

Institut für Kommunikationsnetze und Satellitenkommunikation

Technische Universität Graz

---

# **NACHRICHTENTECHNIK LABOR**

LV-Nr.: 440.320

## **Übung:**

### **Messung des Störverhaltens in nachrichtentechnischen Systemen**

Betreuer: Ao.Univ.-Prof. Dr. Gerhard Graber  
Unterlagen: Gerhard Graber und Franz Zotter

7.1 Auflage (SS 2013)

Voraussetzungen: Vorlesung Nachrichtentechnik  
Vorlesung Signalverarbeitung und  
diese Unterlagen

Ort: Tonstudio, Inffeldgasse 12 (im Keller, nach Treppe 2 x links)

## Vorwort

Die Teilübung „Messung des Störverhaltens in nachrichtentechnischen Systemen“ des Nachrichtentechnik 1 Labors setzt die beiden Vorlesungen Signalverarbeitung und Nachrichtentechnik voraus. Die Vorlesung digitale Audiotechnik 1 wird empfohlen. Die vorliegende Laborunterlage fasst die für die Übung notwendigen Grundlagen zusammen und bildet die Basis für die am Ende der Übung stattfindende Prüfung.

„Störverhalten in nachrichtentechnischen Systemen“ ist ein sehr weitläufiges Gebiet und Rauschen wohl eines der häufigsten Störsignale. Insbesondere treten bei digitalen Systemen bei der Digitalisierung charakteristische Störsignale auf. Intention der Übung ist die Vertiefung und Festigung des Verständnisses über die Zusammenhänge der bei der AD-/DA-Umsetzung auftretenden Fehler *Quantisierungsrauschen*, *Jitter*, *Granularrauschen* und *Dithering*. Gezeigt werden die Fehler anhand von Audiosignalen, die den Vorteil haben, dass die Einflüsse hörbar gemacht werden können. Dabei soll auch herausgearbeitet werden, dass Rauschen nicht immer nur ein zu minimierendes Störsignal sein muss, sondern in speziellen Fällen auch zur Verbesserung der Signalqualität benutzt werden kann.

Da die FFT zur Berechnung der Amplitudenspektren bzw. Leistungsdichtespektren verwendet wird, sind ihre grundlegenden Eigenheiten ebenso Inhalt dieser Laborübung und werden als bekannt vorausgesetzt. Die Unterlagen enthalten die für die praktische Anwendung der FFT notwendigen Zusammenhänge.

Die Laborübung ist in zwei Teile gegliedert: Der erste Teil ist um das Simulationsprogramm „Störverhalten“ aufgebaut, der zweite Teil beinhaltet praktische Messungen an AD-/DA-Umsetzern unter Verwendung des Messplatzes AudioPrecision-Cascade.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Signaltheorie</b>	<b>4</b>
1.1	Zeitliche Diskretisierung .....	4
1.1.1	Aliasing .....	6
1.1.2	Jitter .....	6
1.1.3	Wiederherstellung eines kontinuierlichen Signals (D/A) aus einem zeitdiskreten Signal .....	7
1.2	Wertdiskretisierung – Quantisierung .....	8
1.2.1	Quantisierungsfehler, Signal-Rauschabstand .....	8
1.2.2	Spektrale Verteilung des Quantisierungsrauschens .....	9
1.2.3	Granularrauschen und Dithering .....	10
<b>2</b>	<b>Spektrale Darstellung von Signalen</b>	<b>13</b>
2.1	Fourierreihe .....	13
2.2	Fourierintegral .....	13
2.3	Diskrete- und Fast- Fourier Transformation .....	14
2.3.1	Lattenzaun- oder Leck-Effekt .....	15
2.3.2	Amplitudenverteilung – Leistungsdichteverteilung .....	17
<b>3</b>	<b>AudioPrecision Messplatz</b>	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>Aufgabenstellungen im Labor</b>	<b>20</b>
4.1	Simulation mit MATLAB .....	21
4.2	Messungen mit Audio Precision (System Two Cascade) .....	23

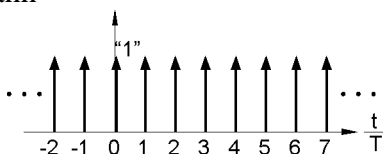
# 1 Signaltheorie

Die AD-Konversion erfolgt durch 2 Diskretisierungen eines Analogsignals:

1. Zeitdiskretisierung
2. Amplitudenquantisierung

## 1.1 Zeitliche Diskretisierung

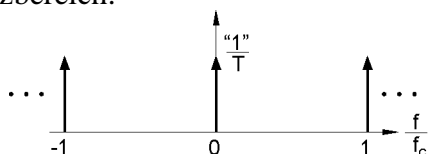
Die Abtastfunktion  $\Delta(t)$  ist eine periodisch Folge von äquidistanten Diracimpulsen, die analytisch in folgender Form geschrieben werden kann

$$\Delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad \dots \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \dots \quad (1.1)$$


Die Periodendauer  $T$  ist durch die Abtastfrequenz  $f_c = \frac{1}{T}$  festgelegt. Der Diracimpuls ist definiert als:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Jede periodische Funktion lässt sich über die Fourierreihenentwicklung darstellen und führt zu einem *diskreten Linienspektrum*, das die Grundfrequenz und die ganzzahligen Vielfachen (=Oberwellen oder Harmonischen) enthält. Als Spektrum der Abtastfunktion ergibt sich also eine Folge von Diracimpulsen im Frequenzbereich:

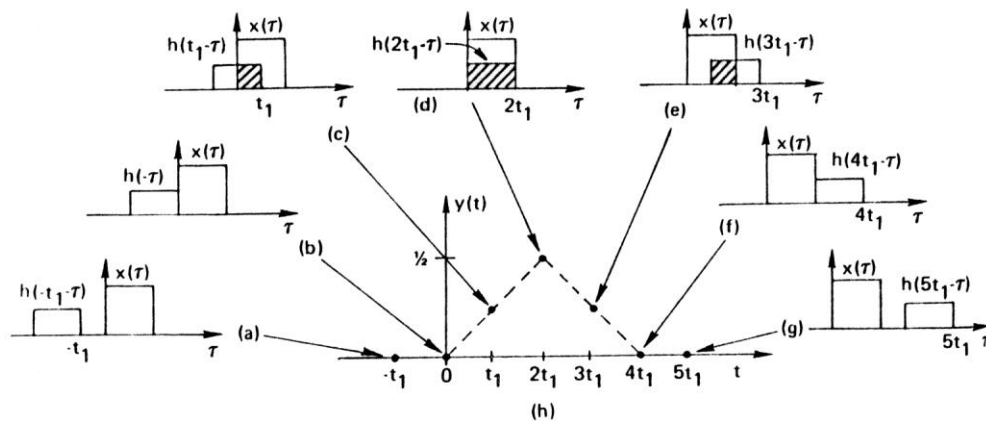
$$\Delta(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_c) \quad \dots \uparrow \uparrow \uparrow \dots \quad (1.3)$$


Durch Multiplikation der Abtastfunktion  $\Delta(t)$  mit einem analogen Signal bleiben nur die Werte an den Abtastzeitpunkten als gewichtete Diracimpulse erhalten, der Rest des Signales wird ausgeblendet.

$$x_d(nT) = x(t) \cdot \Delta(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \quad (1.3)$$

Die Multiplikation im Zeitbereich entspricht einer Faltung im Frequenzbereich (und umgekehrt!):

$$X_d(f) = X(f) * \Delta(f) \quad \Leftrightarrow \quad x_d(nT) = x(t) \cdot \Delta(t) \quad (1.4)$$



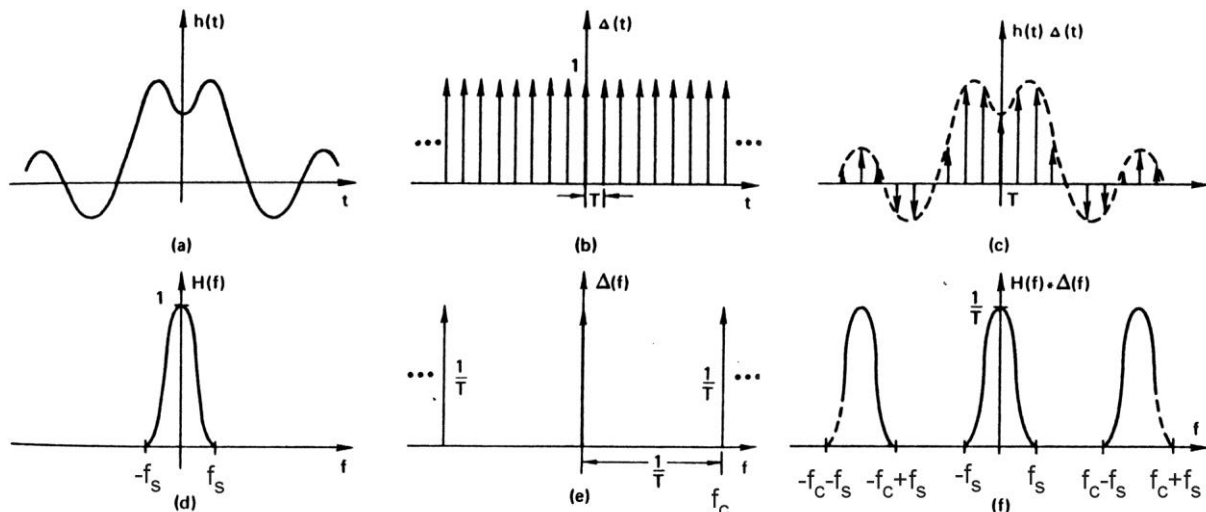
**Abbildung 1.1:** Faltung von 2 Rechtecken als grafisches Beispiel für die Faltungsoperation.

