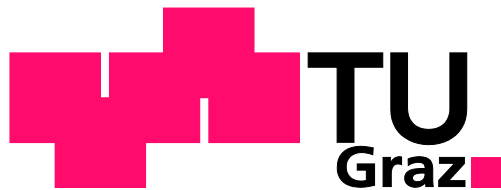


Nachrichtentechnik-Labor

Digitale Modulationsverfahren und Kanalcodierung: Grundlagen



Institut für Kommunikationsnetze und Satellitenkommunikation
Technische Universität Graz

Verfasser

Dipl.-Ing. Dr. techn. Michael Bergmann
Dipl.-Ing. Eral Türkyilmaz
Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Wilfried Gappmair
Doris Holzleitner

Version 1.1

Copyright Statement

Dieses Dokument dient als Lehr- bzw. Lernbehelf an der Technischen Universität Graz und darf in diesem Zusammenhang vervielfältigt und genutzt werden. Eine darüber hinaus gehende Verwendung, insbesondere zu gewerblichen Zwecken, ist untersagt.

Dokumentenversion

Datum	Version	Änderungen
31.10.2012	1.0	Neue Version basierend auf [1]
04.12.2013	1.1	Editorial

PRÄAMBEL

Die Laborübung „Digitale Modulationsverfahren und Kanalcodierung: Grundlagen“ dient dazu, die Studierenden in dieses Thema einzuführen. Dabei soll der in einschlägigen Vorlesungen diskutierte und erlernte Stoff vertieft und praktisch begreifbar werden. Um dies bestmöglich umzusetzen, sind von den Studierenden folgende Punkte zu beachten:

- Die letztgültige Fassung der Durchführungsrichtlinien für Labors im Fachbereich für Nachrichtentechnik und Wellenausbreitung [2] ist bindend.
- Ein elektronischer Multiple-Choice Test ist im *Teach Center* vor Beginn der Laborübung zu absolvieren.

Während der Übung wird verstärkt MATLAB eingesetzt, da hiermit die komplexen Inhalte der Codierung und Modulation gut veranschaulicht werden können.

INHALTSVERZEICHNIS

PRÄAMBEL

1	EINLEITUNG	1
2	SIGNALFORMUNG UND ÜBERTRAGUNG	3
2.1	BIT-TO-SYMBOL MAPPING	3
2.1.1	M-PSK Verfahren	5
2.1.2	M-QAM Verfahren	6
2.2	NYQUIST-FILTER, IMPULSFORMUNG UND MATCHED FILTER	7
2.2.1	Rechteck- und Sinc-Pulse	9
2.2.2	Nyquist-Filter	10
2.2.3	Aufteilung des RC-Filters auf Sender und Empfänger	11
2.3	MISCHERSTUFEN	12
2.3.1	Bandbreite	12
2.3.1.1	Bandbreite von Basisband-Signalen	13
2.3.1.2	Bandbreite von Bandpass-Signalen (HF Signalen)	13
2.3.2	Aufwärtsmischer	13
2.3.3	Abwärtsmischer	15
2.4	AD/DA-WANDLUNG	16
2.5	HF-FRONT-END UND ANALOGE FILTER	17
3	AWGN-KANÄLE	19
4	KANALCODIERUNG	21
4.1	KLASSIFIZIERUNG	22
4.2	CODIERGEWINN	22
5	DURCHZUFÜHRENDE ÜBUNGEN	24
5.1	AUFGABE 1: BESTIMMEN VON BER-KURVEN UND CODIERGEWINN MIT MATLAB BZW. MATLAB/SIMULINK	24
5.2	AUFGABE 2: AUFNAHME VON BER-KURVEN UND CODIERGEWINN MIT EINEM DIGITALEN SATELLITEN-MODEM..	25
5.3	AUFGABE 3: SIMULATION VERSCHIEDENER DIGITALER MODULATIONSVERFAHREN	26
ANHANG	I	
RECHNEN MIT LOGARITHMEN	I	
Angabe relativer Leistungswerte	i	
Angabe absoluter Leistungswerte	i	
Wichtige Merkgregeln	ii	
WISSENSWERTES ZU MATLAB/SIMULINK	II	
Die Communications System Toolbox	ii	
Das BERTool	iii	
GUI zur Visualisierung der digitalen Modulation	iv	
REFERENZEN		
ABKÜRZUNGEN		

1 Einleitung

In modernen Kommunikationssystemen kommen praktisch nur noch digitale Datenübertragungsverfahren zur Anwendung. Grund dafür ist, dass mit digitalen Verfahren eine im Vergleich zu analogen Verfahren höhere Übertragungssicherheit erzielt bzw. die zur Verfügung stehende Bandbreite besser genutzt werden kann. Daher ist gewährleistet, dass mit vergleichsweise geringerem Einsatz von Ressourcen (Bandbreite, Signalleistung) die zu übertragende Information¹ mit definierter Qualität und Sicherheit am Empfänger (engl. *receiver*) ankommt.

In einem digitalen Übertragungssystem soll die Fehlerrate unter Einbeziehung der verfügbaren Bandbreite bzw. Signalleistung minimal sein. Claude E. Shannon bewies 1948 in seinem für die Nachrichtentechnik richtungsweisenden Werk „A Mathematical Theory of Communication“, dass ein mit weißem Gauß-Rauschen überlagertes Signal mit der Informationsrate H' (Informationsfluss) theoretisch fehlerfrei übertragen werden kann, solange H' kleiner ist als die sogenannte Kanalkapazität C :

$$C = B \cdot \lg \left(1 + \frac{S}{N} \right). \quad (1)$$

Die zu übertragende Information wird vor der Übertragung am Kanal entsprechend verarbeitet, um die erforderliche Effizienz zu gewährleisten (Quellcodierung, Kanalcodierung, Verschlüsselung²). Danach werden die so erhaltenen Daten mit einem passend gewählten digitalen Modulationsverfahren zur Übertragung am Nachrichtenkanal moduliert und gesendet. Am Empfänger werden die empfangenen Signale dann in umgekehrter Reihenfolge demoduliert, decodiert, entschlüsselt und die gewünschte Information entsprechend aufbereitet. Das eben beschriebene Prinzip ist in Abbildung 1 grafisch dargestellt [3].

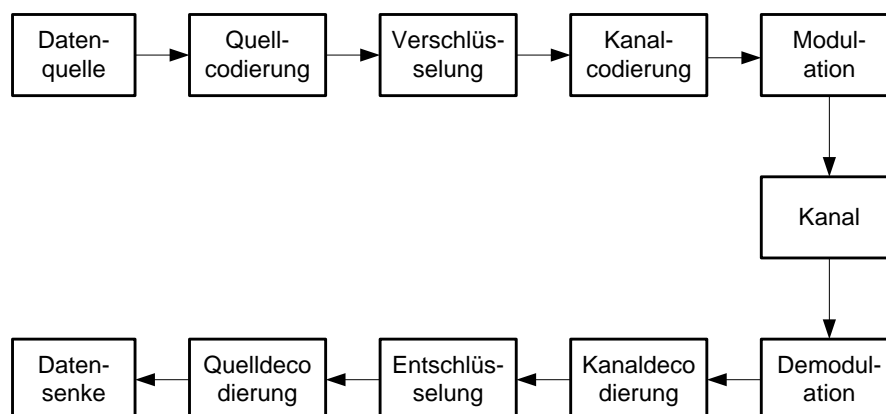


Abbildung 1: Modell eines Kommunikationssystems

¹ Es wird vorausgesetzt, dass den Studierenden die Bedeutung von Information und Daten im Sinne der Informationstheorie geläufig ist (siehe Nachrichtentechnik VO)

² Die Kenntnis und prinzipielle Wirkungsweise von Quellcodierung, Kanalcodierung und Verschlüsselung wird für dieses Labor vorausgesetzt und ist prüfungsrelevant.

Der Begriff **(physikalischer) Kanal** meint im Zusammenhang mit Nachrichtentechnischen Systemen meist mehr als den reinen Übertragungsweg und die dabei auftretenden physikalischen Effekte. Er umfasst typischerweise auch Auswirkungen der analogen Schaltungsteile von Sender und Empfänger, wie z.B. Bauteilrauschen, nichtlineare Verzerrungen durch Verstärker- und Mischerstufen, Quantisierungsrauschen, Frequenzfehler durch lokale Oszillatoren etc. Oft werden selbst Modulator und Demodulator dem Kanal zugerechnet, was in Summe als **diskreter Kanal** bezeichnet wird.

Unterschiedliche Übertragungsmedien liegen einem Kanal zu Grunde und bestimmen so weitgehend dessen Eigenschaften, z.B. leitungsgebundene Übertragung (engl. *wired transmission*), Freiraumübertragung (engl. *wireless transmission*) oder auch Speichermedien (z.B. Festplatten oder DVDs).

Die **Modulation** hat nun die Aufgabe, die zu übertragenden Daten dem gewählten Übertragungsmedium bzw. dem Kanal so anzupassen, dass eine effiziente Übertragung möglich wird. Sie übersetzt dazu die zu übertragenden Daten in die passende Signalform. Der generelle Unterschied von digitaler und analoger Modulation liegt darin, dass bei digitalen Verfahren aus einem endlichen Alphabet von Eingangssymbolen (Bitfolgen) eine endliche Anzahl an unterschiedlichen Ausgangssignalformen erzeugt wird, während bei analogen Verfahren aus einer nicht begrenzten Anzahl an Eingangszuständen eine im strengen Sinn nicht begrenzte Anzahl an Ausgangssignalformen erzeugt wird. Es ist jedoch zu beachten, dass mit beiden Verfahren theoretisch gleich viel Information unter der Voraussetzung übertragen werden kann, dass die informationstragenden Eingangssignale im Basisband folgende Eigenschaften aufweisen:

- Streng bandbegrenzt
- Statistisch unabhängig
- Im Falle digitaler Übertragung mit dem doppelten der höchsten vorkommenden Frequenz abgetastet (Abtasttheorem nach Nyquist).

2 Signalformung und Übertragung

Natürlich gibt es bei modernen Übertragungssystemen unterschiedliche Ausprägungen der Realisierung, die auch von praktischen Überlegungen wie Kosten für Hardware, erreichbare Genauigkeiten u.v.m. abhängen. Im Folgenden wird das Prinzip der Signalformung und Übertragung am Beispiel eines heterodyn³ Kommunikationssystems diskutiert. Abbildung 2 zeigt das zugehörige Blockschaltbild, wobei der obere Teil dem Sender und der untere dem Empfänger zuzurechnen ist.

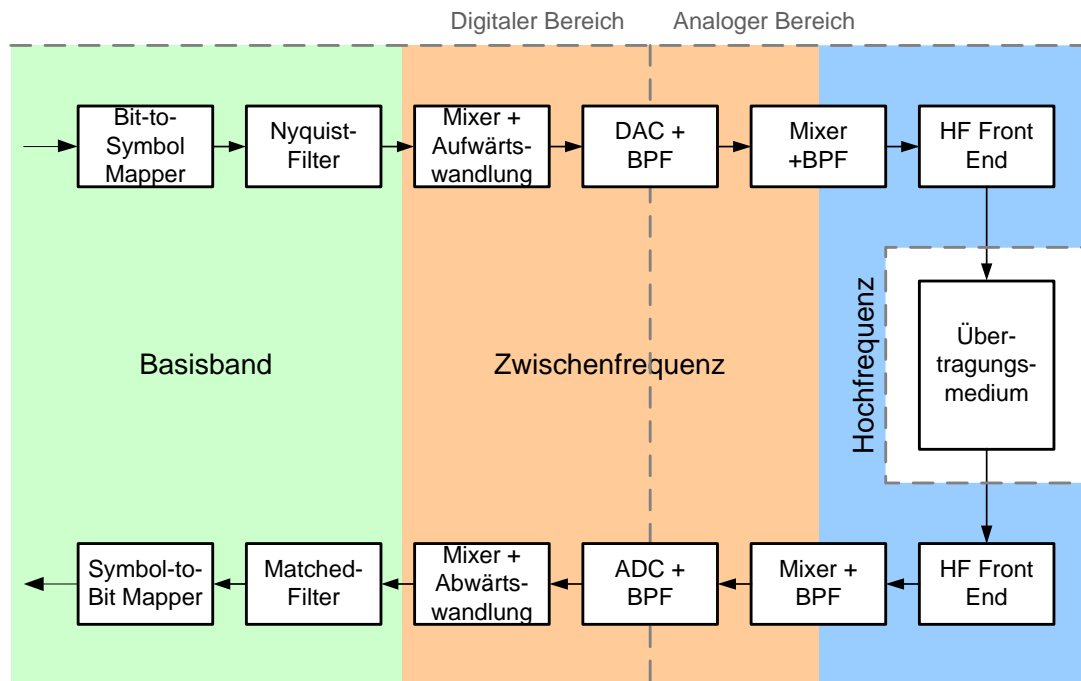


Abbildung 2: Blockschaltbild für ein heterodynes Kommunikationssystem

Festzuhalten ist auch, dass jede der Übertragung dienende Manipulation im Sender empfangsseitig wieder rückgängig zu machen ist. Somit steht jedem Block in der Sendekette ein gegengleicher Block in der Empfangskette gegenüber. Im Folgenden werden die einzelnen Funktionsgruppen bezüglich ihrer Arbeitsweise in Sender bzw. Empfänger diskutiert.

