

Universidade de São Paulo

Instituto de Física de São Carlos

Projeto 1

Pedro Calligaris Delbem 5255417

Professor: Francisco Alcaraz

Outubro de 2023

Sumário

1	Tarefa A	2
2	Tarefa B	6
3	Tarefa C	10

1 Tarefa A

Tarefa: Escreva um código FORTRAN77 que operando em precisão dupla forneça os dados da tabela abaixo para as derivadas da função $f(x) = e^{x/2} \tan(2x)$ para $x = 1/2$. Escreva apenas os desvios em relação aos resultados exatos. Na última linha escreva os valores numéricos com precisão 10^{-11} obtidos mediante a expressão analítica que você deve derivar.

h	derivada simétrica 3 pontos	derivada p/frente 2 pontos	derivada p/traz 2 pontos	derivada simétrica 5 pontos	derivada segunda simétrica 5 pontos	derivada terceira anti-simétrica 5 pontos
0.5						
0.2						
0.1						
0.05						
0.01						
0.005						
0.001						
0.0005						
0.0001						
0.00005						
0.00001						
0.000001						
0.0000001						
0.00000001						
EXATOS						

Código Escrito:

```

1      program derivada
2
3      implicit real*8 (a-h,o-z)
4      dimension val(14)
5
6  c    define os valores de h que serao utilizados
7      val(1) = 0.5d0
8      val(2) = 0.2d0
9      val(3) = 0.1d0
10     val(4) = 0.05d0
11     val(5) = 0.01d0
12     val(6) = 5*10d-4
13     val(7) = 10d-4
14     val(8) = 5*10d-5
15     val(9) = 10d-5
16     val(10) = 5*10d-6
17     val(11) = 10d-6
18     val(12) = 10d-7
19     val(13) = 10d-8
20     val(14) = 10d-9
21

```

```

22 c      abre o arquivo de saida
23      open(unit=1,file='saida-5255417')
24
25 c      escreve o cabeçalho da tabela
26      write(1,*)'|-----h-----fs3-----ff2
27 -----1-----ft2-----fs5-----f2s5
28 -----2-----f3as5-----|'
29
30 c      loop que imprime os valores da tabela das derivadas para cada h
31      do i=1,14
32
33 c          define como v o valor de h para o loop atual
34          v = val(i)
35
36 c          define o valor real das derivadas
37          d1 = 9.796782013838
38          d2 = 64.098324549472
39          d3 = 671.514613457866
40
41 c          escreve os valores de cada derivada para o valor corrente de h
42          write(1,1) v,abs(fs3(v)-d1),abs(ff2(v)-d1),abs(ft2(v)-d1),abs(fs
43 1  5(v)-d1),abs(f2s5(v)-d2),abs(f3as5(v)-d3)
44
45      end do
46
47 c      escreve o fim da tabela
48      write(1,*)'EXATO:-9.796782013838-|-9.796782013838-|-9.796782013838-|-9.7
49 -----296782013838-|-64.098324549472-|-64.098324549472-|-671.514613457866
50 -----3'
51
52 c      fecha o arquivo de saida
53      close(1)
54
55 c      formata as escritas
56 1      format(7(' ','f20.10'),' ')
57
58      end program
59
60 c      define a funcao de 1/2 + h
61      real*8 function f(h)
62      implicit real*8 (a-h,o-z)
63
64          f = dexp( (0.5d0 + h)/2.0d0 )*dtan( 2.0d0*(0.5d0 + h) )
65
66      end function
67
68 c      define a derivada para traz de 2 pontos
69      real*8 function ft2(h)
70      implicit real*8 (a-h,o-z)
71
72          ft2 = ( f(0.0d0*h)-f(-1.0d0*h) )/h
73
74      end function
75
76 c      define a derivada para frente de 2 pontos
77      real*8 function ff2(h)
78      implicit real*8 (a-h,o-z)
79