Das Spektrum des Digitalsignals ergibt sich zu:

$$X_d(f) = X(f) * \Delta(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f - \lambda) \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_c) d\lambda \quad (1.5)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X(f - \lambda) \cdot \delta(f - nf_c) d\lambda \quad (1.6)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f - nf_c) \quad (1.7)$$



**Abbildung 1.2:** (a),(b),(c): Abtastung eines analogen Signales durch Multiplikation im Zeitbereich. (d): Spektrum des analogen Signales; durch Faltung mit dem Spektrum der Abtastfunktion (e) entsteht das Digitalspektrum (f)

Das Spektrum des analogen Signales wird durch das Abtasten um alle ganzzahligen Vielfachen der Abtastfrequenz gefaltet (gespiegelt) und mit  $1/T$  gewichtet.

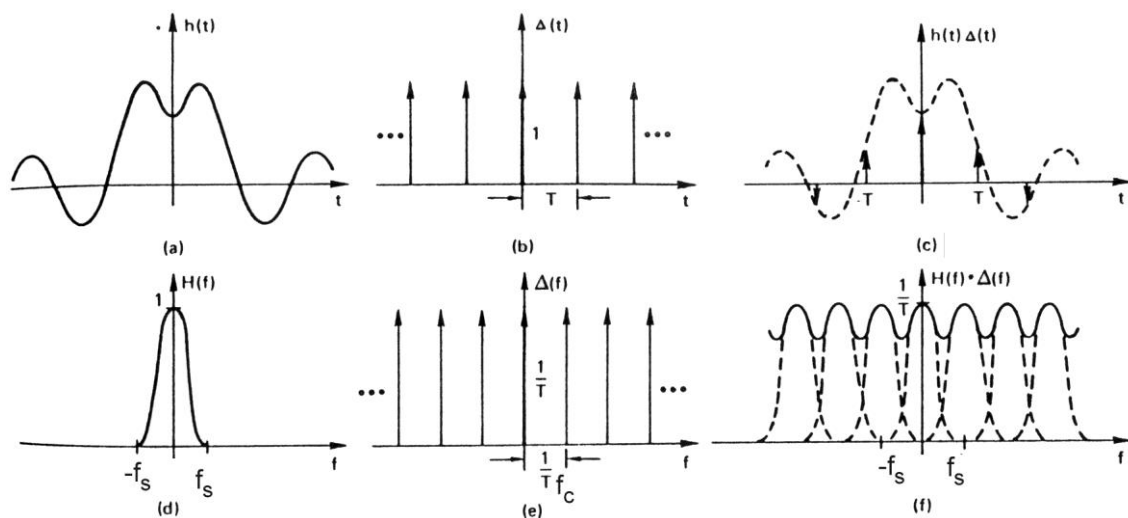
### 1.1.1 Aliasing

Ist die größte im Analogsignal enthaltene Frequenz größer als die halbe Abtastfrequenz (1.8), kommt es zu Überlappungen der Spiegelfrequenzbänder mit dem Basisfrequenzband des Signals. Dadurch ist eine eindeutige Rekonstruktion nicht mehr möglich.

Der Effekt wird Aliasing genannt, es ist ein Fehler, der bei Zeitdiskretisierung entsteht, wenn das Shannon'sche Abtasttheorem nicht eingehalten wird.

Shannon'sches Abtasttheorem: 
$$f_s < \frac{f_c}{2} \quad (1.8)$$

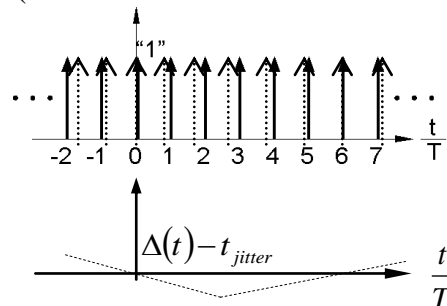
Auswirkung des Aliasings:



**Abbildung 1.3:** Durch zu kleine Abtastfrequenz entsteht Überlappung der Frequenzbänder; das Originalspektrum lässt sich deshalb nichtmehr eindeutig von den gespiegelten Frequenzen trennen.

### 1.1.2 Jitter

Jitter ist ein Fehler von digitalen Signalen, wenn die Abtastzeitpunkte nicht mehr äquidistant sind. Dadurch werden die Amplituden von „falschen“ Zeitpunkten quantisiert. Als Folge davon treten Verzerrungen (=zusätzliche nichtharmonische Frequenzkomponenten) auf.



**Abbildung 1.4:** Jitter – Fehler im Taktsignal

Häufige Ursachen für Jitter sind asynchrone Datenformate (self clocking), bei welchen das Taktsignal über eine PLL (phase locked loop) Schaltung aus dem Datenstrom regeneriert wird. Die PLL hat die Tendenz um die Sollfrequenz zu schwingen. Der so entstandene Jitter kann als periodische Schwingung angenommen werden mit einer Frequenz von einigen hundert Hz bis in den kHz Bereich.

Bei Abtasten mit sinusförmig verjittertem Takt ähnelt das Spektrum einer Frequenzmodulation.

### 1.1.3 Wiederherstellung eines kontinuierlichen Signals (D/A) aus einem zeitdiskreten Signal

Die Rekonstruktion des Analogsignales geschieht durch Abtrennen der höheren Spektralanteile, die beim Abtastvorgang zum Originalspektrum dazugekommen sind. Dieser Vorgang entspricht einer Multiplikation des Spektrums des Digitalsignals mit einem Rechteckfenster von  $-f_c/2$  bis  $+f_c/2$  mit der Höhe  $T$ . ( $T = 1/f_c$ )

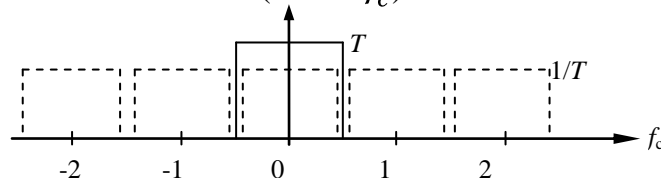


Abbildung 1.5: idealer Tiefpassfilter zur Rekonstruktion eines Analogsignales

Die inverse Fouriertransformation des idealen Tiefpasses ergibt im Zeitbereich:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) \cdot e^{j\omega t} df = \int_{-\frac{f_c}{2}}^{+\frac{f_c}{2}} T \cdot e^{j\omega t} df = \frac{T}{j2\pi t} e^{j2\pi ft} \Big|_{-\frac{f_c}{2}}^{+\frac{f_c}{2}} = \frac{T}{\pi t} \left( \frac{e^{j\pi f_c t} - e^{-j\pi f_c t}}{2j} \right) \quad (1.9)$$

$$= \frac{1}{\pi f_c t} \sin(\pi f_c t)$$

mit  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$  ergibt sich:  $h(t) = \text{sinc}(f_c t)$  (1.10)

Dem Rechteck im Frequenzbereich entspricht eine sinc-Funktion im Zeitbereich. Durch Faltung des Digitalsignals mit der sinc-Funktion im Zeitbereich, kann das Analogsignal bei Bekanntsein genügend vieler Abtastwerte vollständig wiederhergestellt werden.

Durch Aufsummieren aller gewichteten sinc-Funktionen kann somit die Momentanauslenkung zu jedem beliebigen Zeitpunkt (auch zwischen den Abtastzeitpunkten) berechnet werden.

