Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos

Lista 4

Pedro Calligaris Delbem 5255417

Professor: Attilio Cucchieri

Junho de 2025

Sumário

1 Matrix Operations

1.1 Exercício 1

Tarefa: Considere a matriz $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} -5/2 & 4/3 & -1/12 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 4/3 & -5/2 & 4/3 & -1/12 & \dots & 0 & 0 \\ -1/12 & 4/3 & -5/2 & 4/3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1/12 & 4/3 & -5/2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -5/2 & 4/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 4/3 & -5/2 \end{pmatrix}$$

- Use o método de Householder para obter a correspondente matriz tridiagonal A_t.
- Verifique o produto $A_t = O^T AO$.
- Calcule o menor e o maior autovalor λ, e os correspondentes autovetores y_t, de A_t.
- Calcule os correspondentes autovetores y de A.
- Verifique a equação $Ay = \lambda y$ para esses autovalores.

Considere os casos $n = 10$ e $n = 20$.

O código foi compilado com o comando:

gfortran L6-5255417-ex-1.f90 -Wall -Wextra -pedantic -ffree-form -o L6-5255417-ex-1.exe

Resultados:

Obteve-se os seguintes resultados:

```
pedro@Pedro-Lenovo ~/Documentos/GitHub/quanticacomp/lista6
> $ ./L6-5255417-ex-1.exe
 Insert matrix dimension:
10

-------> N = 10 <-------
 Original Matrix A (first 5x5):
   -2.500000    1.333333   -0.083333    0.000000    0.000000
    1.333333   -2.500000    1.333333   -0.083333    0.000000
   -0.083333    1.333333   -2.500000    1.333333   -0.083333
    0.000000   -0.083333    1.333333   -2.500000    1.333333
    0.000000    0.000000   -0.083333    1.333333   -2.500000
 Tridiagonal Matrix T (first 5x5):
   -2.500000   -1.335935    0.000000    0.000000    0.000000
   -1.335935   -2.666018    1.333384    0.000000    0.000000
    0.000000    1.333384   -2.666649    1.333335   -0.000000
    0.000000    0.000000    1.333335   -2.666666    1.333333
    0.000000    0.000000   -0.000000    1.333333   -2.666667

 --- Transformation Verification O^T A O = At ---
Difference norm ||At - O^T A O||:  0.38752E-14

Smallest eigenvalue (lambda_min):  -0.08384774
Largest eigenvalue (lambda_max):   -5.20135675

--- Verification for Eigenvalue smallest ---
Eigenvalue: -0.08384774
Norm of residual ||Ay - lambday||:  0.16310E-07

--- Verification for Eigenvalue biggest ---
Eigenvalue: -5.20135675
Norm of residual ||Ay - lambday||:  0.15100E-05
```

```
pedro@Pedro-Lenovo ~/Documentos/GitHub/quanticacomp/lista6
> $ ./L6-5255417-ex-1.exe
 Insert matrix dimension:
20

-------> N = 20 <-------
 Original Matrix A (first 5x5):
   -2.500000    1.333333   -0.083333    0.000000    0.000000
    1.333333   -2.500000    1.333333   -0.083333    0.000000
   -0.083333    1.333333   -2.500000    1.333333   -0.083333
    0.000000   -0.083333    1.333333   -2.500000    1.333333
    0.000000    0.000000   -0.083333    1.333333   -2.500000
 Tridiagonal Matrix T (first 5x5):
   -2.500000   -1.335935    0.000000    0.000000    0.000000
   -1.335935   -2.666018    1.333384    0.000000    0.000000
    0.000000    1.333384   -2.666649    1.333335   -0.000000
    0.000000    0.000000    1.333335   -2.666666    1.333333
    0.000000    0.000000   -0.000000    1.333333   -2.666667

 --- Transformation Verification O^T A O = At ---
Difference norm ||At - O^T A O||:  0.92027E-14

Smallest eigenvalue (lambda_min):  -0.02271117
Largest eigenvalue (lambda_max):   -5.29651364

--- Verification for Eigenvalue smallest ---
Eigenvalue: -0.02271117
Norm of residual ||Ay - lambday||:  0.12584E-07

--- Verification for Eigenvalue biggest ---
Eigenvalue: -5.29651364
Norm of residual ||Ay - lambday||:  0.15811E-05
```

Nota-se que todas as verificações resultaram em valores pequenos, mostrando que o método funcionou bem para ambos os casos. (O código gera dois arquivos com os autovetores de A_t e A que não foram colocados no terminal para não poluir a vizualização dos resultados)