```

```

80         ff2 = ( f(1.0d0*h)-f(0.0d0*h) )/h
81
82     end function
83
84 c     define a derivada simetrica de 3 pontos
85     real*8 function fs3 (h)
86     implicit real*8 (a-h,o-z)
87
88         fs3 = ( f(1.0d0*h)-f(-1.0d0*h) )/(2.0d0*h)
89
90     end function
91
92 c     define a segunda derivada simetrica de 5 pontos
93     real*8 function fs5 (h)
94     implicit real*8 (a-h,o-z)
95
96         fs5 = ( f(-2.0d0*h)-8.0d0*f(-1.0d0*h)+8.0d0*f(1.0d0*h)-f(2.0d0*h)
97 1 )/(12.0d0*h)
98
99     end function
100
101 c     define a segunda derivada simetrica de 5 pontos
102     real*8 function f2s5 (h)
103     implicit real*8 (a-h,o-z)
104
105         f2s5 = ( -f(-2.0d0*h)+16.0d0*f(-1.0d0*h)-30.0d0*f(0.0d0*h )+16.
106 1 0d0*f(1.0d0*h)-f(2.0d0*h))/(12.0d0*(h**2.0d0))
107
108     end function
109
110 c     define a terceira derivada anti-simetrica de 5 pontos
111     real*8 function f3as5 (h)
112     implicit real*8 (a-h,o-z)
113
114         f3as5 = (-f(-2.0d0*h)+2.0d0*f(-1.0d0*h)-2.0d0*f(1.0d0*h)+f(2.0d
115 1 0*h) )/(2.0d0*(h**3.0d0) )
116
117     end function

```

Descrição:

Primeiramente defini-se todas as variáveis reais como dupla precisão. Em seguida defini-se uma lista, chamada val, com os valores de h a serem utilizados. Após isso, aloca-se memória para um arquivo chamado "saida-5255417" onde será salva a tabela com os erros de cada derivada para cada h. Por fim, escreve-se o cabeçalho da tabela.

A seguir, inicia-se um do, de i=1 até 14, para calcular as derivadas. Salva-se o valor do vetor val(i) - que corresponde ao h da linha atual da tabela. Define os valores das derivadas (1^a, 2^a e 3^a) no ponto 1/2 - demonstrados posteriormente. Por fim, escreve-se - utilizando o format na linha nomeada como 1 - as diferenças entre os métodos para calcular as derivadas e seus valores reais.

Ao fim do programa fecha-se a memória do arquivo.

Após isso, defini-se os métodos para calcular as derivadas - de acordo com o h recebido -, de modo que os mesmos chamam a função definida como f(h), que calcula f(1/2+h). Assim, se um método utiliza - por exemplo - f(1/2+2h), ele chama f(2h).

Cálculo das derivadas:

Tomemos a derivada da função abaixo

$$e^{\frac{x}{2}} \tan(2x) \quad (1)$$

pela regra da multiplicação, teremos

$$\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}(\tan(2x) + 4\sec^2(2x)) \quad (2)$$

pela mesma regra, derivamos outra vez para obter

$$\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}}(\tan(2x) + 8(4\tan(2x) + 1)\sec^2(2x)) \quad (3)$$

e por fim, derivando a terceira vez

$$\frac{1}{8}e^{\frac{x}{2}}(\tan(2x) + 128\sec^4(2x) + 4(64\tan^2(2x) + 24\tan(2x) + 3)\sec^2(2x)) \quad (4)$$

Calculando em x=1/2, obteremos - aproximadamente - os valores inseridos no programa.