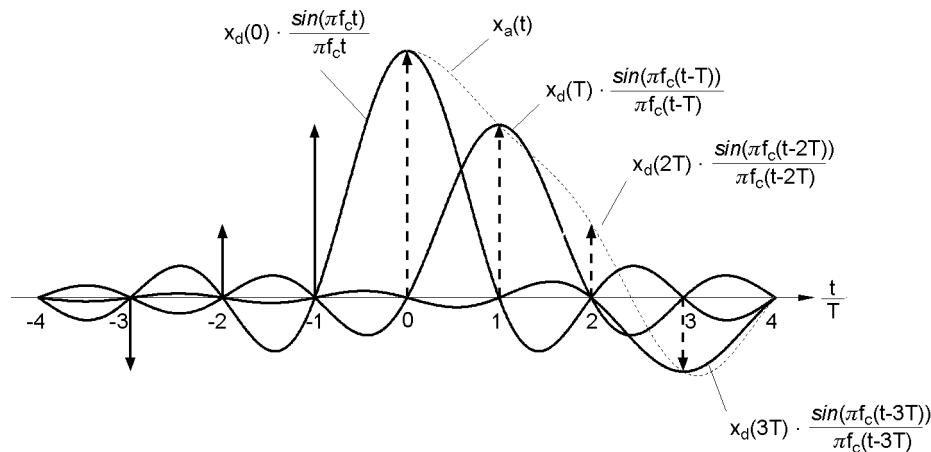


Abbildung 1.6: Rekonstruktion eines Cosinussignales mit der sinc-Funktion

## 1.2 Wertdiskretisierung – Quantisierung

Um ein zeitdiskretes und wertanaloges Signal digital bearbeiten zu können, muss es wertdiskretisiert werden. Die Umsetzerkennlinie ist nichtlinear und stufenförmig, der analoge Eingangswertebereich wird in  $2^k$  gleich große Intervalle der Stufenbreite  $Q$  unterteilt ( $k$ ...Wortbreite). Jedem Intervall wird ein Binärcode im Zweierkomplement (bei PCM-Codierung) zugeordnet.

### 1.2.1 Quantisierungsfehler, Signal-Rauschabstand

Unter den Voraussetzungen, dass

1. der Quantisierer gut angesteuert ist,
2. der Quantisierungsfehler  $e$  nicht mit dem Signal korreliert,

darf die Quantisierung in einem linearen Modell behandelt werden, in welchem der Quantisierungsfehler eine gleichverteilte Zufallsgröße ist (Abb 1.7).

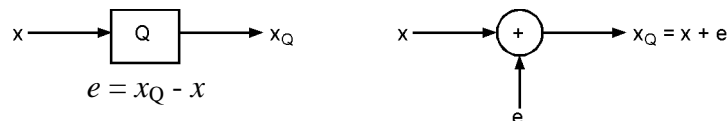


Abbildung 1.7: lineares Modell für den Quantisierungsvorgang

Wie aus der Vorlesung „Nachrichtentechnik“ (bzw. „Nachrichtentechnik Grundlagen 1“) bekannt ist, beträgt die Leistung des Quantisierungsrauschens:

$$P_Q = \frac{Q^2}{12} \quad (1.11)$$



und der Signal-Rauschabstand aufgrund der Wortbreite:

$$SNR = 20 \log(2^k) = 20 \cdot k \cdot \log(2) = 6,02k \quad (1.12)$$

Der Signal-Rauschabstand ist dadurch direkt von der Auflösung eines AD (DA) Umsetzers bzw. der Wortbreite des Systems abhängig.

Zusätzlich hängt der Signal-Rauschabstand noch von der Aussteuerung und vom Crestfaktor des Signals ab (siehe Digitale Audiotechnik 1). Dieser Anteil ist naturgemäß signalabhängig. Der vom Crestfaktor abhängige Anteil liegt im Bereich von 5 bis 15 dB, ist also bei 16 Bit Wortbreite deutlich kleiner als der wortbreitenabhängige Teil des SNR.

## 1.2.2 Spektrale Verteilung des Quantisierungsrauschens

Wenn die Voraussetzungen, dass

1. Zu quantisierendes Signal und Quantisierungsfehler korrelieren nicht (Kap1.2.1)
2. Quantisierungsfehler aufeinanderfolgender Abtastwerte korrelieren nicht

gegeben sind, dann ist das Quantisierungsrauschen bis  $f_c / 2$  näherungsweise weißes Rauschen.

Der Wert für die Rauschleistung  $P_Q$  ist das Integral der Leistungsdichteverteilung  $G_Q(f)$  über den Frequenzbereich von 0 bis  $f_c / 2$ . Für die oben genannten Voraussetzungen kann das Quantisierungsrauschen als weiß angenommen werden ( $G_Q(f) = \text{const.} = G_K$ ), und man kann direkt schreiben:

$$G_K = \frac{P_Q}{f_c / 2} \quad \text{oder in dB bezogen auf Full Scale}$$

$$G_K[\text{dB}] = P_Q[\text{dB}] - 10 \log \frac{f_c}{2} = -SNR[\text{dB}] - 10 \log \frac{f_c}{2} \quad (1.13)$$

### Beispiel 1 (Nutzfrequenzbereich):

$$P_Q[\text{dB}] = -96 \text{ dB (16Bit)}, \quad f_c / 2 = 22050 \text{ Hz},$$

Rauschleistungsdichte bei konstanter Leistungsdichteverteilung:

$$G_K[\text{dB}] = -96 \text{ dB} - 43 \text{ dB} = -139 \text{ dB}$$

### Beispiel 2 (Terzband):

Berechnung der Rauschleistung in einem Terzband mit Mittenfrequenz  $f_m = 1 \text{ kHz}$

$$f_{TB, 1 \text{ kHz}} = f_o - f_u = 231,5 \text{ Hz}$$

(Terzband ist ein Intervall der Größe einer Drittel Oktave, d. h.  $f_o / f_u = \sqrt[3]{2}$ , bzw.

von einer gegebenen Mittenfrequenz  $f_m$  eine halbe Terz nach unten ( $f_u = f_m / \sqrt[6]{2}$ )

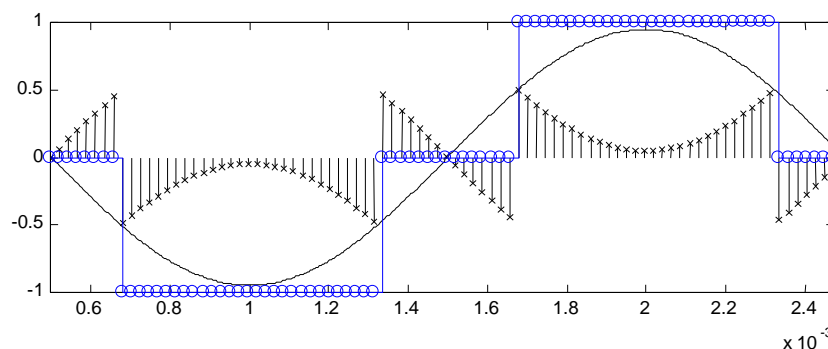
und eine halbe Terz nach oben ( $f_o = f_m \cdot \sqrt[3]{2}$ );

$$P_{Q,250\text{ Hz}} = -139\text{ dB} + 10\log(231,5) = -115,35\text{ dB}$$

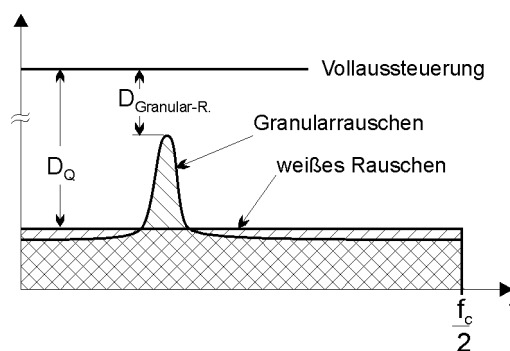
Bei schmalbandigen Messungen zB. mit Terzbandfilter ist es in einem 16Bit-System damit möglich etwa bei der Linearitätsmessung Signale bis  $-115\text{ dB}$  zu messen, wenn das Digital-signal mit Dither versehen wird und die Messung bandpassgefiltert erfolgt.

### 1.2.3 Granularrauschen und Dithering

Granularrauschen ist ein Effekt, der bei sehr kleinen Aussteuerungen und tiefen Frequenzen auftritt. Durch die langsamen Signalveränderungen werden wenige Quantisierungsstufen durchlaufen, wobei sich gleiche Quantisierungsstufen sehr oft wiederholen. Dadurch korrelieren Quantisierungsfehler mehrerer aufeinanderfolgender Abtastzeitpunkte (Abb 1.8). Die Voraussetzungen für weißes Quantisierungsrauschen (Kap.1.2.2) sind nicht erfüllt und es kommt zu einer schmalbandigen Rauschmodulation mit wesentlich höherem schmalbandigem Pegel als das weiße Rauschen (Abb 1.9). Die schmalbandigen Rauschbänder stehen in nichtharmonischen Zusammenhang mit dem Signal.

