

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.А. НОВИКОВ, В.Ю. КОНЧАЛОВСКИЙ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТУ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебное пособие
по курсу

«Информационно-измерительная техника и электроника»
для студентов, обучающихся по направлению «Электроэнергетика»

УДК
621.317
Н731

Утверждено учебным управлением МЭИ в качестве учебного пособия для студентов

Подготовлено на кафедре информационно-измерительной техники МЭИ(ТУ)

Рецензенты: профессор каф.ММ МЭИ(ТУ) А.Б. Фролов,
профессор каф.ВМСС МЭИ(ТУ) И.И. Ладыгин,
доцент РГСУ Л.Л. Коленский .

Новиков В.А

Н731 Сборник задач по расчету погрешностей электрических измерений: учеб.
пособие / В.А. Новиков, В.Ю. Кончаловский — М. : Издательство МЭИ, 2006. —
36 с.

ISBN 5-7046-1328-4

Рассматриваются задачи по расчету характеристик погрешностей прямых и косвенных измерений с однократными наблюдениями. Сборник включает четыре раздела и предполагает двухступенчатую подготовку обучаемого. На первой ступени рекомендуются задачи первого и второго разделов, на второй — третьего и четвертого. Первый и второй разделы содержат сравнительно простые задачи, каждая из которых связана с решением той или иной части общей задачи по оцениванию погрешностей измерений. Последующие два раздела состоят из более сложных задач, приближенных к практике электрических измерений.

Каждый раздел содержит примеры задач с решениями и задачи с ответами для самопроверки.

Для студентов, изучающих методику метрологических расчетов в рамках общего курса «Информационно-измерительная техника и электроника».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Результат измерения электрической (как и любой физической) величины должен содержать информацию о точности полученного значения. Для этого используются те или иные характеристики погрешности измерения.

Расчет характеристик погрешности измерения, иначе называемый оцениванием погрешности, выполняется на основе имеющихся сведений об объекте измерения и используемых средствах измерений.

В зависимости от характера проявления преобладающих составляющих погрешности измерения, систематического или случайного, используют измерения соответственно с однократными или многократными наблюдениями. Выбранная методика измерений определяет и способ оценивания погрешностей.

В данном сборнике рассматриваются задачи по расчету характеристик погрешностей измерений с однократными наблюдениями. В качестве таких характеристик, чаще всего, используются симметричные доверительные интервалы для заданных значений доверительной вероятности.

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов, изучающих методику метрологических расчетов в рамках общего курса «Информационно-измерительная техника и электроника». Поэтому, в силу ограниченности учебного времени, в методике расчетов допущены некоторые упрощения. При определении границ доверительных интервалов погрешностей для доверительных вероятностей 0,9, 0,95 и 0,99 используются усредненные значения коэффициента K_p , не зависящие от составляющих погрешности измерения [1]. Кроме того, упрощено правило округления вычисленной характеристики погрешности: независимо от найденного числового значения оно округляется до двух значащих цифр.

1. ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Примеры

1.1. Имеется резистор сопротивлением 5,1 МОм, через который протекает ток, равный 200 мкА. Максимальное значение мощности рассеяния P для резистора $P_{\max} = 250$ мВт. Рассчитать значение P для данного тока и сравнить с P_{\max} , а также рассчитать с точностью до единиц микроампер максимально возможное значение тока I_{\max} , соответствующее P_{\max} .

Решение:

$$P = I^2 R = 0,204 \text{ Вт} = 204 \text{ мВт} < P_{\max};$$

$$I_{\max} = \sqrt{P_{\max} / R} = 221 \text{ мкА}.$$

1.2. Имеется конденсатор емкостью 100 пФ. В начальный момент опыта конденсатор разряжен, затем его в течение 20 мкс заряжают постоянным током, значение которого требуется определить. После этого измеряют напряжение на конденсаторе, которое оказывается равным 1 мВ. Определите выраженное в наноамперах значение тока.

Решение:

$$I = U C / t = 5 \text{ нА}.$$

1.3. Верхняя граница рабочей полосы частот электронно-лучевого осциллографа определяется спадом его амплитудно-частотной характеристики (т.е. уменьшением чувствительности канала вертикального отклонения S_y при увеличении частоты входного напряжения относительно значения чувствительности на постоянном токе $S_{y,0}$) на 3дБ. Выразите соответствующее изменение чувствительности δ_{S_y} в процентах.