2.1 Bit-to-Symbol Mapping

Das Bit-to-Symbol Mapping (Teil der Modulation) beschreibt die Zuordnung von Bitfolgen zu Symbolen aus einem M-fachen Alphabet. Am Beispiel von *QPSK* (engl. *quadrature phase shift keying*) ist dies in den Abbildungen 3 und 4 gezeigt.

³ Das heterodynamische Prinzip beschreibt den Vorgang, wo das Nutzsignal in einen anderen Frequenzbereich verschoben werden kann, usw. durch Mischen (Multiplizieren) des Nutzsignals mit einem sinusförmigen (evtl. komplexen) Signal, das von einem lokalen Oszillator generiert wird [4].

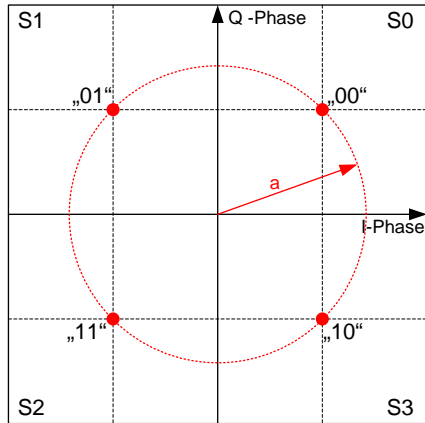


Abbildung 3: I/Q-Diagramm für QPSK im Sender

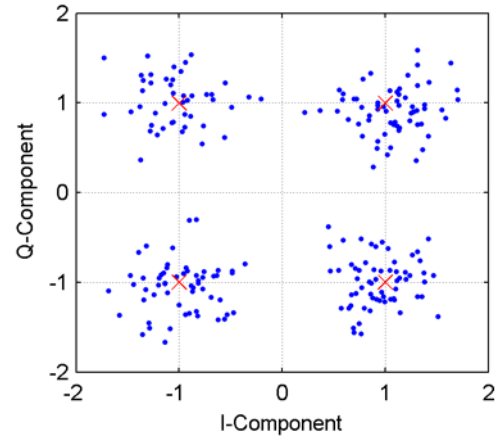


Abbildung 4: I/Q-Diagramm für QPSK im Empfänger unter AWGN-Einfluss

Sendeseitig betrachtet werden die binären Daten im ersten Schritt auf ein definiertes Alphabet von Symbolen abgebildet. Abbildung 3 zeigt für QPSK in diesem Zusammenhang ein Gray-Mapping⁴. Mathematisch gesehen passiert hier Folgendes: Es sei \mathbf{u} eine zu übertragende binäre Sequenz der Länge L , wobei $\mathbf{u} = (u_0, u_1, \dots, u_{L-1})$. Das k -te Symbol der Folge $\mathbf{s} = (s_0, s_1, \dots, s_{L/2-1})$ erhält man in diesem Fall durch

$$s_k = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot [(-1)^{u_{2k}} + j \cdot (-1)^{u_{2k+1}}], \quad (2)$$

wobei a die Symbolamplitude bezeichnet. Es ist zu beachten, dass jedes QPSK-Symbol aus einem Realteil und einem Imaginärteil besteht, die für sich genommen eine BPSK-Modulation darstellen.

Nimmt man nun an, dass die restlichen in Abbildung 2 dargestellten Funktionsblöcke ideal arbeiten und der diskrete Kanal als AWGN-Modell im Basisband abgebildet werden kann, so erhält man *empfängerseitig* am Symbol-to-Bit Mapper (Teil der Demodulation) für das k -te empfangene Symbol

$$r_k = s_k + n_k, \quad (3)$$

wobei $n_k \sim \mathcal{N}_c(0, \sigma_n^2)$ eine komplexe⁵, normalverteilte Zufallsvariable mit Mittelwert 0 und Varianz σ_n^2 ist. Der resultierende Signal-Rauschabstand ist somit durch

$$\frac{S}{N} = \frac{a^2}{\sigma_n^2} \quad (4)$$

bestimmt. Empfangsseitig werden die gesendeten Daten durch *Detektion* wiedergewonnen. Dies geschieht im diskutierten Fall mit logarithmischen Wahrscheinlichkeitsverhältnissen. Da jedem empfangenen verrauschten Symbol r_k bei QPSK zwei Binärstellen

⁴ Gray-Mapping: Binärfolgen werden so den Symbolen zugeordnet, dass durch Kanaleffekte (z.B. Rauschen) hervorgerufene Zuordnungsfehler beim Empfänger nur ein Minimum an Bitfehlern bedeuten. Wie unschwer aus den Abbildungen 3 und 4 zu erkennen ist, bedarf es einer höheren Störampplitude, um ein gesendetes Symbol aus S0 im Empfänger als eines aus dem Quadranten S2 zu interpretieren, verglichen mit S1 oder S3.

⁵ Dargestellt durch den Index in \mathcal{N}_c .

entsprechen, ergibt sich die LLR (engl. *log-likelihood ratio*) für In-Phase und Quadratur-Phase als

$$\lambda_{k,I} = \log \frac{\Pr(u_{k,I} = 1 | r_k)}{\Pr(u_{k,I} = 0 | r_k)}, \quad (5)$$

$$\lambda_{k,Q} = \log \frac{\Pr(u_{k,Q} = 1 | r_k)}{\Pr(u_{k,Q} = 0 | r_k)}. \quad (6)$$

Die in (5) und (6) verwendeten bedingten Wahrscheinlichkeiten erhält man über die Euklidischen Distanzen zwischen den in Abbildung 4 blau dargestellten empfangenen Samples und dem idealen Wert (rotes X).

Somit bezeichnet $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_{0,I}, \lambda_{0,Q}, \lambda_{1,I}, \lambda_{1,Q}, \dots, \lambda_{L/2-1,I}, \lambda_{L/2-1,Q})$ die sogenannte weiche Detektion (engl. *soft detection*) der gesendeten Datenfolge \mathbf{u} . Um die binären Werte zu generieren, ist nur mehr eine Schwellwert-Entscheidung nötig:

$$\hat{u}_k = \begin{cases} 1, & \lambda_k \geq 0 \\ 0, & \lambda_k < 0 \end{cases}. \quad (7)$$

Wie aus Abbildung 1 hervorgeht, folgt auf die Demodulation die Decodierung. Viele der heute üblichen Codiervverfahren benötigen keine Schwellwert-Entscheidung durch den Demodulator, da direkt die Werte der weichen Detektion verarbeitet werden können, was zu einer deutlich besseren Performance führt, da zusätzlich Information über die Zuverlässigkeit des empfangenen Datenbits zur Verfügung steht (der Decoder weiß also, wie wahrscheinlich die empfangene Eins oder Null ist).

Grundsätzlich ist jedes Bit-Mapping denkbar, jedoch sind nicht alle Zuordnungen praktikabel. Im Folgenden werden nur M-PSK (engl. *phase shift keying*) und M-QAM (engl. *quadrature amplitude modulation*) als Verfahren auf ihre Eigenschaften hin diskutiert. Es sei jedoch der Vollständigkeit halber hier erwähnt, dass diese nur einen Teil der heute gebräuchlichen Verfahren darstellen.

2.1.1 M-PSK Verfahren

Bei M-PSK werden genau $\log_2(M)$ Bits zu M verschiedenen Symbolen zusammengefasst. Die Symbolrate ergibt sich somit zu

$$r_s = \frac{r_c}{\log_2(M)}, \quad (8)$$

wobei r_s und r_c die Symbol- bzw. die Bitrate am Kanal darstellen. Betrachtet man nun den Bandbreitenbedarf, so ist hier zwischen Basisband- und Bandpass-Bereich (Zwischen- bzw. Hochfrequenzband) zu unterscheiden. Im Basisband ist die minimal zur Übertragung benötigte Bandbreite (die Nyquist-Bandbreite) gleich

$$B_N = \frac{1}{2T_s}, \quad (9)$$

wobei $T_s = 1/r_s$ die Symboldauer angibt. Betrachtet man hingegen den Bandpass-Bereich, so ist dort die Nyquist-Bandbreite

$$B_{N,HF} = \frac{1}{T_s}, \quad (10)$$

also doppelt so hoch!

Vergleicht man die drei in Abbildung 5 dargestellten M-PSK Verfahren, nämlich BPSK ($M = 2$), QPSK ($M = 4$) und 8-PSK ($M = 8$), so ist leicht erkennbar, dass bei gegebener Bandbreite für 8-PSK der höchste Datendurchsatz (in bit/s pro Hz Bandbreite) erreicht werden kann. Jedoch ist zu beachten, dass die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit mit M steigt (geringere Euklidische Distanz zwischen den Symbolen). Dies bedeutet, dass zwar bei Verfahren mit höherem Modulationsgrad mehr Datendurchsatz zu erzielen ist, jedoch sind diese empfindlicher gegen Störungen. Daher werden in der Praxis meist adaptive Methoden eingesetzt, die je nach Beschaffenheit des Kanals beispielsweise zwischen BPSK, QPSK und 8-PSK umschalten.

Zusätzlich ist zu beachten, dass M-PSK Verfahren eine konstante Hüllkurve besitzen, wodurch die mittlere Signalleistung sehr einfach angegeben werden kann: $S = a^2$.

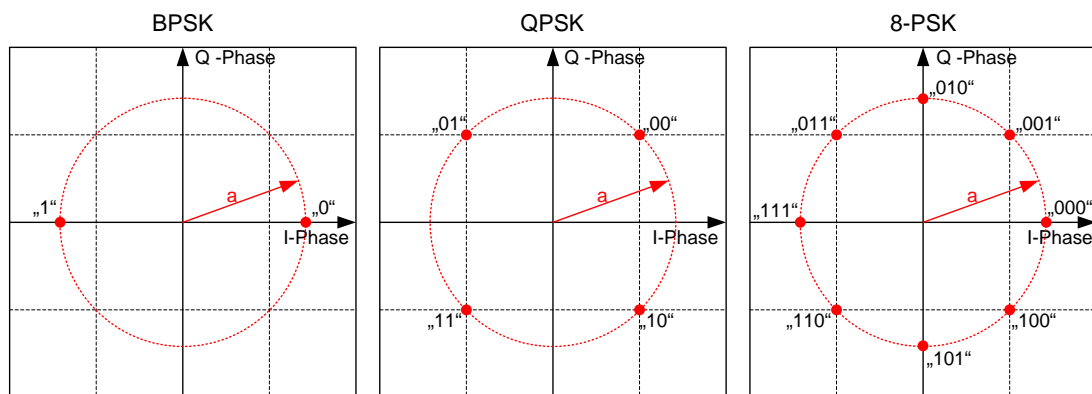


Abbildung 5: I/Q-Diagramme am Sender

2.1.2 M-QAM Verfahren

QAM Verfahren haben neben unterschiedlichen Phasenzuständen auch unterschiedliche Amplituden der einzelnen Symbole zur Folge, was zwar die Euklidische Distanz und somit die Störfestigkeit verbessert, sich jedoch bei Nichtlinearitäten am Kanal auch nachteilig auswirken kann.

Der theoretische Bandbreitenbedarf kann wie oben gezeigt mit (8) und (9) bzw. (10) bestimmt werden.

Betrachtet man nun 16-QAM, wie in Abbildung 6 dargestellt, so ist leicht erkennbar, dass es keine konstante Hüllkurve gibt. Unterstellt man, dass jedes Symbol gleich häufig auftritt, so ergibt sich eine mittlere Signalleistung von $S = 4/16 \cdot a_1^2 + 8/16 \cdot a_2^2 + 4/16 \cdot a_3^2$, was sich auf Grund der geometrischen Verhältnisse zu $S = a_2^2$ auflöst⁶.

⁶ Hinweis Eingangstest: Vollziehen Sie mit Hilfe von Abbildung 6 die getroffene Aussage nach. (Anleitung: Bestimmen sie in Abhängigkeit von Radius a_1 die Radien a_2 und a_3 . Bestimmen Sie dann die mittlere Signalleistung und vereinfachen Sie).