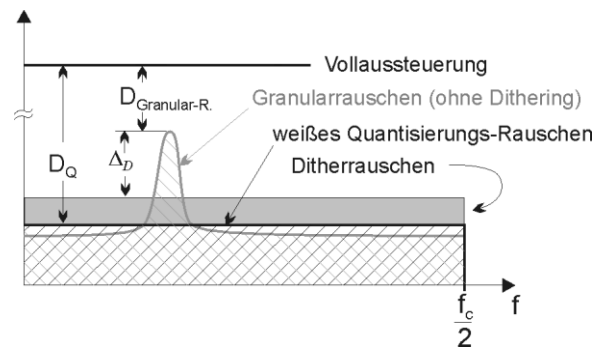


**Abbildung 1.8:** Quantisierungsfehler bei 500Hz mit  $-90\text{ dB}$ ,  $k=16\text{ Bit}$  und  $f_c=44,1\text{ kHz}$   
die hohe Korrelation benachbarter Quantisierungsfehler ist deutlich erkennbar.

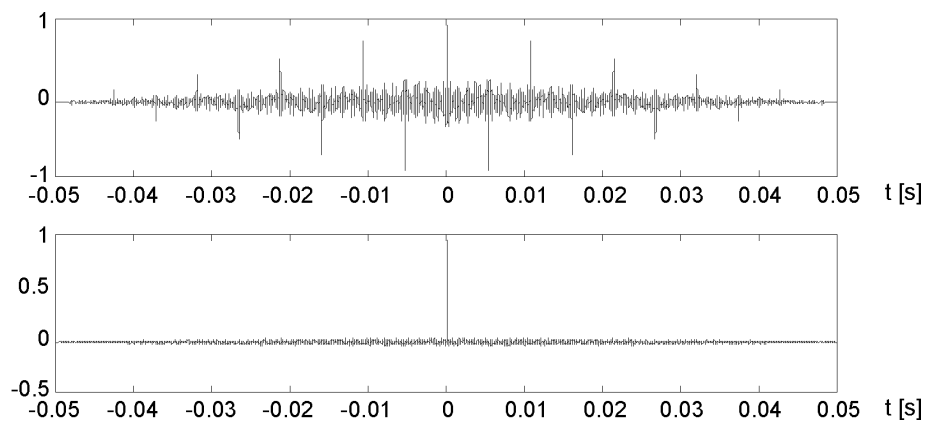


**Abbildung 1.9:** Quantisierungsrauschleistungsdichtevertelung bei Granularrauschen mit verwendbarer Dynamik  $D_Q$  bzw.  $D_{\text{Granular-R.}}$ , schematisch

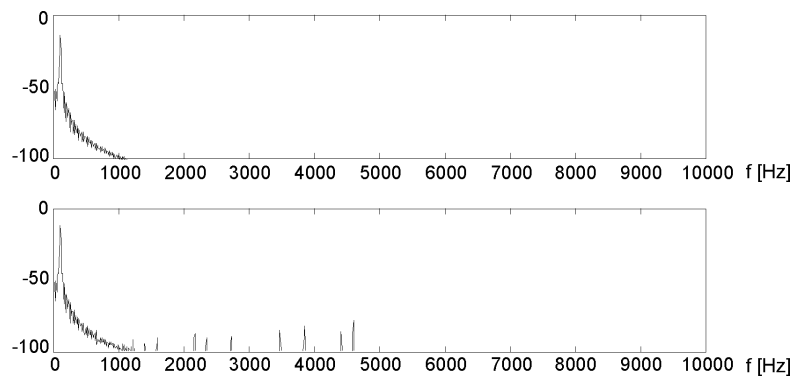
Abhilfe kann durch Dithering („Zittern“) geschaffen werden. Dithering nennt man das Hinzufügen von breitbandigem niederpegeligem Rauschen zu einem Signal. Dadurch wird die Voraussetzung, dass benachbarte Quantisierungsfehler nicht miteinander korrelieren wiederhergestellt und Rauschmodulation verhindert. Das weiße Grundrauschen wird dabei angehoben, dafür fallen aber schmalbandige Störspitzen weg, was insgesamt zu einer Verbesserung des Signal-Störabstandes führt.



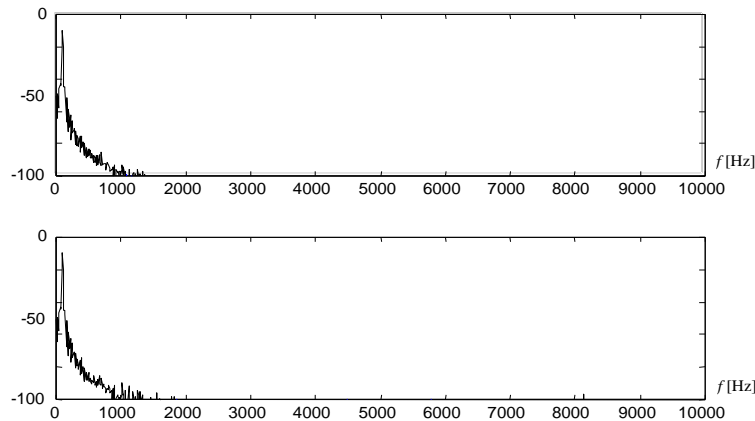
**Abbildung 1.10:** Dithering als Abhilfe bei Granularrauschen zur Verbesserung der Dynamik auf  $D_{\text{Granular-R.}} + \Delta_D$



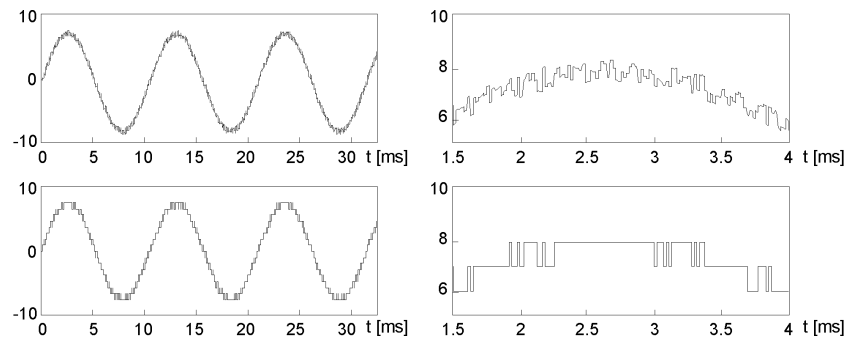
**Abbildung 1.11:** Korrelation des Quantisierungsfehlers a) ohne und b) mit Dither



**Abbildung 1.12:** Spektrum eines niedrigpegeligen Analogsignals (oben) und eines Digitalsignals ohne Dither (unten), wobei deutlich die Störspitzen des Granularrauschens erkennbar sind



**Abbildung 1.13:** Spektrum eines niedrigpegeligen Analogsignals mit Dither (oben) und eines Digitalsignals mit Dither (unten). Im Gegensatz zum vorigen Bild sind die Störspitzen hier nicht mehr erkennbar



**Abbildung 1.14:** Ein niedrigpegeliges Analogsignal mit Dither (oben) und das Digitalsignal mit Dither (unten). Die Bilder links zeigen herausgezoomte Ausschnitte

Redithering spielt bei Wortbreitenreduktion in Digitalsystemen eine wichtige Rolle. Bei der Signalverarbeitung digitaler Signale werden zur Vermeidung des Rechnerrauschens intern große Wortbreiten verwendet (zB. 32 Bit). Für die DA-Umsetzung (16 bis 20 Bit) muss das Signal wortbreitenreduziert werden. Um hier Rauschmodulationen zu vermeiden wird ebenfalls ein Dither hinzugefügt.

Dithersignale können verschiedene Wahrscheinlichkeitsverteilungen haben, zB: Dither mit rechtecksförmiger, dreiecksförmiger und Gauß'scher Wahrscheinlichkeitsverteilung können verwendet werden.

Zur Berechnung des Signal-Rauschabstandes darf die Rauschleistung des Dithersignales mit jener des Quantisierungsrauschens addiert werden, weil beide Signale nicht korreliert sind:

$$P_{Q,D} = P_Q + P_D$$

$$SNR_D = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_Q + P_D} \frac{P_Q}{P_Q} \right) = SNR - 10 \log \left( \frac{P_Q + P_D}{P_Q} \right) \quad (1.14)$$

Die Leistung typischer Dithersingale liegt im Bereich des Quantisierungsrauschens  $P_Q = \frac{Q^2}{12}$ .

Ein Signal-Rauschabstand mit Dithering liegt somit ungefähr bei:

$$SNR_D = SNR - 10 \log \left( \frac{2P_Q}{P_Q} \right) = SNR - 10 \log(2) = SNR - 3 \text{ dB}$$

Bei 16 Bit würde sich der SNR dabei von 96 auf 93 dB verringern.

