

# Optionsbewertung mit Hilfe der Fourier-Cosinus Methode

Denis Kocaman

30. Januar 2026

## 1 Einleitung

In dieser Arbeit implementiere ich die COS-Methode basierend auf dem Standardwerk von [?]. Dies ist notwendig, da die charakteristische Funktion der Schlüssel zur Preisberechnung ist.

## 2 Theoretischer Hintergrund

Die charakteristische Funktion bildet die Basis für die Fourier-Inversion. Im Black-Scholes Modell ist sie definiert als der Erwartungswert des Log-Asset-Preises:

$$\phi(u) = \exp \left( iu \left( \ln(S_0) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T \right) - \frac{1}{2}\sigma^2 u^2 T \right) \quad (1)$$

In Abbildung 1 sehen wir den Realteil dieser Funktion für das Black-Scholes Modell.

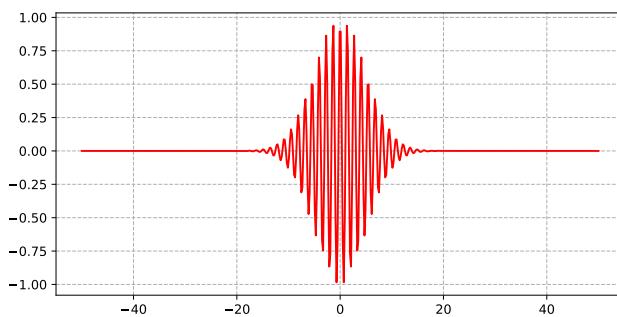


Figure 1: Visualisierung des Realteils der charakteristischen Funktion.

### 3 Mathematische Implementierung der COS-Methode

Der Kerngedanke der Methode ist die Approximation des Optionspreises durch eine Fourier-Cosinus-Reihe. Der Preis  $V$  ergibt sich aus der Summe:

$$V \approx e^{-rT} \sum_{k=0}^{N-1} {}'F_k \cdot V_k \quad (2)$$

Dabei sind  $F_k$  die Koeffizienten der charakteristischen Funktion und  $V_k$  die Payoff-Koeffizienten. Letztere werden für eine Call-Option analytisch durch die Funktionen  $\chi_k$  und  $\psi_k$  bestimmt:

$$\chi_k(c, d) := \frac{1}{1 + \omega_k^2} [\cos(\omega_k(d - a))e^d - \cos(\omega_k(c - a))e^c + \omega_k \sin(\omega_k(d - a))e^d - \omega_k \sin(\omega_k(c - a))e^c] \quad (3)$$

$$\psi_k(c, d) := \begin{cases} d - c & \text{für } k = 0 \\ \frac{1}{\omega_k} [\sin(\omega_k(d - a)) - \sin(\omega_k(c - a))] & \text{für } k > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Hierbei entspricht  $\omega_k := \frac{k\pi}{b-a}$  der Frequenz der Cosinus-Wellen auf dem Integrationsintervall  $[a, b]$ .

### References