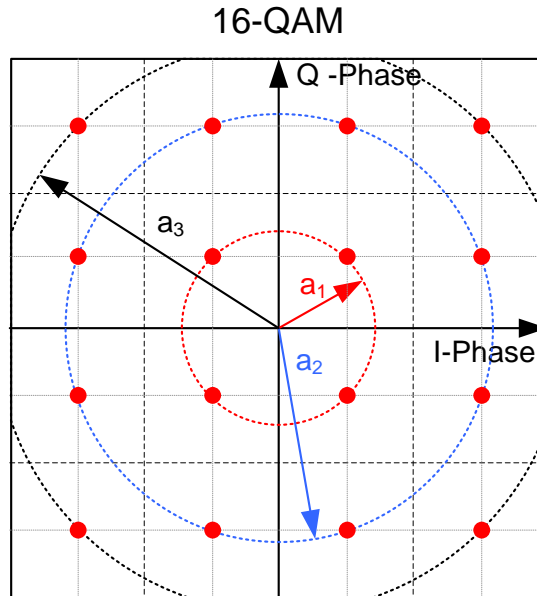


Abbildung 6: I/Q-Diagramm für 16-QAM

2.2 Nyquist-Filter, Impulsformung und Matched Filter

Die Symbole s_k , die gesendet werden sollen, sind in digitaler Form vorhanden. Diese werden als Impulsfolge mit der Symboldauer T_s mathematisch wie folgt beschrieben:

$$s(t) = \sum_k s_k \delta(t - kT_s) \quad (11)$$

Diese Symbolfolge aus gewichteten Dirac-Impulsen kann selbstverständlich so noch nicht übertragen werden, da sie einen unendlich hohen Bandbreitenbedarf bedingen würde. Man muss daher das Signal $s(t)$ so an den Kanal anpassen, dass es mit begrenzter Bandbreite übertragen werden kann und gleichzeitig seinen Informationswert behält. Dies geschieht mit einem Filter, das die Impulsantwort $h(t)$ haben soll⁷.

Das zu sendende Signal $x(t)$ ergibt sich also aus der Faltung der Symbolfolge mit der Impulsantwort $h(t)$ zu

$$x(t) = s(t) * h(t) = \left(\sum_k s_k \delta(t - kT_s) \right) * h(t) = \sum_k s_k h(t - kT_s). \quad (12)$$

Das Prinzip dieser Faltung ist in Abbildung 7 grafisch dargestellt.

Das verwendete Filter $h(t)$ stellt sicher, dass es zu keinen *Intersymbol-Interferenzen* (ISI) kommt. Damit ist es möglich, am Empfänger die gesendeten Symbole so herzustellen, dass es im idealen Abtastzeitpunkt zu keiner Interferenz durch benachbarte

⁷ Die Symbole s_k sind im Allgemeinen komplex (I/Q-Signal, I = In-Phase, entspricht dem Realteil; Q = Quadratur-Phase, entspricht dem Imaginärteil). Der Einfachheit halber ist hier der Vorgang nur für reelle Symbole (z.B. BPSK) dargestellt. Für komplexe Symbole (z.B. QPSK oder 8-PSK) ist die Impulsformung einfach auf beiden Kanälen (I und Q) separat durchzuführen und komplex zu addieren.

Symbole kommt, d.h. zum Zeitpunkt $t = k \cdot T_s$ enthält das Signal nur Information über das k -te Symbol.

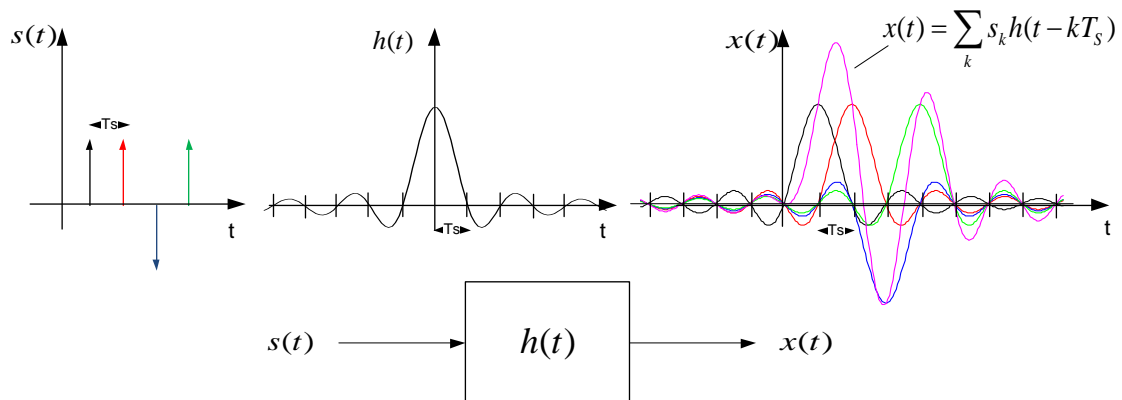


Abbildung 7: Filterung der zu sendenden Symbole mit dem Impulsformungsfilter (hier ein sinc-Verlauf)

ISI-frei bedeutet daher in anderen Worten, dass ein vorher gesendetes Symbol keines der vorher bzw. nachher gesendeten Symbole beeinflusst. Somit darf bei ganzzahligen Vielfachen der Symboldauer nur *ein* Symbol „wirken“ und der Einfluss aller anderen Symbole muss verschwinden⁸.

Eine Bewertung der ISI-Freiheit liefert das sogenannte *Augendiagramm*. Hier werden die möglichen Signalverläufe des Basisband-Signals über genau eine Symbolperiode T_s dargestellt, wobei entweder die In-Phasen- oder die Quadratur-Phasen-Komponente in Betracht kommt. Die Messmethode ist in Abbildung 8 dargestellt [6]. Je kleiner die vertikale Öffnung des Auges, desto stärker ist der Einfluss durch Rauschen bzw. ISI-Effekte. Zusätzlich lässt sich auch die zeitl. Unsicherheit (engl. *jitter*) im Abtastzeitpunkt über das Augendiagramm bestimmen. Je schmaler die horizontale Weite des Auges ist, desto größer ist der Jitter im Abtastzeitpunkt.

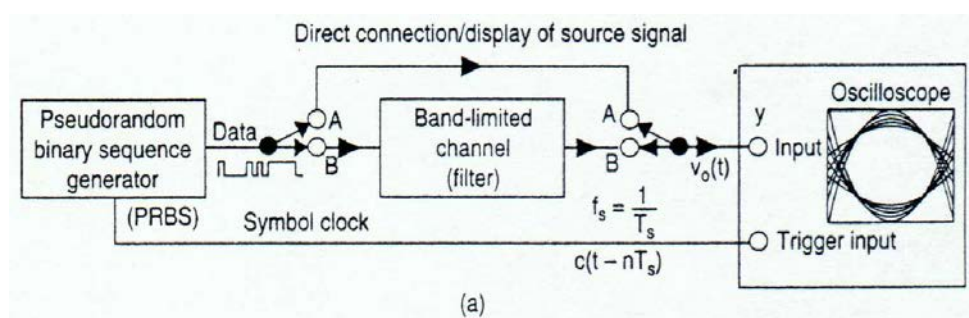


Abbildung 8 Messung des Augendiagramms

⁸ Um dieses genaue Abtasten mit T_s zu garantieren, muss der Empfängertakt mit dem Sendertakt synchronisiert werden. Es muss also beim Empfänger ein nicht unerheblicher Aufwand betrieben werden, um den Symboltakt und den Abtastzeitpunkt rückzugewinnen. Zur Vertiefung dieser Problematik sei auf die Vorlesung „Software-Defined Radio“ verwiesen.

Die grundlegende Frage lautet nun, welche Pulsform $h(t)$ man zur Generierung des Signals im Basisband verwenden soll bzw. wie viel Bandbreite man benötigt, um bei gegebener Symbolrate eine ISI-freie Übertragung bewerkstelligen zu können.

2.2.1 Rechteck- und Sinc-Pulse

Die Überlegung ist, eine Pulsform $h(t)$ zu verwenden, die bei Vielfachen der Symboldauer $kT_s \neq 0$ verschwindet. Damit ist gewährleistet, dass die benachbarten Symbole ausgeblendet werden, sodass es zu keinen ISI-Effekten kommt. Es muss also gelten:

$$h(kT_s) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (13)$$

Ein Rechteck-Puls nach Abbildung 9 besitzt diese Eigenschaft, da die Amplitude außerhalb der Symboldauer Null ist und somit kein nachfolgendes Symbol beeinflusst. Diese Pulsform hat jedoch den Nachteil, dass sie einen unendlich großen Bandbreitenbedarf hat (sinc-Funktion nach Abbildung 10, die im Frequenzbereich nur sehr langsam abfällt) und sich somit zur bandbegrenzten Übertragung nicht eignet:

$$\text{rect}(t/T_s) \Leftrightarrow \frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f} = T_s \text{sinc}(f T_s) \quad (14)$$

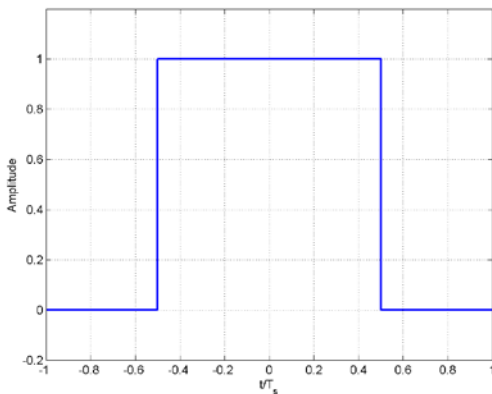


Abbildung 9: Rechteckpuls

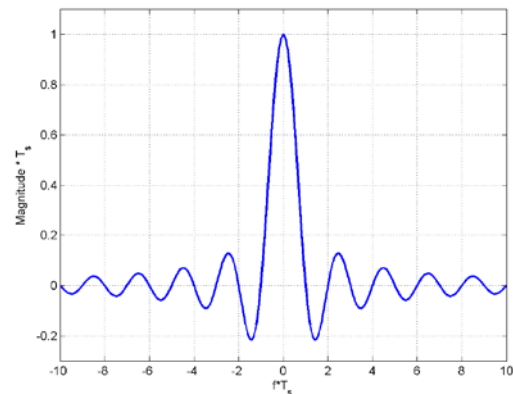


Abbildung 10: Fourier-Transformation des Rechteckpulses

Es muss also eine Pulsform verwendet werden, die einerseits (13) erfüllt, dabei aber ein möglichst schmalbandiges Spektrum besitzt. Das könnten beispielsweise sog. sinc-Pulsen sein (siehe Abbildung 11). Diese haben ihre Nullstellen genau bei Vielfachen der Symboldauer $kT_s \neq 0$ und ein streng bandbegrenztetes Spektrum (idealer Tiefpass nach Abbildung 12):

$$\text{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right) \Leftrightarrow T_s \text{rect}(f T_s). \quad (15)$$

Man erkennt sofort, dass sich die Symbole zwar zwischen Ganzzahligen der Symboldauer beeinflussen, jedoch verschwindet bei exakt ganzzahligen Vielfachen der Symboldauer der Einfluss aller anderen Symbole.

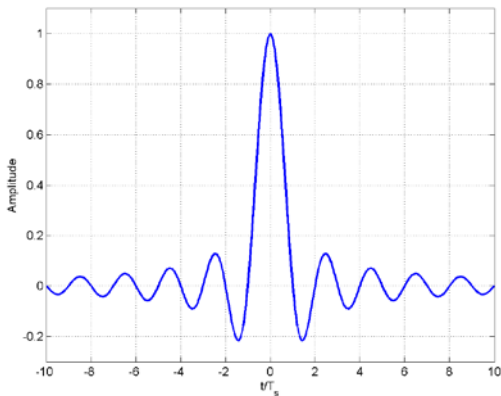


Abbildung 11: Sinc-Pulsform

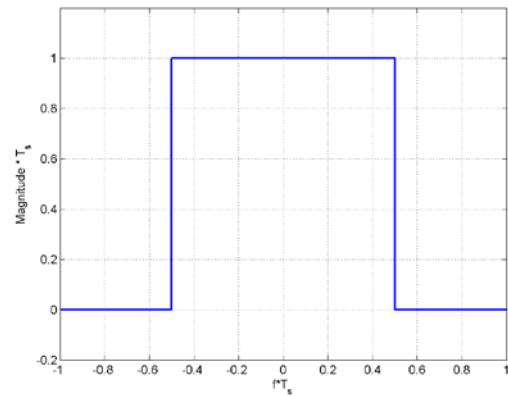


Abbildung 12: Fourier-Transformation des sinc-Pulses

Nun kann auch die theoretische minimale Bandbreite (Nyquist-Bandbreite), die für eine ISI-freie Übertragung benötigt wird, ermittelt werden. Sie beträgt im Basisband-Bereich $f_N = B_N = 1/(2T_s)$, im Bandpass-Bereich dagegen ist $B_{N,HF} = 1/T_s$.