## 2 Spektrale Darstellung von Signalen

### 2.1 Fourierreihe

Mit der Fourierreihe können periodische Signal der Periodendauer  $T_0$  dargestellt werden. Durch die Periode  $T_0$  wird die Grundfrequenz  $f_0 = 1 / T_0$  festgelegt. Im Spektrum der Fourierreihe kommen nur diskrete Frequenzen  $n f_0$  und ein Gleichanteil ( $n = 0$ ) vor.  $f_0$  kann im diskreten Spektrum als Schrittweite gesehen werden. Periodische Signale haben also ein diskretes (Linien)-Spektrum.

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{j2\pi n f_0 t} \quad (2.1)$$

Die Koeffizienten werden so berechnet:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} y(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt \quad (2.2)$$

### 2.2 Fourierintegral

Zur spektralen Darstellung von nichtperiodischen Signalen wird das Fourierintegral verwendet. Nichtperiodische Signale haben ein kontinuierliches Spektrum. Das Fourierintegral:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2.3)$$

Existiert ein Fourierintegral eines Signales, so existiert auch die Rücktransformation:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.4)$$

Ein wichtiger Zusammenhang, der aus der Fouriertransformation abgeleitet werden kann wurde bereits zuvor angewendet: eine Multiplikation im Frequenzbereich entspricht einer Faltung (Convolution) im Zeitbereich und umgekehrt.

## 2.3 Diskrete- und Fast-Fourier Transformation

Die diskrete Fouriertransformation (DFT) und die Fast Fourier Transformation (FFT) sind die technische Anwendung der Fourier-Reihe. Einer durch ein Zeitfenster der Dauer  $T_0$  beschränkten Folge von Abtastwerten wird eine Folge von Frequenzwerten im Frequenzbereich zugeordnet. Dazu muss das Eingangssignal zeitlich diskretisiert und mit einem Zeitfenster multipliziert werden. Beide Folgen besitzen die gleiche Länge ( $N$ ). Die diskreten Frequenzen  $k f_0$  im Spektrum sind durch die Fenstergröße  $T_0 = 1 / f_0$  vorgegeben.

$$N \cdot T = T_0 \quad \text{bzw.} \quad N = T_0 f_c \quad \text{Fensterbreite} \quad (2.4)$$

$$y\langle k \rangle \Leftrightarrow Y\langle k \rangle \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.5)$$

$$t = kT = k \frac{1}{f_c} \quad \text{zeitliche Diskretisierung} \quad (2.6)$$

$$\text{Die kleinste darstellbare Frequenz bei DFT und FFT ist: } f_{\min} = f_0 = \frac{f_c}{N}, \quad (2.7)$$

die maximal darstellbare Frequenz ist mit  $f_{\max} = (N-1) \cdot f_0 = \frac{(N-1)}{N} \cdot f_c$  gegeben. anders ausgedrückt unterteilt die DFT/FFT den Frequenzbereich zwischen 0 und  $f_c$  in  $N$  gleiche Teile (Frequenzdiskretisierung).

$$f_k = k \frac{1}{T_0} = k f_0, \quad \text{Frequenzdiskretisierung} \quad (2.8)$$

Entsprechend dem Shannonschen Abtasttheorem werden nur die Frequenzkomponenten bis  $f_c / 2$  betrachtet.

Die Fast Fourier Transformation (FFT) ist ein sehr effizienter und weit verbreiteter Algorithmus zur Berechnung der diskreten Fouriertransformation, der auf geringe Rechenzeit optimiert ist. Unterstützte Fensterbreiten bei der FFT sind ganzzahlige Potenzen von 2 ( $N = 2^m$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

### 2.3.1 Lattenzaun- oder Leck-Effekt

Der Lattenzaun- oder Leck-Effekt (Abb 2.1) tritt bei der diskreten Fouriertransformation auf. Der Grund dafür ist das Zeitfenster der Länge  $T_0$ , welches die ohne Fehler darstellbaren Frequenzen  $k \cdot f_0$  ( $f_0 = 1/T_0$ ) festlegt. Ist die gemessene Frequenz kein ganzzahliges Vielfaches von  $f_0$ , wird im Spektrum eine zu kleine Amplitude (bzw. Leistung) angezeigt. Die dargestellte Amplitude (bzw. Leistung) wird auf die benachbarten Spektrallinien (Frequenzbins) verteilt. Die größte Abweichung ergibt sich für Frequenzen  $f = \frac{2n+1}{2} \cdot f_0$  mit ca. 36% der ursprünglichen Amplitude. Der Leck-Fehler im Spannungspegel liegt somit bei  $-3,9$  dB.

Der Lattenzauneffekt kann durch spezielle Gewichtung des Zeitfensters oder durch ein genügend großes Zeitfenster vermindert werden.

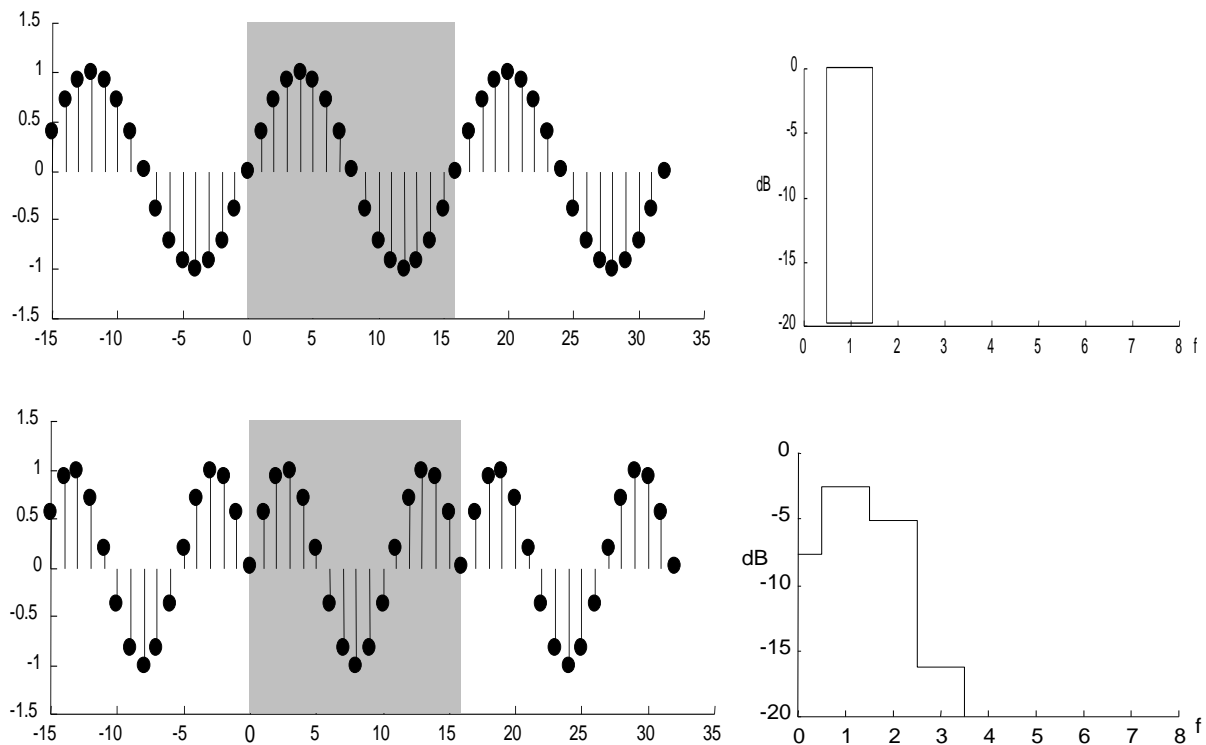
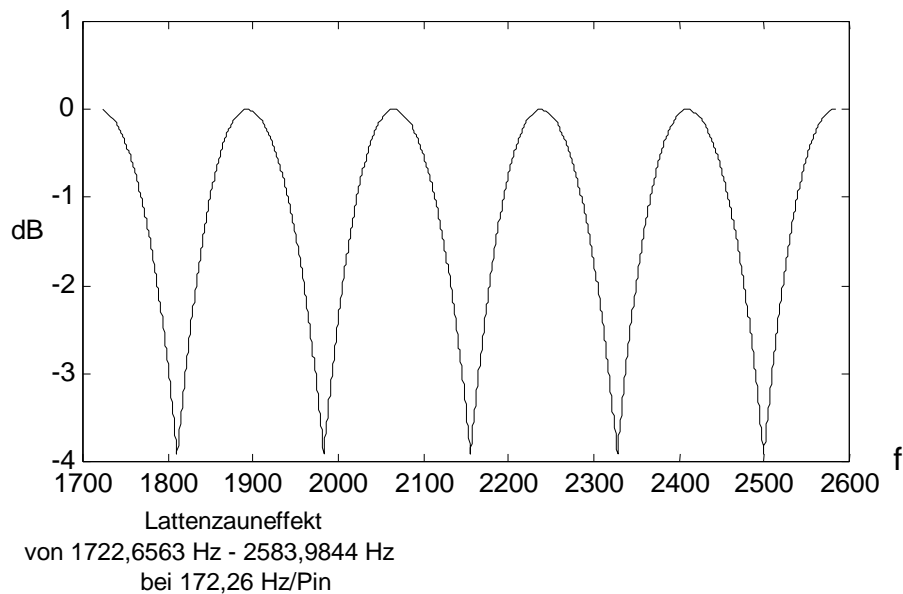


