České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební

Algoritmy v digitální kartografii

# Úloha 2: Konvexní obálky a jejich konstrukce

Skupina

Lucie Děkanová

Josef Pudil

Zimní semestr 2020/2021

# Obsah

# 1. Zadání

*Vstup: množina* $P = \{p_1, ..., p_n\}$, $p_i = [x, y_i]$.

*Výstup:* $\mathcal{H}(P)$.

Nad množinou $P$ implementujete následující algoritmy pro konstrukci $\mathcal{H}(P)$:

- Jarvis Scan,
- Quick Hull,
- Swep Line.

Vstupní množiny bodů včetně vygenerovaných konvexních obálek vhodně vizualizujte. Pro množiny $n \in < 1000, 1000000 >$ vytvořte grafy ilustrující doby běhu algoritmů pro zvolená $n$. Měření proveďte pro různé typy vstupních množin (náhodná množina, rastr, body na kružnici) opakovaně (10x) a různá $n$ (nejméně 10 množin) s uvedením rozptylu. Naměřené údaje uspořádejte do přehledných tabulek.

Zamyslete se nad problematikou možných singularit pro různé typy vstupních množin a možnými optimalizacemi. Zhodnoťte dosažené výsledky. Rozhodněte, která z těchto metod je s ohledem na časovou složitost a typ vstupní množiny $P$ nejvhodnější.

**Hodnocení:**

| **Krok** | **Hodnocení** |
|---|---|
| Konstrukce konvexních obálek metodami Jarvis Scan, Quick Hull, Seep Line. | 15b |
| *Konstrukce konvexní obálky metodou Graham Scan* | *+5b* |
| *Konstrukce striktně konvexních obálek pro všechny uvedené algoritmy.* | *+5b* |
| *Ošetření singulárního případu u Jarvis Scan: existence kolineárních bodů v datasetu.* | *+2b* |
| *Konstrukce Minimum Area Enclosing box některou z metod (hlavní směry budov).* | *+5b* |
| *Algoritmus pro automatické generování konvexních/nekonvexních množin bodů různých tvarů (kruh, elipsa, čtverec, star-shaped, popř. další).* | *+4b* |
| **Max celkem:** | **36b** |

Čas zpracování: 3 týdny.

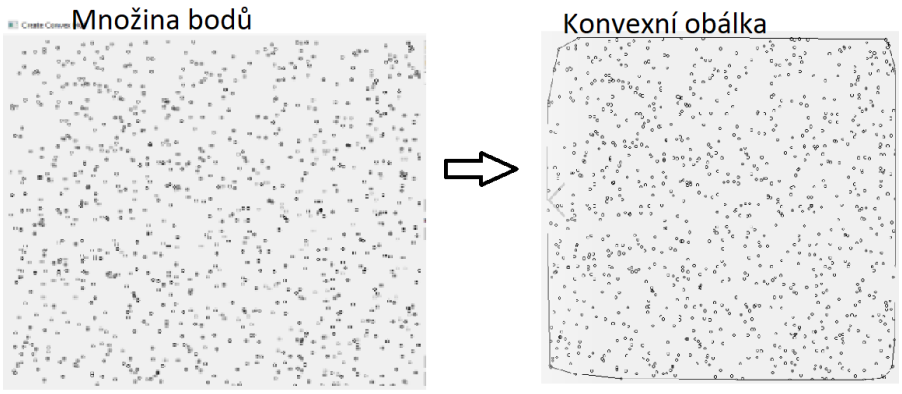
# 2. Údaje o bonusových úlohách

V této úloze byla vyřešena bonusová úloha *ošetření singulárního případu u Jarvis Scan: existence kolineárních bodů* a *algoritmus pro automatické generování konvexních/nekonvexních množin bodů různých tvarů*.

# 3. Popis a rozbor problémů

**Definice konvexní obálky**: Konvexní obálka množiny *CH* konečné množiny *S* v $E^2$ představuje nejmenší konvexní mnohoúhelník *P* obsahující množinu *S*.

Konvexní obálka je hranice, která spojuje konkrétní body množiny tak, aby se každý bod množiny nacházel buď uvnitř nebo na hranici obálky.




*Obrázek 1: Příklad konvexní obálky nad množinou bodů*

Pokud spojíme dva libovolné body množiny úsečkou, daná úsečka leží v konvexní obálce nebo je s ní totožná.

Hlavním cílem úlohy bylo vytvořit aplikaci, která využívá několika algoritmů pro tvorbu konvexních obálek. Jednou z povinných částí zadání bylo i měření času nutného pro výpočet daného algoritmu nad různými množinami bodů. Tato problematika byla řešena pomocí algoritmů *Jarvis Scan, Quick Hull* a *Sweep Line*.

Aplikace obsahuje funkci pro generování bodů, grafický výstup a jejich zpracování ve formě konvexní obálky.

Úloha byla vytvořena v programu *Qt Creator*.

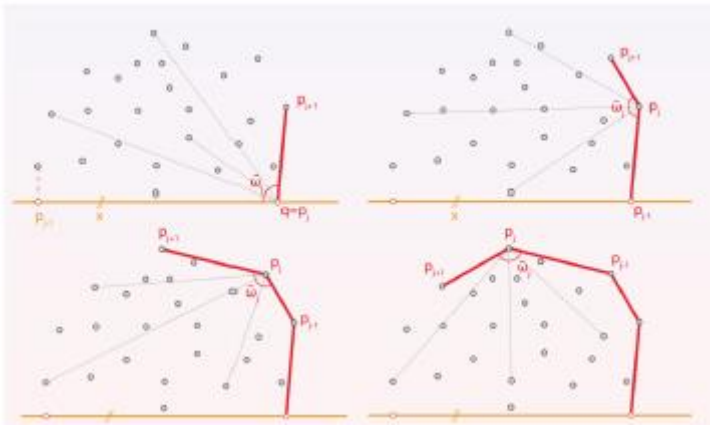
# 4. Popis algoritmů

Bylo využito algoritmů *Jarvis Scan, Quick Hull* a *Sweep Line*. V této kapitole je zapsán stručný popis všech algoritmů.

## 4.1 Jarvis Scan

Pomocí této metody lze vyhledávat body konvexní obálky na základě hledání maximálního úhlu. U algoritmu musí být ošetřeno, že 3 body neleží na jedné přímce. Tento algoritmus je časově náročnější. Je to algoritmus, který je nevhodný pro velké množiny bodů.

Jako první se u algoritmu nalézá pivot $q$, což je takový bod z množiny, který má nejmenší souřadnici $y$. Nalezený bod $q$ bude prvním bodem konvexní obálky. Poté se hledá bod $r$ takový, který tvoří s bodem $q$ rovnoběžku s osou $y$. Po nalezení těchto dvou bodů jsou prováděny cykly hledání bodu, který má vzhledem k dané přímce, tvořené posledními dvěma body konvexní obálky maximální úhel. Pokud je takový bod nalezen, je přidán do konvexní obálky a cyklus se opakuje. Konec cyklu nastává ve chvíli, kdy je přidáván bod $q$.