Resultados:

```

tarefa-1-5255417: vim-nox11 — Konsole
Nova aba  Dividir a exibição  Copiar  Colar  Localizar

h      fs3      ff2      ft2      fs5      f2s5      f3as5
0.5000000000 | 13.3993032398 | 21.0013271449 | 5.7972793347 | 14.7520003600 | 102.8043939323 | 639.0498565174 |
0.2000000000 | 8.7850561114 | 21.3424061029 | 3.7722938801 | 17.8687101684 | 125.2259127049 | 2034.0626959541 |
0.1000000000 | 1.2754092004 | 4.9261220495 | 1.2278064366 | 1.2278064366 | 8.0838022974 | 830.4147947973 |
0.0500000000 | 0.2806344168 | 1.9415235502 | 1.3642547245 | 0.0402905110 | 0.2023297570 | 117.9092394230 |
0.0100000000 | 0.0112061050 | 0.3320892734 | 0.3096770635 | 0.000546803 | 0.0003895584 | 4.132520682 |
0.0050000000 | 0.0027993082 | 0.1630940177 | 0.1574954013 | 0.000029573 | 0.0000271305 | 1.0291526549 |
0.0010000000 | 0.0001123944 | 0.0321619477 | 0.0319371590 | 0.000004684 | 0.0000031253 | 0.0411402914 |
0.0005000000 | 0.0000284538 | 0.0160530838 | 0.0159961762 | 0.000004736 | 0.0000030921 | 0.0103087319 |
0.0001000000 | 0.0000015931 | 0.0032065097 | 0.003203235 | 0.000004739 | 0.0000030775 | 0.0007004177 |
0.0000500000 | 0.0000007537 | 0.0016032119 | 0.0016017044 | 0.000004739 | 0.0000029591 | 0.0019641175 |
0.0000100000 | 0.0000004851 | 0.0003209767 | 0.0003200065 | 0.000004739 | 0.000003918 | 0.7254540882 |
0.0000010000 | 0.0000004739 | 0.0000325232 | 0.0000315753 | 0.000004739 | 0.0000012006 | 5.3087726272 |
0.0000001000 | 0.0000004713 | 0.0000036743 | 0.0000027317 | 0.000004696 | 0.0440102310 | 554439.9977251750 |
0.0000000100 | 0.0000004901 | 0.0000008676 | 0.0000001127 | 0.000004938 | 15.4676557948 | 444089881.3646499515 |
EXATO: 9.796782013838 | 9.796782013838 | 9.79678201383896782013838 | 64.098324549472 | 64.098324549472 | 671.514613457866

-- INSCRIÇÃO --
1,1  Tudo

```

Percebe-se que o melhor h, o que apresenta menor erro, é: fs3 - 10^{-7}

ff2 - 10^{-8}

ft2 - 10^{-8}

fs5 - 10^{-7}

f2s5 - $5 \cdot 10^{-5}$

f3as5 - 10^{-4}

2 Tarefa B

Tarefa: Escreva um código em FORTRAN77 que calcule

$$\int_0^1 e^{-x} \cos(2\pi x) dx$$

usando diversos métodos, para diferentes números de divisões do intervalo 0 a 1. Estime apenas os devios em relação ao valor exato. Na última linha da tabela escreva o valor numérico exato com precisão 10^{-11} obtido pela expressão analítica.

N	$h = (b - a)/N$	Regra do Trapézio	Regra de Simpson	Regra de Boole
12	1/12			
24	1/24			
48	1/48			
96	1/96			
192	1/192			
384	1/384			
768	1/768			
1536	1/1536			
3072	1/3072			
6144	1/6144			
EXATOS	-			

Código Escrito:

```
1      program integral
2
3      implicit real*8 (a-h,o-z)
4      dimension val(10)
5
6      c      define os valores de h que serao utilizados
7      val(1) = 1.0d0/12.0d0
8      val(2) = 1.0d0/24.0d0
9      val(3) = 1.0d0/48.0d0
10     val(4) = 1.0d0/96.0d0
11     val(5) = 1.0d0/192.0d0
12     val(6) = 1.0d0/384.0d0
```

```

13      val(7) = 1.0d0/768.0d0
14      val(8) = 1.0d0/1536.0d0
15      val(9) = 1.0d0/3072.0d0
16      val(10) = 1.0d0/6144.0d0
17
18  c      abre o arquivo de saida
19      open(unit=1,file='saida-5255417')
20
21  c      escreve o cabecalho da tabela
22      write(1,*)'|-----h-----trapezio-----Simpso
23  -----1n-----Boole-----|',
24
25  c      loop que imprime os valores da tabela das integrais para cada h
26      do i=1,10
27
28  c          define como v o valor de h para o loop atual
29          v = val(i)
30
31  c          define o valor real da integral
32          ri = 0.01561624581
33
34  c          define o valor inicial das integrais para cada metodo
35          trap = 0.0d0
36          simp = 0.0d0
37          bool = 0.0d0
38
39  c          define o valor inicial de h
40          h = val(i)
41
42  c          define o do pra somar os valores da integral de -h ate h para o
43  c          metodo do trapezio e de simpson
44      do while(h.lt.1.0d0)
45
46          trap = trap + t(h,v)
47          simp = simp + s(h,v)
48
49          h = h + 2*val(i)
50
51      end do
52
53  c          define o valor inicial de h
54          h = val(i)
55
56  c          define o do pra somar os valores da integral de -2h ate 2h para o
57  c          metodo de boole
58      do while(h.lt.1.0d0)
59
60          bool = bool + b(h-v,v)
61
62          h = h + 4*val(i)
63
64      end do
65
66  c          escreve os valores de cada integral para o valor corrente de h
67      write(1,1)v,abs(trap-ri),abs(simp-ri),abs(bool-ri)
68
69  end do
70

