Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos

Notas de Aula Cálculo 0: Revisão P1 de Física I

Pedro Calligaris Delbem

Abril de 2025

Sumário

1 Exercício 1

Um rio tem largura $L = 0.76Km$ e uma correnteza, paralela á margem, com velocidade de $v_{corr} = 4km/h$. Um barco tem rapidez máxima de $v_{barco} = 4m/s$ em águas paradas. Determine o ângulo de inclinação do barco em relação ao rio para que o mesmo atravesse o rio em linha reta.

Desenhando:

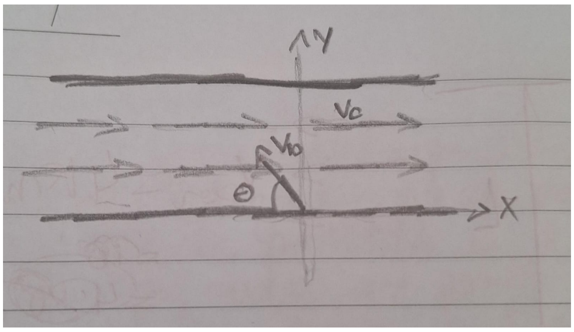


Figura 1: Desenho do exercício 1

Solução:

Decompor a velocidade do barco em duas componentes: uma na direção do rio e outra na direção perpendicular ao rio.

$$\overrightarrow{v_b} = v_b \cos\theta \hat{x} + v_b \sin\theta \hat{y} \tag{1}$$

A componente na direção do rio deve ser igual a velocidade da correnteza para que o barco tenha velocidade nula na direção da correteza do rio, ou seja:

$$v_b \cos\theta = v_c \tag{2}$$

Isolando para θ:

$$\theta = \arccos\left(\frac{v_c}{v_b}\right) \tag{3}$$

Numericamente:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1.11}{4}\right) \approx 73.87° \tag{4}$$

2 Exercício 2

Uma partícula tem um vetor posição dado por $\overrightarrow{r} = 30t\hat{i} + (40t - 5t^2)\hat{j}$ onde t está em segundos e $\overrightarrow{r}$ em metros. Determine a velocidade e a aceleração da partícula em um instante t qualquer.

Solução: A velocidade para um instante t qualquer será dada pela derivada do vetor posição em relação ao tempo:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(30t\hat{i} + (40t - 5t^2)\hat{j}) = 30\hat{i} + (40 - 10t)\hat{j} \tag{5}$$

A aceleração para um instante t qualquer será dada pela derivada do vetor velocidade em relação ao tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(30\hat{i} + (40 - 10t)\hat{j}) = -10\hat{j} \tag{6}$$

3 Exercício 3

A Terra gira em torno de seu eixo uma vez a cada 24 horas, de forma que os objetos em sua superfície executam movimento circular uniforme em torno do eixo com um período de 24 horas. Considere apenas o efeito desta rotação sobre uma pessoa na superfície. (Ignore o movimento orbital da Terra em torno do Sol.)

(a) Qual é a rapidez, e qual é a magnitude da aceleração de uma pessoa no equador? (Expresse a magnitude desta aceleração como uma porcentagem de g.)

Solução: Primeiro obtemos a velocidade angular em função do período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{7}$$

Onde T é o período de rotação da Terra, que é de 24 horas ou $86400s$. A velocidade linear é dada por:

$$v = \omega r \tag{8}$$

Onde r é o raio da Terra, que é de aproximadamente $6.37 \times 10^6 m$. Assim, a velocidade linear é dada por:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(6.37 \times 10^6)}{86400} \approx 465.1 m/s \tag{9}$$

A aceleração centrípeta é dada por:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(465.1)^2}{6.37 \times 10^6} \approx 0.034 m/s^2 \tag{10}$$

Em forma percentual, a aceleração centrípeta é dada por:

$$a = \frac{0.034}{9.81} \approx 0.0035 \approx 0.35\% \tag{11}$$

(b) Qual é a orientação do vetor aceleraçã?

Solução: O vetor aceleração é perpendicular ao vetor velocidade que está na direção do movimento circular. Assim, o vetor aceleração é radial e aponta para o centro da Terra. Assim, o vetor aceleração é dado por:

$$\overrightarrow{a} = -\frac{v^2}{r}\hat{r} \tag{12}$$

Onde $\hat{r}$ é o vetor unitário radial que aponta para fora da Terra.

(c) Qual é a rapidez e qual é a magnitude da aceleração de uma pessoa na superfície, a 35° de latitude norte?

Solução: Primeiro obtemos a velocidade angular em função do período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{13}$$

Onde T é o período de rotação da Terra, que é de 24 horas ou $86400s$. A velocidade linear é dada por:

$$v = \omega r \tag{14}$$

Onde r é o raio da Terra a 35° de latitude norte que tem um valor de $6.37 \times 10^6 \cos(35°)$. Assim, a velocidade linear é dada por:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(6.37 \times 10^6 \cos(35°))}{86400} \approx 380.1m/s \tag{15}$$

A aceleração centrípeta é dada por:

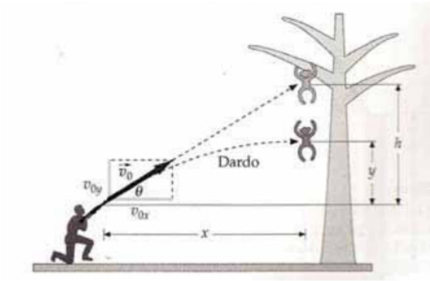
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(465.1)^2}{6.37 \times 10^6 \cos(35°)} \approx 0.042m/s^2 \tag{16}$$

(d) Qual é o ângulo entre o sentido da aceleração da pessoa a 35° de latitude norte e o sentido da aceleração da pessoa no equador, se as duas pessoas estão em uma mesma longitude?

