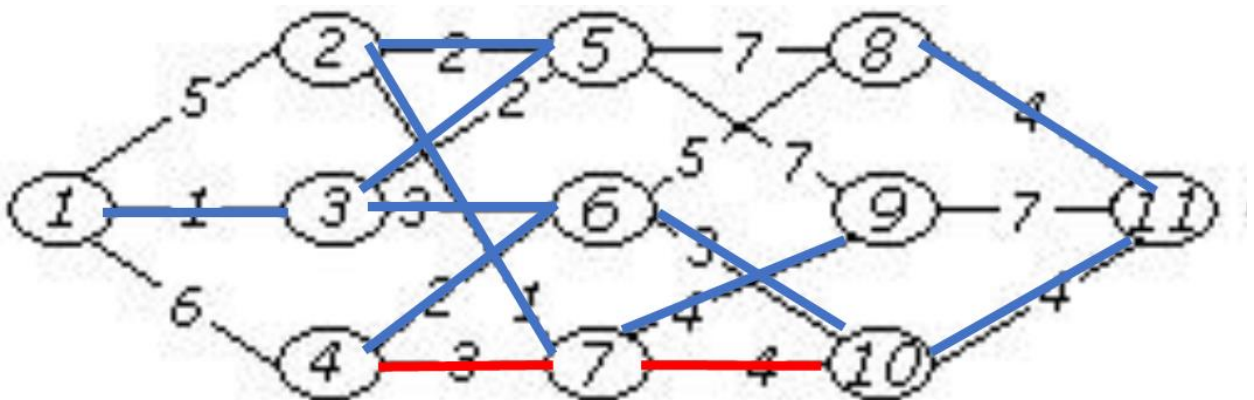
По черзі дивимося, чи не утвориться цикл, якщо додати ребро до графа В, якщо так, то додаємо. Виконуємо це, поки новий граф не міститиме  $n - 1$  ребер, де  $n$  – кількість вершин у заданому графі.

$n = 11$

(1, 3, 1), (2, 7, 1), (2, 5, 2), (3, 5, 2), (4, 6, 2), (3, 6, 3), (4, 7, 3), (6, 10, 3), (7, 10, 4), (7, 9, 4), (8, 11, 4), (10, 11, 4), (1, 2, 5), (6, 8, 5), (1, 4, 6), (5, 8, 7), (5, 9, 7), (9, 11, 7).

- (1, 3, 1) – не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (2, 7, 1) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (2, 5, 2) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (3, 5, 2) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (4, 6, 2) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (3, 6, 3) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (4, 7, 3) – утворює цикл з доданими ребрами, умовно викреслюємо
- (6, 10, 3) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (7, 10, 4) - утворює цикл з доданими ребрами, умовно викреслюємо
- (7, 9, 4) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (8, 11, 4) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо
- (10, 11, 4) - не утворює циклу з доданими ребрами, додаємо

Граф містить  $11 - 1 = 10$  ребер, отже, виконання алгоритму завершено. Утворений граф наведено нажче (ребра одержаного графа позначено синім, червоним ми позначали ребра, які умовно викреслювалися).



Прима:

Створимо пустий граф із такими ж вершинами, як в умові.

Почнемо з будь-якої вершини, візьмемо 1. Додамо до нового графа мінімальне ребро, інцидентне цій вершині. У нашому випадку це ребро 1-3 з вагою 1.

Тепер знаходимо мінімальне ребро, інцидентне до вершини 1 або 3. Це 3-5 вагою 2.

Наступне мінімальне ребро з інцидентних одній з позначених вершин – 2-5.

Ребра, які утворюють цикл з доданими ребрами, умовно закреслюємо. У нашому випадку закреслимо ребро 1-2.

Додаємо ребро 2-7.

Додаємо ребро 3-6.

Додаємо ребро 7-4.

Умовно закреслюємо ребро 4-6 і 1-4.

Додаємо ребро 6-10.

Умовно закреслюємо ребро 7-10.

Додаємо ребро 7-9.

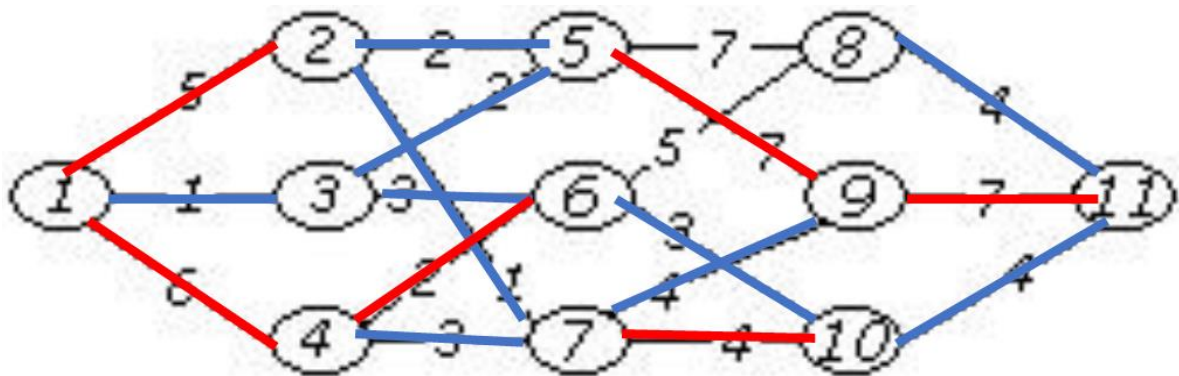
Умовно закреслюємо ребро 5-9.