*Obrázek 2: Jarvis Scan*

Algoritmus:

1. Nalezení pivota $q$, $q$ = min($yi$)
2. Přidání $q$ do konvexní obálky $H$
3. Inicializace $pj-1 \in X, pj=q, pj+1=pj-1$
4. Spuštění cyklu, dokud $pj+1 \neq q$
5. Nalezení bodu s maximálním úhlem, $pj+1=\text{argmax}<(pj-1, pj, pi)$
6. Přidání bodu $pj+1$ do konvexní obálky
7. Změna indexu, $pj-1=pj$; $pj=pj+1$

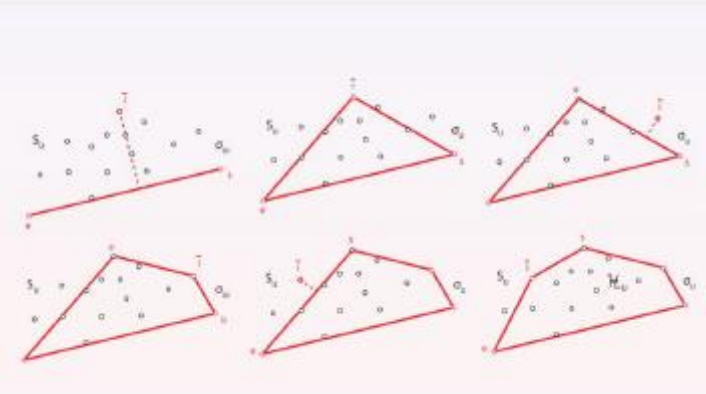
## 4.2 Quick Hull

Tato metoda vyhledává body konvexní obálky pomocí hledání nejvzdálenějšího bodu od přímky, která je určena 2 body množiny bodů.

Ve většině případů funguje s časovou náročností (n log n), ale při špatném rozložení bodů dosahuje časové náročnosti ($n^2$), kde $n$ je počet bodů vstupní množiny.

Při tvorbě je nejdříve roztříděn dataset podle velikosti x-ové souřadnice. Ze setříděných bodů je vybrán bod $q_1$ s minimální souřadnicí $x$ a druhý $q_3$ s maximální souřadnicí $x$. Spojnice

těchto bodů rozdělí množinu na dvě poloroviny, kde je každá z nich zpracovávána samostatně. V polorovině je rekurzivně vyvolána lokální procedura, která urči bod konvexní obálky takový, který je od přímky dané počátečním a koncovým bodem nejdéle.



*Obrázek 3: Quick Hull*

Algoritmus:

Lokální procedura (qh()):

1. Nalezení bodu $\bar{p}$ napravo od spojnice *ps*, *pe* s maximální vzdáleností.
2. Pokud $\bar{p} \neq \emptyset$
3. Zavolání funkce sama sebe; $qh(s,\bar{i},S,H)$ // horní polovina
4. Přidání bodu $\bar{p}$ do konvexní obálky
5. Zavolání funkce sama sebe; $qh(\bar{i},e,S,H)$ // dolní polovina

kde
S je množina bodů,
s je index počátečního bodu spojnice;
e je index koncového bodu spojnice,
$\bar{i}$ je index nejvzdálenějšího bodu od spojnice.

Globální procedura:

1. Inicializace: $H=\emptyset$, $SU=\emptyset$, $SL=\emptyset$
2. Setřídění bodů podle X, $q1$=min($xi$),$q3$=max ($xi$)
3. Přidání bodů $q1$ a $q3$ do $SU$ // do horní poloroviny
4. Přidání bodů $q1$ a $q3$ do $SL$ // do dolní poloroviny
5. For cyklus přes všechny body množiny

6. Pokud $pi \in \sigma l(q1,q3)$, přidání $pi$ do $SU$ // leží nalevo od spojnice

7. jinak přidání $pi$ do $SL$

8. Přidání bodu $q3$ do konvexní obálky

9. Rekurze; $qh(1,0,SU,H)$

10. Přidání bodu $q1$ do konvexní obálky

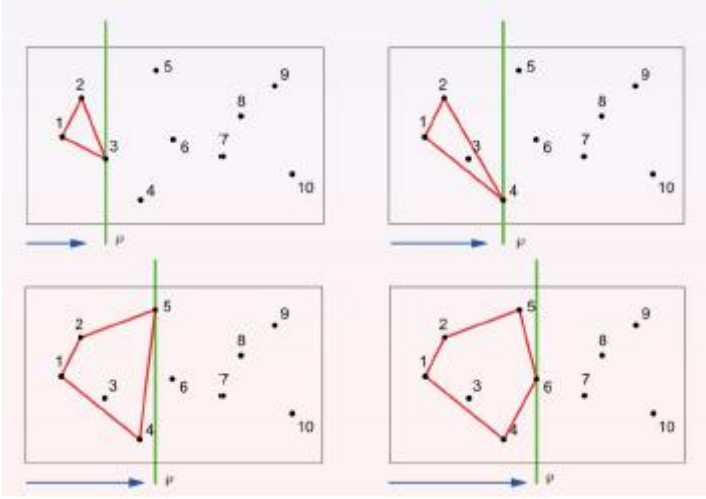
11. Rekurze; $qh(0,1,SL,H)$

### 4.3 Sweep Line

Tvorba metodou *Sweep Line* je založena na přidávání bodů do konvexní obálky po jednom. Tvar obálky je postupně upravován.

V této metodě je rovina rozdělena na zpracovanou a nezpracovanou část. Složitost algoritmu je (n log n) a lze jej převést do vyšší dimenze. Nevýhodou je citlivost vůči duplicitním bodů,.

V prvním kroku algoritmu je třeba setřídit celou množinu bodů podle velikosti souřadnice *x*. Dále algoritmus určí jako iniciální řešení dvojúhelník (trojúhelník), který je tvořený prvními dvěma (třemi) body setříděného datasetu. Po přidání dalšího bodu je konvexní obálka updatována a dále se rozšiřuje v kladném směru osy z.



*Obrázek 4: Sweep Line*

Algoritmus:

1. Setřídění množiny bodů podle X

2. Inicializace vektorů bodů předchůdců *p(m)* a následníků *n(m)*, kde *m* je počet všech bodů

3. Prvotní aproximace; n[0] = 1, n[1] = 0, p[0] = 1, p[1] = 0

4. For cyklus přes všechny body; i = 2

5. Pokud $yi > yi-1$

6. p[i] = i - 1; n[i] = n[i - 1]

jinak

8. n[i] = i – 1; p[i] = p[i – 1]

9. spojení předchůdce a následníka i; n[p[i]] = i; p[n[i]] = i

10. Dokud n[n[i]] ∈ $\sigma R(i, n[i])$

11. p[n[n[i]]] = i; n[i] = n[n[i]]

12. Dokud p[p[i]] ∈ $\sigma L(i, p[i])$

13. n[p[p[i]]] = i; p[i] = p[p[i]]

# 5.Problematické situace a popsání bonusových úloh

## 5.1 Ošetření singulárního případu u Jarvis Scan: existence kolineárních bodů datasetu

U této metody je třeba ošetřit, aby nenastala situace, kdy bod *a* má stejný úhel jako jiný bod *b* vzhledem ke stejné přímce.

