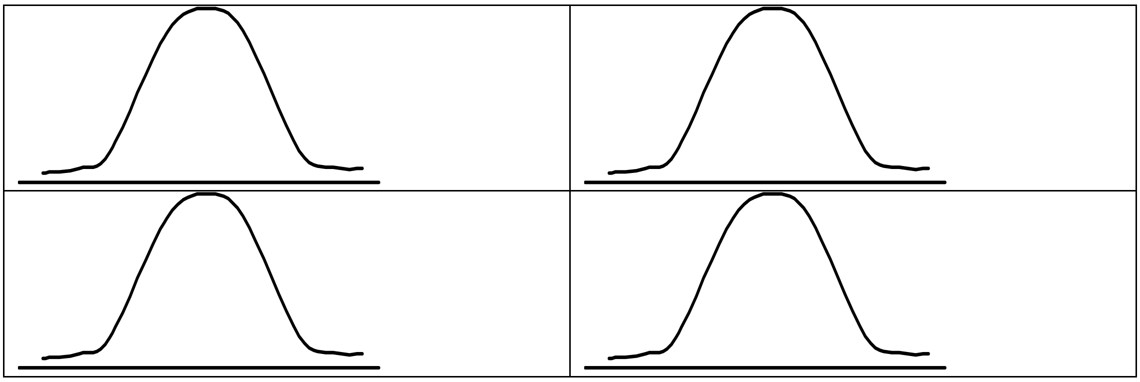
TRABAJO PRÁCTICO N° 4:
VARIABLES ALEATORIAS II.

Ejercicio 4-1:

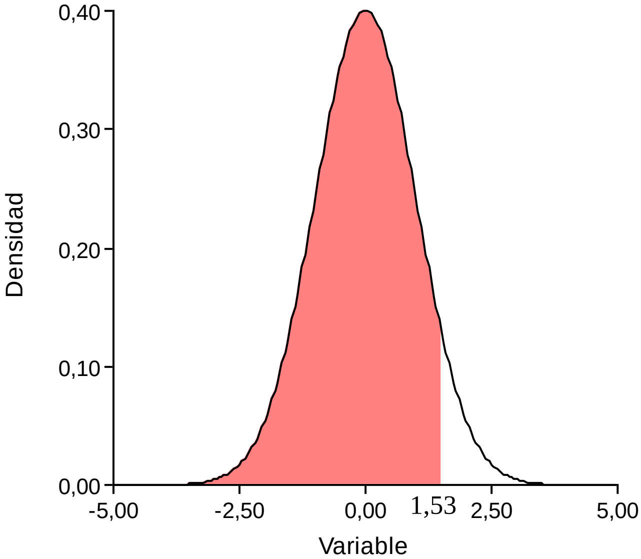
Si la variable Z se distribuye normalmente con media $\mu = 0$ y desvío $\sigma = 1$; hallar la probabilidad de encontrar valores de la variable:

a) menores de 1,53;
b) menores de -0,49;
c) mayores que 2,11;
d) mayores de -1,85;
e) entre 0,95 y 3,22;
f) entre -2,31 y 2,31;
g) entre -0,67 y 3,01.



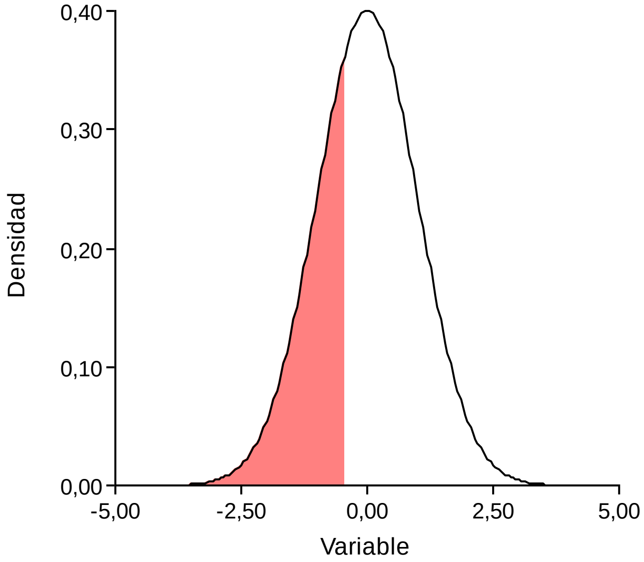
Resolución:

a) Menores de 1,53: Graficamos el área sombreada:



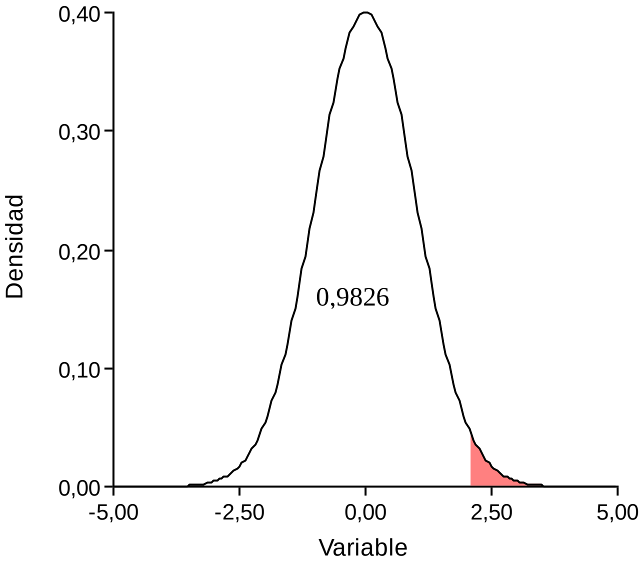
Luego, en la taba de la normal buscamos en el margen izquierdo 1,5 y en el margen superior 0,03 hallando una probabilidad de 0,9370.

b) Menores de -0,49: Graficamos el área sombreada:



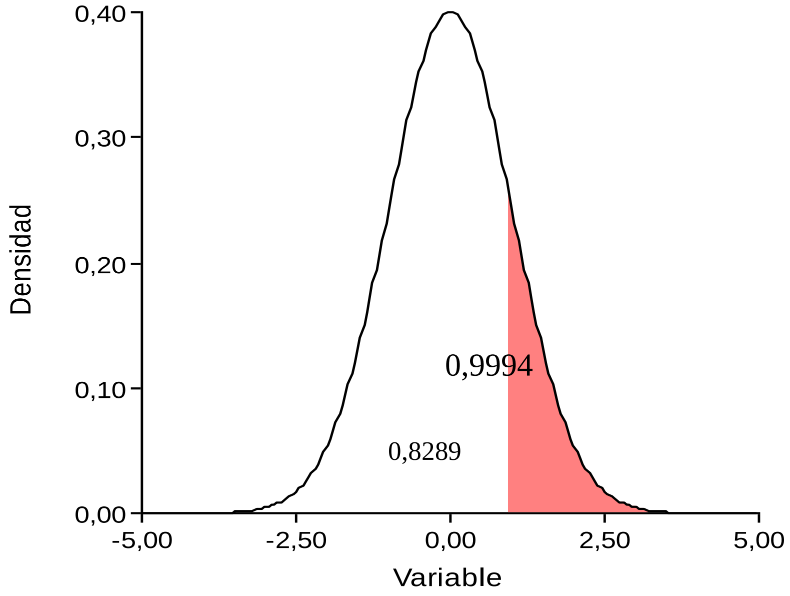
Luego, en la taba de la normal buscamos en el margen iz1uierdo -0,4 y en el margen superior 0,09 hallando una probabilidad de 0,3121.

c) Mayores que 2,11: Graficamos el área sombreada:



Luego, en la taba de la normal buscamos en el margen iz1uierdo 2.11 y en el margen superior 0,01 hallando una probabilidad de 0,9826. Esta es la probabilidad por izquierda, luego por complemento, hallamos la probabilidad buscada, es decir, 1- 0,9826 = 0,0174

d) Mayores de -1,85: Lo mismo para -1,85 cuya probabilidad es de 0,9678
e) Entre 0,95 y 3,22: Graficamos el área sombreada:



Luego, en la taba de la normal buscamos para 3,22 y 0,95. Tomamos la diferencia entre las probabilidades (0,9994 – 0,8289) y esa es la buscada, es decir, 0,1705.

f) Entre -2,31 y 2,31: Lo mismo para -2,31 y 2,31. La probabilidad vale 0,9582.
g) Entre -0,67 y 3,01: Lo mismo para -0,67 y 3,01. La probabilidad vale 0,7473.