```



```

71 c      escreve o fim da tabela
72      write(1,*) 'EXATO: -0.01561624581 '
73
74 c      fecha o arquivo de saida
75      close(1)
76
77 c      formata as escritas
78 1      format(4('|',f20.10),'|')
79
80      end program
81
82 c      define a integral de x
83      real*8 function f(x,h)
84      implicit real*8 (a-h,o-z)
85
86      pi = 4.0d0*datan(1.0d0)
87
88      f = dexp( -(x+h) )*dcos( 2.0d0*pi*(x+h) )
89
90      end function
91
92 c      define a regra do trapezio
93      real*8 function t(x,h)
94      implicit real*8 (a-h,o-z)
95
96      t = h/2.0d0*(f(x,-h)+2.0d0*f(x,0.0d0)+f(x,h))
97
98      end function
99
100 c      define a regra de Simpson
101      real*8 function s(x,h)
102      implicit real*8 (a-h,o-z)
103
104      s = h/3.0d0*(f(x,-h)+4.0d0*f(x,0.0d0)+f(x,h))
105
106      end function
107
108 c      define a regra de Boole
109      real*8 function b(x,h)
110      implicit real*8 (a-h,o-z)
111
112      b = 2.0d0*h/45.0d0*(7*f(x,0.0d0)+32.0d0*f(x,h*1.0d0)+12.0d0*f(x,h
113      1*2.0d0)+32.0d0*f(x,3.0d0*h)+7*f(x,4.0d0*h))
114
115      end function

```

Descrição:

Primeiramente defini-se todas as variáveis reais como dupla precisão. Em seguida defini-se uma lista, chamada val, com os valores de h a serem utilizados. Após isso, aloca-se memória para um arquivo chamado "saida-5255417" onde será salva a tabela com os erros de cada derivada para cada h. Por fim, escreve-se o cabeçalho da tabela.

A seguir, inicia-se um do, de i=1 até 10, para calcular as derivadas. Salva-se o valor do vetor val(i) - que corresponde ao h da linha atual da tabela - em v. Define

o valor real da integral - demonstrado posteriormente - e também define-se cada variável que corresponderá ao valor da integral obtido por cada método. Defini-se então h da mesma forma, para que some-se $val(i)$ em h até obter 1 (integral de 0 a 1, dividida em espaços de tamanho h)

Então, inicializa-se um loop - até que h seja igual a 1, somando os valores que as funções que definem os métodos do trapézio e de simpson além de somar $2val(i)$ ao h .

O análogo é feito para o método de boole - mas somando $4val(i)$ -, uma vez que o método calcula uma integral de $x-2h$ até $x+2h$.

Após isso, escreve-se a diferença entre os métodos e os valores reais - utilizando o format da linha nomeada como 1.

Ao fim do programa fecha-se a memória do arquivo.

Após isso, defini-se os métodos para calcular a integral - de acordo com o x e o h recebido -, de modo que os mesmos chamam a função definida como $f(x,h)$, que calcula $f(x+h)$. Assim, se um método utiliza - por exemplo - $f(x+2h)$, ele chama $f(x,2h)$.

Resultados:

```

tarefa-2-5255417 : vim-nox11 — Konsole
Nova aba  Dividir a exibição  Copiar  Colar  Localizar
h      trapezio      Simpson      Boole
0.083333333| 0.0003708262| 0.0000209728| 0.0000040149|
0.041666667| 0.0000917555| 0.0000012680| 0.0000000456|
0.020833333| 0.0000228739| 0.0000000866| 0.0000000078|
0.010416667| 0.0000057083| 0.0000000135| 0.0000000087|
0.005208333| 0.0000014204| 0.0000000090| 0.0000000087|
0.002604167| 0.0000003486| 0.0000000087| 0.0000000087|
0.001302083| 0.0000000806| 0.0000000087| 0.0000000087|
0.000651041| 0.0000000137| 0.0000000087| 0.0000000087|
0.000325520| 0.0000000031| 0.0000000087| 0.0000000087|
0.000162760| 0.0000000073| 0.0000000087| 0.0000000087|
EXATO: 0.01561624581
-- INSCRIÇÃO --
1,1      Tudo

```

Nota-se que o método do trapézio é o que necessita de mais partições para obter o resultado real da integral, em seguida temos o método de Simpson como o segundo que necessita de mais partições e por fim, o método de Boole encontra a integral de maneira exata a partir de $h = 0.02083$ - que corresponde a 48 partições do intervalo.