Diese Erkenntnis ist im *ersten Nyquist-Kriterium* zusammengefasst: Zur verlustlosen Rekonstruktion eines streng bandbegrenzten Signals muss das Signal mit mindestens dem Doppelten der höchsten in ihm vorkommenden Frequenz abgetastet werden.

2.2.2 Nyquist-Filter

Da das ideale Tiefpass-Filter im Zeitbereich eine sinc-Funktion mit unendlich langer Impulsantwort darstellt, lässt es sich nicht realisieren. In der Praxis werden deshalb größere Bandbreiten in Kauf genommen, damit das Filter (näherungsweise) realisierbar wird. Hier hilft das *zweite Nyquist-Kriterium* [6]: Durch die Addition einer um $f_N = 1/(2T_s)$ schiefsymmetrischen Funktion zum idealen Tiefpass-Filter entsteht ebenfalls ein ISI-freier Zusammenhang (siehe Abbildung 13). Diese Filter werden in weiterer Folge auch als Nyquist-Filter bezeichnet.

Das berühmteste Beispiel für ein Nyquist-Filter ist das sogenannte Raised-Cosine (RC) Filter, welches mathematisch wie folgt beschrieben ist:

$$H_{RC}(f) = \begin{cases} T_s & 0 \leq |fT_s| \leq \frac{1-\alpha}{2} \\ T_s \cos^2 \left\{ \frac{\pi}{2\alpha} \left(|fT_s| - \frac{1-\alpha}{2} \right) \right\} & \frac{1-\alpha}{2} \leq |fT_s| \leq \frac{1+\alpha}{2} \\ 0 & |fT_s| > \frac{1+\alpha}{2} \end{cases} \quad (16)$$

Der zeitliche Verlauf (Impulsantwort) des RC-Filters ist

$$h_{RC}(t) = \text{sinc} \left(\frac{t}{T_s} \right) \frac{\cos \left(\frac{\pi \alpha t}{T_s} \right)}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{T_s} \right)^2} \quad (17)$$

In obigen Gleichungen bezeichnet der Parameter α den sogenannten *Roll-off-Faktor*. Er gibt an, wie viel zusätzliche Bandbreite im Vergleich zur Nyquist-Bandbreite (= 3dB Bandbreite des RC-Filters) für die Übertragung benötigt wird. Die **absolute** Bandbreite ist nun

$$B = B_N(1 + \alpha). \quad (18)$$

Als Spezialfall ist das RC-Filter mit $\alpha = 0$ zu erwähnen: es entspricht exakt dem idealen Tiefpass. Man sieht in Abbildung 14 sehr schön, dass bei höherem α die Amplitude im Zeitbereich schneller abklingt, jedoch im Frequenzbereich (Abbildung 15) mehr absolute Bandbreite benötigt wird.

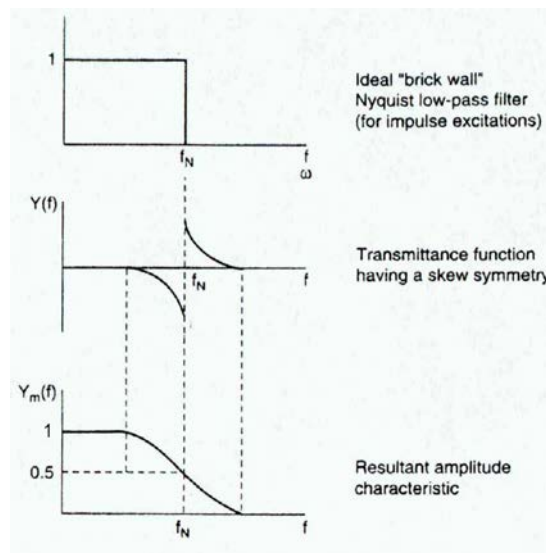


Abbildung 13: Addition einer schiefsymmetrischen Funktion zum idealen Rechteck-Filter

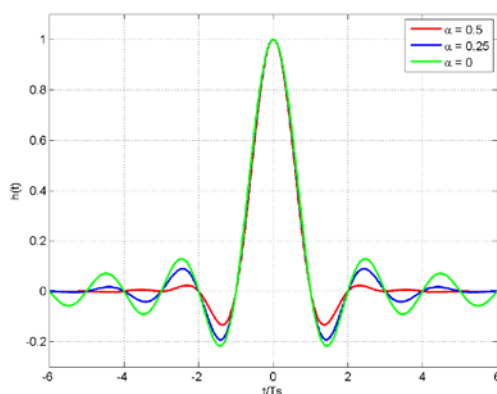


Abbildung 14: RC-Pulsform für verschiedene Werte von α

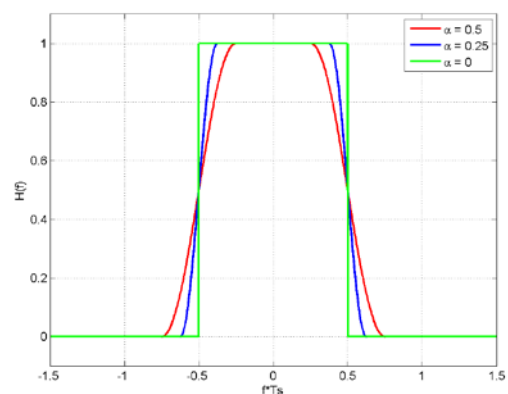


Abbildung 15: Fourier-Transformation verschiedener RC-Pulse

2.2.3 Aufteilung des RC-Filters auf Sender und Empfänger

Da das Nyquist-Kriterium über die *gesamte* Übertragungsstrecke gelten muss, kann man das RC-Filter⁹ zwischen Sender (TX) und Empfänger (RX) aufteilen (siehe Abbildung 16):

⁹ Streng genommen hat das RC-Filter auch eine unendlich lange Impulsantwort. Jedoch ist der Signalabfall im Vergleich zum idealen Rechteck-Filter viel stärker. Man kann in der praktischen Implementierung (FIR-Struktur) die Impulsantwort nach einer gewissen Anzahl von Samples abschneiden (windowing). Dies führt jedoch zu einer leichten Veränderung des Spektrums.

$$H_{RC}(f) = \sqrt{H_{RC}(f)}\sqrt{H_{RC}(f)} = H_{RRC,TX}H_{RRC,RX} \quad (19)$$

Man nennt diese Filter mit der Übertragungsfunktion H_{RRC} dann Root-Raised-Cosine (RRC) Filter. Zu beachten ist, dass ein RRC-Filter alleine keine ISI-Freiheit garantiert, erst in Kombination mit dem zweiten Filter wird die Übertragung ISI-frei.

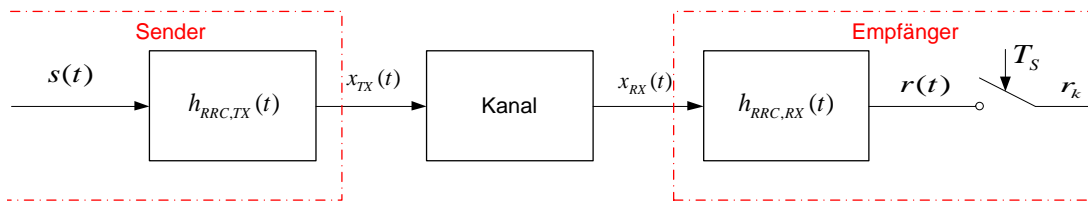


Abbildung 16: Aufteilung des RC-Filters auf Sender und Empfänger

In der Praxis wird diese Aufteilung immer vorgenommen. Somit lässt sich beim Sender einerseits die Sendebandbreite reduzieren, um unerwünschte Emissionen in andere Frequenzbänder zu vermeiden. Andererseits dient beim Empfänger das RRC-Filter als sogenanntes signalangepasstes (engl. *matched*) Filter. Dieses sorgt dafür, dass im Zuge des Demodulationsprozesses das Signal-Rauschleistungs-Verhältnis (SNR) maximiert wird.

2.3 Mischerstufen

Nach der Impulsformung liegt das Sendesignal in der sogenannten komplexen Basisband-Darstellung $x_{BB}(t)$ vor. Wichtig ist, dass ein komplexes Basisband-Signal im Allgemeinen ein unsymmetrisches Betragsspektrum hat, während bei reellen Basisband-Signalen das Betragsspektrum immer symmetrisch ist.

2.3.1 Bandbreite

Der Begriff „Bandbreite“ bezeichnet einen gewissen Anteil am Frequenzspektrum, wobei man beachten muss, welcher Kontext gemeint ist. So gibt es folgende wichtige Definitionen:

- 3dB-Bandbreite**
 Bandbreite zwischen zwei Frequenzen f_1 und f_2 , bei denen die Leistung des Signals im Vergleich zu einem Referenzpegel (meist Signalmaximum) um 3dB reduziert ist.
Beispiel: RC-Filter haben unabhängig vom Roll-off α immer die gleiche 3dB-Bandbreite, nämlich die Nyquist-Bandbreite B_N .
- Absolute Bandbreite**
 Bezeichnet den Frequenzbereich, außerhalb dessen der Leistungspegel auf null fällt.
Beispiel: RC-Filter haben eine absolute Bandbreite, die durch den Roll-off-Faktor α bestimmt ist: $B = B_N(1 + \alpha)$.

- **Äquivalente Rauschbandbreite**

Filtert man weißes Rauschen (Rauschen mit konstantem Leistungsdichtespektrum) mit einem Filter $H(f)$, so erhält man nur den Teil der Rauschleistung am Ausgang, der vom Filter nicht unterdrückt wurde. Die äquivalente Rauschbandbreite ist nun genau jene Bandbreite, die ein *idealer Tiefpass* hätte, um genau die gleiche Rauschleistung wie $H(f)$ durchzulassen.

Beispiel: Bei einem RC-Filter ist die äquivalente Rauschbandbreite gleich der 3dB-Bandbreite. Dies lässt sich aufgrund der Schiefsymmetrie um die Nyquist-Frequenz erklären: Der Flächenanteil (= Leistungsanteil), der über der Nyquist-Frequenz liegt, entspricht dem Teil der Fläche, der vor derselben fehlt (siehe Abbildung 13).

2.3.1.1 Bandbreite von Basisband-Signalen

Die Tatsache, dass ein Basisband-Signal sowohl positive als auch negative Frequenzen enthält, kann zur Verwirrung bezüglich der Definition der Bandbreite führen. In diesem Skriptum bezeichnen wir daher die Basisbandbreite B von der Frequenz Null beginnend.

2.3.1.2 Bandbreite von Bandpass-Signalen (HF Signalen)

Mit Hilfe eines Mischers wird das Basisbandsignal entlang der Frequenzachse nach oben verschoben. Man erhält dadurch im HF-Band die doppelte Bandbreite im Vergleich zur Bandbreite im Basisband, d.h. $B_{HF} = 2B$

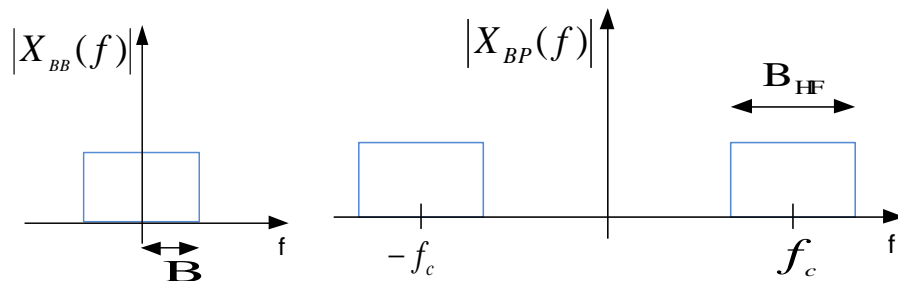


Abbildung 17: Vergleich zwischen der Bandbreite des Basisband-Signals (links) und der des Bandpass-Signals (rechts)

2.3.2 Aufwärtsmischer

Um Daten effizient zu übertragen, wird das Basisband-Signal einem Träger aufgeprägt (moduliert), wobei eine Umsetzung vom Basisband-Signal in ein Bandpass-Signal $x_{BP}(t)$ erfolgt, welches um eine Mittenfrequenz (engl. *center frequency*) $f_c > 2B$ liegt.