Ambos os vetores aceleração estão na mesma direção, ou seja, ambos os vetores aceleração estão apontando para o centro da Terra. Assim, o ângulo entre os dois vetores aceleração é de 0°.

4 Exercício 4

Na figura abaixo, qual é a rapidez inicial mínima que o dardo deve ter para atingir o macaco antes que este chegue ao chão, que está 11,2 m abaixo da posição inicial do macaco, se x = 50 me 10 m? (Ignore a resistência do ar.)



Solução: Vamos escrever a terceira lei de Newton para o macaco:

$$\overrightarrow{F_m} = m_m \overrightarrow{a_m} = -m_m g \hat{j} \tag{17}$$

E como a aceleração do macaco é a segunda derivada da posição do macaco, podemos escrever:

$$m_m \frac{d^2 \overrightarrow{r_m}}{dt^2} = -m_m g \hat{j} \tag{18}$$

Como a acerelação está apenas na direção do eixo j, podemos escrever:

$$\frac{d^2 y_m}{dt^2} = -g \tag{19}$$

Integramos duas vezes para obter a posição do macaco em função do tempo - utilizando a regra

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

- e obtemos:

$$y_m = \frac{1}{2} g t^2 + v_{y_{m_0}} t + y_{m_0} \tag{20}$$

Onde $v_{y_{m_0}}$ é a velocidade inicial do macaco (que é zero) e y_{m_0} é a posição inicial do macaco que é 11,2 m. Com o mesmo procedimento para o dardo, obtemos:

$$y_d = \frac{1}{2} g t^2 + v_{y_{d_0}} t + y_{d_0} \tag{21}$$

Onde $v_{y_{d_0}}$ é a velocidade inicial do dardo na direção vertical e y_{d_0} é a posição inicial do dardo que é 11,2 m.

$$x_d = v_{x_{d_0}} t + x_{d_0} \tag{22}$$

Onde $v_{x_{d_0}}$ é a rapidez inicial do dardo na direção horizontal e x_{d_0} é a posição inicial do dardo que é nula.

O dardo precisa estar na mesma posição horizontal do macaco para atingi-lo. Assim, temos:

$$x_d = x_m = 50 \tag{23}$$

O que nos leva ao instante de tempo da colisão:

$$t = \frac{50}{v_{x_{d_0}}} \tag{24}$$

Além disso a altura do dardo deve ser igual a altura do macaco. Assim, temos:

$$y_d = y_m \tag{25}$$

Ou seja:
$$\frac{1}{2}gt^2 + y_{m_0} = y_d = \frac{1}{2}gt^2 + v_{y_{d_0}}t + y_{d_0} \tag{26}$$
Logo:
$$y_{m_0} = v_{y_{d_0}}t + y_{d_0} \tag{27}$$
Ou seja:
$$v_{y_{d_0}}t = y_{m_0} - y_{d_0} = 1.2m \tag{28}$$
Utilizando a equação 24:
$$\frac{v_{y_{d_0}}50}{v_{x_{d_0}}} = 1.2m \tag{29}$$
E como $v_{x_{d_0}}$ e $v_{y_{d_0}}$ são dados por:
$$v_{x_{d_0}}v_{d_0}cos\theta \tag{30}$$
$$v_{y_{d_0}}v_{d_0}sin\theta \tag{31}$$
Logo:
$$50tan\theta = 1.2 \tag{32}$$
Ou seja:
$$tan\theta = \frac{1.2m}{50} = 0.02 \tag{33}$$
A velocidade mínima será aquela para qual o macaco praticamente chega ao chão. Assim, temos:
$$\frac{1}{2}g{t_f}^2 + y_{m_0} = 0 \tag{34}$$
Ou seja o tempo final é:
$$t_f = \sqrt{\frac{2y_{m_0}}{g}} \tag{35}$$
Substituindo na equação 24:
$$t_f = \frac{50}{v_{d_0}cos\theta} \tag{36}$$
Resolvendo para v_{d_0}:
$$v_{d_0} = \frac{50}{t_f cos\theta} \tag{37}$$
Por fim:
$$v_{d_0} \approx 33.095m/s \tag{38}$$

5 Exercício 5

0 dispositivo da figura gira em torno do eixo vertical com a velocidade angular ω.

(a) Qual deve ser o valor de o para que o fio de comprimento l com a bolinha suspensa de massa m faça um ângulo e com a vertical?

Solução: Como a bolinha é suspensa, não temos movimento no plano do desenho - assim a soma das forças em x e y devem ser zero:

$$Tcos\theta - mg = 0 \tag{39}$$

E também:

$$Tsin\theta - ma_{cp} = 0 \tag{40}$$

Logo:

$$Tcos\theta = mg \tag{41}$$

$$Tsin\theta = ma_{cp} \tag{42}$$

E sabemo que a aceleração centrípeta é:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \tag{43}$$

Onde

$$v = \omega r \tag{44}$$

Logo:

$$a_{cp} = \omega^2 r \tag{45}$$

E temos que $r = d + lsin\theta$ Logo:

$$a_{cp} = \omega^2(d + lsin\theta) \tag{46}$$

Substituimos isto na equação 42 e fazemos a divisão da equação 42 pela equação 41:

$$tan\theta = \frac{\omega^2(d + lsin\theta)}{g} \tag{47}$$

Isolando para ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{gtan\theta}{d + lsin\theta}} \tag{48}$$

(b) Qual é a tensão T no fio nessa situação?

Solução: Substituindo a equação 48 na equação 42:

$$T = mgsec\theta \tag{49}$$