Ejercicio 4-10:

Una variable aleatoria continua X tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = a(2 + X) \qquad \text{para } 0 < X \leq 2$$

a) Hallar el valor de la constante a.
b) Hallar $P(0 < X < 1)$
c) Hallar E(X) y V(X)

a) $\int_0^2 a(2+x)dx = [a(2+x)]_0^2 = 1$

$$a\left(4+\frac{4}{2}\right) = 1$$

$$a\frac{12}{2} = 1 => a = \frac{1}{6}$$

b)

$$\int_0^1 \frac{1}{6}(2+x)dx = \frac{1}{6}\left[2x + \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{5}{12}$$

c)

Recordar:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x)dx$$

Entonces:

$$E(X) = \int X * \frac{1}{6}(2+X)\,dx = \frac{1}{6}\int 2X + X^2 dx$$

Resolver esta integrale para poder resolver la varianza

$$var(X) = \int (X - E(X))^2 * \frac{1}{6}(2+X)dx$$