Решение:

$$3 \text{ дБ} = 20 \lg S_{y,0} - 20 \lg S_y = 20 \lg (S_{y,0} / S_y);$$

$$\delta_{S_y} = (S_y - S_{y,0}) 100\% / S_{y,0} = [(S_y / S_{y,0}) - 1] 100\%;$$

$$S_y / S_{y,0} = 10^{-0,15} = 0,707946;$$

$$\delta_{S_y} \approx -29\%.$$

1.4. Часто при вычислении относительной погрешности δ пользуются приближенной формулой, при этом в знаменатель вместо истинного или действительного значения измеряемой величины подставляют измеренное значение. Полученное в результате такого расчета значение относительной погрешности δ' отличается от δ на «погрешность погрешности» $\delta_{\text{погр}}$. Выразите $\delta_{\text{погр}}$ через δ .

Решение:

$$\delta' = \Delta / x = \Delta / (x_{\text{н}} + \Delta) = \delta / (1 + \delta);$$

$$\delta_{\text{погр}} = (\delta' - \delta) / \delta = -\delta / (1 + \delta);$$

$$\delta_{\text{погр}} \approx -\delta, \text{ так как обычно } \delta \ll 1.$$

1.5. При измерении величины x возникает систематическая погрешность, относительное значение которой δ остается постоянным во всем диапазоне измерений. Полагая, что значение δ известно, выведите формулу для расчета скорректированного (свободного от указанной погрешности) значения измеряемой величины x' .

Решение:

$$\Delta = x - x' = \delta x'; \quad x' = x / (1 + \delta).$$

1.6. Измеренное значение сопротивления $R = 100,0$ Ом. Предел допускаемой относительной погрешности измерения $\delta_{\text{п}} = 1,0$ %. Найдите интервал, в котором должно находиться $R_{\text{и}}$ — истинное значение сопротивления.

Решение:

$$\Delta = R - R_{\text{и}}; \quad R_{\text{и}} = R - \Delta; \quad -\Delta_{\text{п}} \leq \Delta \leq \Delta_{\text{п}};$$

$$R - \Delta_{\text{п}} \leq R_{\text{и}} \leq R + \Delta_{\text{п}};$$

$$\Delta_{\text{п}} \cong \delta_{\text{п}} R / 100 \% = 1,0 \text{ Ом};$$

$$99,0 \text{ Ом} \leq R_{\text{и}} \leq 101,0 \text{ Ом}.$$

1.7. Резистор, сопротивление которого требуется измерить, соединен последовательно с мерой сопротивления. Номинальное значение меры — $R_0 = 1$ кОм. Образовавшаяся цепь подключена к источнику стабильного тока I . Вольтметром, входное сопротивление которого $R_V = 100$ кОм, поочередно измеряют падения напряжения на обоих резисторах. Полученные значения — соответственно для измеряемого сопротивления и сопротивления меры, $U = 3,5$ В и $U_0 = 0,5$ В. Искомое значение вычисляют по формуле $R = R_0 U / U_0$, в которой не учитывается конечное значение R_V , из-за чего возникает методическая погрешность $\delta_{\text{м}}$. Рассчитайте значение $\delta_{\text{м}}$.

Решение:

$$R = 7 \text{ кОм};$$

$$U = I R_{\text{и}} R_V / (R_{\text{и}} + R_V); \quad U_0 = I R_0 R_V / (R_0 + R_V);$$

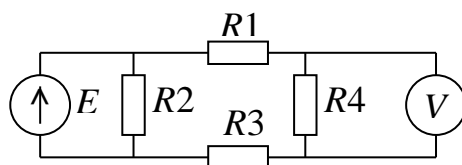
$$R = R_{\text{и}} (R_0 + R_V) / (R_{\text{и}} + R_V);$$

$$R_{\text{и}} = R_V R / (R_0 + R_V - R);$$

$$\delta_{\text{м}} = (R - R_{\text{и}}) 100 \% / R_{\text{и}} = (R / R_{\text{и}} - 1) 100 \% ;$$

$$\delta_{\text{м}} = (R_0 - R) 100 \% / R_V = -6,0 \%.$$

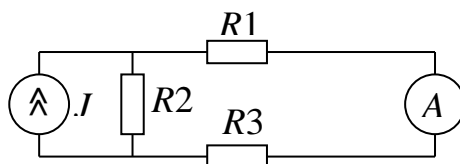
1.8. Выразите абсолютную погрешность взаимодействия для представленной ниже схемы через сопротивления резисторов R_1, R_2, R_3, R_4 , показание вольтметра U и его входное сопротивление R_V .



Решение:

$\Delta_{ВЗ} = - U R_{\text{ЭКВ}} / R_V$. Для определения выходного сопротивления эквивалентного источника напряжения следует заменить источник ЭДС E коротким замыканием и вычислить сопротивление получившейся цепи между точками подключения вольтметра: $R_{\text{ЭКВ}} = (R_1 + R_3) R_4 / (R_1 + R_3 + R_4)$.

