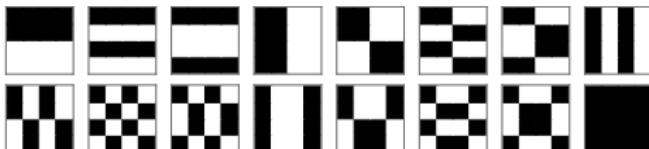


Mapeos proyectivos en sistemas de varios qubits

Operaciones PCE



José Alfredo de León



Asesorado por:
Dr. Carlos Francisco Pineda Zorrilla (IFUNAM)
y M.Sc. Juan Diego Chang (ECFM-USAC)



Miércoles 27 octubre 2021

Agradecimientos

- ▶ A mi familia. En especial, a mi mamá.
- ▶ A mis asesores: Carlos y Juan Diego.
- ▶ A Alejandro Fonseca y David Dávalos.
- ▶ Al Ingeniero Rodolfo Samayoa.
- ▶ A mis profesores de la ECFM.
- ▶ A Cindy.
- ▶ A mis amigos Benja, Gómez, Papaya y José Guillermo.
- ▶ A mis amigos de la U.

Plan de la presentación

Introducción

Fundamentos teóricos

Operaciones PCE:

Conclusiones y trabajo posterior

Introducción

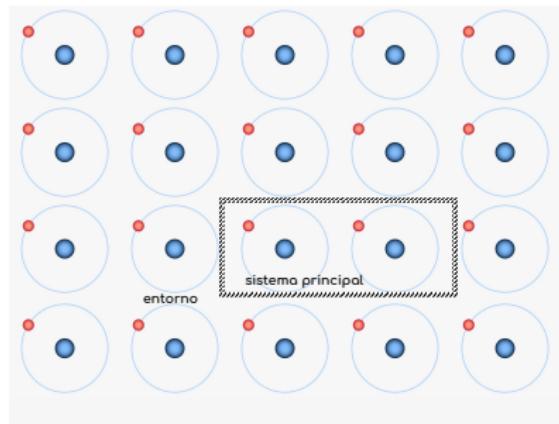
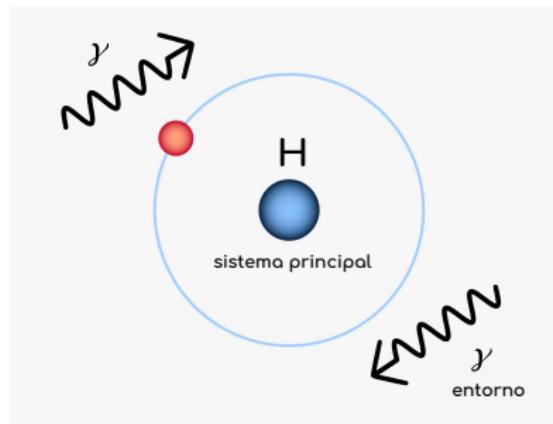
Fundamentos teóricos

Operaciones PCE:

Conclusiones y trabajo posterior

Motivación

Con frecuencia, una descripción más precisa de un sistema cuántico requiere incluir la interacción con su entorno, i.e. considerar al sistema como abierto.



En general, $|\psi\rangle \neq |\text{sistema principal}\rangle \otimes |\text{entorno}\rangle$

Motivación

Los sistemas abiertos están sujetos a fenómenos de decoherencia.

- ▶ Debido al acople con un baño térmico el estado $|\psi\rangle$ colapsa a alguno de los eigenestados $|+\rangle$ o $|-\rangle$, perdiendo así información sobre el estado inicial $|\psi\rangle$ del sistema.
- ▶ Depolarizante: proceso mediante el cual los estados puros se transforman en estados mixtos.

Nuestro interés: ¿cómo generalizar estos procesos de decoherencia para sistemas de muchas partículas de 2 niveles utilizando el formalismo de los canales cuánticos?

Introducción

Fundamentos teóricos

Operaciones PCE:

Conclusiones y trabajo posterior

Matriz densidad

Una matriz ρ es una matriz densidad si y sólo si

1. $\text{Tr}(\rho) = 1$,
2. $\langle x | \rho | x \rangle \geq 0, \forall |x\rangle \in \mathcal{H}$.

En el caso particular cuando el sistema se encuentra en un estado puro $|\psi\rangle$, la matriz de densidad ρ se escribe

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|.$$

Qubits

Un sistema cuántico de dos niveles recibe el nombre de qubit.

