Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos

Lista 1

Pedro Calligaris Delbem 5255417

Professor: Attilio Cucchieri

Março de 2025

Sumário

1 Exercício 1

Tarefa: Calcular a área de um círculo. Opções: entrada e saída usando teclado e monitor; entrada e saída usando arquivos; calcular a área em uma subrotina.

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-1.f90 -o L1-5255417-ex-1.exe
```

Resultados:

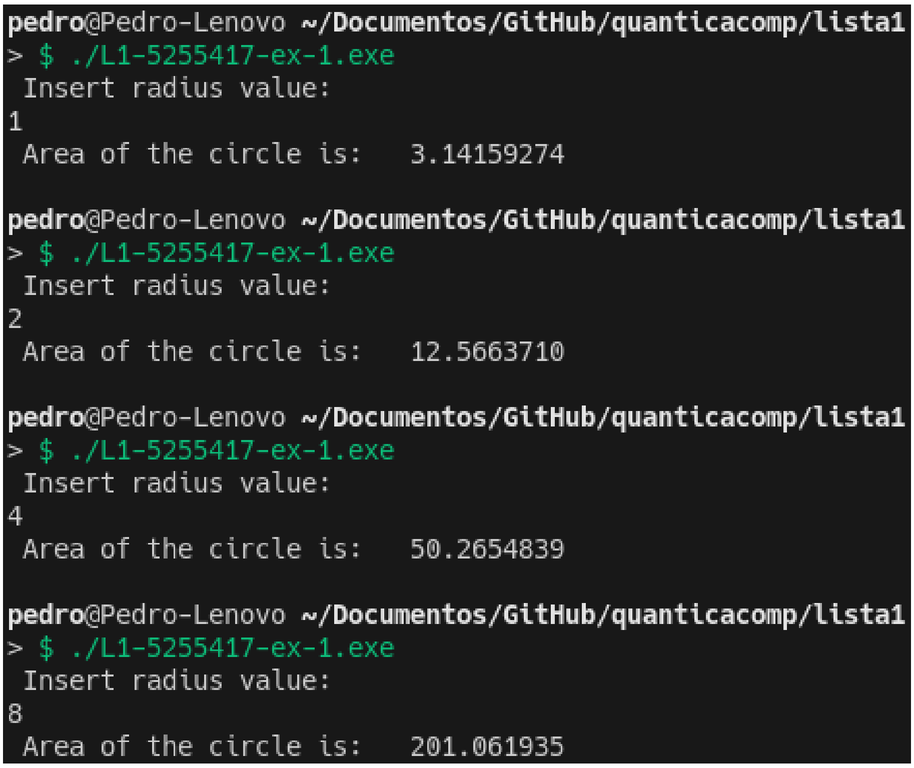

Figura 1: Valores de área para os raio de 1, 2, 4 e 8.

A área para o raio = 1 correponde ao valor de π, de acordo com o esperado. Dobrando o valor do raio espera-se, então, que o valor da área quadruplique e isto foi o que se obteve.

2 Exercício 2

Tarefa: Testar overflow e underflow em precisão simples e dupla.

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-2.f90 -o L1-5255417-ex-2.exe
```

Resultados:

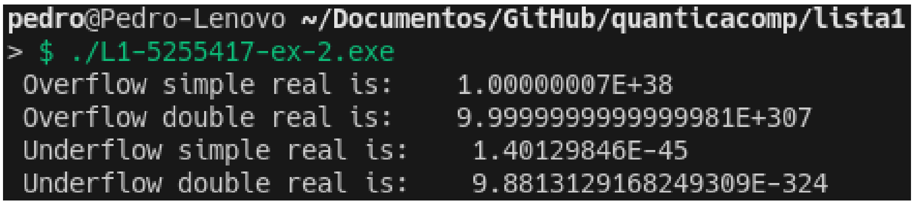

Figura 2: Valores de overflow e underflow para precisão simples e dupla.

Nota-se que os valores obtidos são coerentes com o esperado.

3 Exercício 3

Tarefa: Achar a precisão do computador, i.e., o maior número positivo tal que $1 + \epsilon = 1$, usando precisão simples e dupla.

