Institut für Kommunikationsnetze und
Satellitenkommunikation

Nachrichtentechnik, Labor

Übung D: Störverhalten nachrichtentechnischer Systeme

Ausarbeitung-Ausgangstest

Beispiel 1

Aufgabe: Berechnen Sie die Signalfrequenz f_s, damit bei einer Abtastfrequenz von $f_c = 44100$Hz eine Aliasingfrequenz von $f_a = 440$Hz auftritt.

Lösung:

$$\begin{aligned} f_a &= |f_c - f_s| \\ f_s &= |f_c - f_a| \\ &= 44100Hz - 440Hz = 43660Hz \end{aligned} \tag{1}$$

Beispiel 2

Aufgabe: Gesucht ist die minimale Fensterbreite für eine FFT, damit bei einer Signalfreqgenz von $f_s = 1087,426$Hz und einer Abtastfrequenz von $f_c = 44100$Hz kein Leck-Effekt auftritt.

Lösung: Zu lösen mittels $f_s = \frac{f_c}{N}$ aus Skript S. 16:

$$\begin{aligned} N &= \frac{f_c}{f_s} \\ &= \frac{44100Hz}{1087,426Hz} = 40,55 \end{aligned} \tag{2}$$

Da die FFT-Algorithmen aber nur ganzzahlige Potenzen von 2 rechnen können ist die Antwort die nächste 2er Potenz, also $N = 64$.

Beispiel 3

Aufgabe: Gegeben ist die Wortbreite k in Bit und die Abtastfrequenz f_c. Zu bestimmen ist die Signalrauschabstandsdichteverteilung G_k.

Lösung: Mittels $SNR = 20 \cdot \log(2^k)$ und $G_{k[dB]} = -SNR - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2}$ lässt sich die gesuchte Größe bestimmen.

a) 16 Bit und 44100 Hz:

$$\begin{aligned} G_{k[dB]} &= -SNR - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^k) - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^16) - 10 \cdot \log \frac{44100}{2} = -139,76dB \approx -140dB \end{aligned} \tag{3}$$

b) 16 Bit und 22050 Hz:

$$\begin{aligned}G_{k[dB]} &= -SNR - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^k) - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^16) - 10 \cdot \log \frac{22050}{2} = -136,75dB \approx -137dB \end{aligned} \tag{4}$$

c) 20 Bit und 44100 Hz:

$$\begin{aligned}G_{k[dB]} &= -SNR - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^k) - 10 \cdot \log \frac{f_c}{2} \\ &= -20 \cdot \log(2^20) - 10 \cdot \log \frac{44100}{2} = -163,84dB \approx -164dB \end{aligned} \tag{5}$$

d) Gesucht: Quantisierungsrauschleistung bei 16 Bit und 44100 Hz soll P_Q nur in einem Terzband von f_m =250Hz berechnet werden: G_k wurde schon in a) berechnet. Herzu muss dann die logarithmische Breite des Bandes dazugerechnet werden:

$$\begin{aligned}P_{Q,250Hz} &= G_{k[dB]} + 10 \cdot \log(f_o - f_u) \\ &= G_{k[dB]} + 10 \cdot \log \left(f_m \cdot \sqrt[6]{2} - \frac{f_m}{\sqrt[6]{2}} \right) \\ &= -140dB + 10 \cdot \log \left(250Hz \cdot \sqrt[6]{2} - \frac{250Hz}{\sqrt[6]{2}} \right) 1 = -122,37dB \end{aligned} \tag{6}$$

Beispiel 4

Aufgabe: Wie kann man Granularrauschen verhindern. Wie wird dabei der SNR berechnet?

Lösung: Granularrauschen ist ein Effekt, der bei sehr kleinen Aussteuerungen und tiefen Frequenzen auftritt. Durch die langsame Signalveränderungen werden wenige Quantisierungsstufen durchlaufen, wobei sich gleiche Quantisierungsstufen sehr oft wiederholen. Dadurch korrelieren Quantisierungsfehler mehrerer aufeinanderfolgender Abtastzeitpunkte. Die Voraussetzungen fuür weißes Quantisierungsrauschen sind nicht erfülllt und es kommt zu einer schmalbandigen Rauschmodulation mit wesentlich höherem schmalbandigem Pegel als das weiße Rauschen. Die schmalbandigen Rauschbänder stehen in nichtharmonischen Zusammenhang mit dem Signal. Das Granularrauschen kann also nicht *verhindert* werden.
Abhilfe kann durch Dithering (“Zittern“) geschaffen werden. Dithering nennt man das Hinzufügen von breitbandigem niederpegeligem Rauschen zu einem Signal. Dadurch wir