1.9. Выразите абсолютную погрешность взаимодействия для представленной ниже схемы через сопротивления резисторов R_1 , R_2 , R_3 , показание амперметра I и его входное сопротивление R_A .



Решение:

$\Delta_{ВЗ} = - I R_A / R_{\text{ЭКВ}}$; для определения выходного сопротивления эквивалентного источника тока следует заменить источник тока I разрывом и вычислить сопротивление получившейся цепи между точками подключения амперметра: $R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + R_3$.

1.10. Имеется три средства измерений: СИ1, СИ2, СИ3. Обозначения их классов точности, соответственно — 1,0; 0,2; 0,1/0,05. Представьте для каждого из этих средств измерений выражения предельных значений основной абсолютной, основной относительной и основной приведенной погрешностей. При этом значение измеряемой величины обозначьте как x , а нормирующее значение как x_N .

Решение: СИ1: $\Delta_{\text{о.п}} = 0,01 x_N$; $\delta_{\text{о.п}} = (x_N / x) \%$; $\gamma_{\text{о.п}} = 1,0 \%$;

СИ2: $\Delta_{\text{о.п}} = 0,002 x$; $\delta_{\text{о.п}} = 0,2 \%$; $\gamma_{\text{о.п}} = (0,2 x / x_N) \%$;

СИ3: $\Delta_{\text{о.п}} = 0,0005 x + 0,0005 x_N$;

$\delta_{\text{о.п}} = 0,1 \% + 0,05 \% \cdot [|x_N / x| - 1]$;

$\gamma_{\text{о.п}} = (0,05 x / x_N + 0,05) \%$.

1.11. Какой поддиапазон измерений моста — (0...100) Ом, (0...1000) Ом, (0...10000) Ом, следует выбрать для наиболее точного

измерения сопротивления R , значение которого близко к 50 Ом, если предел допускаемой инструментальной составляющей относительной погрешности измерений $\delta_{и.п} = [1,0 + (2,0 / R)] \%$, длина шкалы (число делений) $a_k = 1000$, а показания при отсчете округляются до целого числа делений?

Решение: $\delta_{п} = \delta_{и.п} + \delta_{отс.п};$

$$\delta_{и.п} = [1,0 + (2,0 / 50)] \% \cong 1,0 \% \text{ (для всех поддиапазонов);}$$

$$\delta_{отс.п} \cong \delta_{кв.п}; \quad \delta_{кв.п} = 50 \% \cdot q / R; \quad q = R_k / (n a_k); \quad n = 1;$$

$$\delta_{отс.п} (R_k = 100 \text{ Ом}) = 0,10 \%;$$

$$\delta_{отс.п} (R_k = 1000 \text{ Ом}) = 1,0 \%;$$

$$\delta_{отс.п} (R_k = 10000 \text{ Ом}) = 10 \%.$$

1.12. Требуется выбрать один из двух поддиапазонов измерений магнитоэлектрического вольтметра класса точности 1,0 — (0...15)В и (0...30)В, так чтобы минимизировать максимальную, без учета знака, погрешность измерения напряжения, значение которого близко к 10 В. Измерения проводятся при нормальных условиях, погрешность отсчитывания пренебрежимо мала, выходное сопротивление источника напряжения $R_{и}$ не превышает 20 Ом (вариант 1) или 200 Ом (вариант 2), ток полного отклонения для указанных поддиапазонов измерений $I_{п.о} = 3 \text{ мА}$?

Решение:

$$|\Delta|_{\max} = \Delta_{о.п} + |\Delta_{вз}|_{\max};$$

$$\Delta_{о.п} = 0,01 \gamma_{о.п} U_k;$$

$$|\Delta_{вз}|_{\max} = U R_{и \max} / R_V; \quad R_V = U_k / I_{п.о};$$

$$1) U_k = 15 \text{ В: } |\Delta|_{\max} = 0,19 \text{ В};$$

$$U_k = 30 \text{ В: } |\Delta|_{\max} = 0,32 \text{ В};$$

$$2) U_k = 15 \text{ В: } |\Delta|_{\max} = 0,55 \text{ В};$$

$$U_k = 30 \text{ В: } |\Delta|_{\max} = 0,50 \text{ В}.$$

1.13. Номинальная функция преобразования цифроаналогового преобразователя (ЦАП) имеет следующий вид: $I_{ном} = 4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} (N / N_{\max})$, где N — код на входе ЦАП, $N_{\max} = 2^m - 1$, $m = 16$ — число двоичных разрядов входного кода ЦАП. Нормирующее значение для входа — $N_N = N_{\max}$, для выхода — $I_N = 20 \text{ мА}$. После подачи на вход ЦАП кода $N = 2^{14}$ определено действительное значение выходного тока $I_d = 8,002 \text{ мА}$. Рассчитайте $\Delta_{вх}$, $\delta_{вх}$, $\gamma_{вх}$, $\Delta_{вых}$, $\delta_{вых}$, $\gamma_{вых}$.