Os valores obtidos como 87.10^{-10} se devem ao fato do programa trabalhar com dupla precisão que corresponde a 8 casas decimais, deste modo - tais valores

podem ser considerados como 0.

3 Tarefa C

Tarefa; Escreva um código em FORTRAN77 que calcule as raízes positivas e negativas de $f(x) = x^3 - 4x^2 - 59x + 126$, preenchendo a tabela a seguir. Eleja uma tolerância de 10^{-6} , Inicie sua procura em $x = -10$ na busca direta ou como ponto inicial nos outros métodos. Eleja, na busca direta, um espaçamento inicial de 0,1. Na última linha da tabela coloque os valores exatos.

Iteração	Procura Direta			Newton-Raphson			Método da Secante		
	r_1	r_2	r_3	r_1	r_2	r_3	r_1	r_2	r_3
0									
1									
2									
3									
4									
5									
6									
EXATOS									

Código Escrito:

```

1      program raiz
2
3      implicit real*8 (a-h,o-z)
4      dimension vetbd(3,6), vetrn(3,6), vetsec(3,6), auxiliar(6)
5
6  c    zera os vetores
7      do i=1,3
8          do j=1,6
9              vetbd(i,j)=0.0d0
10             vetrn(i,j)=0.0d0
11             vetsec(i,j)=0.0d0
12         end do
13     end do
14
15  c    tolerancia para considerar a raiz exata
16     tol = 10d-6
17
18  c    passo incrementado na busca pela raiz
19     ap = 0.1d0
20
21  c    define o valor inicial como -10
22     raizbd = -10.0000005d0
23
24  c    abre o arquivo de saida
25     open(unit=1,file='saida-5255417')
26
27  c    busca direta:
28     do i=1,3

```

```

29
30 c      passo incrementado na busca pela raiz
31      ap = 0.1d0
32
33 c      inicializa o valor de raizbd para procurar a proxima raiz
34      raizbd = raizbd + ap
35      j = 1
36      do while(j.eq.1)
37
38 c          verifica se a raiz esta dentro do intervalo
39          aux = raizbd + ap
40          if(f(raizbd)*f(aux).le.0.0d0) then
41
42 c              inicia o loop ate que a raiz seja menor ou igual a tolerancia
43              icount = 1
44              do while(abs(f(raizbd)).ge.tol)
45
46                  ap = ap/2.0d0
47                  aux = raizbd + ap
48
49 c              verifica se a tabela suporta mais um valor
50              if(icount.lt.6)then
51 c                  divide o intervalo pela metade e imprime
52 c                  a raiz correspondente
53                  vetbd(i,icount) = aux
54                  icount = icount + 1
55
56 c              se a tabela nao suportar mais um valor
57 c              faz a mudanca para ficar com os 6 ultimos
58              else
59
60 c                  salva a nova ordem de valores em uma lsita auxiliar
61                  auxiliar(1) = vetbd(i,2)
62                  auxiliar(2) = vetbd(i,3)
63                  auxiliar(3) = vetbd(i,4)
64                  auxiliar(4) = vetbd(i,5)
65                  auxiliar(5) = vetbd(i,6)
66                  auxiliar(6) = aux
67
68 c                  passa os valores da lista auxiliar para lista
69                  vetbd(i,1) = auxiliar(1)
70                  vetbd(i,2) = auxiliar(2)
71                  vetbd(i,3) = auxiliar(3)
72                  vetbd(i,4) = auxiliar(4)
73                  vetbd(i,5) = auxiliar(5)
74                  vetbd(i,6) = auxiliar(6)
75
76              end if
77
78 c          muda o intervalo analisado ate que haja
79 c          uma raiz no intervalo
80          do while(f(raizbd)*f(aux).gt.0.0d0)
81
82              raizbd = raizbd + ap
83              aux = raizbd + ap
84
85          end do
86