Dochází kde k určování maximálního úhlu ve vrcholu konvexní obálky.

Tato singularita byla způsobena kolineárními body. Odstranění singularity bylo provedeno jako bonusová úloha. Pokud byl vypočtený úhel totožný s největším nalezeným úhlem, tak byla vypočtena vzdálenost od bodu konvexní obálky k bodu s počítaným úhlem. Pokud byla vzdálenost počítaná k bodu větší, tak je tento bod označen jako bod s maximálním úhlem. Bod je přeskočen a není zahrnut do konvexní obálky.

## 5.2 Algoritmus pro automatické generování konvexních/nekonvexních množin bodů různých tvarů

### 5.2.1 Generátor náhodných bodů

Náhodné body byly vygenerovány pomocí funkce *randompoints*. Pro správné zobrazení byly nastaveny rozměry okna. Po zadání počtu bodů v aplikaci je možné je vygenerovat.

### 5.2.2 Generátor mřížky

Nejdříve byl vytvořen náhodný levý horní roh a dále se generovaly vzdálenosti bodů po *x* a *y* souřadnici. Dále byla vypočtena velikost mřížky z odmocniny počtu bodů. Dále byly vytvořeny body po řádcích se stejným rozestupem.

### 5.2.3 Generátor kružnice

Nejdříve byl vytvořen náhodný střed, poté vytvořen poloměr a byl vypočten úhel $\phi = 2\pi/n$, podle kterého se jednotlivé body budou natáčet. Poté se postupně vytvořili jednotlivé body kružnice s konstantním rozestupem, kde úhel tvořený spojnicemi dvou sousedních bodů se středem kružnice byl roven $\phi$.

### 5.2.4 Generátor elipsy

Elipsa byla vytvořena stejně jako kružnice, ale v tomto případě se v potaz brala i šířka okna. Výška tak vstupuje do generování souřadnic *X* a šířka do souřadnic *Y*.

### 5.2.5 Generátor čtverce

Nejdříve byla vygenerována strana a (velikost strany), dále byl vytvořen levý horní roh a dopočítány zbylé 3 rohy. Poté byla rozdělena strana a na $k = n/4$ (kdy n je počet bodů). Poté se ke každému rohu přičítala/odečítala $k * i$.

### 5.2.6 Generátor star-shaped

Tento generátor je založen na generování dvou kružnic. Jedna s větším poloměrem a druhá s menším. Body jsou generovány tak, aby žádná dvojice bodů, kde jeden leží na menší kružnici a druhý na větší, neležela v jedné přímce se středem kružnic.

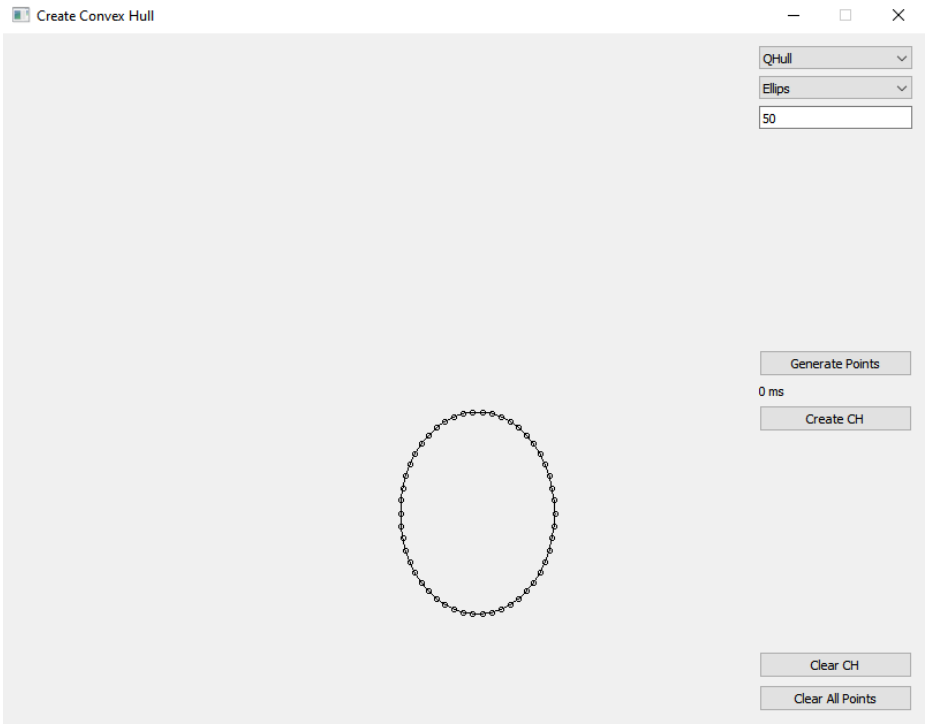
## 6.Vstupní data

Vstupní data jsou buď generována pomocí tlačítka nebo lze body kreslit ručně.

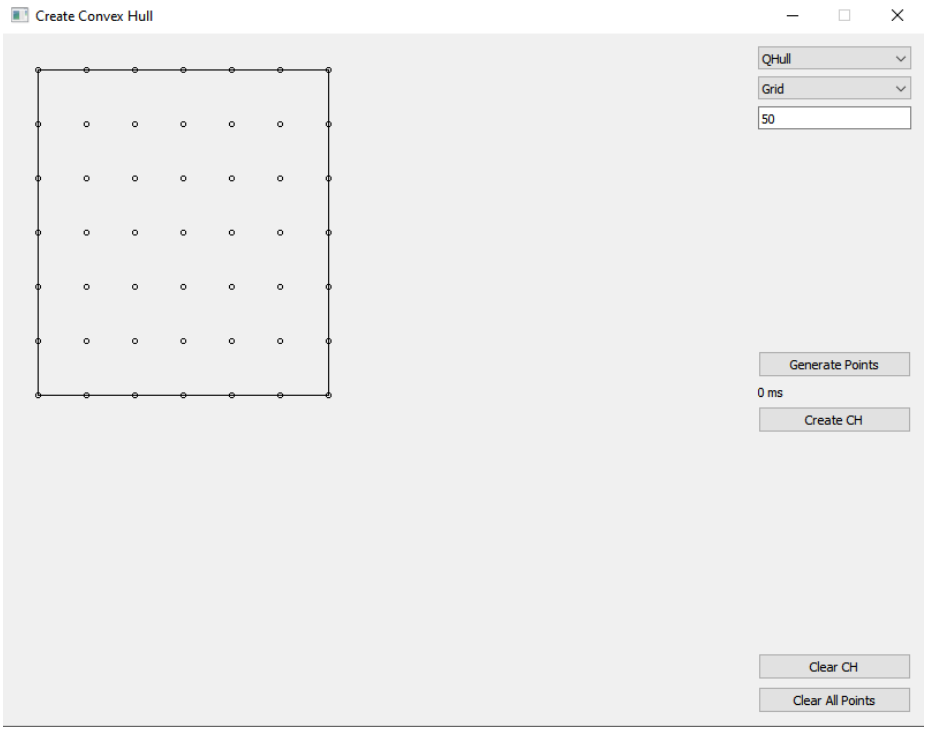
## 7.Výstupní data

Výstupem je grafická aplikace, která umožňuje generovat množinu bodů a tvořit nad ní konvexní obálky. V aplikaci je možné využít několika algoritmů – *Jarvis Scan, Quick Hull* nebo *Sweep Line*.