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-3.f90 -o L1-5255417-ex-3.exe
```

Resultados:

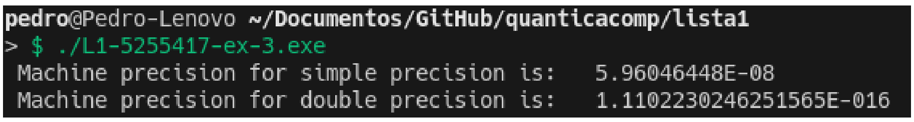

Figura 3: Valores de ϵ para precisão para precisão simples e dupla.

Nota-se que os valores obtidos correspondem aos valores esperados.

4 Exercício 4

Tarefa: Calcular

$$e^{-x} = 1 - x + x^2/2! - x^3/3! + ... \qquad (1)$$

para x = 0.1, 1, 10, 100 e 1000 com um erro menor do que 10^{-8}. Problema: quando truncar a série? É preciso calcular o fatorial explicitamente? Comparar o valor obtido usando a série com o resultado exato.

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-4.f90 -o L1-5255417-ex-4.exe
```

Resultados:

```
x =   0.100000001490116119384765625000000000
    Computed e^(-  0.100000001490116119384765625000000000       ) =   0.904837416687401464651781741797552441
    Real e^(-  0.100000001490116119384765625000000000       ) =   0.904837416687646752130945377714961247
x =    1.00000000000000000000000000000000000
    Computed e^(-   1.00000000000000000000000000000000000       ) =   0.367879441160691160691160691160691189
    Real e^(-   1.00000000000000000000000000000000000       ) =   0.367879441171442321595523770161460873
x =    10.0000000000000000000000000000000000
    Computed e^(-   10.0000000000000000000000000000000000       ) =    4.53999297597373466218554931053598531E-0005
    Real e^(-   10.0000000000000000000000000000000000       ) =    4.53999297624848515355915155605506104E-0005
x =    100.000000000000000000000000000000000
    Computed e^(-   100.000000000000000000000000000000000       ) =    95487007.5342923401240560047228340998
    Real e^(-   100.000000000000000000000000000000000       ) =    3.72007597602083596295969580386311846E-0044
x =    1000.00000000000000000000000000000000
    Computed e^(-   1000.00000000000000000000000000000000       ) =    1.06968282685368972169321924546937285E+0399
    Real e^(-   1000.00000000000000000000000000000000       ) =    5.07595889754945676529180947957433714E-0435
```

Figura 4: Valores de e^{-x} para x = 0.1, 1, 10, 100 e 1000.

Uma alternativa para truncar a série e ter uma precisão de 10^{-8} - por parte - é truncá-la quando a diferença entre dois termos sucessivos for menor que $10^{-8} \times e^{-x}$, onde e^{-x} é o valor atual da somatória. Assim garante-se a precisão desejada.

Por fim, percebe-se que o resultado esperado foi obtido para x = 0.1, 1 e 10. Para x = 100 e 1000 o resultado obtido diverge do esperado, o que se deve ao fato de que os termos o resultado apresenta uma divergência muito grande do resultado real o que se deve ao fato de que os termos somados alternam sinal e como seus valores absolutos se tornam muito grandes, o erro de arredondamento se torna muito grande - causando esta grande diferença para o valor real.

5 Exercício 5

Tarefa: Considerar a somatória

$$\Sigma(N) = \sum_{n=1}^{2N} (-1)^n \frac{n}{n+1} = -\sum_{n=1}^{N} \frac{2n-1}{2n} + \sum_{n=1}^{N} \frac{2n}{2n+1} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{2n(2n+1)} \qquad (2)$$

e calcular $\Sigma(N)$ para N = 1, 2, . . . , 10^6 usando as três fórmulas acima. Comparar os resultados usando precisão simples.

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-5.f90 -o L1-5255417-ex-5.exe
```

Resultados:

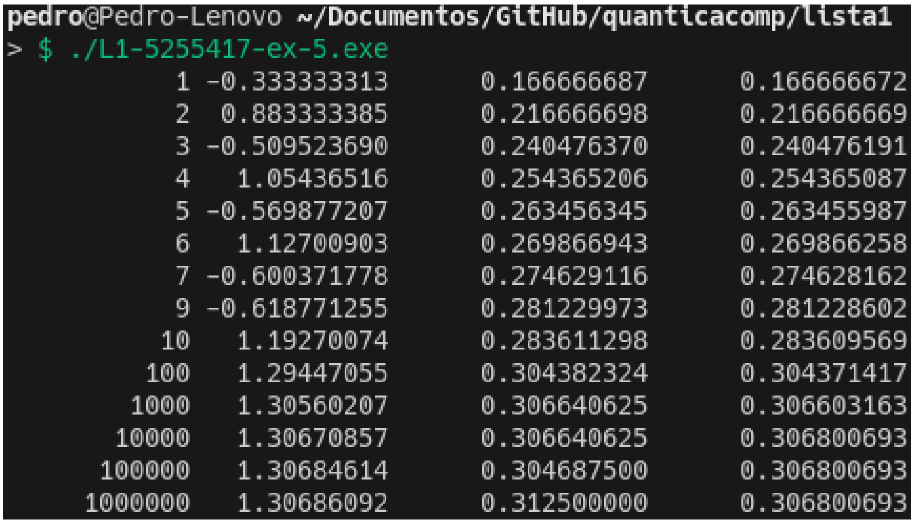

Figura 5: Valores de $\Sigma(N)$ para N = 1, 2, . . . , 10^6 usando precisão simples.

Nota-se que a primeira série demora é mais instável do que as demais. Além disso, a terceira série se mostra mais estável que a segunda - sendo então a melhor versão.

6 Exercício 6

Tarefa: Estudar numericamente o erro da aproximação

$$e^{-x} \approx \sum_{n=0}^{N} \frac{(-x)^n}{n!} \tag{3}$$

em função de N, para diferentes valores de x. Sugestão: faça um gráfico do erro em função de N. O que acontece quando e^{-x} é calculado usando a série $e^x = \sum_{n=0}^{N} \frac{x^n}{n!}$ e, depois, calculando $1/e^x$?

O código foi compilado com o comando:

```
gfortran L1-5255417-ex-6.f90 -o L1-5255417-ex-6.exe
```

Os resultados do código foram salvos em `exponential_taylor_series.txt`.

Resultados:

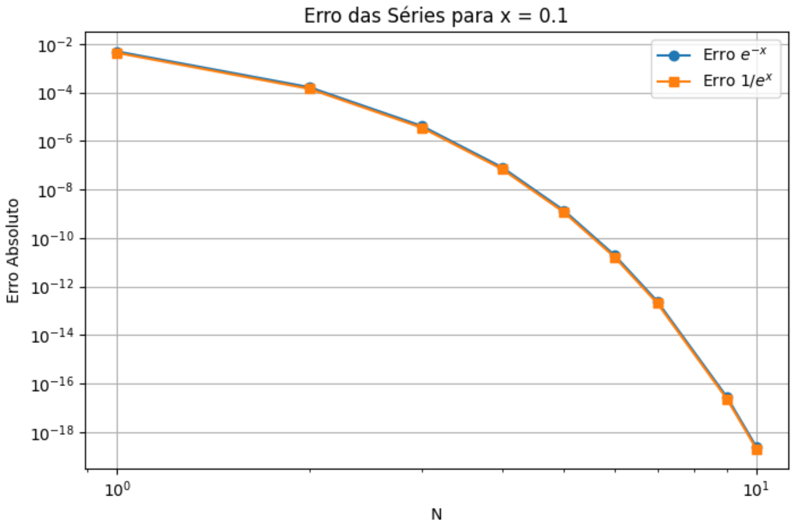

Figura 6: Gráfico do erro em função de N para x = 0.100000001.

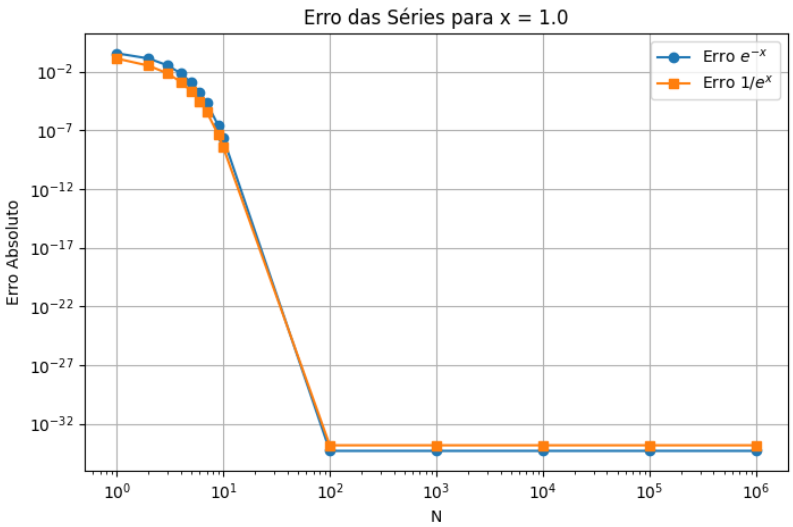

Figura 7: Gráfico do erro em função de N para x = 1.

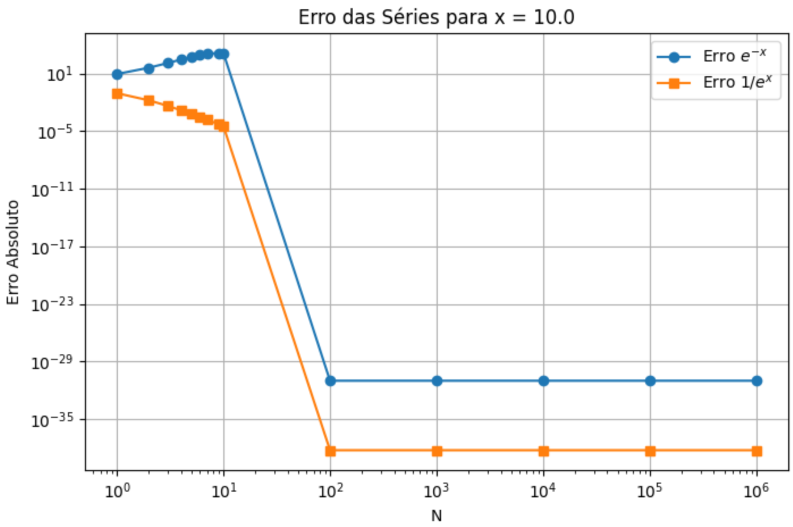

Figura 8: Gráfico do erro em função de N para x = 10.

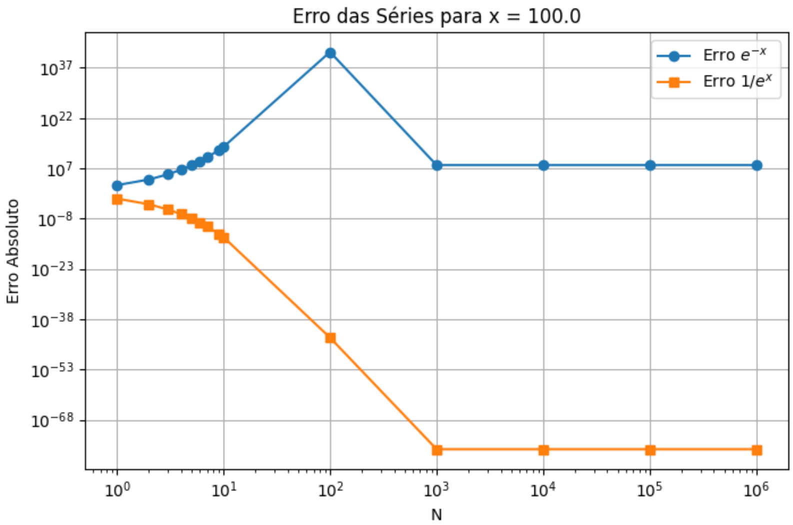

Figura 9: Gráfico do erro em função de N para x = 100.

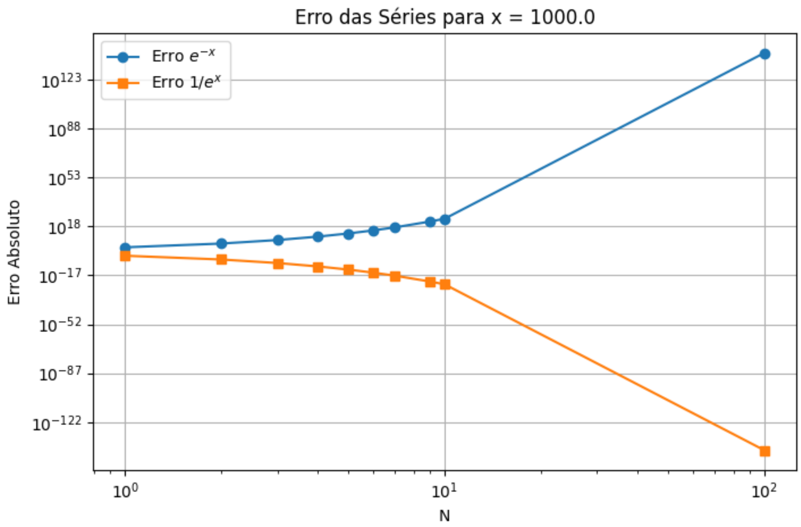

Figura 10: Gráfico do erro em função de N para x = 1000.

Percebe-se - claramente - que calcular a série de e^x e fazer $1/e^x$ o resultado é mais preciso do que calcular a série, diretamente, de e^{-x}. Além disso, é notório que ao calcular a série de e^{-x} diretamente para valores de N muito grande o resultado apresenta uma divergência muito grande do resultado real o que se deve ao fato de que os termos somados alternam sinal e como seus valores absolutos se tornam muito grandes, o erro de arredondamento se torna muito grande - causando esta grande diferença para o valor real.