Diese Art der Frequenzumsetzung wird als Mischprozess bezeichnet. Das ist nichts anderes als die Multiplikation des Basisband-Signals mit einem Sinusträger. Um das komplexe Basisband-Signal einem Träger aufzuprägen, wird es mit einer komplexen Sinusschwingung $c(t) = e^{j2\pi f_c t}$ (im Frequenzspektrum ein Dirac-Impuls bei f_c , siehe Abbildung 19) multipliziert:

$$\tilde{x}_{BP}(t) = x_{BB}(t) \cdot e^{j2\pi f_c t}. \quad (20)$$

Wichtig: Eine Multiplikation im Zeitbereich entspricht einer Faltung im Frequenzbereich. Dementsprechend gestaltet sich das Spektrum des modulierten Signals, d.h. das Basisband-Signal wird an jene Stelle entlang der Frequenzachse verschoben, wo der komplexe Sinusträger den Dirac-Impuls im Frequenzspektrum aufweist.

Das Resultat dieses Mischprozesses ist wiederum ein komplexes Signal. Es hat im Allgemeinen ein unsymmetrisches (und einseitiges) Betragsspektrum. Zu beachten ist allerdings, dass nur reelle Bandpass-Signale $x_{BP}(t)$ übertragen werden können:

$$x_{BP}(t) = \text{Re}\{x_{BB}(t) \cdot e^{j2\pi f_c t}\}. \quad (21)$$

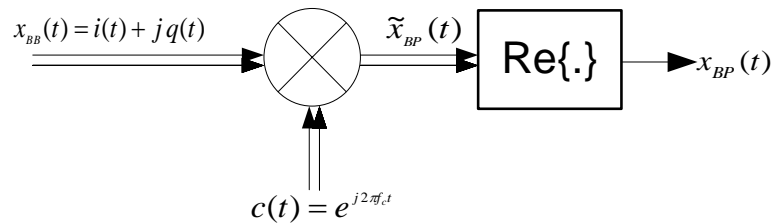


Abbildung 18: Komplexer I/Q-Modulator

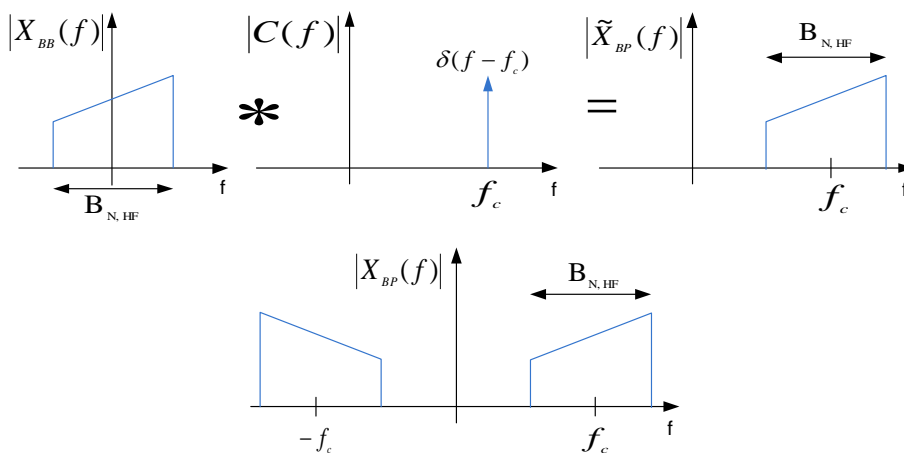


Abbildung 19: Darstellung des Mischprozesses für ein komplexes Basisband-Signal

Der Mischprozess lässt sich durch Vereinfachung von (21) auch so darstellen:

$$x_{BP}(t) = i(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) - q(t) \cdot \sin(2\pi f_c t). \quad (22)$$

Die Schaltung in Abbildung 20 ist gleichwertig zu jener aus Abbildung 18, benötigt jedoch einen geringeren schaltungstechnischen Aufwand.

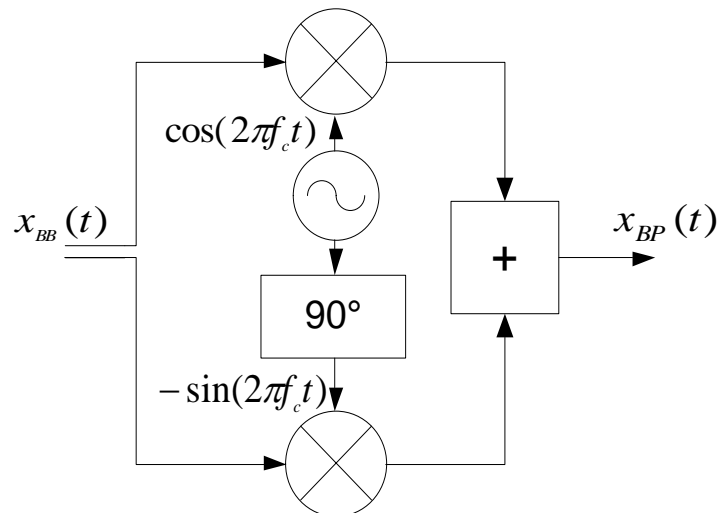


Abbildung 20: I/Q-Modulator

2.3.3 Abwärtsmischer

Empfangsseitig wird der senderseitige Mischprozess wieder rückgängig gemacht, dabei wird aus dem Bandpass-Signal wieder das zugrundeliegende Basisband-Signal zurückgewonnen. Dies geschieht wie in Abbildung 21 gezeigt¹⁰.

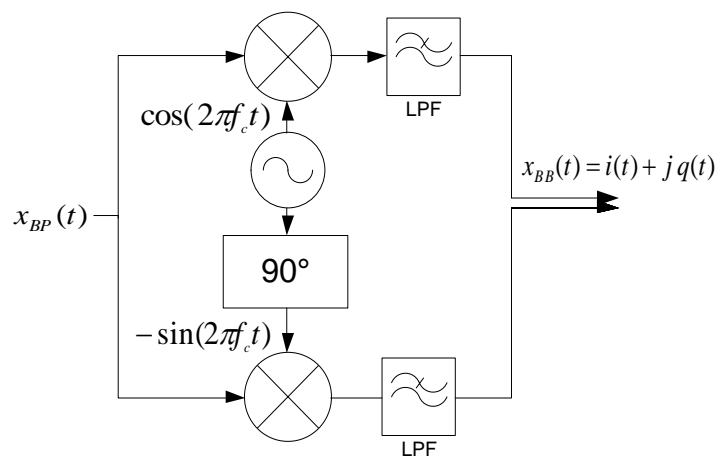


Abbildung 21: I/Q Demodulator

Wichtig:

- Multiplikation im Zeitbereich = Faltung im Frequenzbereich.
- Ein komplexes Basisband-Signal hat im Allgemeinen ein unsymmetrisches Betragsspektrum.
- Ein reelles Basisband-Signal hat ein symmetrisches Betragsspektrum.

¹⁰ Hinter dieser Schaltung verbirgt sich mathematisch ein zweistufiger Prozess. Zuerst wird eine Hilbert-Transformation durchgeführt, um das Signal einseitig-komplex abzubilden. Anschließend wird dieses sog. analytische Signal komplex ins Basisband heruntergemischt.

2.4 AD/DA-Wandlung

Bei der A/D- bzw. D/A-Wandlung ist zu beachten, dass jedes streng bandbegrenzte Signal theoretisch fehlerfrei digitalisiert (A/D) und auch wieder fehlerfrei rekonstruiert (D/A) werden kann, solange das Abtasttheorem nicht verletzt wird.

Die A/D-Umsetzung entspricht einem zweistufigen Prozess: Zunächst wird das Signal in äquidistanten Abständen abgetastet. Dies wird mathematisch als Multiplikation mit einem Dirac-Impulszug im Zeitbereich beschrieben:

$$\tilde{r}(t) = \sum_k r(t) \delta(t - kT_s) \Leftrightarrow R(f) * \sum_k \delta(f - kf_s). \quad (23)$$

Das abgetastete Signal wird in der Folge quantisiert und besteht somit nur noch aus einer digitalen Zahlenfolge (diskrete Abtastwerte, Samples):

$$r_k = \tilde{r}(kT_s). \quad (24)$$

Die Multiplikation des Eingangssignals $r(t)$ mit dem Dirac-Impulszug im Zeitbereich entspricht einer Faltung des Eingangsspektrums $R(f)$ mit einem Dirac-Impulszug im Frequenzbereich. Dadurch entsteht das typische Spektrum eines digitalen Signals: Es liegt im Bereich zwischen $\pm f_s/2$ und ist periodisch fortgesetzt.

Daraus ergibt sich auch die Aliasing-Problematik, falls Frequenzen im Eingangssignal vorhanden sind, die jenseits von $\pm f_s/2$ liegen. Dabei sind diese Störungen nach der Abtastung im digitalen Nutzspektrum (zwischen $\pm f_s/2$) zu sehen, ohne dass sie vom Nutzsignal unterschieden werden können (siehe Abbildung 22)

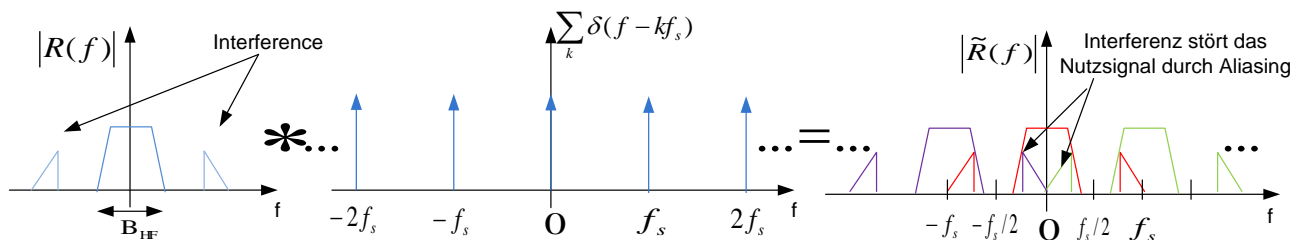


Abbildung 22: Vorgang bei der A/D-Wandlung

Aufgrund der Aliasing-Problematik muss vor jeder A/D-Umsetzung ein Anti-Aliasing Filter (Tiefpass-Filter) eingesetzt werden, das Frequenzen $|f| > f_s/2$ unterdrückt.

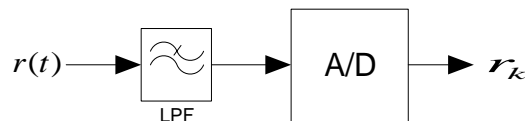


Abbildung 23: Anti-Aliasing Filter vor der A/D-Wandlung

Das diskrete Signal $\mathbf{s} = (s_0, s_1, \dots, s_k, \dots)$ kann als Folge von gewichteten Dirac-Pulsen im Abstand T_s für die DA-Wandlung¹¹ betrachtet werden. Das digitale Spektrum entspricht, wie oben beschrieben, dem analogen, jedoch ist es bei den Vielfachen von f_s repliziert. Da aber nach der DA-Wandlung nur das Spektrum zwischen $\pm f_s/2$ interessiert (die spektralen Repliken – sog. Images – erzeugen unerwünschte Anteile im Spektrum), ist ein (ideales) Tiefpass-Filter nachgeschaltet. Dieses wird auch als Anti-Imaging Filter oder Rekonstruktionsfilter bezeichnet.

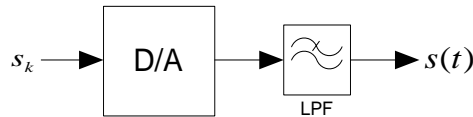


Abbildung 24: Rekonstruktionsfilter nach der D/A-Wandlung

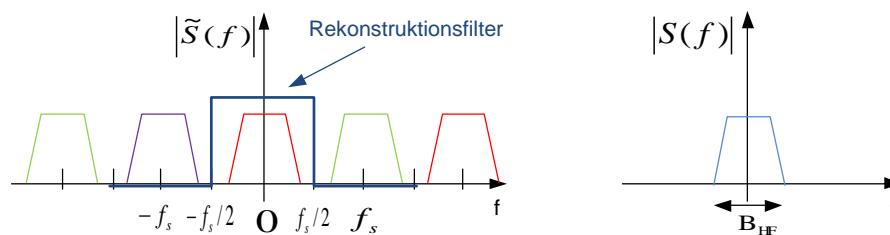


Abbildung 25: Das Rekonstruktionsfilter (idealer Tiefpass) kann das Originalsignal wieder herstellen

2.5 HF-Front-End und Analoge Filter

In dieser Stufe erfolgt senderseitig die Umsetzung von der Zwischenfrequenz auf die Hochfrequenz, u.zw. durch Einsatz von Mischern. Zu beachten ist, dass beim Mischen mit einem reellen Signal die Summe und die Differenz der beteiligten Frequenzen entstehen ($f_{LO} + f_{IF}$, $f_{LO} - f_{IF}$). Deshalb muss das gewünschte Band mit einem nachgeschalteten Bandpass-Filter extrahiert werden.