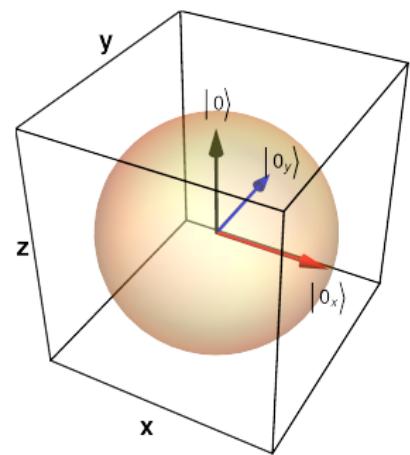
- ▶ 1 qubit:

$$\rho = \frac{\mathbb{1} + r_1\sigma_x + r_2\sigma_y + r_3\sigma_z}{2}.$$

- ▶ n qubits:

$$\rho = \frac{1}{2^n} \sum_{j_1, \dots, j_n=0}^3 r_{j_1, \dots, j_n} \cdot \sigma_{j_1} \otimes \dots \otimes \sigma_{j_n},$$

r_{j_1, \dots, j_n} componentes de Pauli.



Canales cuánticos

- ▶ La teoría de los canales cuánticos es un formalismo para describir la evolución de los sistemas abiertos,

$$\mathcal{E}(\rho) = \rho'.$$

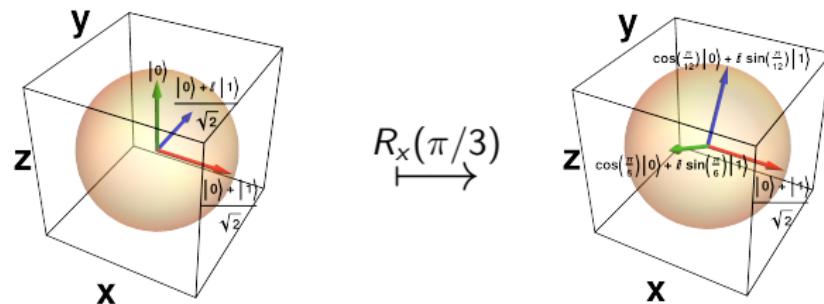
- ▶ Una operación lineal \mathcal{E} es un canal cuántico si y sólo si
 1. Preserva las características de la matriz densidad
 2. Es una operación completamente positiva. Esta condición implica que la extensión de un canal \mathcal{E}

$$\mathcal{E} \mapsto (\mathcal{E} \otimes \mathbb{1}_k)$$

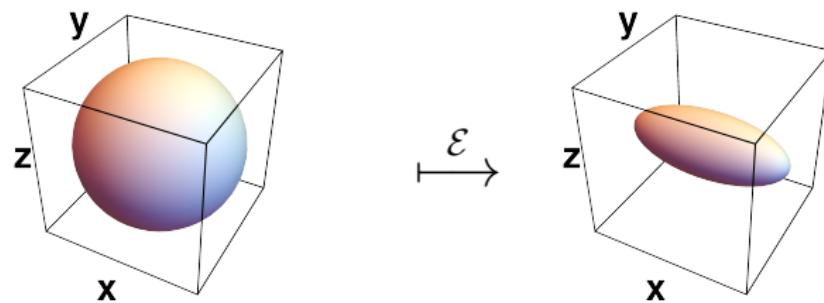
debe mapear también matrices densidad en matrices densidad.

Canales cuánticos de 1 qubit

Rotaciones de la esfera de Bloch



Canal *bit-flip* \mathcal{E}



Introducción

Fundamentos teóricos

Operaciones PCE:

Conclusiones y trabajo posterior

Operaciones PCE

Definición

Una operación que borra las componentes de Pauli (operación PCE) es una operación lineal que transforma a las componentes de Pauli de la matriz densidad ρ de n qubits como

$$r_{j_1, \dots, j_n} \longmapsto \tau_{j_1, \dots, j_n} \cdot r_{j_1, \dots, j_n}, \quad \tau_{j_1, \dots, j_n} = 0, 1.$$

Una operación PCE borra o preserva las componentes de Pauli de un matriz densidad de un sistema de n qubits.

Figuras PCE

Una representación geométrica

Una operación PCE puede representarse por medio de una grilla n -dimensional, cuyas posiciones se asocian con los índices de las componentes τ_{j_1, \dots, j_n} de una operación PCE.

- ▶ 1 qubit:

(a)

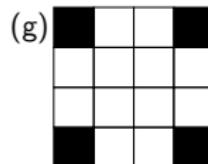
τ_0
τ_1
τ_2
τ_3



- ▶ 2 qubits: la matriz densidad se escribe $\rho = \sum_{i,j=0}^3 r_{i,j} \cdot \sigma_i \otimes \sigma_j$,

(f)

$\tau_{0,0}$	$\tau_{0,1}$	$\tau_{0,2}$	$\tau_{0,3}$
$\tau_{1,0}$	$\tau_{1,1}$	$\tau_{1,2}$	$\tau_{1,3}$
$\tau_{2,0}$	$\tau_{2,1}$	$\tau_{2,2}$	$\tau_{2,3}$
$\tau_{3,0}$	$\tau_{3,1}$	$\tau_{3,2}$	$\tau_{3,3}$



Operaciones PCE

El problema

¿Cuáles son las operaciones PCE que son operaciones físicas (canales cuánticos PCE)?