Abbildung 2.1: Lattenzauneffekt bei  $N=16$ ,  $f_c = 16$  Hz,  $f_l = 1$  Hz,  $f_2 = 1.5$  Hz



**Abbildung 2.2:** Lattenzauneffekt bei  $N = 256$  und 44100 kHz

**Beispiel:** Berechnung der kleinsten auflösbaren Frequenz bei einer Fensterbreite von  $2^{10}$  Punkten und einer Abtastfrequenz von 44100 Hz:

$$f_0 = \frac{f_c}{N} = \frac{44100}{1024} = 43,06... \text{ Hz}$$

Berechnung von 2 Frequenzen, eine davon soll genau aufgelöst werden können, die andere genau im Bereich zwischen 2 Spektrallinien liegen:

zB Faktor  $k = 100$ :  $f_1 = k f_0 = 4306,6406 \text{ Hz}$

Faktor  $k = 100,5$ :  $f_2 = k f_0 = 4328,1738 \text{ Hz}$

**Folgerung:** Für exakte Messungen, bei welchen die Auswertung über die FFT läuft, sind daher Messfrequenzen von  $k f_0$  zu wählen mit ganzzahligem  $k$ .



### 2.3.2 Amplitudenverteilung – Leistungsdichteverteilung

Die FFT liefert eine Amplitudenverteilung. Jeder Wert der Amplitudenverteilung ( $P$ ) steht näherungsweise für die Amplituden aller Frequenzen innerhalb des umliegenden Frequenzbandes  $f_0$ .

Um von der Amplitudenverteilung auf eine Leistungsdichteverteilung zu kommen, ist es daher notwendig  $f_0$  zu kennen. Wie zuvor (Gl. 2.7) beschrieben, hängt die Breite der einzelnen Frequenzbänder unmittelbar mit der Fensterbreite zusammen. Um auf die Leistungsdichteverteilung zu kommen, nimmt man innerhalb eines Frequenzbandes ( $kf_0 - \frac{f_0}{2} \leq f \leq kf_0 + \frac{f_0}{2}$ ) eine konstante spektrale Verteilung an, das Quadrat des Amplitudenwertes steht für die Leistung ( $@1\Omega$ ) innerhalb des Frequenzbandes:

$$P\langle k \rangle = A^2\langle k \rangle \quad \text{für alle } k$$

$$\frac{P\langle k \rangle}{(f_0)} = G\langle k \rangle$$

$$G\langle k \rangle[\text{dB}] = P\langle k \rangle[\text{dB}] - 10\log(f_0) \quad (2.9)$$

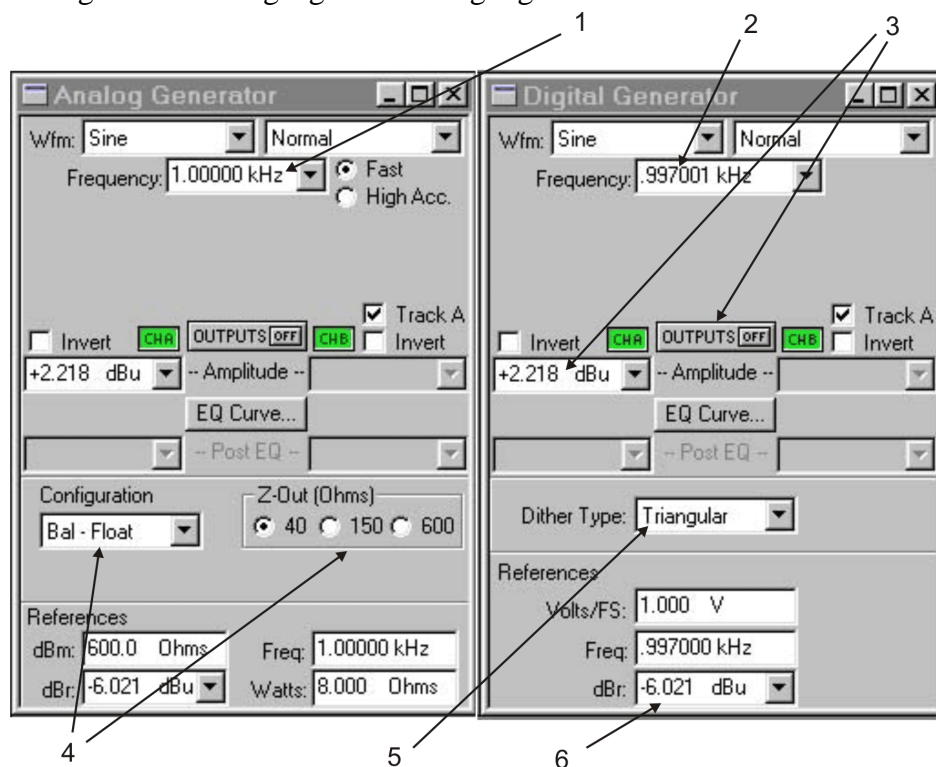
**Beispiel:** Fensterbreite  $2^{10}$  Punkte, Abtastfrequenz 44100 Hz.  $f_0 = 43\text{Hz}$ , wie oben. Der Spannungspegel bei 4306,6406 Hz sei -30 dB. Wo liegt der Wert für die Leistungsdichteverteilung in diesem Frequenzband?

$$G_{4306\text{Hz}} = -30\text{dB} - 10\log(43) \approx -46\text{dB}$$

### 3 AudioPrecision Messplatz

Der Audio Precision Messplatz ist ein hochwertiges Messgerät, das mittels PCI Karte vom PC aus bedient werden kann.

Die Steuerung in der Software ist prinzipiell über einzelne Module (Panels) möglich. Es werden analoge und digitale Signalquellen sowie analoge und digitale Messeingänge angeboten. Die generierten Signale können sowohl auf analogem, als auch auf digitalem Weg ausgespielt werden und liegen an den Anschlüssen des Gerätes an. Das Messgerät stellt zudem analoge und digitale Messeingänge zur Verfügung.

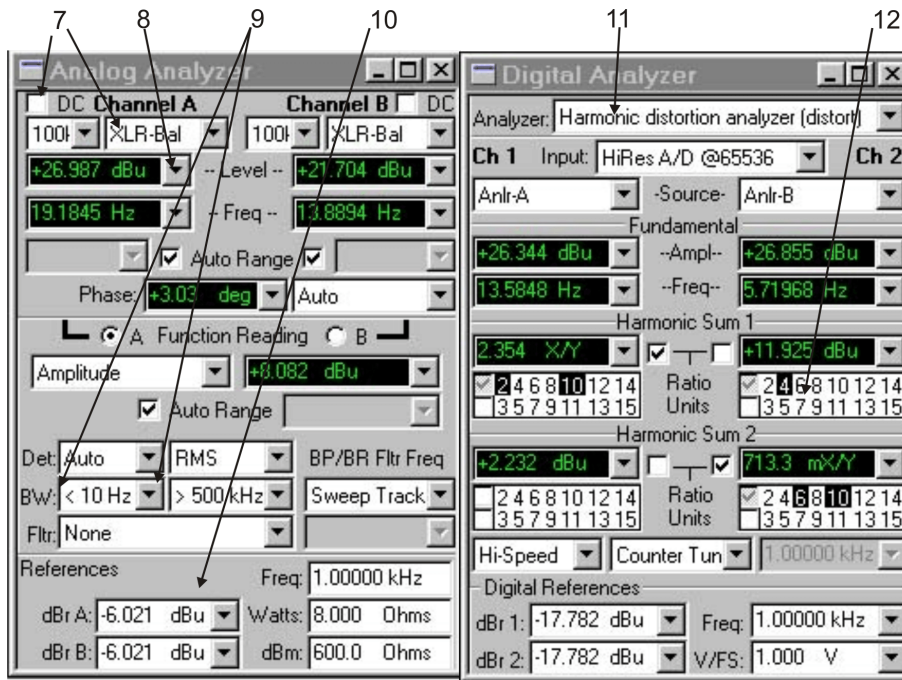


**Generatoren:** An den beiden Generatoren lässt sich oben die Wellenform (1) und die Frequenz (2) des ausgegebenen Signals einstellen. Unmittelbar darunter müssen die verwendeten Ausgänge (A,B) aktiviert, und der Ausgangspegel eingestellt werden (3). Der analoge Generator lässt die Anpassung des Ausgangs auf verschiedene Im-

pedanzen (4) und Betriebsarten, wie symmetrische und unsymmetrische Kanalführung zu (Balanced, Unbalanced, Floating,...). Am digitalen Generator lässt sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung des hinzugefügten Dithers (5) wählen. Beide Module erlauben es einen Bezugspegel (dBr, 6) anzugeben

**Analysatoren:** Analog: Die auf der nächsten Seite abgebildeten Messgeräte können Signale an den Eingängen des Audio Precision Messplatzes analysieren. Am analogen Messeingang kann wieder die Betriebsart des physikalischen Einganges (7) gewählt werden (XLR, BNC,... symmetrisch, unsymmetrisch; Gleichspannung). In den dunkel hinterlegten dropdown-Fenstern werden die Messergebnisse für Pegel und Frequenz angezeigt (8), die Einheit kann frei gewählt werden (dBu, V, Hz,...). Im darunterliegenden Teil kann unter Punkt ‚BW‘ die Bandbreite der Messung begrenzt werden (9), was für Rauschleistungsmessungen sehr wichtig ist. Es können ausserdem zwei weitere Bezugsmaße (10) festgelegt werden (dBr A, dBr B).