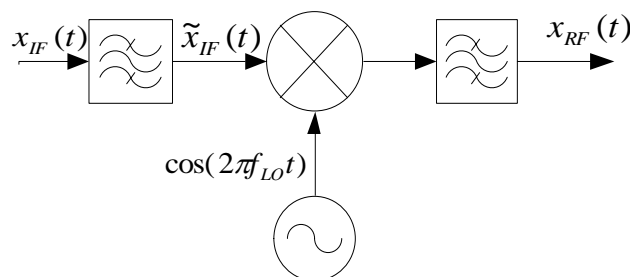


Abbildung 26: Mischen von der Zwischenfrequenz auf die Hochfrequenz

¹¹ In der Praxis lässt sich die Umwandlung in einen Dirac-Impulszug nicht so leicht realisieren. Deshalb ist der D/A Wandler meist als Sample & Hold Stufe (Interpolation nullter Ordnung) implementiert. Dies führt dazu, dass das Nutzsignal im Frequenzbereich mit einem sinc-förmigen Verlauf verzerrt wird. Um dies auszugleichen, kann ein Kompensationsfilter eingesetzt werden, welches eine inverse sinc-Funktion darstellt. Die LV „Software-Defined Radio“ geht auf diesen Aspekt genauer ein.

Anschließend erfolgt die Anpassung des Signals an das Übertragungsmedium. Dies kann z.B. die Umwandlung einer leitungsgebundenen elektromagnetischen Welle in eine Freiraumwelle mittels einer Antenne sein. Ein weiteres Beispiel wäre die Anpassung auf ein optisches Medium (z.B. Lichtwellenleiter) mit Hilfe einer Laserdiode.

Empfangsseitig erfolgt die Umkehrung der senderseitig durchgeführten Operationen. Somit erfolgt die Umwandlung vom Übertragungsmedium auf ein elektrisches Signal sowie die Umsetzung von der Hochfrequenz auf die Zwischenfrequenz.

3 AWGN-Kanäle

Bei der Übertragung von Information auf realen Nachrichtenkanälen treten Störungen auf. Im einfachsten Fall wird nur weißes Rauschen, dessen Amplitude einer Normalverteilung gehorcht, hinzuaddiert (engl. *additive white Gaussian Noise*, AWGN). Der Parameter, der die Güte des Kanals beschreibt, ist das Signal-Rauschleistungs-Verhältnis (engl. *signal-to-noise ratio*, SNR), wobei sich die Rauschleistung N im Empfänger folgenderweise zusammensetzt:

$$N = N_0 \cdot B. \quad (25)$$

Dabei bezeichnet N_0 die spektrale Rauschleistungsdichte und B die äquivalente Rauschbandbreite des Empfängers.

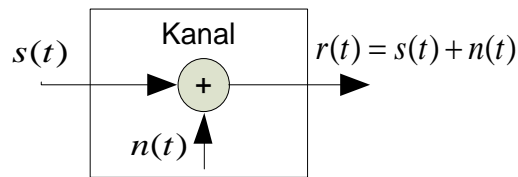


Abbildung 27: Kanalmodell

Die mittlere Signalleistung ergibt sich bei digitalen Modulationsverfahren aus der durchschnittlichen Energie E_s eines Symbols, multipliziert mit der **Symbolrate** $r_s = 1/T_s$:

$$S = E_s \cdot r_s \quad (26)$$

Der typische Kennwert bei der Demodulation auf der Empfängerseite ist das Verhältnis der durchschnittlichen Energie eines Symbols im Vergleich zur spektralen Rauschleistungsdichte:

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{S}{N} \cdot \frac{B}{r_s} \quad (27)$$

Da bei der Verwendung eines Nyquist-Filters die äquivalente Rauschbandbreite exakt der Nyquist-Bandbreite entspricht (diese wiederum ist ident mit der Symbolrate r_s), darf man für diese Art der Übertragung festhalten:

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{S}{N}. \quad (28)$$

Als Funktion von E_s/N_0 werden in der Literatur auch die **Symbol-** bzw. **Bitfehlerkurven** angegeben.

Der Signal-Rauschabstand kann mit Hilfe eines Spektrum-Analyzers näherungsweise bestimmt werden. Dabei wird das Verhältnis von Träger- zu Rauschleistung gemessen, wie es Abbildung 28 zeigt. Das Resultat ist nicht S/N , sondern $(S + N)/N$, da der Signalanteil natürlich auch mit Rauschen behaftet ist. Um nun den SNR-Wert aus den gemessenen Werten zu ermitteln, kann man folgende Beziehung verwenden (Herleitung zur Prüfungsvorbereitung):

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \left(10^{\frac{(S+N)}{N}_{\text{dB}}}{10} - 1 \right). \quad (29)$$

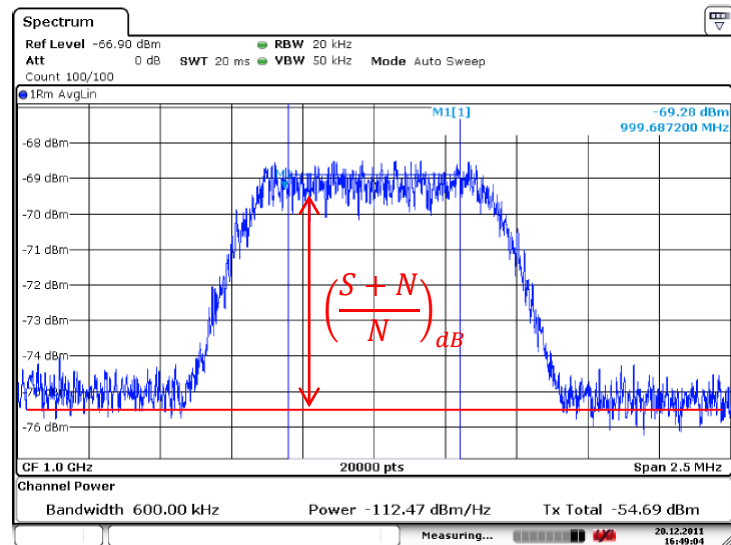


Abbildung 28: Messung des Signal-Rauschabstandes

Werden große $(S + N)/N$ Werte abgelesen, so gilt näherungsweise¹²:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} \approx \left(\frac{S + N}{N}\right)_{dB}.$$

Für $(S + N)/N > 20 \text{ dB}$ beträgt der Fehler weniger als 0.05 dB .

¹² Zur Prüfungsvorbereitung wird empfohlen, den Anhang zum Thema „Rechnen mit Logarithmen“ durchzulesen

4 Kanalcodierung

Bei der Kanalcodierung wird durch **gezieltes Hinzufügen** von Redundanz zu den Informationsbits ein prüfbarer bzw. korrigierbarer Code erzeugt. Letzteres ist genau dann der Fall, wenn fehlerhafte Codeworte auf der Empfangsseite nicht nur als solche erkannt, sondern auch korrigiert werden können, ohne dass dazu eine Rückfrage an den Sender erforderlich ist¹³. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Vorwärtsfehlerkorrektur (engl. *forward error correction*, FEC).

Ein wichtiger Kennwert jedes Kanalcodes ist das Verhältnis zwischen Nutzdaten und Gesamtdaten, welches als Coderate bezeichnet wird:

$$R_c = \frac{\text{Nutzdaten}}{\text{Gesamtdaten}} \leq 1 \quad (30)$$

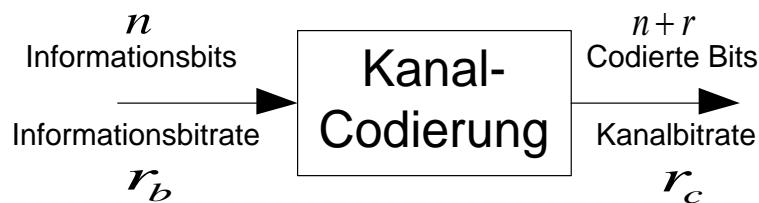


Abbildung 29: Kanal-Encoder fügt gezielt Redundanz hinzu

Zu beachten ist, dass man die Informationsbitrate r_b (engl. *net bit rate*) von der Kanalbitrate r_c (engl. *gross bit rate*) unterscheidet. Der Zusammenhang ergibt sich wiederum über die Coderate:

$$r_c = \frac{r_b}{R_c} = r_s \cdot \text{ld}(M) \quad (31)$$

Als Kennwert für die Güte der Kanalcodierung wird üblicherweise der SNR-Wert pro Informationsbit angegeben. Um nun einen quantitativen Leistungsvergleich der verschiedenen Kanalcodierungsverfahren, u.zw. unabhängig von der jeweiligen Coderate durchführen zu können, wird typischerweise die **Energie pro Informationsbit** herangezogen:

$$E_b = \frac{S}{r_b} \quad (32)$$

Somit ergibt sich für das SNR pro Informationsbit:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \frac{B}{r_b} \quad (33)$$

Dies kann wiederum mit E_s/N_0 in Verbindung gebracht werden:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_s}{N_0} \frac{1}{\text{ld}(M) R_c} \quad (34)$$

Die charakteristischen **Bitfehlerkurven** (mit und ohne Codierung) aus der Literatur werden typischerweise als Funktion von E_b/N_0 angegeben.

¹³ Näheres zum Thema Kanalcodierung ist in der VO „Informationstheorie und Codierung“ zu erfahren.

4.1 Klassifizierung

In der Praxis gibt es eine Vielzahl an verschiedenen Verfahren, die für die Kanalcodierung eingesetzt werden können. Abbildung 30 zeigt die klassische Einteilung dieser Verfahren [10].

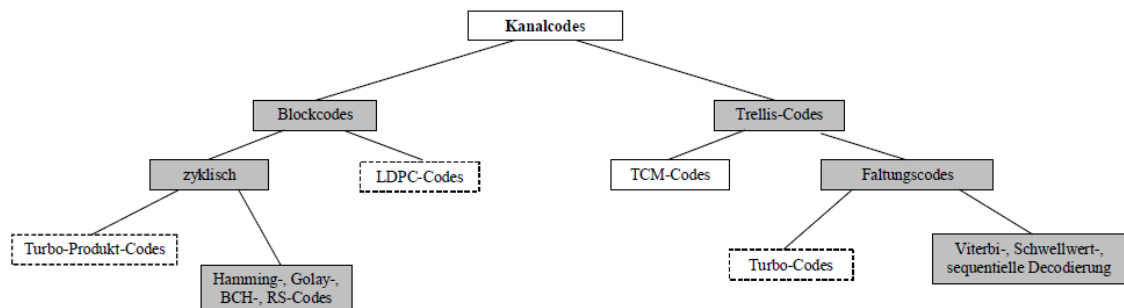


Abbildung 30: Klassifizierung von Kanalcodes

In der Übung kommt ein sogenannter Faltungscode zum Einsatz, der empfängerseitig z.B. mit Hilfe des Viterbi-Algorithmus decodiert werden kann.

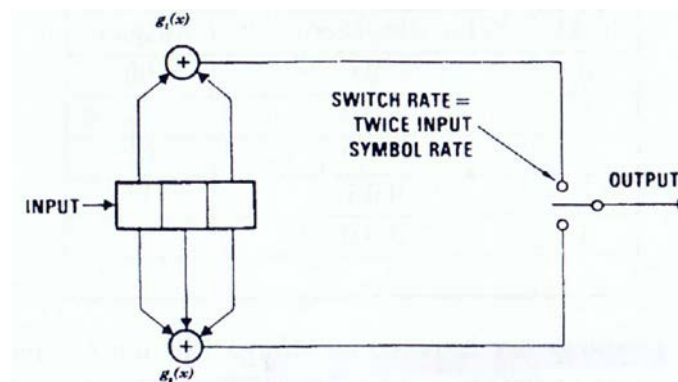


Abbildung 31: Encoder für einen Faltungscode mit Coderate $R_c=1/2$ und der Schieberegisterlänge $K=3$

4.2 Codiergewinn

Der Vorteil ist, dass durch die Kanalcodierung die Bitfehlerrate im Vergleich zur uncodierten Übertragung bei gleichen Kanalverhältnissen (SNR) erheblich verbessert werden kann. Der Preis ist, dass bei gleichbleibender Informationsrate eine größere Bandbreite (größere Symbolrate) benötigt wird bzw. bei konstant gehaltener Bandbreite (Symbolrate) die Informationsrate sinkt.

Um die Qualität des Codes zu messen, wird die Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei ungeschützter Übertragung (keine zusätzliche Redundanz durch Kanalcodierung) mit der Bitfehlerwahrscheinlichkeit des korrigierbaren Codes verglichen.



Abbildung 32: Vergleich zwischen codierter und uncodierter Übertragung

Der Codiergewinn G bei einer vorgegebenen Bitfehlerwahrscheinlichkeit ist also die Differenz der E_b/N_0 Werte bei uncodierter bzw. codierter Übertragung. Ein typischer Verlauf ist in Abbildung 33 dargestellt.