Estudiamos numéricamente los casos de 1, 2 y 3 qubits.

Método numérico

pce_operations.nb - Wolfram Mathematica 12.1 Student Edition - Personal Use Only

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

WOLFRAM MATHEMATICA STUDENT EDITION

Projective maps on qubits systems

Pauli Component Erasing Operations - PCE Operations

José Alfredo de León
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de San Carlos de Guatemala

In this notebook we present the tools developed for the graduation project "Mapas proyectivos en sistemas de varios qubits" to find the PCE quantum channels of 2 and, partially, 3 qubits.

Definitions

Functions' usage

Search for PCE quantum channels

1 qubit

2 qubits

3 qubits

pce_operations.nb - Wolfram Mathematica 12.1 Student Edition - Personal Use Only

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

WOLFRAM MATHEMATICA STUDENT EDITION

Search for PCE quantum channels

1 qubit

2 qubits

The number of all PCE operations of 2 qubits is

```
NumberOfPCEOperations[2]
```

The PCE quantum channels of 2 qubits are

```
PCEChannels[2] = TausOfPCEQuantumChannels[2];  
PCEFigures[2] & /@ PCEChannels[2]
```

Método numérico

https://github.com/deleonja/projective_maps

The screenshot shows the GitHub repository page for 'deleonja/projective_maps'. The repository has 1 branch and 0 tags. It contains several files: LICENSE, PCE_example.nb, README.md, ThreeQubitsFourComponentsPCEC..., poe.m, poe_operations.nb, and quantumJA.m. The README.md file is expanded, showing the title 'Mapeos proyectivos en sistemas de varios qubits' and author information: 'Autor: José Alfredo de León, estudiante de Licenciatura en Física Aplicada, ECFM-USAC.' and 'Asesorado por Dr. Carlos Pineda (IFUNAM) y M.Sc. Juan Diego Chang (ECFM-USAC.)'. Below the README, there is a section for 'Instrucciones para ejecutar los .nb:'.

Search or jump to... Pull requests Issues Marketplace Explore

deleonja / projective_maps Public

Unwatch 1 Star 0 Fork 0

Code Issues Pull requests Actions Projects Wiki Security Insights Settings

main · 1 branch · 0 tags

Go to file Add file Code

About

Herramientas computacionales desarrolladas para el proyecto de Prácticas Finales y Tesis titulado "Mapeos proyectivos en sistemas de varios qubits".

Readme MIT License

Releases

No releases published Create a new release

Packages

No packages published Publish your first package

Languages

Mathematica 100.0%

Mapeos proyectivos en sistemas de varios qubits

Autor: José Alfredo de León, estudiante de Licenciatura en Física Aplicada, ECFM-USAC.

Asesorado por Dr. Carlos Pineda (IFUNAM) y M.Sc. Juan Diego Chang (ECFM-USAC.).

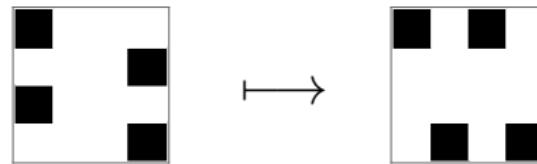
Instrucciones para ejecutar los .nb:

Resultados

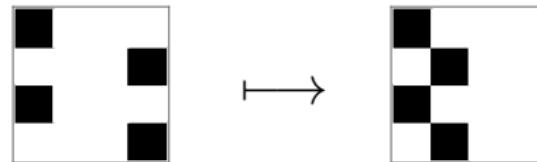
Clases de equivalencia

Los canales cuánticos PCE pueden ordenarse en subconjuntos cuyos elementos son equivalente vía

1. Intercambios de partículas: un canal cuántico debe serlo para cualquier configuración de partículas del sistema.



2. Permutación de elementos de una base local. Por ejemplo, para la partícula 2: $\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\} \mapsto \{\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y\}$



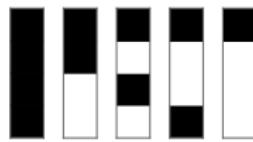
Resultados

Regla 2^k

Los canales cuánticos PCE preservan una cantidad de componentes de Pauli que son potencias de dos.