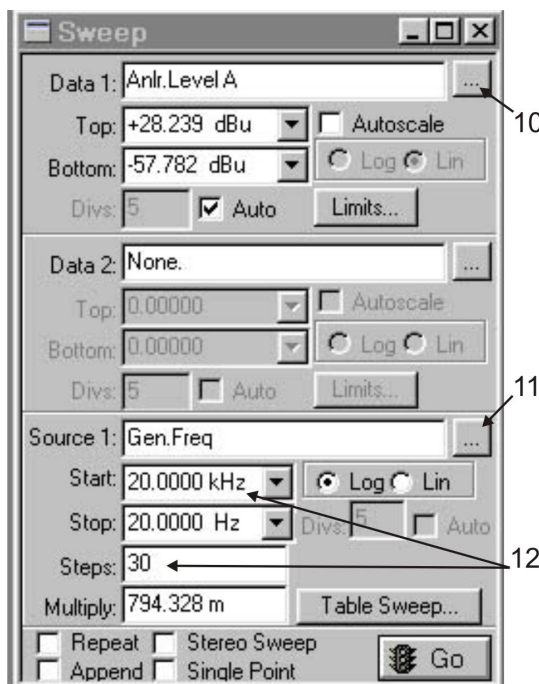
Digital: Das Panel ‚Digital Analyzer‘ bietet umfangreichere Messungen an. In der ersten Zeile (zB ‚Harmonic distortion analyzer‘) kann die gewünschte Messung (11) eingestellt werden.



Die Messung des Klirrfaktors wird (THD) vom digitalen Messteil sogar exakt nach Formel (3.1) ermöglicht. Es kann somit jeder Einzelklirrfaktor und der gesamten Klirrfaktor sehr präzise bestimmt werden. Zudem können auch die Einzelklirrfaktoren mit 'Harmonic Sum' (12) beliebig kombiniert werden. Formel

Klirrfaktor:

$$k = \sqrt{\sum_{m=2}^{\infty} k_m^2} \quad k_m = \frac{|a_m|}{|a_1|} \quad \left( \approx \frac{|a_m|}{\sqrt{\sum_{m=1}^{\infty} a_m^2}} \right) \quad (3.1)$$



Das Modul 'Sweep' dient zum Aufzeichnen von Übertragungskennlinien. Dabei kann unter Punkt 'Data 1' gewählt werden, welche Größen (13) auf der y-Achse, unter Punkt 'Source 1' (14) welche auf der x-Achse aufgezeichnet werden. Die Anfangs- und Endwerte für die Größe von Source 1 kann zusammen mit der Schrittweite (15) beliebig festgelegt werden. Mit Stereo Sweep können Stereokanäle gemessen werden, Append ermöglicht das hinzufügen einer Kurve zum bestehenden Diagramm. 'Lin' und 'Log' ermöglichen eine logarithmische Darstellung.

Die Panels 'Status Bits' und 'Digital I/O' sind zum Durchmessen digitaler Schnittstellen bzw. Datenformate geeignet. Es können damit Eigenschaften der Schnittstelle, sowie Bitfehlerraten, Jitter und ähnliches gemessen werden. Es besteht im Panel 'Digital IO' auch die Möglichkeit ein

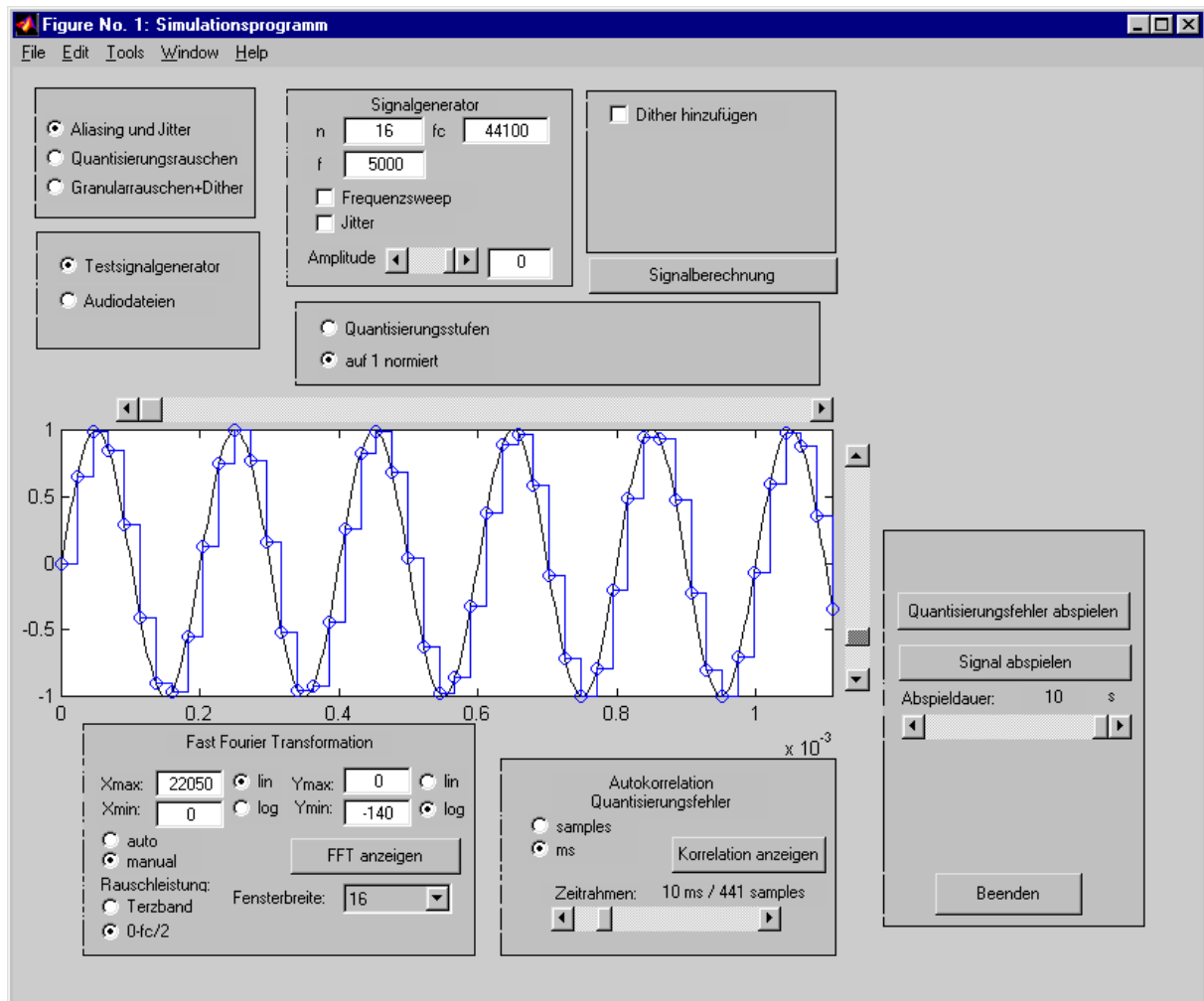
Signal mit künstlichem Jitter zu generieren, und so die Stabilität von Digitaleingängen zu prüfen.



Ausschnitt:  
Digital I/O

## 4 Aufgabenstellungen im Labor

**1. Teil:** Simulationsprogramm „Stoerverhalten“ – Zusammenhänge und Verständnis der Fehler bei der AD/DA-Umsetzung.



**Abbildung 4.1:** Benutzeroberfläche des Simulationsprogramms

Auf die einzelnen Einstellungen wird in der Aufgaben hingewiesen. Die Grundfunktionsweise wird bei der Laboreinführung erklärt.

Die in der Aufgabenstellung angeführten Fragen sollen bereits bei der Laborvorbereitung überlegt werden!