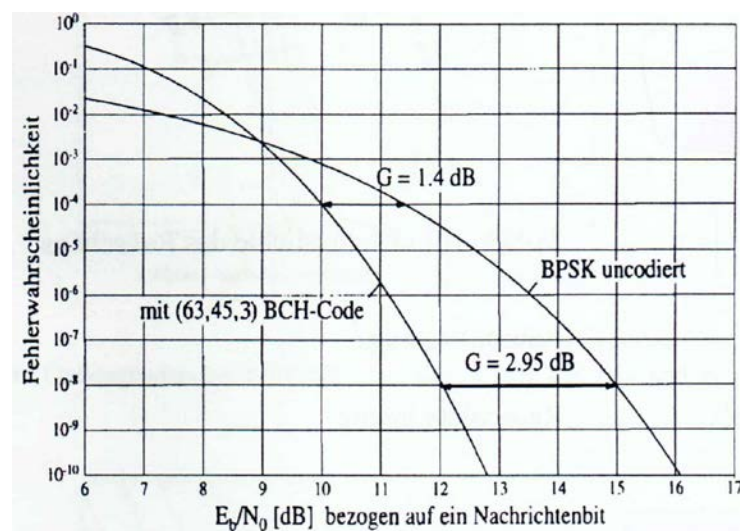


Abbildung 33: Codiergewinn eines BPSK-modulierten Signals mit BCH-Code gegenüber uncodierter Übertragung

5 Durchzuführende Übungen

Die im Folgenden vorgestellten Aufgaben sind von den Studierenden selbstständig, jedoch unter Anleitung von Tutorinnen und Tutoren, im Labor durchzuführen. Gemäß den Durchführungsrichtlinien [2] ist ein vollständiger und ordentlicher Laborbericht zu verfassen und abzugeben. Der Inhalt der Aufgabestellungen ist nicht Teil des Eingangstests, ein Überblick wird jedenfalls empfohlen.

Zusätzliche Informationen, die den Umgang mit MatLab/Simulink erleichtern sollen und unterstützend für die Absolvierung der Übung notwendig sind, finden sich im Anhand.

5.1 Aufgabe 1: Bestimmen von BER-Kurven und Codiergewinn mit MatLab bzw. MatLab/Simulink

Ziel dieser Aufgabe ist es, mit Hilfe eines MatLab/Simulink-Modells und dem BERTool die Bitfehlerkurven für verschiedene ModCods¹⁴ zu bestimmen.

In MatLab/Simulink wird dazu ein Übertragungssystem mit Quelle, Codierung, Modulation und Kanal erstellt (siehe Abbildung 34 und Abbildung 35). Durch Simulation soll die Bit-Error-Rate (BER) als Funktion des SNR bestimmt werden (BERTool).

BER Kurven sollen für eine M-PSK-Modulation mit und ohne Codierung bestimmt werden. Zusätzlich wird für weitere Fälle die theoretische Bitfehlerkurve mit dem BERTool bestimmt. Die jeweiligen ModCods werden von Tutorinnen und Tutoren vorgegeben. Als letzter Schritt soll der Codiergewinn bei einer vorgegebenen BER anhand der theoretischen Kurven bestimmt werden.

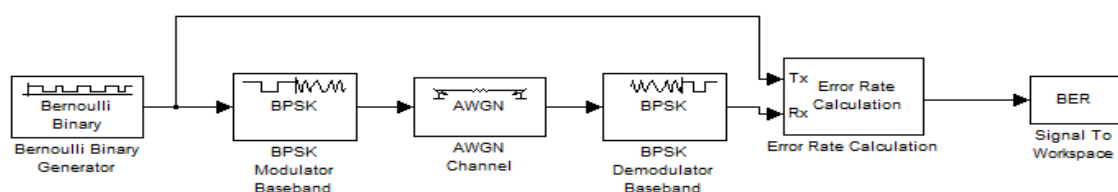


Abbildung 34: Übertragungssystem ohne Codierung

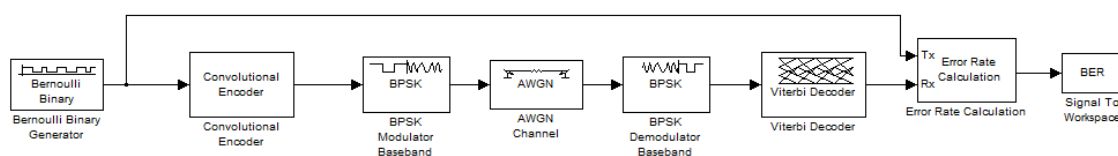


Abbildung 35: Übertragungssystem mit Codierung

Interpretieren Sie die erhaltenen BER-Kurven. Wie oft tritt ein Fehler auf? Die Ergebnisse sind zu diskutieren.

¹⁴ Ein ModCod bezeichnet eine Kombination aus Modulationsverfahren und Codiervorgang, wie beispielsweise QPSK und Faltungscodierung mit Coderate $R_c = 1/2$.

5.2 Aufgabe 2: Aufnahme von BER-Kurven und Codiergewinn mit einem digitalen Satelliten-Modem

Ziel dieser Aufgabe ist es, mit einem praktischen Versuchsaufbau die zuvor am Modell gewonnenen Erkenntnisse praktisch zu verifizieren. Mit dem Übungsaufbau nach Abbildung 36 soll ein Übertragungssystem mit einem Satellitenmodem simuliert werden.

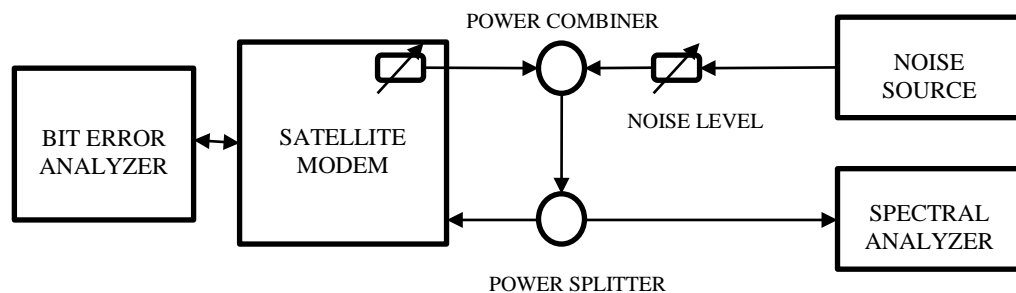


Abbildung 36: Übungsaufbau zu Aufgabe 2

Es werden Daten vom Bit Error Analyzer erzeugt. Diese werden mittels digitaler Schnittstelle an das Satelliten-Modem übertragen. Das Satellitenmodem codiert und moduliert diese Daten (2048 kbit/s) und gibt sie als Signal im Zwischenfrequenzband (ZF = 70 MHz) aus. Dieses Signal wird am Kanal mit Hilfe eines Rauschgenerators (engl. *noise source*) gestört und am Spektrum-Analysator untersucht. Gleichzeitig werden die gesendeten Daten wieder vom Empfangszweig des Modems aufgenommen und demoduliert sowie decodiert und das Ergebnis über die digitale Schnittstelle zurück an den Bit Error Analyzer übermittelt.

Folgende Schritte sind nun mit Hilfe des Versuchsaufbaus durchzuführen:

- Bestimmen Sie die Bitfehlerkurven für QPSK- und 8-PSK- Modulation ohne Codierung.
- Ermitteln Sie die 3dB-HF-Bandbreite und die Bandbreite des Signals.
- Der Codiergewinn bei einer von der Tutorin / vom Tutor vorgegebenen Bitfehlerwahrscheinlichkeit ist zu ermitteln und zu diskutieren.
- Diskussion der Bandbreiteneffizienz verschiedener Modulationsarten. Warum stimmen praktische und theoretische Kurven nicht ganz überein (nach Ausschluss von Messfehlern)?
- Bestimmen Sie nun auch den Codiergewinn für eines der zuvor untersuchten Modulationsverfahren, wenn ein Kanalcode verwendet wird. Was geschieht mit der Bandbreite? Was geschieht mit der Datenrate?

Wichtig: Um das SNR für die Aufnahme der Bitfehlerkurven zu verändern, wird nicht die Rauschleistung des Rauschgenerators verändert, sondern der Signalpegel des Modems. Außerdem ist auf eine korrekte Messbandbreite am Spectrum Analyzer zu achten!

5.3 Aufgabe 3: Simulation verschiedener digitaler Modulationsverfahren

Ziel dieser Aufgabe ist es die zuvor verwendeten Modulationsverfahren einer detaillierteren Betrachtung zu unterziehen. Es sollen dazu mittels einer MatLab-Simulationsumgebung (digi_mod - GUI) BPSK, QPSK, 8-PSK und 16-QAM im Basisband bei unterschiedlichen Roll-Off-Faktoren und SNR-Werten untersucht werden.

Dabei werden vor allem der Bandbreitenbedarf anhand des Spektrums sowie der Einfluss durch Rauschen anhand des Spektrums, Augendiagramms und Phasensterns des jeweiligen Modulationsverfahrens genauer diskutiert. Diese MatLab-Simulation ist so normiert, dass von einer Kanalbitrate von 1 bit/s ausgegangen wird, daher ist die äquivalente Nyquist-Bandbreite im Basisband genau 0.5 Hz.

Folgende Punkte sind zu erarbeiten:

- a) Ermitteln Sie für BPSK die Auswirkung des Roll-Off-Faktors auf die Bandbreite (Tabelle für α und Bandbreite). Zu welcher Erkenntnis kommen Sie? Warum bleibt das SNR trotz größerer Filterbandbreite konstant?
- b) Womit ist die Veränderung des Augendiagramms für unterschiedliches α erklärbar?
- c) Ermitteln Sie den Bandbreitenbedarf für unterschiedliche Modulationsverfahren (BPSK, QPSK, 8-PSK, 16-QAM) für ein beliebig gewähltes α und SNR (Tabelle mit Modulationsverfahren und Bandbreite)
- d) Vergleichen Sie das Augendiagramm von BPSK und QPSK (α und SNR konstant). Was können Sie erkennen und wie begründen Sie es?
- e) Vergleichen Sie das Augendiagramm von BPSK und 8-PSK (α und SNR konstant). Was können Sie erkennen und wie begründen Sie es?
- f) Vergleichen Sie das Augendiagramm von QPSK und 16-QAM (α und SNR konstant). Was können Sie erkennen und wie begründen Sie es?
- g) Ermitteln Sie den Einfluss von ansteigendem Rauschen (Verringerung des SNR) auf unterschiedliche Modulationsverfahren. Hinweis: Ermitteln Sie für jedes Modulationsverfahren den ungefähren SNR-Wert, bei welchem eine augenscheinlich fehlerfreie Detektion (Demodulation) nicht mehr bzw. gerade noch möglich ist. Vergleichen Sie die Ergebnisse der unterschiedlichen Modulationsverfahren. Was schließen Sie daraus?

ANHANG

Rechnen mit Logarithmen

In nachrichtentechnischen Systemen erstrecken sich die Signalpegel in der Regel über mehrere Zehnerpotenzen. Die Darstellung der Signalleistungen mittels Logarithmen erlaubt daher Zahlenwerte, die wesentlich einfacher zu handhaben sind. Dabei ist zu unterscheiden, ob man mit relativen oder absoluten Werten arbeitet.

Angabe relativer Leistungswerte

Zunächst ist es wichtig zu verstehen, dass eine Angabe in dB immer eine *Verhältnisgröße* ist. Eine Aussage wie „das Signal hat 20 dB“ ist völlig wertlos, da durch diese Aussage nicht bekannt ist, gegenüber welcher Größe das Signal 20 dB hat.

Die relative Signalleistung wird folgendermaßen definiert:

$$P_{rel} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \text{ dB}. \quad (35)$$

Dabei bezeichnet P_{rel} das Verhältnis zwischen zwei Leistungswerten P_1 und P_2 und wird in der logarithmischen, jedoch dimensionslosen Einheit dB (Dezibel) angegeben.

Wird von einem Signal x mit einem gewissen Betrag $|x|$ die relative Leistung in dB berechnet, erhält man aufgrund der Tatsache, dass $P \sim |x|^2$ ist, folgende Beziehung:

$$X_{rel} = 10 \log_{10} \left(\frac{|x_1|^2}{|x_2|^2} \right) \text{ dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{|x_1|}{|x_2|} \right) \text{ dB}. \quad (36)$$

Um die Leistung mittels einer logarithmischen Größe zu messen, kann P_2 aus (35) auf einen festen Referenzwert gesetzt werden. Dies kann z.B. genau ein Milliwatt sein, wie es in der Nachrichtentechnik üblich ist, somit ergibt sich die relative Leistungsangabe als:

$$P_{1,rel} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_1 \text{ in Watt}}{1 \text{ Milliwatt}} \right) \text{ dBm}. \quad (37)$$

Gleiches gilt für die Betrachtung mit Signalen.