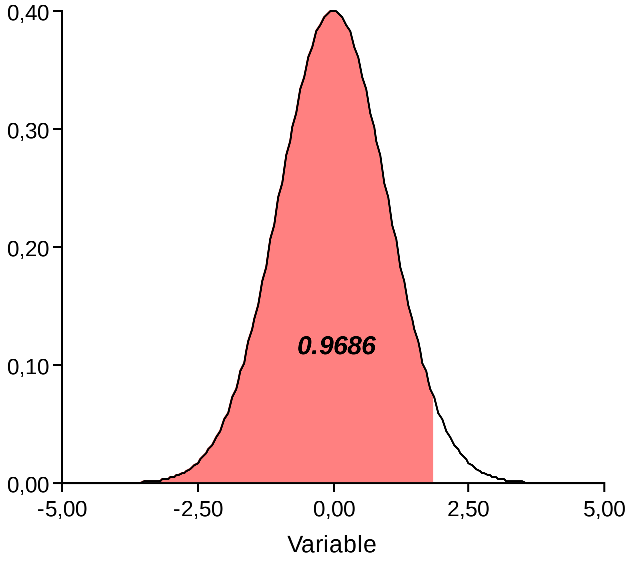
Ejercicio 4-2:

Si la variable Z se distribuye normalmente con media $\mu = 0$ y desvío $\sigma = 1$, hallar los valores de Z que verifiquen:

a) $P(Z < z^*) = 0{,}9686$
b) $P(Z > z^*) = 0{,}2266$
c) $P(1{,}12 < Z < z^*) = 0{,}0725$
d) $P(-z^* < Z < z^*) = 0{,}95$
e) $P(0 < Z < z^*) = 0{,}3770$
f) $P(Z < z^*) = 0{,}8621$
g) $P(-1{,}5 < Z < z^*) = 0{,}0217$
h) $P(Z > z^*) = 0{,}0268$
i) $P(Z < -z^*) = 0{,}0060$
j) $P(1{,}01 < Z < z^*) = 0{,}0814$
k) $P(-z^* < Z < z^*) = 0{,}99$
l) $P(z^* < Z < 1) = 0{,}2266$

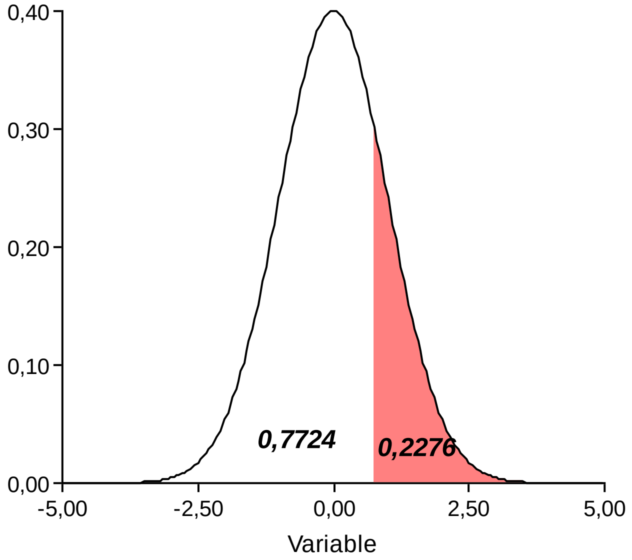
Resolución:

a) $P(Z < z^*) = 0{,}9686$, buscamos en el cuerpo de la tabla 0,9686 y vemos a que margen izquierdo y superior pertenece, luego $z^* = 1{,}86$