Додаємо ребро 10-11.

Умовно закреслюємо ребро 9-11.

Додаємо ребро 8-11. Ізольованих вершин у новому графі не залишилось.

Утворений граф наведено нажче (ребра одержаного графа позначено синім, червоним ми позначали ребра, які умовно викреслювалися).



### Завдання 6

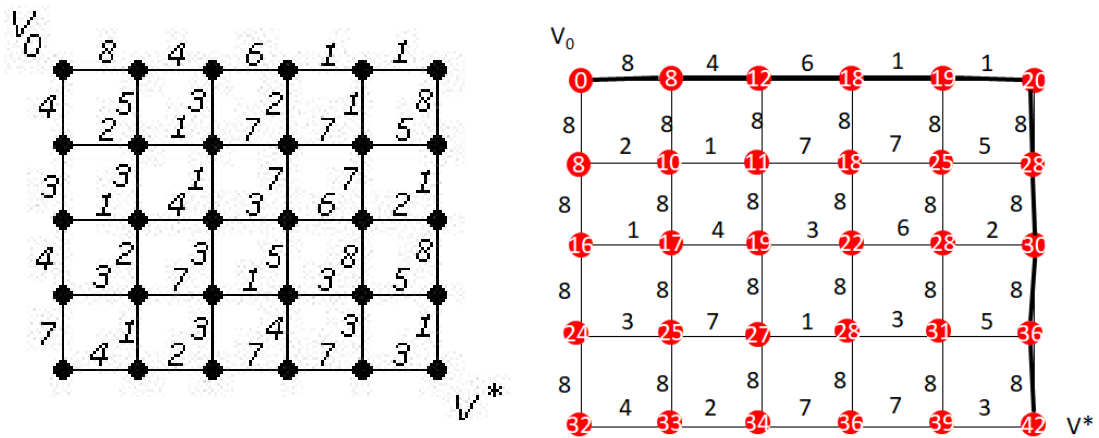
Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця ваг якого має вигляд:

8)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	7	3	5	4	6	2	3
2	7	∞	6	1	5	1	1	2
3	3	6	∞	5	1	7	5	5
4	5	1	5	∞	3	3	2	3
5	4	5	1	3	∞	2	2	3
6	6	1	7	3	2	∞	5	7
7	2	1	5	2	2	5	∞	5
8	3	2	5	3	3	7	5	∞

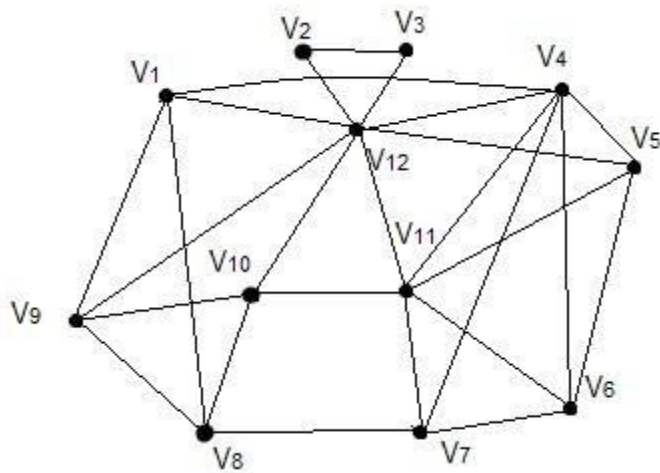
### Завдання 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин  $V^0$  і  $V^*$ .

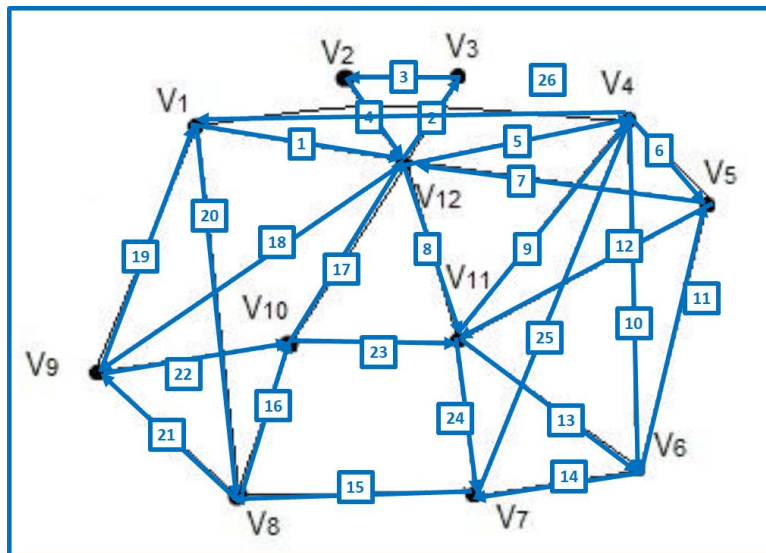


### Завдання 8

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.



а) Флері:





б) Елементарних циклів:

#### Завдання 9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

$$8. (y \cdot x \cdot \bar{y}) \vee x \vee \overline{(y \cdot x \cdot \bar{x})}$$

$$(y \cdot x \cdot \bar{y}) \vee x \vee \overline{(y \cdot x \cdot \bar{x})} = x \vee (y \cdot (\bar{x} \vee x)) = x \vee (y \cdot 1) = x \vee y$$