Решение:

$$\Delta_{вых} = I_d - I_{ном} = 8,002 \text{ мА} - [4 \text{ мА} + 16 \text{ мА} \cdot 2^{14} / (2^{16} - 1)];$$

$$\Delta_{вых} = 0,00194 \text{ мА} \approx 0,0019 \text{ мА};$$

$$\begin{aligned}\delta_{\text{ВЫХ}} &= \Delta_{\text{ВЫХ}} 100 \% / I_{\text{НОМ}} = 0,024 \% ; \\ \gamma_{\text{ВЫХ}} &= \Delta_{\text{ВЫХ}} 100 \% / I_N = 0,0097 \% ; \\ \Delta_{\text{ВХ}} &= N_p - N, \text{ где } N_p \text{ — расчетное значение кода;} \\ N_p &= (I_d - 4 \text{ мА}) N_{\text{max}} / 16 \text{ мА} = 16392; \\ \Delta_{\text{ВХ}} &= 8; \\ \delta_{\text{ВХ}} &= \Delta_{\text{ВХ}} 100 \% / N = 0,049 \% ; \\ \gamma_{\text{ВХ}} &= \Delta_{\text{ВХ}} 100 \% / N_N = 0,012 \% .\end{aligned}$$

1.14. Вольтметр V1 класса точности 1,0 с диапазоном показаний (0...100) В и вольтметр V2 класса точности 2,0 с диапазоном показаний (–50...50) В подключены к одному источнику напряжения. Измерения проводятся при нормальных условиях, погрешности отсчитывания пренебрежимо малы. $U_1 = 45,6$ В и $U_2 = 47,5$ В — показания V1 и V2 соответственно. Можно ли утверждать, что хотя бы один из вольтметров не отвечает указанному для него классу точности?

Решение:

$$\begin{aligned}\text{Нет, так как: } U_1 - U_2 &= (U_{\text{н}} + \Delta_1) - (U_{\text{н}} + \Delta_2) = \Delta_1 - \Delta_2; \\ -\Delta_{\text{о.п1}} - \Delta_{\text{о.п2}} &\leq \Delta_1 - \Delta_2 \leq \Delta_{\text{о.п1}} + \Delta_{\text{о.п2}}; \\ \left| U_1 - U_2 \right|_{\text{max}} &= \Delta_{\text{о.п1}} + \Delta_{\text{о.п2}} = 0,01 \cdot 100 \text{ В} + 0,02 \cdot 50 \text{ В} = 2,0 \text{ В}; \\ \left| U_1 - U_2 \right| &< \left| U_1 - U_2 \right|_{\text{max}}.\end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

1.15. Номинальная функция преобразования термопреобразователя сопротивления имеет следующий вид: $R_{t_{\text{НОМ}}} = (1 + 0,00428 \ t) 100 \text{ Ом}$.

Определите относительную погрешность преобразователя по входу, если в результате эксперимента получены следующие действительные значения температуры и сопротивления: $t_d = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $R_{t_d} = 109,0 \text{ Ом}$.

1.16. Номинальная функция преобразования термопреобразователя сопротивления имеет следующий вид: $R_{t_{\text{НОМ}}} = (1 + 0,00428 \ t) 100 \text{ Ом}$.

Определите относительную погрешность преобразователя по выходу, если в результате эксперимента получены следующие действительные значения температуры и сопротивления: $t_d = 50,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $R_{t_d} = 121,0 \text{ Ом}$.

1.17. Вольтметры V1 и V2 имеют одинаковые диапазоны показаний — (0...30) В. Классы точности V1 и V2 — соответственно 0,25 и 0,4/0,2.

Полагая, что существенны только основные погрешности вольтметров, укажите, если это возможно, интервал значений напряжения, в котором оно будет определено с большей точностью в случае применения $V1$.

1.18. Вольтметром с диапазоном показаний $(0...30)$ В и пределом допускаемой приведенной погрешности $0,5\%$ выполнено измерение напряжения. Полученное значение равняется $9,5$ В. После определения более точным вольтметром действительного значения напряжения выяснилось, что относительная погрешность первого вольтметра составила $1,5\%$.