**2. Teil:** Messungen an realen AD/DA-Umsetzern mit dem Messplatz AudioPrecision-Cascade. Die notwendigen Bedienerhinweise werden bei der Laborübung gegeben. Für die einzelnen Messungen sind Presets vorbereitet. Abschnitt 3 der Unterlagen gibt einen groben Überblick über die verwendeten Teile des Messplatzes.

## 4.1 Simulation mit MATLAB

Falls nicht anders angegeben sollen folgende „sinnvollen“ Einstellungen verwendet werden:

$$f_c = 44100 \text{ Hz}; n = 16 \text{ Bit}; \text{Amplitude} = 0 \text{ dB};$$

Für das Protokoll sollen die in den Aufgaben gestellten Fragen beantwortet werden und durch sinnvolle, aussagekräftige Screenshots ergänzt werden. Geforderte Rechnungen sind im Protokoll mit Rechnungsweg und Ergebnissen festzuhalten. Teilweise finden sich weitere Hinweise das Protokoll betreffend unter der Aufgabenstellung.

### 1. Aliasing:

- 1.1. Wählen Sie Frequenz und Abtastfrequenz so, dass eine Aliasingfrequenz von 440 Hz auftritt.  
Überprüfen Sie das Resultat graphisch und akustisch. Überprüfen Sie das Ergebnis mit dem Klavier ( $440 \text{ Hz} = a^1$ ).

Protokoll: Geben Sie die erzeugte Frequenz und die Berechnung, die zu dem Wert geführt hat an.

- 1.2. Erzeugen Sie einen Frequenzsweep, bei dessen Abtastung Aliasing auftritt. Wählen Sie als Anfangsfrequenz eine Frequenz im Hörfrequenzbereich, und als Endfrequenz eine Frequenz um  $3 \cdot f_c$ .  
Überprüfen Sie das Resultat graphisch (sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich) und akustisch.  
[Signalfarben der animierten FFT; : blau: kein Aliasing, rot: Faltung um  $f_c$ , grün: Faltung um  $2 \cdot f_c$ , schwarz: Faltung um  $3 \cdot f_c$ ]

Protokoll: Beschreiben Sie was Sie hören und begründen Sie es.

- 1.3. Wählen Sie unter Menüpunkt ‚Audiodateien‘ die Datei ‚Flöte‘ aus. Durch Eingabe einer neuen Samplingfrequenz ( $44100/L$ , wobei  $L$  ganzzahlig sein muss) kann das eingelesene Audiosignal ohne Bandbegrenzung unterabgetastet werden (=„falsches“ Downsampling). Schätzen Sie die Auswirkungen ab. Überprüfen Sie akustisch die Auswirkungen des Downsamplings ohne Einhaltung des Abtasttheorems.  
Ab welcher Frequenz werden Aliasingeffekte hörbar?  
Wodurch ergibt sich diese Frequenz?  
Ab welcher Frequenz werden Aliasingeffekte hörbar? Wodurch ergibt sich diese Frequenz?

Protokoll: Beschreiben und analysieren Sie die Auswirkungen auf den Klang.

### 2. Quantisierungsfehler, Leistungsdichtespektrum:

- 2.1. Wie sieht der Quantisierungsfehler bei Vollaussteuerung und 8 Bit Wortbreite aus? In welchem Bereich liegt die Amplitude des Quantisierungsfehlers? Sind die Voraussetzungen für  $SNR = 6,02 \cdot k$  (S. 5) erfüllt? Welche Charak-

teristik hat das Fehlersignal?

Verwenden Sie das Simulationsprogramm zum Anzeigen des Quantisierungsfehlers in auf 1 normierten Spannungswerten und Quantisierungsstufen.  
(,Quantisierungsfehler anzeigen', Hinweis: Verwendung der Zoomfunktion!).

Protokoll: Screenshot des Quantisierungsfehlers;

- 2.2. Berechnen Sie den erwarteten Signal-Rauschabstand (SNR) und die Quantisierungsrauschleistungsdichte für die gewählte Auflösung .  
Welchen Einfluss hat die FFT-Fensterbreite auf das Amplitudenspektrum bzw. die Leistungsdichteverteilung des Quantisierungsrauschens?  
Überprüfen Sie den berechneten SNR und Quantisierungsrauschleistungsdichteverteilung bei verschiedenen FFT-Fensterbreiten mit dem Simulationsprogramm.
- 2.3. Berechnen Sie die Rauschleistung in einem Terzband und überprüfen Sie das Ergebnis mit dem Simulationsprogramm (empfohlene Wahl:  $f_c = 48000$  Hz,  $f_{Signal}$ : 890,625 Hz; 4687,5 Hz; 14062,5 Hz; 16384-Punkte-FFT).

### 3. Granularrauschen und Dither:

- 3.1. Schätzen Sie die Auswirkungen des Abtastvorganges für eine tiefe Frequenz (80 Hz) mit niedriger Amplitude (-80 dB) und 16 Bit Auflösung mit und ohne Dither ab. Sind die Voraussetzungen für  $SNR = 6,02 \cdot k$  (S. 9) erfüllt?  
Überprüfen Sie Ihre Annahmen mit dem Simulationsprogramm. Wählen Sie ein Dithersignal mit einer Amplitude von -96 dB. Führen Sie eine Hörprobe durch.  
(Hinweis: ,Dämpfung rückrechnen' aktivieren)

Protokoll: Beschreiben Sie Auswirkung des Dithers (Probleme und Effekte bei Signal mit und ohne Dither). Belegen Sie die Ausführungen durch technische Erklärungen und Screenshots.

- 3.2. Berechnen Sie die Autokorrelation des Quantisierungsfehlers mit und ohne Dither.  
Was kann man der Autokorrelation entnehmen bzw in wie fern belegt das Ergebnis die Ausführungen der letzten Aufgabe?

Protokoll: Screenshot der Autokorrelation.

- 3.3. Wählen Sie unter dem Menüpunkt ,Audiodateien' die Datei ,Kontrabass'. Dämpfen Sie die Signalamplitude um -60 dB und führen Sie Hörproben mit und ohne Dithersignal durch.
- 3.4. Wählen Sie ein Testsignal ohne Dither mit so kleiner Amplitude, dass Sie „gerade“ keine Quantisierungsstufen mehr sehen und somit ein digitales „Nullsignal“ erhalten (alle Abtastwerte sind „0“). Wiederholen Sie die Abtastung mit Dithering und führen Sie Hörproben durch.

Protokoll: Erleutern Sie das Phänomen.

## 4.2. Messungen mit Audio Precision (System Two Cascade)

1. Messung des Quantisierungsrauschens (SNR) am Mischpult D/A-Umsetzer (Line Ausgang des Lawo mc<sup>2</sup>66) mit 14 – 20 Bit Auflösung, Schrittweite 1 Bit. Vergleichen Sie mit den erwarteten Werten (Preset „1QUANTISIERUNGS-RAUSCHEN.TST“). Was kann aus den Messergebnissen gefolgert werden?

Protokoll: Tabelle: Auflösung – berechneter Wert – gemessener Wert – Differenz. Zugehörige Analyse.

2. Messungen mit Jitter; Mischpult D/A-Umsetzer verwenden (Line Ausgang des Lawo mc<sup>2</sup>66) (Preset „2JITTER.TST“ und „2JITTER2b.TST“):
  - a. Messung der FFT-Spektren verjitterter Signale. Untersuchung für verschiedene Jitterfrequenzen und verschiedene Signalfrequenzen.

Protokoll: Screenshots der FFT mit und ohne Jitter.

Erklären Sie wie die Peaks im Spektrum zustande kommen (beachten Sie auch energiearme Peaks und erklären Sie das Zustandekommen.

- b. Vergrößerung der Jitteramplitude, bis die Übertragung zusammenbricht.

Protokoll: Ab welchen Werten bricht die Übertragung zusammen?

- c. Aufzeichnung der THD+N – Kennlinien bei Vergrößerung der Jitteramplitude bei den Jitterfrequenzen 500 Hz, 5 kHz und 10 kHz
  - d. Wiederholen Sie die Messung der Teilaufgabe c. am Mischpult D/A-Umsetzer (Line Ausgang des Lawo mc<sup>2</sup>66) – Umsetzer und vergleichen Sie das Verhalten der D/A – Umsetzer bei Jitter.

3. Klirrfaktor (THD+N) und Rauschmessungen am Mischpult D/A-Umsetzer (Line Ausgang des Lawo mc<sup>2</sup>66):

- a. Messen einer THD+N-Kennlinie über den Dynamikbereich mit und ohne Dither (Preset „3KLIRR3b.TST“)

Protokoll: Screenshot

- b. Messen einer THD+N-Kennlinie über der Frequenz mit und ohne Dither (Preset „3KLIRR3c.TST“)

Protokoll: Screenshot