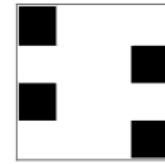
► 1 qubit

Canales cuánticos PCE:



► 2 qubits:

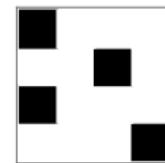
Canal cuántico PCE:



Operaciones PCE no CP:



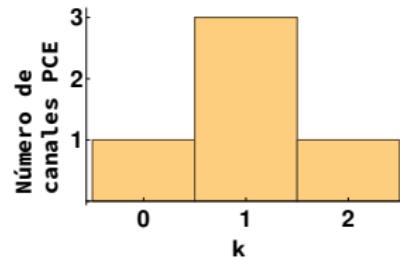
Operación PCE que no es CP:



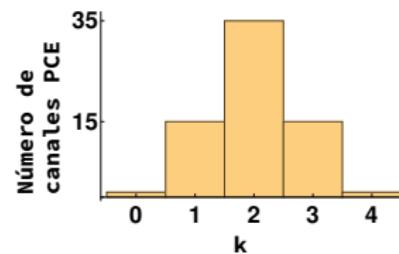
Resultados

Regla espejo

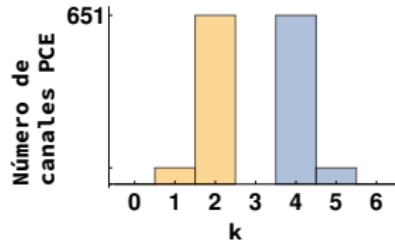
El número de canales cuánticos PCE en función del exponente k del número 2^k de componentes de Pauli invariantes es simétrico respecto a $k = n$.



(a) 1 qubit



(b) 2 qubits

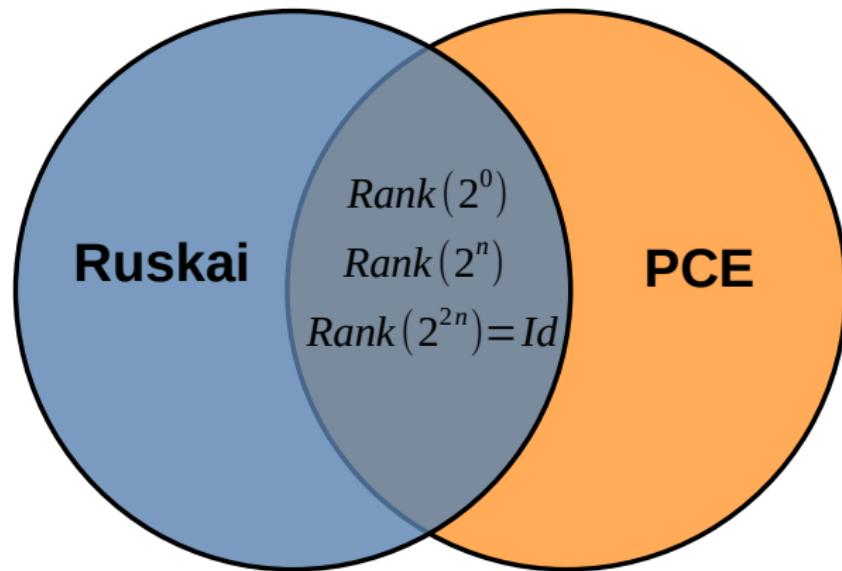


(c) 3 qubits

Canales de Ruskai

Canales PCE, ¿un subconjunto de otros canales de Pauli estudiados antes?

Encontramos que los canales PCE **no son** un subconjunto de los canales de Ruskai¹.



¹M. Nathanson and M.B. Ruskai, arXiv:quant-ph/0611106 (2006)

Introducción

Fundamentos teóricos

Operaciones PCE:

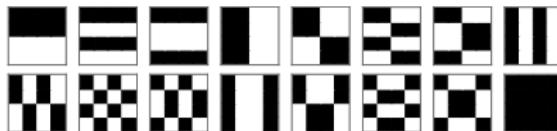
Conclusiones y trabajo posterior

Conclusiones

- ▶ Propusimos el estudio un tipo de canales cuánticos que generalizan las decoherencias de una partícula de dos niveles (qubit) para sistemas de n qubits. Exploramos numéricamente el caso de 1, 2, y, parcialmente, 3 qubits.
- ▶ Nuestros resultados (regla 2^k , regla espejo, clases de equivalencia) muestran que los canales cuánticos PCE obedecen alguna estructura matemática.
- ▶ Los canales cuánticos PCE no son un subconjunto de otros canales de Pauli estudiados antes.

Trabajo posterior

- ▶ Los resultados de este trabajo motivaron el estudio analítico de las condiciones que deben satisfacer las componentes τ_{j_1, \dots, j_n} de una operación PCE para ser un canal cuántico.
- ▶ Encontramos que los subíndices j_1, \dots, j_n tienen una estructura de espacio vectorial sobre campos de dimensión finita, estructura que explica las reglas 2^k y espejo.
- ▶ Encontramos que existen generadores PCE con los cuales se pueden construir al resto,



- ▶ Actualmente, estamos estudiando operaciones similares a los PCE, de muchas partículas, pero de dimensión arbitraria (qudits).

¡Muchas gracias!