Не противоречит ли это заявленной для первого вольтметра точности?

1.19. Имеется вольтметр $V1$ класса точности $0,2/0,1$ с диапазоном показаний $(0...100)$ В и вольтметр $V2$ класса точности $0,2$ с диапазоном показаний $(0...100)$ В. С помощью $V1$ измерили выходное напряжение некоторого источника, при этом измеренное значение $U_1 = 50,0$ В. Затем вместо $V1$ к тому же источнику подключили $V2$ и получили второе измеренное значение U_2 .

Полагая, что существенны только основные погрешности вольтметров, определите интервал, в котором оказалось значение U_2 .

1.20. Предел допускаемой относительной погрешности цифрового частотомера определяется выражением $\delta_{\text{п}} = 2 \cdot 10^{-5} + 1 / (f T_{\text{сч}})$, где f — измеренное значение частоты, $T_{\text{сч}}$ — значение времени счета, которое выбирается из ряда: $(0,001; 0,01; 0,1; 1; 10)$ с.

Требуется измерить частоту, приблизительно равную 10 кГц, с абсолютной погрешностью, не превышающей по модулю $2,5$ Гц. Определите минимально необходимое для этого время счета.

1.21. Предел допускаемой относительной погрешности цифрового частотомера, работающего в режиме измерения периода, определяется как $\delta_{\text{п}} = 2 \cdot 10^{-5} + 10^{-7}/(n T)$, где T — измеренное значение периода в секундах, n — значение коэффициента умножения периода, которое выбирается из ряда: $(1; 10; 100; 1000; 10000)$.

Требуется измерить период, приблизительно равный 1 мс, с абсолютной погрешностью, не превышающей по модулю $0,10$ мкс. Определите минимально необходимое для этого значение n .

1.22. Систематическая погрешность вольтметра является линейной функцией измеряемого напряжения: $\Delta = a + b U_{\text{д}}$, где a, b — неизвестные постоянные коэффициенты, $U_{\text{д}}$ — действительное значение измеряемого напряжения. Для вычисления поправки η (прибавляемой к измеренному значению в целях компенсации систематической погрешности) выполняются

измерения двух напряжений, действительные значения которых $U_{1д}$ и $U_{2д}$ известны. Соответствующие измеренные значения — U_1 и U_2 .

Выразите η для произвольного измеренного значения U , если $U_{1д} = 0$, $U_{2д} = 10$ В, $U_1 = -0,001$ В, $U_2 = 9,997$ В.

1.23. Измеритель сопротивления подключается к объекту измерения с помощью двухпроводной линии связи. Сопротивление каждого из проводов не превышает 10 мОм. Влияние сопротивления проводов на результаты измерений не учитывается (что приводит к погрешности метода).

Найдите нижнюю границу диапазона измерений, для которого погрешность метода по модулю не превысит 0,001 %.

1.24. Сопротивление изоляции между входными зажимами измерителя сопротивления превышает 10 ТОм. Влияние этого сопротивления на результаты измерений не учитывается (что приводит к погрешности метода).

Найдите верхнюю границу диапазона измерений, для которого погрешность метода по модулю не превысит 0,001 %.

1.25. Измеритель сопротивления подключается к объекту измерения с помощью двухпроводной линии связи. Влияние сопротивления проводов на результаты измерений не учитывается (что приводит к погрешности метода). Диапазон измерений — от 10 Ом до 1 ГОм.

Установите ограничение для сопротивления каждого из проводов, которое обеспечит ограничение модуля погрешности метода на уровне 0,01 %.

1.26. Сопротивление изоляции между входными зажимами измерителя сопротивления конечно, причем влияние этого обстоятельства на результаты измерений не учитывается (что приводит к погрешности метода). Диапазон измерений — от 10 Ом до 1 ГОм.

Установите ограничение для сопротивления изоляции, которое обеспечит ограничение модуля погрешности метода на уровне 0,01%.

1.27. Выполняется косвенное измерение индуктивности катушки L . Используется следующая расчетная формула: $L = U / (2\pi f I)$, где U , I — измеренные действующие значения напряжения на катушке и тока, протекающего по ней, f — частота. При этом не учитывается активное сопротивление катушки R (что приводит к погрешности метода).

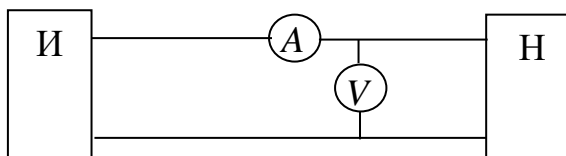
Как должна быть ограничена частота f для того, чтобы относительная погрешность метода не превышала 0,5%, если значения индуктивности и сопротивления приблизительно равны соответственно 1 мГн и 63 Ом?

