Maestría en Aplicaciones de Información Espacial.

Programación y Métodos Numéricos orientados al tratamiento de imágenes satelitales

Trabajo Práctico N°2

Carolina Tauro, Estefanía De Elia, César Germán Maglione 5-9 de mayo de 2022

Problema 1: Desarrolle una función para encontrar la raíz de una función f utilizando el método de la bisección. Los datos de entrada deberán ser:

- \blacksquare la función f,
- \blacksquare el intervalo inicial [a, b] y
- lacksquare la tolerancia TOL.

El programa debe retornar:

- \blacksquare el valor final c de la aproximación a la raíz,
- \blacksquare el valor f(c) y
- el error correspondiente.

¿Cómo harías para implementar el método utilizando la lógica for y la lógica while?

Problema 2: Encontrá la intersección de estas dos funciones:

$$y_1 = \sqrt{x^2 + 1},$$

$$y_2 = \tan(x), \quad 0 \le x \le \pi/2.$$

Utilizá el método de la bisección (el programa del Ejercicio 1), hasta alcanzar una estimación de la solución r, con una tolerancia de 0,0001. Presentá una tabla con los siguientes valores: n (número de la iteración), a_n (extremo inferior del intervalo), b_n (extremo superior del intervalo), c_n (estimación de la raíz), $f(a_n)$, $f(b_n)$ y $f(c_n)$.

Problema 3: Utilizando el método de la bisección encontrá las soluciones positivas de las siguientes ecuaciones:

(a)
$$\tan(x) - x + 1 = 0$$
, $0 < x < 3\pi$

(b)
$$\sin(x) - 0.3 \exp(x) = 0$$
, $x > 0$

En cada caso presentá una tabla con los siguientes valores: n (número de la iteración), a_n (extremo menor del intervalo), b_n (extremo mayor del intervalo), c_n (estimación de la raíz) $f(a_n)$, $f(b_n)$ y $f(c_n)$, hasta alcanzar una estimación de la raí r, con una tolerancia de 0.0001.

Problema 4: Considerá la función $f(x) = x^2 - x - 3$.

- (a) Determiná la fórmula de Newton-Raphson $p_k = g(p_{k-1})$.
- (b) Empezá con $p_0 = 1, 6$ y calculá p_1, p_2 y p_3 .
- (c) Empezá con $p_0 = 0$ y calculá p_1 , p_2 y p_3 . ¿Qué se puede conjeturar sobre esta sucesión? (compará con las soluciones exactas que son fáciles de calcular).

Problema 5: Desarrollá una función para encontrar la raíz de una función f utilizando el método de Newton-Raphson, dando como datos de entrada:

- lacksquare la función f,
- su derivada df,
- \bullet el punto inicial p_0 ,
- \blacksquare la tolerancia TOL y
- un número máximo de iteraciones maxit.

El programa debe retornar:

- \blacksquare el valor final de la aproximación p de la raíz,
- el error,
- el número de iteraciones realizadas y
- \blacksquare el valor de f(p).

Cómo harías para implementar el método utilizando la lógica for y la lógica while?

Problema 6: Encontrá las raíces positivas de las siguientes funciones usando el método de Newton-Raphson especificando alguna tolerancia.

(a)
$$f(x) = 0.5 \exp(x-3) - \sin(x), \quad x > 0$$

(b)
$$g(x) = \log(1+x) - x^2$$

(c)
$$t(x) = \exp(x) - 5x^2$$

Problema 7: Calculá una aproximación al valor de $\sqrt{2}$ con 5 cifras decimales significativas de precisión utilizando ambos métodos, de bisección y de Newton-Raphson.

- Calculá el error cometido en cada paso de simulación (calculado como la diferencia con el valor considerado como exacto)
- ¿Cuántas iteraciones le lleva a cada método llegar al valor de tolerancia requerido? ¿Qué relación tiene esto con la convergencia de cada método?

2