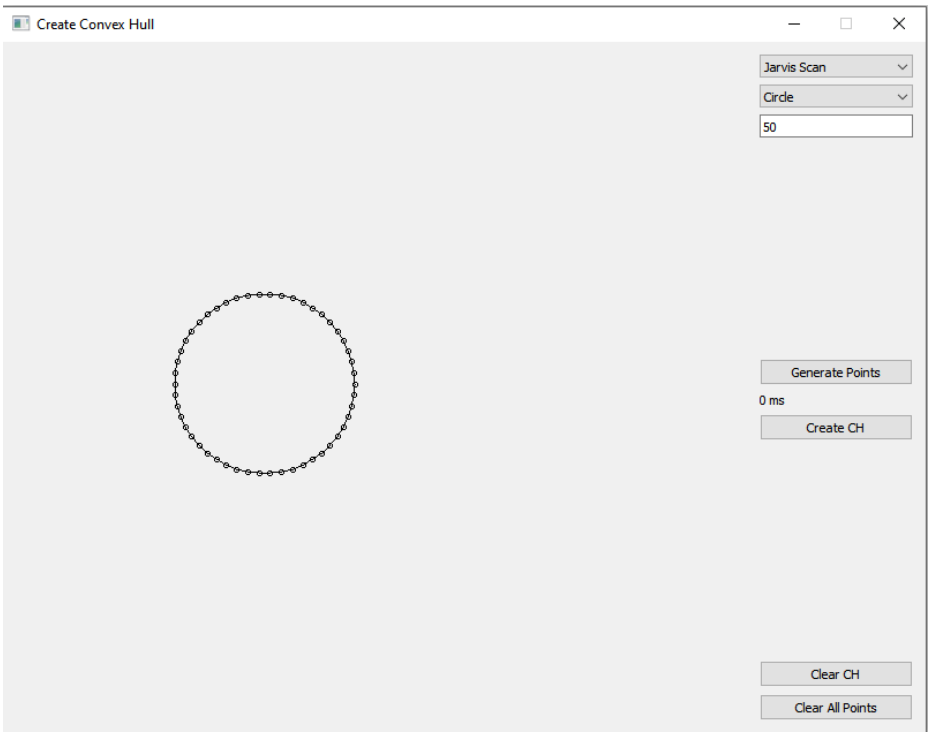
## Ukázky aplikace:



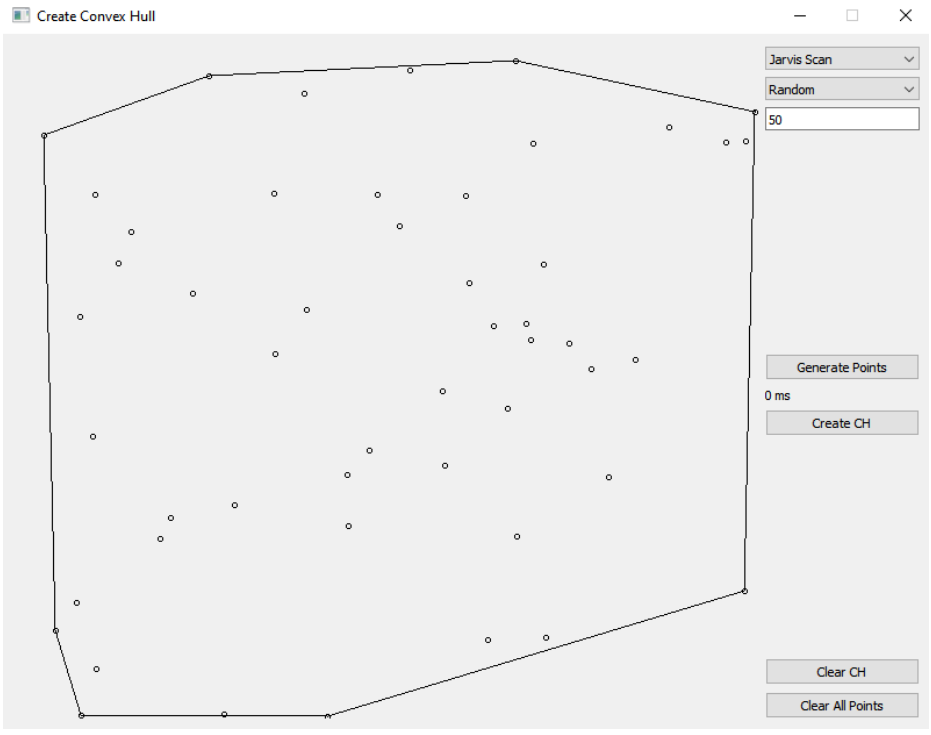

*Obrázek 5: Vygenerovaná elipsa pomocí Quick Hull*



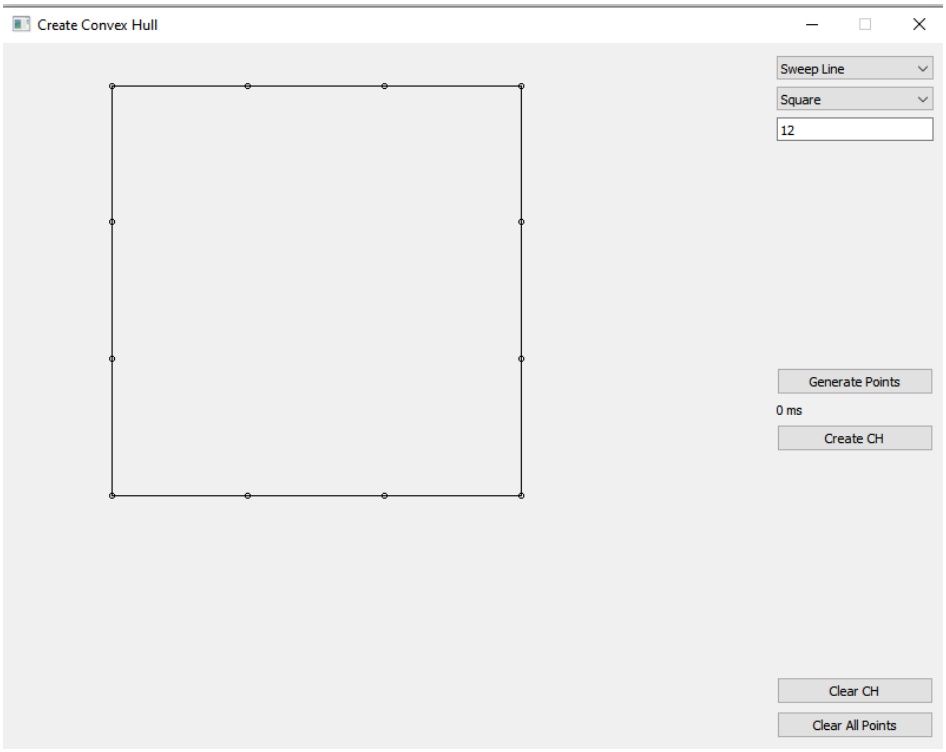

*Obrázek 6: Vygenerovaný grid*



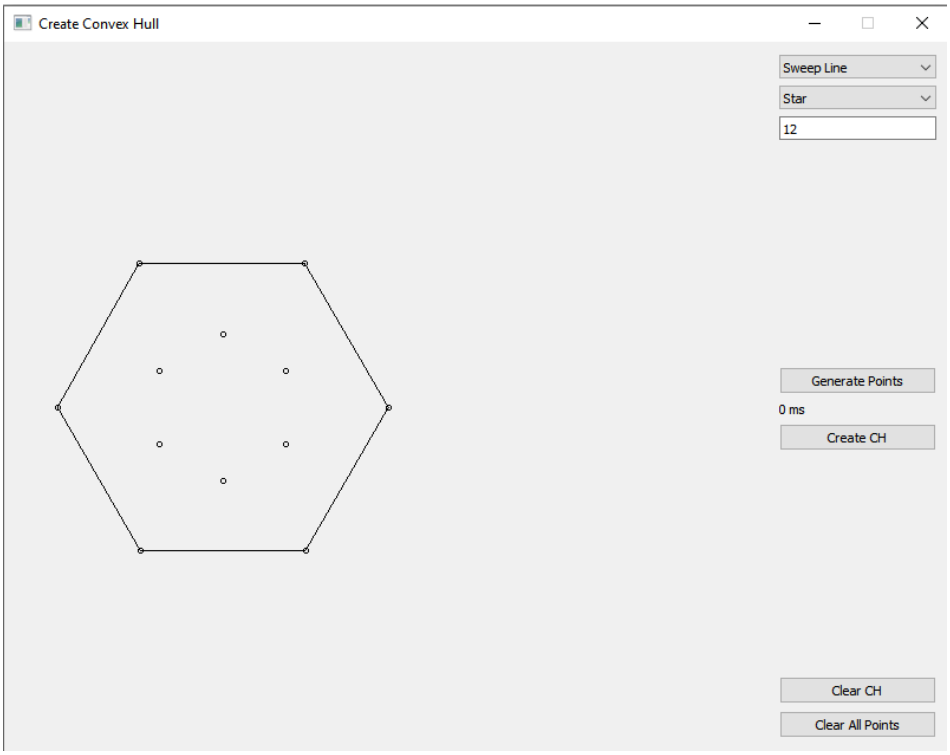

*Obrázek 7: Vygenerovaná kružnice*



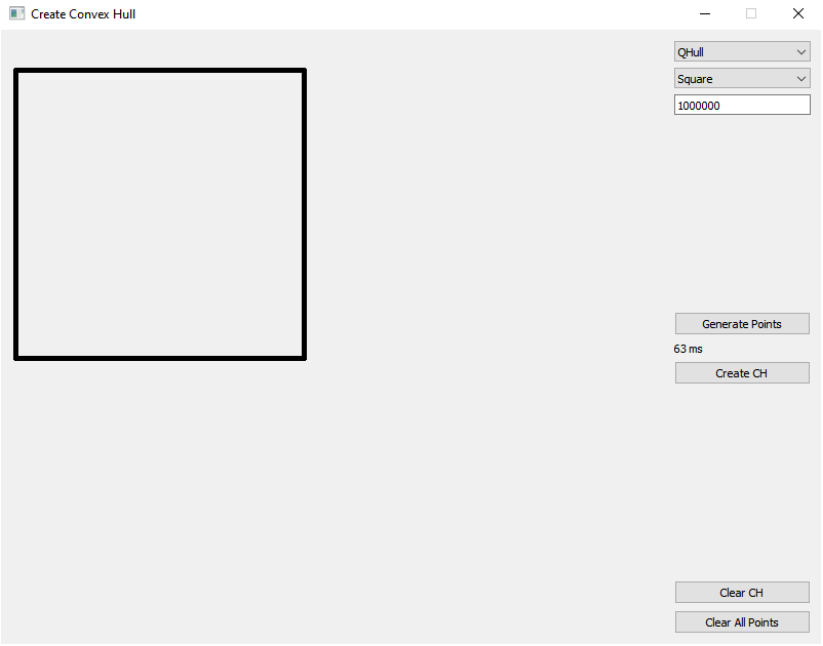

*Obrázek 8: Random points s konvexní obálkou*




*Obrázek 9: Čtverec pomocí metody Sweep Line*




*Obrázek 10: Star-shaped pomocí Sweep Line*




*Obrázek 11: Čtverec pomocí Quick Hull*

# 8. Dokumentace

## 8.1 Třída Algorithms

funkce:

```
double getAngle(QPoint &p1, QPoint &p2, QPoint &p3, QPoint &p4);
```

-funkce počítá úhel mezi vektory, definovány jsou body *p1, p2, p3, p4*

```
int getPointLinePosition(QPoint &q, QPoint &p1, QPoint &p2);
```

-funkce počítá orientaci bodu q vůči přímce tvořené z bodů *p1* a *p2*, zda se nachází bod v levé, nebo právě polorovině, nebo na přímce. Definované prvky jsou bod q a linie tvořená z bodů *p1* a *p2*

```
double getPointLineDist(QPoint &a, QPoint &p1, QPoint &p2);
```

-funkce počítá vzdálenost mezi bodem a přímkou, definován je bod *a* a přímka body *p1* a *p2*

```
QPolygon jarvis(QPolygon &points);
```

-funkce vytváří konvexní obálku algoritmem *Jarvis Scan*, kolem definované množiny *Points*

```
QPolygon qhull(QPolygon &points);
```

-funkce vytváří konvexní obálku algoritmem quick hull, kolem definované množiny points.

```
void qh(int s, int e, QPolygon &points, QPolygon &ch);
```

-funkce pro rekursivní proceduru pro algoritmus *Quick Hull*

```
QPolygon sweepLine(QPolygon &points);
```

-funkce vytváří konvexní obálku algoritmem *Sweep Line*, kolem definované množiny *points*

```
double getLength(QPoint &p1, QPoint &p2);
```

-funkce počítá vzdálenost mezi body, definovány jsou body p1 a p2

## 8.2 Třída Draw

```
private:

QPolygon points;
```

-Proměnná, do které se budou ukládat body a pracovat s nimi

```
QPolygon ch;
```

-Proměnná, do které se ukládá konvexní obálka

```
QPolygon polygon;
```

-Proměnná pro vyhledání bodů

```
public:

void mousePressEvent(QMouseEvent *e);
```

-funkce pro snímání kurzoru myši a kliknutí

```
void paintEvent(QPaintEvent *e);
```

-funkce pro vykreslování

```
QPolygon & getPoints(){return points;}
```

-funkce pro získání bodů do proměnné *points*

```
QPolygon & getCH() {return ch;}
```

-funkce pro získání konvexní obálky do proměnné ch.

```
QPolygon & getPolygon (){return polygon;}
```