```

```

87
88             end do
89             j = 0
90
91         end if
92
93         raizbd = raizbd + ap
94
95     end do
96
97 end do
98
99 c     Newton-Raphson:
100 do i=1,3
101
102 c         define o valor do passo
103         ap = (i-1)*10.0d0
104
105 c         define o valor inicial
106         raizrn = -10.0d0 + ap
107
108 c         define o contador de interacoes
109         icount = 1
110
111         do while(abs(f(raizrn)).ge.tol)
112
113 c             atualiza o valor
114             x = rn(raizrn)
115             raizrn = x
116             vetrn(i,icount) = raizrn
117
118 c             incrementa o contador
119             icount = icount + 1
120
121         end do
122
123     end do
124
125 c     Secante:
126 do i=1,3
127
128 c         define o valor do passo
129         ap = (i-1)*10.0d0
130
131 c         define o valor inicial
132         raizs = -10.0d0 + ap
133
134 c         define o valor anterior
135         aux = -10.0d0 + (ap-1.0d0)
136
137 c         define o contador de interacoes
138         icount = 1
139
140         do while(abs(f(raizs)).ge.tol)
141
142 c             passa o valor atual para x
143             x = s(raizs ,aux)
144

```

```

145 c          atualiza o valor antigo
146          aux = raizs
147
148 c          atualiza o valor atual
149          raizs = x
150          vetsec(i,icount) = raizs
151
152 c          incrementa o contador
153          icount = icount + 1
154
155          end do
156
157      end do
158
159 c      imprimir o cabe alho da tabela
160      write(1,*) ' | -----Busca Direta ----- |
161 -----1-----Newton-Raphson ----- | -----Secante
162 -----4----- | '
163      write(1,*) ' | -----r1 ----- | -----r2 ----- | -----r3 ----- | -----r1
164 -----3----- | -----r2 ----- | -----r3 ----- | -----r1 ----- | -----r2 ----- |
165 -----4-----r3 ----- | '
166
167 c      imprimir os resultados no arquivo
168      do i=1,6
169
170 c          salva qual e a interacao corrente
171          a = i
172          write(1,1)i,vetbd(1,i),vetbd(2,i),vetbd(3,i),vetrn(1,i),vetr
173 4n(2,i),vetrn(3,i),vetsec(1,i),vetsec(2,i),vetsec(3,i)
174
175          end do
176
177 c      imprimir os valores exatos
178      write(1,*) 'Valores Exatos:-7,-2,-9'
179
180 c      formata as escritas
181 1      format(i1,9(' ','f14.8'),'| ')
182
183 c      fecha o arquivo de saida
184      close(1)
185
186      end program
187
188 c      define a funcao
189      real*8 function f(x)
190      implicit real*8 (a-h,o-z)
191
192      f = x**3.0d0 - 4.0d0*(x**2.0d0) - 59.0d0*x + 126.0d0
193
194      end function
195
196 c      define o metodo de newton-raphson
197      real*8 function rn(x)
198      implicit real*8 (a-h,o-z)
199
200      rn = x - f(x)/( 3.0d0*(x**2.0d0) - 8.0d0*x - 59.0d0)
201
202      end function

```

```

203
204 c      define o metodo da secante
205      real*8 function s(x,xa)
206      implicit real*8 (a-h,o-z)
207
208      s = x - ( f(x)*(x-xa))/( f(x)-f(xa))
209
210      end function

```

Descrição:

Primeiramente defini-se todas as variáveis reais como dupla precisão. Em seguida, são declarados 3 vetores 3 por 6 onde armazer-se-a os valores, das raízes, obtidos e um vetor de tamanho 6, auxiliar. É feito um loop para zerar os vetores. Declara-se uma tolerância "tol" de 10^{-6} , um passo "ap" igual a 0,1 e o valor inicial "raizbd" como -10.0000005 (para evitar que - caso a raiz seja multipla direta do intervalo, não se obtenha a raiz na primeira iteração por "sorte"). Por fim, aloca-se memória para um arquivo, onde será escrita a tabela, de nome "saida-5255417".