die Voraussetzung, dass benachbarte Quantisierungsfehler nicht miteinander korrelieren wiederhergestellt und Rauschmodulation verhindert. Das weiße Grundrauschen wird dabei angehoben, dafuür fallen aber schmalbandige Störspitzen weg, was insgesamt zu einer Verbesserung des Signal-Störabstandes fuührt.
Zur Berechnung des Signal-Rauschabstandes darf die Rauschleistung des Dithersignales mit jener des Quantisierungsrauschens addiert werden, weil beide Signale nicht korreliert sind. Außerdem liegt die Leistung typischer Dithersingale liegt im Bereich des Quantisierungsrauschens $P_Q = \frac{Q^2}{12}$. Es gilt also:

$$\begin{aligned} SNR_D &= SNR - 10 \cdot \log \frac{P_D + P_Q}{P_Q} \\ &= SNR - 10 \cdot \log \frac{2P_Q}{P_Q} = SNR - 10\log(2) = SNR - 3dB \end{aligned} \tag{7}$$

Beispiel 5

Aufgabe: Wie kann man periodische Signale der Periodendauer T_0 darstellen? (Formel, Erklärung)

Lösung: Mit der Fourierreihe können periodische Signal der Periodendauer T_0 dargestellt werden. Durch die Periode T_0 wird die Grundfrequenz $f_0 = \frac{1}{T_0}$ festgelegt. Im Spektrum der Fourierreihe kommen nur diskrete Frequenzen $n \cdot f_0$ und ein Gleichanteil $(n = 0)$ vor. f_0 kann im diskreten Spektrum als Schrittweite gesehen werden. Periodische Signale haben also ein diskretes (Linien)-Spektrum.

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \, \mathrm{e}^{j2\pi n f_0 t} \tag{8}$$

Die Koeffizienten werden so berechnet:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} y(t) \, \mathrm{e}^{j2\pi n f_0 t} \, dt \tag{9}$$

Beispiel 6

Aufgabe: Wie kann man nicht-periodische Signale darstellen? (Formel, Erklärung)

Lösung: Zur spektralen Darstellung von nichtperiodischen Signalen wird das Fourierintegral verwendet. Nichtperiodische Signale haben ein kontinuierliches Spektrum. Das Fourierintegral:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \, \mathrm{e}^{-j2\pi f t} \, dt \tag{10}$$

Existiert ein Fourierintegral eines Signales, so existiert auch die Rücktransformation:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(f)\, \mathrm{e}^{-j2\pi ft}\, df \tag{11}$$

Ein wichtiger Zusammenhang, der aus der Fouriertransformation abgeleitet werden kann wurde bereits zuvor angewendet: eine Multiplikation im Frequenzbereich entspricht einer Faltung (Convolution) im Zeitbereich und umgekehrt.

Beispiel 7

Aufgabe: Was versteht man unter Jitter? (Erklärung, Skizze)

Lösung: Jitter ist ein Fehler von digitalen Signalen, wenn die Abtastzeitpunkte nicht mehr äquidistant sind. Dadurch werden die Amplituden von „falschen“ Zeitpunkten quantisiert. Als Folge davon treten Verzerrungen (=zusätzliche nichtharmonische Frequenzkomponenten) auf.

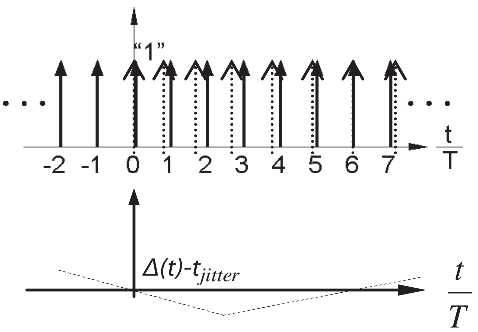

Abbildung 1: Jitter - Fehler im Taksignal

Beispiel 8

Aufgabe: Erklären Sie den Lattenzaun-Effekt!

Lösung: Der Lattenzaun- oder Leck-Effekt tritt bei der diskreten Fouriertransformation auf. Der Grund dafür ist das Zeitfenster der Länge T_0, welches die ohne Fehler darstellbaren Frequenzen $k \cdot f_o (f_0 = \frac{1}{T_0})$ festlegt. Ist die gemessene Frequenz kein ganzzahliges Vielfaches von f_0, wird im Spektrum eine zu kleine Amplitude (bzw. Leistung) angezeigt. Die dargestellte Amplitude (bzw. Leistung) wird auf die benachbarten Spektrallinien (Frequenzbins) verteilt. Die größte Abweichung ergibt sich für Frequenzen $f = \frac{2n+1}{2} \cdot f_0$ mit ca. 36% der ursprünglichen Amplitude. Der Leck-Fehler im Spannungspegel liegt somit bei -3,9 dB.
Der Lattenzauneffekt kann durch spezielle Gewichtung des Zeitfensters oder durch ein genügend großes Zeitfenster vermindert werden.