-funkce pro získání bodů do proměnné polygon

```
void setCH(QPolygon &ch_){ch = ch_;}
```

-funkce pro nastavení konvexní obálky

```
void setPoints(QPolygon Points){points = Points;}
```

-funkce pro nastavení bodů

```
QPolygon randompoints(int width, int height, int n);
```

-funkce generující náhodně body v kreslícím okně o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů *n*

```
QPolygon circle(int width, int height, int n);
```

-funkce generující kruh o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů *n*

```
QPolygon grid(int width, int height, int n);
```

-funkce generující mřížku v kreslícím okně o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů *n*

```
QPolygon ellips(int width, int height, int n);
```

-funkce generující elipsu v kreslícím okně o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů n

```
QPolygon square(int width, int height, int n);
```

-funkce generující čtverec v kreslícím okně o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů *n*

```
QPolygon star(int width, int height, int n);
```

-funkce generující tvar hvězdy v okně o daném počtu bodů, definovány jsou šířka okna *width*, výška okna *height* a počet bodů *n*

# 9.Testování

V této kapitole jsou k nahlédnutí výsledky testování časové náročnosti u všech 3 metod.

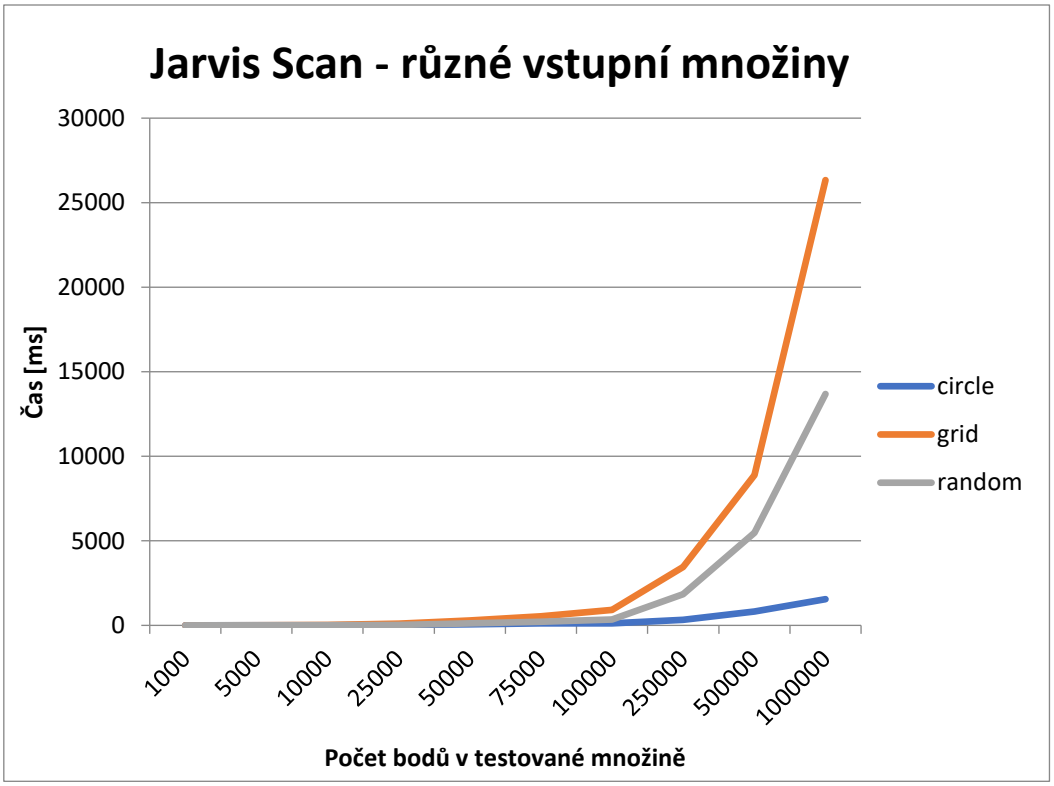
Červeně jsou vyznačeny měřené časy v ms. Pod tabulkami je vidět pro porovnání.

## 9.1 Jarvis Scan

| **Circle** | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 5 | 24 | 38 | 80 | 150 | 67 | 324 | 898 | 1413 |
| | 2 | 4 | 14 | 29 | 57 | 96 | 114 | 258 | 596 | 2161 |
| | 1 | 4 | 9 | 21 | 103 | 98 | 96 | 266 | 433 | 1990 |
| | 0 | 2 | 11 | 36 | 84 | 160 | 101 | 295 | 1015 | 1726 |
| | 1 | 0 | 6 | 25 | 91 | 98 | 124 | 310 | 1084 | 871 |
| | 1 | 1 | 12 | 8 | 51 | 99 | 84 | 167 | 808 | 1972 |
| | 0 | 8 | 14 | 23 | 56 | 121 | 115 | 528 | 1146 | 1207 |
| | 1 | 5 | 21 | 28 | 42 | 156 | 100 | 560 | 333 | 1986 |
| | 1 | 2 | 21 | 34 | 82 | 106 | 221 | 174 | 1185 | 839 |
| | 1 | 1 | 13 | 39 | 33 | 113 | 158 | 312 | 765 | 1332 |
| průměr | 1 | 3,2 | 14,5 | 28,1 | 67,9 | 119,7 | 118 | 319,4 | 826,3 | 1549,7 |
| rozptyl | 0,4 | 5,36 | 29,85 | 80,49 | 480,49 | 602,61 | 1712,4 | 15315,04 | 79319,21 | 211658 |

| **Grid** | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 11 | 32 | 110 | 290 | 533 | 931 | 3431 | 9240 | 27179 |
| | 0 | 11 | 33 | 117 | 285 | 517 | 918 | 3645 | 9145 | 26917 |
| | 0 | 11 | 32 | 111 | 305 | 528 | 922 | 3490 | 9141 | 26963 |
| | 0 | 11 | 30 | 105 | 308 | 518 | 865 | 3403 | 7857 | 26455 |
| | 1 | 11 | 30 | 119 | 291 | 513 | 897 | 3355 | 9327 | 27264 |
| | 0 | 10 | 33 | 117 | 293 | 542 | 823 | 3449 | 9235 | 22471 |
| | 0 | 11 | 32 | 60 | 297 | 546 | 977 | 3111 | 8939 | 25783 |
| | 1 | 12 | 30 | 116 | 289 | 530 | 975 | 3656 | 8221 | 26048 |
| | 0 | 11 | 31 | 114 | 297 | 541 | 900 | 3307 | 8774 | 26809 |
| | 0 | 11 | 27 | 115 | 310 | 526 | 951 | 3659 | 8894 | 27457 |
| průměr | 0,3 | 11 | 31 | 108,4 | 296,5 | 529,4 | 915,9 | 3450,6 | 8877,3 | 26334,6 |
| rozptyl | 0,21 | 0,2 | 3 | 275,64 | 66,05 | 114,84 | 2055,89 | 27270,44 | 208943 | 1912401 |