Inicia-se o método da busca direta:

Inicia-se um do e i=1 até 3 - onde cada interação buscará uma raiz, No começo de cada interação, (re)defini-se o passo como 0,1 e (re)defini-se a raizbd como a soma dela mesma com ap, além de iniciar j como 1.

Inicia-se um do que se repete até j ser 0, assim defini-se uma variável auxiliar "aux" com "raizbd" + "ap" que serve para tertar se haverá mudança de sinal no próximo passo.

Enquanto não ocorre a mudança de sinal, apenas incrementa-se "raizbd" por "ap".

Se houver mudança, ou seja, se a multiplicação do valor da função no ponto atual pelo próximo ponto for negativo, então inicia-se um subloop até que a função no ponto atual seja menor que a tolerância. Onde dividi-se o tamanho do passo pela metade - e salva-se (caso os vetores estejam lotados - ou seja, não caibam mais valores na tabela - utiliza-se uma lista auxiliar para salvar os valores que correspondem aos últimos 6), no vetor correspondente, o valor da função no ponto atual+"ap" (já dividido pela metade) - a cada vez que é detectada uma mudança de sinal (igual feito anteriormente, mas desta vez o passo é incrementado enquanto não há mudança, ao haver o subsubloop é encerrado). Ao sair do loop maior, muda-se j para 0.

Em seguida inicia-se o método de Newton-Raphson:

Iniciando um do de i=1 até 3, defini-se o passo "ap" como (i-1) vezes 10, defini-se o ponto inicial "raizrn" como -10+"ap" [deste modo, a cada interação o programa inicia 10 pontos a frente (começando do 0)] e um contador de innterações "icount" como 1.

Em seguida, inicia-se um do que ocorre até que a função no ponto "raizrn" seja menor que a "tol", assim atualiza-se o ponto utilizando o método de newton e salva-o no vetor correspondente, além de incrementar o contador de interações (que serve para indexar o vetor de raízes).

Em seguida inicia-se o método da Secante que é muito similar ao de Newton-Raphson, mas também possui uma variável auxiliar "aux" inicialmente definida da mesma forma que "raízs", a variável principal - mas subtraindo 1 - que é atualizada no decorrer do programa para equivaler ao ponto anterior ao atual. Pois o método da secante exige que se saiba qual era o ponto anterior.

Por fim, imprimi-se o cabeçalho da tabela. Após isso, imprimi-se as raízes obtidas e a interação correspondente. Por fim, imprimi-se os valores exatos das raízes.

No final, é definido numa linha chamada "1" o formato de impressão e fecha-se o arquivo.

Após o fim do programa defini-se uma $f(x)$ que corresponde a função da qual o programa encontra as raízes. Também defini-se função $rn(x)$ que corresponde ao método de Newton-Raphson e a função $s(x, x_a)$ que corresponde ao método da secante.

Resultados:

	Busca Direta			Newton-Raphson			Secante		
	r1	r2	r3	r1	r2	r3	r1	r2	r3
1	-6.99999745	1.99999397	8.99999702	-7.86915888	2.13559322	9.15527950	-8.07865169	2.33333333	9.00000000
2	-6.99999897	1.99999702	8.99999855	-7.10646566	1.99933084	9.00471465	-7.36279738	2.00353357	0.00000000
3	-6.99999974	1.99999855	8.99999931	-7.00191345	1.99999999	9.00000456	-7.05694053	1.99995576	0.00000000
4	-7.00000012	1.99999931	8.99999969	-7.00000064	0.00000000	9.00000000	-7.00339555	2.00000000	0.00000000
5	-6.99999993	1.99999969	8.99999988	-7.00000000	0.00000000	0.00000000	-7.00003330	0.00000000	0.00000000
6	-7.00000002	1.99999988	8.99999998	0.00000000	0.00000000	0.00000000	-7.00000002	0.00000000	0.00000000

Valores Exatos: -7, 2, 9

É notório que o método da busca direta é o menos eficiente, uma vez que suas raízes demoram mais interações para chegar ao valor real - com a precisão desejada - (ou sequer chegam na quantidade de interações utilizada).

Já o método de Newton-Raphson sempre obteve a precisão desejada para a

quantidade de interações utilizada, e foi mais rápido que o da busca direta.

Por fim, o método da secante foi o que mais rapidamente obteve as raízes com a precisão desejada, necessitando de 11 interações, no total, para encontrar as 3 raízes.