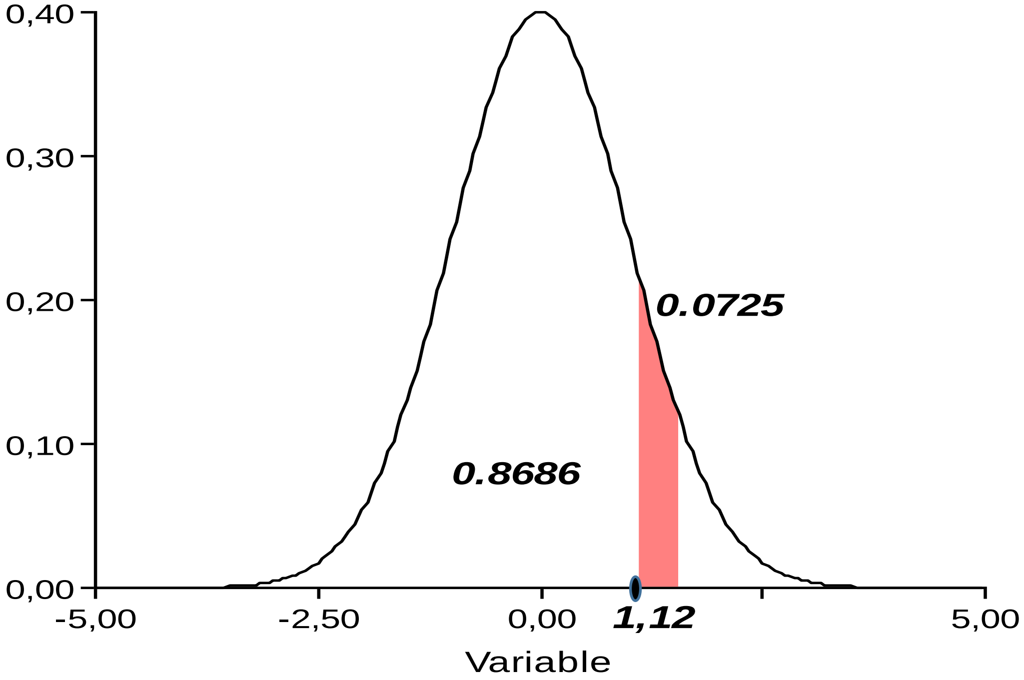


b) P(Z > z*) = 0,2266, buscamos el complemento de 0,2266 que es 0,7724 y en el cuerpo de la tabla vemos a que margen izquierdo y superior pertenece: 0,75 luego

z* = 0,75.



c) P(1,12 < Z < z*) = 0,0725, buscamos la probabilidad para 1,12 que es 0,8686, sumamos 0,0725 y nos queda una probabilidad acumulada hasta z* de 0,9411. Buscamos este valor o el que más se aproxime en el cuerpo de la tabla resultando z* = 1,56.



d) P(-z* < Z < z*) = 0,95, para el lado lateral izquierdo queda una probabilidad de 0,025, luego -z* = -1,96 y z*= 1,96.

e) P(0 < Z < z*) = 0,3770, sumamos 0,50 resultando una probabilidad acumulada de 0, 8770, buscando en el cuerpo de la tabla resulta z*=1,16.

f) P(Z < z*) = 0,8621, buscando en el cuerpo de la tabla resulta z*=1,09.

g) P(-1,5 < Z < z*) = 0,0217, como el punto c) hasta z* nos queda una probabilidad acumulada de 0,0885, luego z* = -1,35.

h) P(Z > z*) = 0,0268, como el punto b) z* = -1,93.

i) P(Z < -z*) = 0,0060, buscamos dicha probabilidad en la tabla y obtenemos -z*= -2,51.

j) P(1,01 < Z < z*) = 0,0814, como el punto c) hasta z* nos queda una probabilidad acumulada de 0,9252, luego z* = 1,44-

k) P(-z* < Z < z*) = 0,99 como el punto d) para el lado lateral izquierdo queda una probabilidad de 0,005, luego -z* = -2,57 y z*= 2,57.

l) P(z* < Z < 1) = 0,2266, buscamos la probabilidad de 1 resultando 0,8413. Luego z* acumula una probabilidad de 0,8413 - 0,2266 = 0,6147 siendo z* = 0,29 por aproximación.