1.28. Выполняется косвенное измерение индуктивности катушки L . Используется следующая расчетная формула: $L = U / (2\pi f I)$, где U , I — измеренные действующие значения напряжения на катушке и тока, протекающего по ней, f — частота. При этом не учитывается активное сопротивление катушки R (что приводит к погрешности метода).

Как должно быть ограничено сопротивление R для того, чтобы относительная погрешность метода не превышала 0,5%, если $L \cong 100$ мкГн, а $f = 1$ МГц?

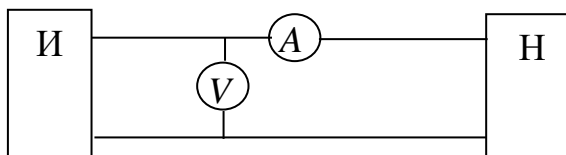
1.29. Мощность P , потребляемая нагрузкой (Н) от источника постоянного тока (И), измеряется косвенно с помощью постоянно подключенных вольтметра (V) и амперметра (A). Расчет выполняется по формуле $P = I U$, где I , U — показания соответственно A и V . При этом не учитывается влияние на результат измерения внутреннего сопротивления приборов, что приводит к погрешности метода.

Определите значение относительной погрешности метода, если $I = 100$ мА, $U = 1,00$ В, $R_V = 1$ кОм, $R_A = 0,1$ Ом.



1.30. Мощность P , потребляемая нагрузкой (Н) от источника постоянного тока (И), измеряется косвенно с помощью постоянно подключенных вольтметра (V) и амперметра (A). Расчет выполняется по формуле $P = I U$, где I , U — показания соответственно A и V . При этом не учитывается влияние на результат измерения внутреннего сопротивления приборов, что приводит к погрешности метода.

Определите значение относительной погрешности метода, если $I = 100$ мА, $U = 1,00$ В, $R_V = 1$ кОм, $R_A = 0,1$ Ом.



1.31. Для измерения емкости конденсатора его, предварительно полностью разрядив, заряжают в течение интервала времени Δt от источника постоянного напряжения U_0 , имеющего выходное сопротивление $R_{\text{вых}}$, до напряжения U . Полагая, что ток заряда в течение Δt остается неизменным,

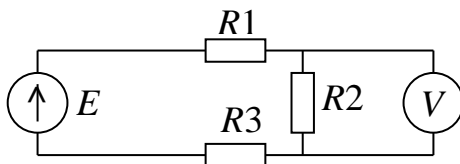
искомое значение емкости рассчитывают как $C = (U_0 \Delta t) / (U R_{\text{вых}})$. Указанное предположение является причиной погрешности метода.

Найдите значение относительной погрешности метода δ_m , если $U_0 = 5 \text{ В}$, $\Delta t = 1 \text{ мс}$, $U = 0,25 \text{ В}$, $R_{\text{вых}} = 1 \text{ кОм}$.

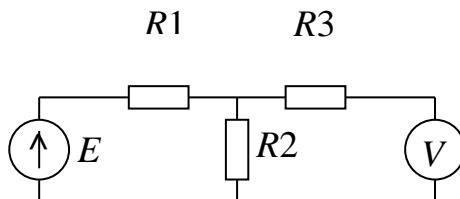
1.32. Для измерения емкости конденсатора его, предварительно полностью разрядив, заряжают в течение интервала времени Δt от источника постоянного напряжения U_0 , имеющего выходное сопротивление $R_{\text{вых}}$, до напряжения U . Полагая, что ток заряда в течение Δt остается неизменным, искомое значение емкости рассчитывают как $C = (U_0 \Delta t) / (U R_{\text{вых}})$. Указанное предположение является причиной погрешности метода.

Определите диапазон измеряемых емкостей, для которого относительная погрешность метода δ_m не превысит 0,1%, если $\Delta t = 10 \text{ мкс}$, $R_{\text{вых}} = 1 \text{ кОм}$.

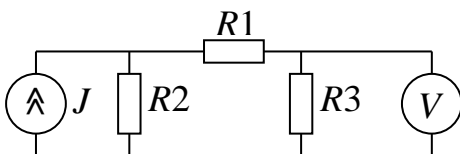
1.33. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 100 \text{ Ом}$; $R_2 = 200 \text{ Ом}$; $R_3 = 100 \text{ Ом}$; $R_V > 10 \text{ кОм}$; $U_V = 100 \text{ В}$.