| **Random** | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 3 | 8 | 27 | 109 | 195 | 404 | 1857 | 5526 | 14297 |
| | 0 | 3 | 7 | 35 | 100 | 241 | 344 | 1793 | 5429 | 13563 |
| | 0 | 3 | 10 | 33 | 113 | 231 | 230 | 1751 | 5492 | 13527 |
| | 0 | 3 | 7 | 26 | 108 | 154 | 326 | 1693 | 5542 | 13825 |
| | 0 | 2 | 10 | 24 | 127 | 210 | 354 | 1828 | 5575 | 13560 |
| | 0 | 3 | 8 | 39 | 119 | 230 | 345 | 1915 | 5403 | 13568 |
| | 0 | 3 | 8 | 41 | 110 | 192 | 370 | 1797 | 5397 | 13554 |
| | 0 | 2 | 11 | 32 | 119 | 257 | 386 | 2015 | 5407 | 13743 |
| | 0 | 3 | 5 | 37 | 116 | 220 | 346 | 1909 | 5165 | 13444 |
| | 0 | 5 | 6 | 44 | 110 | 241 | 308 | 1857 | 5874 | 13760 |
| průměr | 0 | 3 | 8 | 33,8 | 113,1 | 217,1 | 341,3 | 1841,5 | 5481 | 13684,1 |
| variance | 0 | 0,6 | 3,2 | 40,16 | 50,49 | 825,29 | 2068,81 | 7529,85 | 29032,8 | 54752,89 |

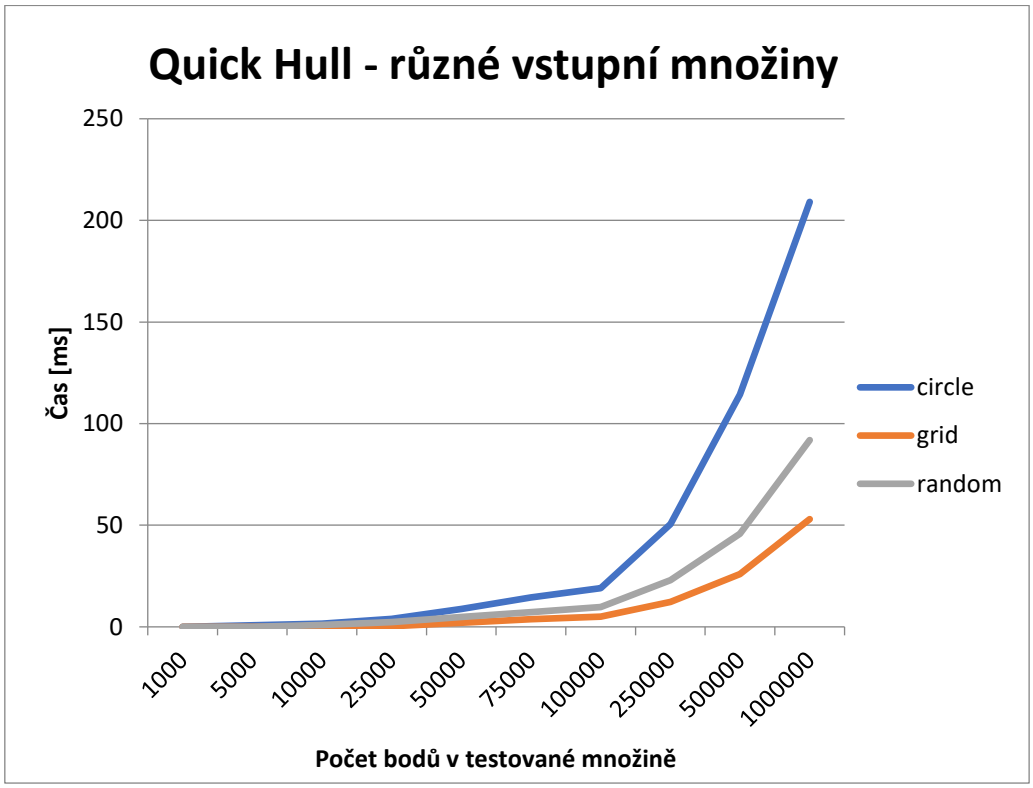



## 9.2 Quick Hull

| **Circle** | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 11 | 13 | 67 | 118 | 259 |
| | 0 | 0 | 1 | 3 | 6 | 20 | 13 | 43 | 77 | 288 |
| | 0 | 0 | 0 | 4 | 13 | 16 | 12 | 39 | 146 | 129 |
| | 0 | 0 | 2 | 6 | 4 | 11 | 29 | 69 | 131 | 250 |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 6 | 19 | 21 | 18 | 105 | 274 |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 11 | 9 | 26 | 69 | 111 | 160 |
| | 0 | 1 | 2 | 2 | 7 | 17 | 27 | 66 | 121 | 134 |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 14 | 18 | 8 | 60 | 91 | 208 |
| | 0 | 1 | 1 | 4 | 9 | 9 | 15 | 50 | 133 | 164 |
| | 0 | 1 | 2 | 7 | 12 | 15 | 26 | 25 | 110 | 225 |
| průměr | 0 | 0,7 | 1,6 | 3,9 | 8,8 | 14,5 | 19 | 50,6 | 114,3 | 209,1 |
| rozptyl | 0 | 0,21 | 0,44 | 2,09 | 10,96 | 15,65 | 52,4 | 318,24 | 374,21 | 3135,49 |

| **Grid** | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 12 | 26 | 53 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 12 | 26 | 53 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 13 | 26 | 53 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 12 | 26 | 52 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 12 | 26 | 53 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 13 | 25 | 52 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 13 | 26 | 52 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 5 | 12 | 26 | 57 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 5 | 12 | 27 | 53 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 12 | 26 | 52 |
| průměr | 0 | 0 | 0 | 0,3 | 2,1 | 3,7 | 5 | 12,3 | 26 | 53 |
| rozptyl | 0 | 0 | 0 | 0,21 | 0,09 | 0,21 | 0 | 0,21 | 0,2 | 2 |

| Random | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 7 | 9 | 25 | 52 | 86 |
| | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 23 | 46 | 91 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 9 | 22 | 45 | 85 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 7 | 8 | 20 | 44 | 95 |
| | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 8 | 11 | 22 | 43 | 93 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 7 | 10 | 21 | 47 | 93 |
| | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 11 | 25 | 42 | 97 |
| | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 8 | 9 | 24 | 48 | 92 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 7 | 10 | 22 | 46 | 90 |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 7 | 11 | 26 | 45 | 97 |
| průměr | 0 | 0 | 1 | 2,4 | 4,9 | 7,3 | 9,8 | 23 | 45,8 | 91,9 |
| rozptyl | 0 | 0 | 0 | 0,24 | 0,29 | 0,21 | 0,96 | 3,4 | 7,16 | 15,09 |