Ejercicio 4-3:

Si la altura de las mujeres de una población se distribuye normalmente con media μ = 150 y desvío σ = 10; encontrar la probabilidad de hallar valores de la variable:

a) menores de 170; b) menores que 140;

c) mayores de 165;
d) mayores de 134;
e) entre 155 y 175;
f) entre 135 y 165;
g) entre 140 y 170.

Resolución:

a) Hay que hallar P(X< 170), se estandariza el valor 170 obteniendo la altura estandarizada de z = $\frac{170-150}{10}$ = 2.
Luego P(X< 170) = P(Z< 2) = 0,9772 (usando la tabla de la normal) .

b) Lo mismo que el punto anterior P(X< 140) = P(Z< -1) = 0,1587

c) Hay que hallar P(X > 165), se estandariza el valor 165 obteniendo la altura estandarizada de z = 1,5
Luego P(X > 165) = P(Z > 1,5) = 1 - P(Z < 1,5) = 0,0668.

d) Como en el punto anterior, P(X > 134) = P(Z > -1,6) = 1 - P(Z < -1,6) = 0,9452

e) Hay que hallar P(155 < X< 175), se estandariza el valor 175 y 155 obteniendo las alturas estandarizadas de 2,5 y 0,5 respectivamente.
Luego, P(155 < X< 175) = P(0,5 < Z < 2,5) = P(Z < 2,5) – P(Z < 0,5) =
= 0,9938 – 0,6915 = 0,3023

f) Hay que hallar P(135 < X< 165), como en el punto anterior obtenemos:
P(135 < X< 165) = P(Z < 1,5) – P(Z < -1,5) = 0,9332 -0,0668 = 0.8664

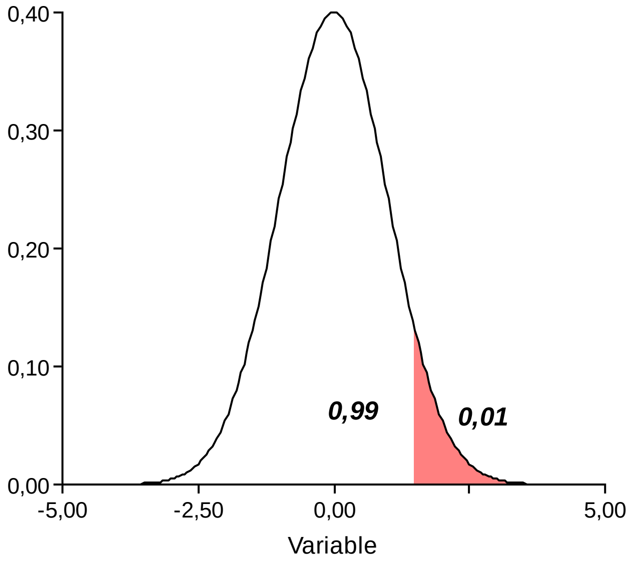
g) Hay que hallar P(140 < X< 170), como en el punto anterior obtenemos:
P(140 < X< 170) = P(Z < 2) – P(Z < -1 = 0,9772 -0,1587 = 0.8185.

Ejercicio 4-4:

Si el diámetro del tallo de cierta especie de árbol es una variable con distribución normal y una desviación estándar de 0.3 m ¿Qué valor será el del diámetro promedio, si el 1% de los tallos tienen un diámetro que supera 1.5 m?

Resolución:

Sea X el diámetro del tallo. Se sabe que P(X >1,5) = 0,01 ya que solo el 1% de los tallos tienen un diámetro que supera los 1,5 m.
El valor z que acumula por izquierda una probabilidad de 0,99 y por derecha 0,01 es 2,33.
Luego P(X > 1,5) = P(Z > 2,33) = 0,01.



Según la fórmula de la estandarización tenemos:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Reemplazando:

$$2{,}33 = \frac{1{,}5\ m - \mu}{0{,}3\ m}$$

Despejando obtenemos μ = 0,801 m.