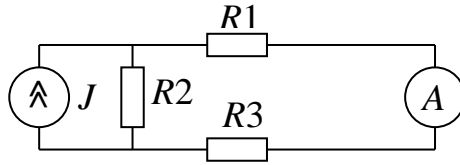
1.34. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 100 \text{ Ом}$; $R_2 = 200 \text{ Ом}$; $R_3 = 100 \text{ Ом}$; $R_V > 10 \text{ кОм}$; $U_V = 100 \text{ В}$.



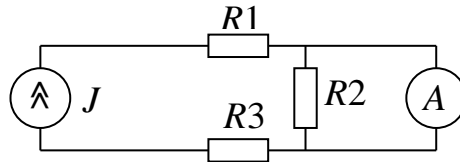
1.35. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 2 \text{ кОм}$, $R_2 = 1 \text{ кОм}$, $R_3 = 1 \text{ кОм}$, $R_V > 15 \text{ кОм}$; $U_V = 200 \text{ мВ}$.



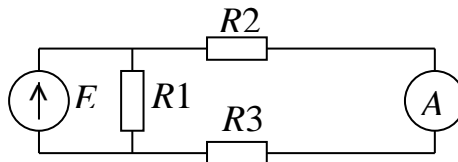
1.36. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 300 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$, $R_3 = 500 \text{ Ом}$, $R_A < 10 \text{ Ом}$; $I_A = 20,0 \text{ мА}$.



1.37. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 15 \text{ кОм}$, $R_2 = 20 \text{ кОм}$, $R_3 = 10 \text{ кОм}$, $R_A < 200 \text{ Ом}$; $I_A = 500 \text{ мкА}$.



1.38. Определите интервал возможных значений погрешности взаимодействия для прибора, включенного в приведенную ниже схему, если известно, что: $R_1 = 500 \text{ Ом}$, $R_2 = 300 \text{ Ом}$, $R_3 = 200 \text{ Ом}$, $R_A < 5 \text{ Ом}$; $I_A = 100 \text{ мА}$.

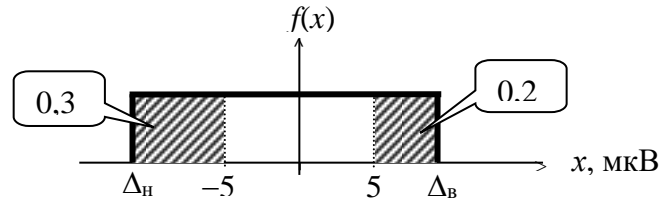


2. СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Примеры

2.1. Случайная погрешность Δ распределена по закону равномерной плотности. Известны значения вероятностей двух событий — P_1 и P_2 . $P_1 = P(\Delta < -5 \text{ мкВ}) = 0,3$; $P_2 = P(\Delta > 5 \text{ мкВ}) = 0,2$. Определите значения дисперсии $D(\Delta)$ и вероятности $P_3 = P(\Delta > 0)$.

Решение:



плотность вероятности $f(x) = \text{const} = 1 / (\Delta_B - \Delta_H)$;

$$P_1 = \int_{\Delta_H}^{-5 \text{ мкВ}} f(x) dx = (-5 \text{ мкВ} - \Delta_H) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$P_2 = \int_{5 \text{ мкВ}}^{\Delta_B} f(x) dx = (\Delta_B - 5 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$P_1 + P_2 = (\Delta_B - \Delta_H - 10 \text{ мкВ}) / (\Delta_B - \Delta_H) = 1 - 10 \text{ мкВ} / (\Delta_B - \Delta_H);$$

$$\Delta_B - \Delta_H = 10 \text{ мкВ} / (1 - P_1 - P_2) = 20 \text{ мкВ};$$

$$\Delta_B = P_2 (\Delta_B - \Delta_H) + 5 \text{ мкВ} = 9 \text{ мкВ};$$

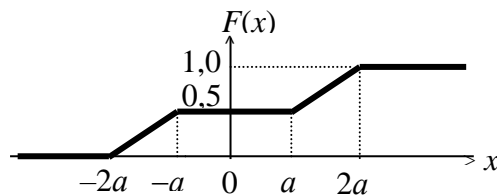
$$\Delta_H = -11 \text{ мкВ};$$

$$M(\Delta) = (\Delta_B + \Delta_H) / 2 = -1 \text{ мкВ};$$

$$D(\Delta) = (\Delta_B - \Delta_H)^2 / 12 \approx 33 \text{ мкВ}^2;$$

$$P_3 = \int_0^{\Delta_B} f(x) dx = \Delta_B / (\Delta_B - \Delta_H) = 0,45;$$

2.2. Дан график функции распределения $F(x)$ случайной величины X :



Определите вероятности следующих событий: $P_1 = P(X \leq a)$, $P_2 = P(0 \leq X \leq a)$, $P_3 = P(X > 0)$, $P_4 = P(X < 0)$, $P_5 = P(X = 2a)$. Найдите

аналитическое выражение функции плотности вероятности $f(x)$. Определите значения математического ожидания $M(X)$ и с.к.о. σ .