Angabe absoluter Leistungswerte

Wird jedoch eine absolute Leistungsangabe in logarithmischer Zahlendarstellung gegeben, so ist:

$$P_{1,abs} = 10 \log_{10}(P_1 \text{ in Watt}) \text{ dBW}, \quad (38)$$

bzw.

$$P_{1,abs} = 10 \log_{10}(P_1 \text{ in Milliwatt}) \text{ dBmW}. \quad (39)$$

Wichtige Merkregeln

Beim Addieren und Subtrahieren von logarithmischen Größen ist darauf zu achten, die richtigen Regeln anzuwenden:

$$dB \pm dB = dB$$

$$dBm - dBm = dB$$

$$dBm + dBm = dB\mu \neq dB \neq dBm$$

$$dB + dBm = dBm$$

Wissenswertes zu MatLab/Simulink

Für den reibungslosen Ablauf der Übungen ist eine grundlegende Kenntnis des Simulationstools unabdingbar. Im Folgenden werden daher die im gegebenen Rahmen notwendigen Funktionen von MatLab/Simulink kurz vorgestellt. Wichtiger Bestandteil ist die Simulink-Bibliothek „Communications System Toolbox“, die die für die Laborübung benötigten Funktionsblöcke enthält (siehe Abbildung 37) und das BER-Tool sowie die GUI zur Visualisierung.

Die Communications System Toolbox

Die „Communications System Toolbox“ ist Teil der MatLab/Simulink Bibliothek und enthält Elemente, die zur Simulation von Kommunikationssystemen generisch verwendet werden können. Für diese Umgebung werden die folgenden Funktionsblöcke verwendet:

Bernoulli Binary Generator: Erstellt zufällig generierte Bits nach einer Bernoulli-Verteilung. Wenn der Hamming-Encoder verwendet wird, muss die Frame-Länge in den Einstellungen an die Codewort-Länge angepasst werden. (Communications System Toolbox – Comm Sources – Random Data Sources).

Faltungs-Encoder bzw.-Decoder: Codiert und decodiert das Bitsignal mit einem Faltungscode (Communications System Toolbox – Error Detection and Correction – Convolutional).

BPSK Modulator/Demodulator Baseband: Moduliert und demoduliert das codierte Signal im Basisband. (Communications System Toolbox – Modulation – Digital Baseband – PM).

AWGN Channel: Addiert weißes Gauß-Rauschen zum modulierten Signal und simuliert einen AWGN-Kanal. Um die Bitfehlerkurve erstellen zu können, wird hier ein variables SNR eingestellt (Communications System Toolbox – Channels).

Error Rate Calculator: Berechnet die Bit Error Rate (BER), die Anzahl der festgestellten Fehler und die Gesamtzahl der empfangenen Bits (Communications System Toolbox – Comm Sinks).

Signal to Workspace: Dieser Block wird verwendet, um die berechneten Werte an den Workspace von MATLAB zu übermitteln, damit diese im BERTool verwendet werden können (DSP System Toolbox – Sinks).

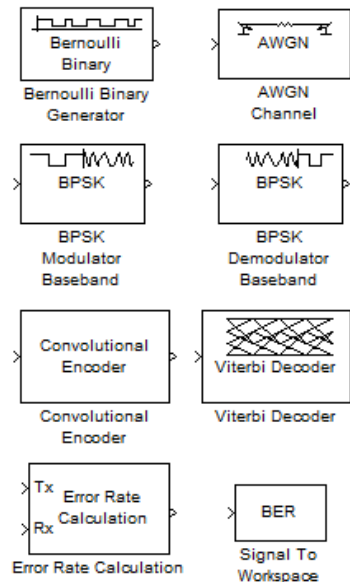


Abbildung 37: Wichtige Funktionsblöcke der Communications System Toolbox

Das BERTool

Das BERTool wird dazu verwendet, um die Bitfehlerkurven zu bestimmen und zu vergleichen. Es können theoretische Kurven und Kurven aus Simulink-Modellen berechnet werden.

Mit dem Befehl `bertool` kann das Programm im Workspace gestartet werden. Für beide Berechnungsvarianten muss der Bereich für E_b/N_0 angegeben werden.

Im Reiter „Theoretical“ (siehe Abbildung 38) können die theoretischen Kurven eingestellt werden. Die Modulations- und Codierungsart muss hier gewählt werden.

Im Reiter „Monte Carlo“ (siehe Abbildung 39) können eigene Modelle eingebunden werden. Hierzu müssen der Pfad zum Modell und der Name der Variable für die in den Workspace exportierten Bit-Error-Rate angegeben werden. Da das System in Simulink betrieben wird, müssen noch Simulationsgrenzen spezifiziert werden.

Das BERTool liefert eine den eingestellten Werten entsprechende Bitfehlerkurve.

Theoretical Semianalytic Monte Carlo

E_b/N_0 range: 0:9 dB

Channel type: AWGN

Modulation type: PSK
Modulation order: 2

Differential encoding: ☐

Demodulation type:
☒ Coherent
☐ Noncoherent

Channel coding:
☐ None
☐ Convolutional
☒ Block

Coding Type: General

Decision method:
☒ Hard
☐ Soft

N: 7
K: 3
 d_{min} : 5

Plot

Abbildung 38: BERTool Theoretical

Theoretical Semianalytic Monte Carlo

E_b/N_0 range: 0:3:12 dB

Simulation M-file or model: commgraycode.mdl Browse...

BER variable name: grayBER

Simulation limits:
 Number of errors: 100
 or
 Number of bits: 1e8

Run Stop

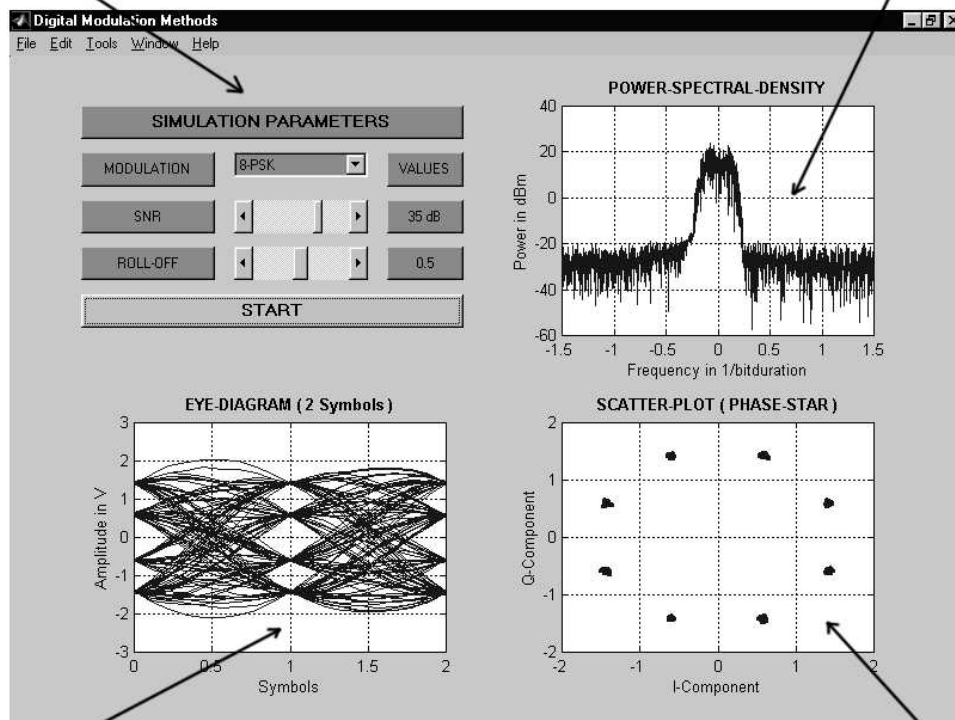
Abbildung 39: BERTool Monte Carlo

GUI zur Visualisierung der digitalen Modulation

Zum besseren Verständnis und zur visuellen Veranschaulichung der digitalen Modulation steht ein eigens für die Laborübung geschaffenes Tool zur Verfügung (siehe Abbildung 40 und Abbildung 41), welches in Abhängigkeit der eingestellten Parameter ein Augendiagramm, einen Scatter Plot und das Leistungsdichtespektrum anzeigt. Diese GUI (*Graphical User Interface*) wird durch Eingabe des Befehls „digi_mod“ im Mat-Lab Command Window gestartet.

Einstellung der
Simulationsparameter

Spektrale Leistungsdichte
des Basisbandsignals



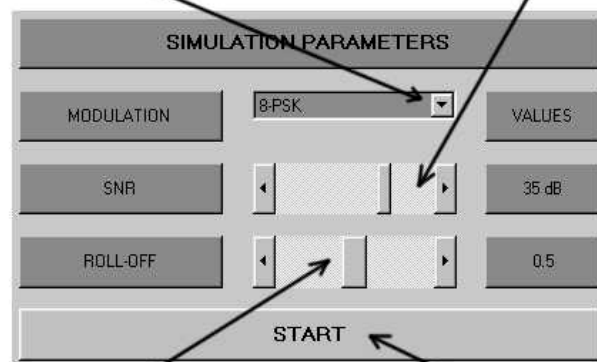
Augendiagramm

Phasenstern

Abbildung 40: Graphische Benutzeroberfläche der Simulationsumgebung

Auswahl des
Modulationsverfahrens

Einstellung des gewünschten
Signal-to-Noise-Ratio



Einstellung des Roll-Off
im Bereich 0 bis 1

Start der Simulation

Abbildung 41: Menü zur Einstellung der Simulationsparameter

REFERENZEN

- [1] S. Baumgartner, C. Waclawiczek: *Digitale Modulationsverfahren*, 4. Auflage, Institut für Kommunikationsnetze und Satellitenkommunikation, Technische Universität Graz, 2005.
- [2] M. Bergmann: *Durchführungsrichtlinien für Labors im Fachbereich Nachrichtentechnik und Wellenausbreitung*, Technische Universität Graz, 2013.
- [3] O. Koudelka, U. Birnbacher: *Nachrichtentechnik*, 2. Auflage, Skriptenreferat der Hochschülerschaft an der TU Graz, 2004.
- [4] B. Sklar: *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, 2nd Ed., Prentice Hall, 2001.
- [5] L. W. Couch: *Digital and Analog Communication Systems*, 7th Ed., Prentice Hall, 2007.
- [6] K. Feher: *Wireless Digital Communications: Modulation & Spread Spectrum Applications*, Prentice Hall, 1995.
- [7] R. Mäusl: *Digitale Modulationsverfahren*, 4. Auflage, Hüthig, 1995.
- [8] R. Lyons: *Understanding Digital Signal Processing*, 3rd Ed., Prentice Hall, 2011.
- [9] G. Maral, M. Bousquet: *Satellite Communications Systems: Systems, Techniques and Technology*, 5th Ed., Wiley, 2009.
- [10] W. Gappmair: *Informationstheorie und Codierung*, Skriptum zur Vorlesung, 1. Auflage, Institut für Kommunikationsnetze und Satellitenkommunikation, Technische Universität Graz, 2012.
- [11] G. C. Clark, J. B. Cain: *Error-Correction Coding for Digital Communications*, Plenum Press, 1988.
- [12] H. Rohling: *Einführung in die Informations- und Codierungstheorie*, 1. Auflage, Teubner, 1995.

ABKÜRZUNGEN

AWGN	additive white Gaussian noise
BEP	bit error probability
BER	bit error rate
FEC	forward error correction
IF	intermediate frequency
ISI	intersymbol interference
PSK	phase-shift keying
QAM	quadrature amplitude modulation
RC	raised-cosine
RRC	root-raised-cosine
RX	receiver
SER	symbol error rate
SNR	signal-to-noise ratio
TX	transmitter

SYMBOLE

a	Symbolamplitude
B	Bandbreite
B_N	Nyquist-Bandbreite des Basisband-Signals
$B_{N,HF}$	Nyquist-Bandbreite des Bandpass-Signals
C	Kanalkapazität
E_b	Energie pro Informationsbit
E_s	Energie pro Symbol
f_c	Trägerfrequenz
f_{Lo}	Frequenz des Lokaloszillators
f_N	Nyquist-Frequenz
N	Rauschleistung
N_0	spektrale Rauschleistungsdichte
n	Rauschsignal
r	empfangenes Signal
r_b	Informationsbitrate
r_c	Kanalbitrate
r_s	Symbolrate
R_c	Coderate
s	Sendesignal
s_k	Symbolfolge
S	Signalleistung
T_s	Symboldauer
x_{BB}	Basisband-Signal
x_{BP}	Bandpass-Signal
α	Roll-Off Faktor
λ	logarithmisches Wahrscheinlichkeitsverhältnis