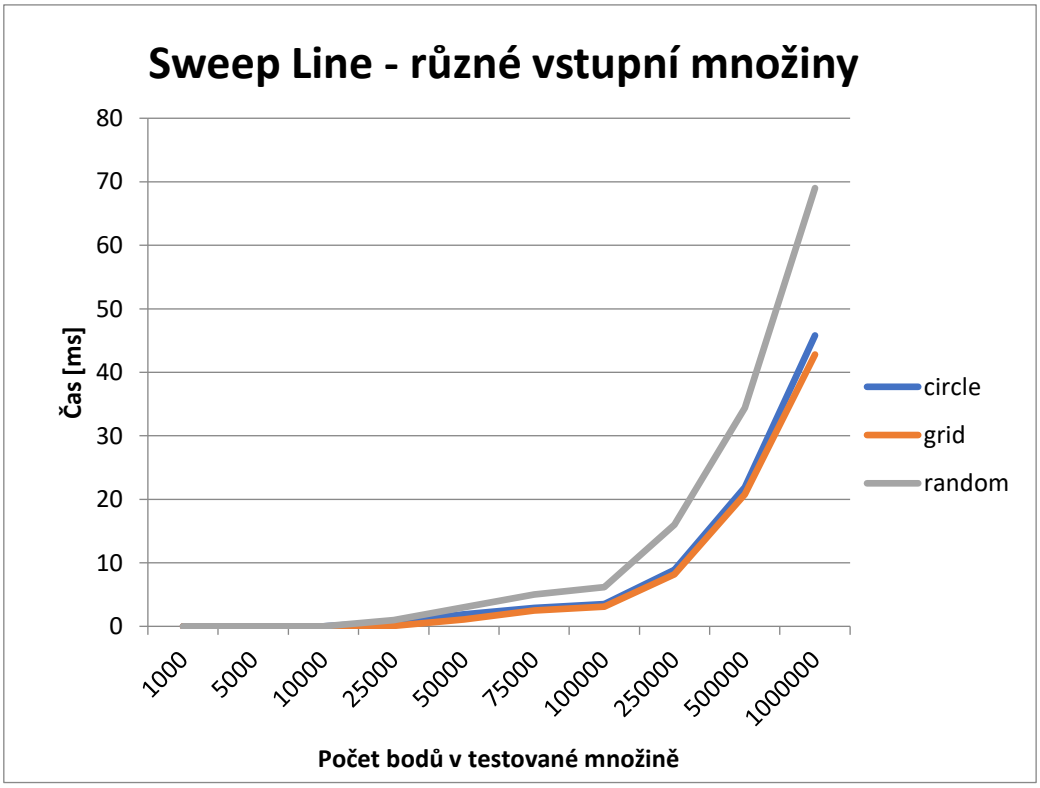



## 9.3 Sweep Line

| Circle | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 4 | 9 | 22 | 45 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 8 | 21 | 45 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 4 | 8 | 23 | 46 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 9 | 21 | 45 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 9 | 22 | 44 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 3 | 10 | 22 | 47 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 9 | 22 | 47 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 9 | 21 | 49 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 9 | 23 | 43 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 9 | 22 | 47 |
| průměr | 0 | 0 | 0 | 0,7 | 1,9 | 2,9 | 3,5 | 8,9 | 21,9 | 45,8 |
| rozptyl | 0 | 0 | 0 | 0,21 | 0,09 | 0,29 | 0,25 | 0,29 | 0,49 | 2,76 |

| Grid | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 8 | 21 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 8 | 20 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 | 21 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 3 | 8 | 20 | 43 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 10 | 21 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 8 | 21 | 43 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 8 | 20 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 8 | 21 | 42 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 | 22 | 45 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 | 21 | 45 |
| průměr | 0 | 0 | 0 | 0,1 | 1,1 | 2,5 | 3,1 | 8,2 | 20,8 | 42,8 |
| rozptyl | 0 | 0 | 0 | 0,09 | 0,09 | 0,25 | 0,09 | 0,36 | 0,36 | 1,36 |

| Random | 1000 | 5000 | 10000 | 25000 | 50000 | 75000 | 100000 | 250000 | 500000 | 1000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 34 | 67 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 37 | 68 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 36 | 70 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 34 | 68 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 34 | 68 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 7 | 16 | 33 | 70 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 6 | 6 | 16 | 34 | 68 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 34 | 69 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 | 16 | 33 | 72 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 16 | 35 | 70 |
| průměr | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 6,2 | 16 | 34,4 | 69 |
| rozptyl | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2 | 0,16 | 0 | 1,44 | 2 |

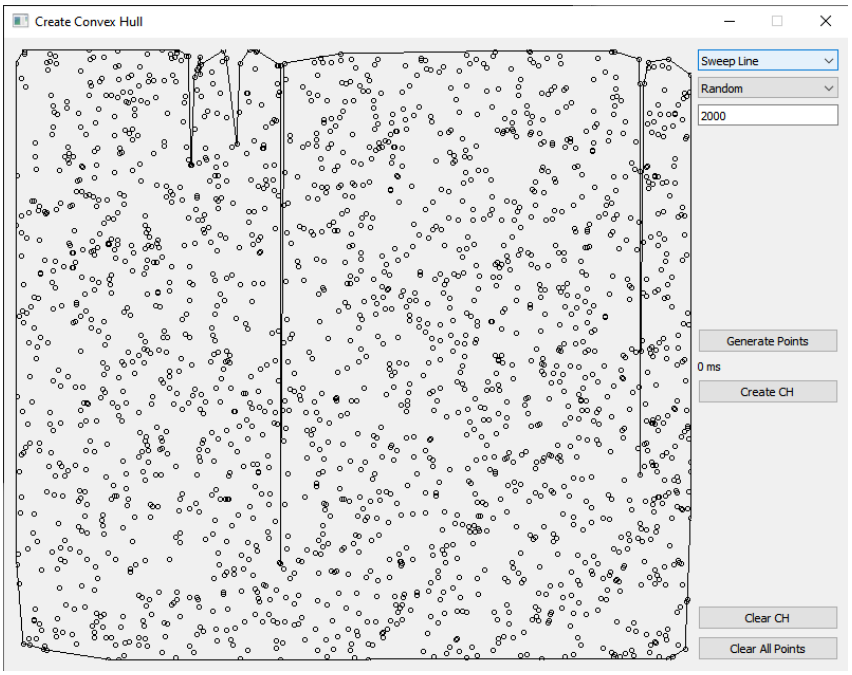


# Závěr

Byla vytvořena aplikace pro výpočet a kresbu konvexní obálky nad množinou bodů vytvořenou klikáním, případně vygenerováním funkcemi pro různé tvary. V úloze byl zkoumán čas, jaká funkce je nejúčinnější a nejrychlejší, pravděpodobně nejrychlejší je *Sweep Line* a pak *Quick Hull, Jarvis Scan* byl zajisté nejpomalejší. Algoritmus *Sweep Line* obsahuje chybu při vytváření konvexní obálky kolem více než 10 000 bodů v horní části, což je pravděpodobně způsobeno duplicitou bodů. Z bonusových úloh bylo splněno Ošetření existence kolineárních bodů v datasetu a algoritmus pro generování různých tvarů. A vytvoření generátoru pro tvorbu čtverce, hvězdice a elipsy.

**Vylepšení:**

Vylepšením by mohlo být vytvoření více bonusových úloh a opravení chyby u sweep line.



# Zdroje

1. BAYER, Tomáš. [online] [cit. 12.11.2020].

Dostupné na: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Adk/adk4.pdf

# Seznam obrázků