Ideas

16 de marzo de 2023

Un documento con algunas ideas no concretadas. Falta jugar para ver qué sale.

1. FM (y CG?) + PCEs

- Proceso a considerar
  1. Evolución bajo Hamiltoniano H
  2. Abrir el sistema para medirlo y ocurre decoherencia descrita por PCEs
  3. Medida FM

Para 2 qubits:
Decoherencia:

$$D(\rho) = p'\rho + (1-p')\mathcal{G}_{\vec{\alpha}}(\rho), \tag{1}$$

con p' la probabilidad de que sobre el estado ρ no ocurra ningún proceso de decoherencia, y $\mathcal{G}_{\vec{\alpha}}$ un generador PCE (obviamente este no es un proceso de decoherencia general modelado por PCEs, pero es una primera aproximación).
FM:

$$\mathcal{F}(\rho) = p\rho + (1-p)S(\rho), \tag{2}$$

con p la probabilidad de medir al estado real y S el operador de swap.
Entonces si abrimos el sistema luego de que ha evolucionado bajo un Hamiltoniano H, ocurre un proceso de decohrencia (1) y luego se hace una FM, el estado final sería

$$\mathcal{F}\Big[D(\rho)\Big] = p\rho + pp'\Big\{S\Big(\mathcal{G}_{\vec{\alpha}}(\rho)\Big) - S(\rho)\Big\} + (1-p)S\Big(\mathcal{G}_{\vec{\alpha}}(\rho)\Big), \tag{3}$$

naturalmente, si ningún proceso de decoherencia ocurre *i.e.* $\mathcal{G}_{\vec{\alpha}} = \mathbb{1}$, entonces (3) se reduce a (2).

- ¿Puede ser positivo el efecto de la decoherencia en algún sentido? Tomografía, por ejemplo. Suponiendo que queremos saber cuál es el estado después de la evolución del sistema bajo H
- Caso límite: $p = 0$ *i.e.* el detector siempre confunde a las partículas 1 y 2. En este caso (3) se reduce a

$$\mathcal{F}\Big[D(\rho)\Big] = S\Big(\mathcal{G}_{\vec{\alpha}}(\rho)\Big). \tag{4}$$

Si ahora además incluimos el coarse graining. Partamos del caso más sencillo de 2 qubits, cuyo estado genérico escribimos como

$$\rho = \frac{1}{4}\sum_{\alpha,\beta} r_{\alpha\beta}\,\sigma_\alpha \otimes \sigma_\beta. \tag{5}$$

Vamos a suponer que este es el estado que queremos medir. Sin embargo, contamos con un detector que *por alguna razón* induce decoherencia y que además puede resolver únicamente estados de grano grueso. Es decir, para el caso de 2 qubits nuestro detector puede únicamente medir estados de una partícula. Finalmente, el estado que realmente medimos es

$$\rho_{\text{eff}} = \mathrm{Tr}_1 \left[\mathcal{F}\big(\mathcal{G}(\rho)\big) \right]. \tag{6}$$

Por lo tanto, nos interesa saber si podríamos medir más de lo que podríamos medir sin los efectos de decoherencia, o sea, con un estado efectivo

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{eff}} &= \mathrm{Tr}_2 \left[\mathcal{F}\big(\rho\big) \right] && (7)\\
&= \frac{1}{4} \sum_{\alpha,\beta} r_{\alpha\beta} \, \mathrm{Tr}_2 \left(\sigma_\beta \otimes \sigma_\alpha \right) && (8)\\
&= \frac{1}{4} \sum_{\alpha,\beta} r_{\beta\alpha} \, \mathrm{Tr}_2 \left(\sigma_\alpha \otimes \sigma_\beta \right) && (9)\\
&= \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} r_{\beta\alpha} \sigma_\alpha \delta_{0,\beta} && (10)\\
&= \frac{1}{2} \sum_{\alpha} r_{0\alpha} \sigma_\alpha. && (11)
\end{aligned}$$

Nuestro detector sólo puede medir a la partícula 1. No obstante, vemos que bajo la acción del coarse graining tenemos acceso a las componentes locales del qubit 2, $\langle \sigma_\alpha \rangle = r_{0\alpha}$.

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}_1 \left[\mathcal{F}\big(\mathcal{G}(\rho)\big) \right] &= \frac{1}{4} \sum_{\alpha,\beta} \tau_{\alpha\beta} r_{\alpha\beta} \, \mathrm{Tr}_2 \left(\sigma_\beta \otimes \sigma_\alpha \right) && (12)\\
&= \frac{1}{4} \sum_{\alpha,\beta} \tau_{\beta\alpha} r_{\beta\alpha} \, \mathrm{Tr}_2 \left(\sigma_\alpha \otimes \sigma_\beta \right) && (13)\\
&= \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} \tau_{\beta\alpha} r_{\beta\alpha} \sigma_\alpha \delta_{0,\beta} && (14)\\
&= \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \tau_{0\alpha} r_{0\alpha} \sigma_\alpha. && (15)
\end{aligned}$$