Решение:

$$F(x) = P(X < x) [= P(X \leq x) \text{ для непрерывных величин}];$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1);$$

$$P_1 = 0,5;$$

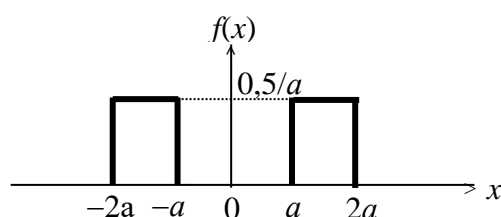
$$P_2 = 0;$$

$$P_3 = P(0 < X < +\infty) = F(+\infty) - F(0) = 0,5;$$

$$P_4 = P(-\infty < X < 0) = F(0) - F(-\infty) = 0,5;$$

$$P_5 = 0.$$

$$f(x) = dF/dx;$$



$$f(x) = 0 \quad \text{при } x < -2a, -a < x < a, x > 2a;$$

$$f(x) = 0,5 / a \quad \text{при } -2a \leq x \leq -a, a \leq x \leq 2a;$$

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = (0,5 / 2a) (a^2 - 4a^2 + 4a^2 - a^2) = 0;$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 f(x) dx = (0,5 / 3a) (-a^3 + 8a^3 + 8a^3 - a^3);$$

$$D(X) = 7a^2 / 3;$$

$$\sigma \approx 1,53a;$$

2.3. С помощью аналогового вольтметра проверяют стабильность источника напряжения, для чего производят два измерения, разделенные некоторым промежутком времени, и вычисляют разность полученных значений $u = U_2 - U_1$. Единственной существенной составляющей погрешности измерения является погрешность отсчитывания. Цена деления вольтметра $c_U = 0,05$ В/дел.; отсчеты, сделанные по его шкале, округляются до 0,1 деления. Определите доверительные интервалы абсолютной погрешности измерения u для двух значений доверительной вероятности — $P_1 = 1$ и $P_2 = 0,99$.

Решение:

$$\underline{P_1 = 1}$$

$$u = U_2 - U_1 = u_{\text{н}} + \Delta_{\text{отс2}} - \Delta_{\text{отс1}};$$

$$\Delta = \Delta_{\text{отс2}} - \Delta_{\text{отс1}};$$

$\Delta_{\text{отс1}}, \Delta_{\text{отс2}}$ — независимые случайные величины, распределенные по закону равномерной плотности на интервале $(-0,5q; +0,5q)$, где $q = 0,1 \text{ дел} \cdot c_U$.

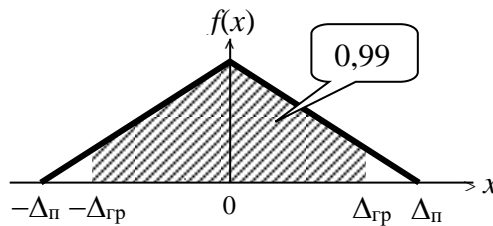
Интервал распределения Δ , $(\Delta_{\text{п.н}}, \Delta_{\text{п.в}})$, является доверительным интервалом для $P_1 = 1$;

$$\Delta_{\text{п.н}} = -\Delta_{\text{п.в}} = -\Delta_{\text{п}}; \Delta_{\text{п}} = 2\Delta_{\text{отс.п}} = 2 \cdot 0,05 \cdot 0,05 \text{ В} = 0,0050 \text{ В};$$

Ответ 1: $(-0,0050; +0,0050) \text{ В}; P = 1$.

$$P_2 = 0,99$$

Δ распределена по закону Симпсона (треугольному);



$$P_2 = 1 - [(\Delta_{\text{п}} - \Delta_{\text{гр}}) / \Delta_{\text{п}}]^2 \text{ (площадь пятиугольника);}$$

$$\Delta_{\text{гр}} = \Delta_{\text{п}} (1 - \sqrt{1 - P_2}) = 0,0045 \text{ В};$$

Ответ 2: $(-0,0045; +0,0045) \text{ В}; P = 0,99$.

2.4. Погрешность измерения тока Δ является суммой пяти независимых случайных составляющих $\Delta_1 \dots \Delta_5$, каждая из которых подчиняется закону равномерной плотности распределения. Интервалы распределения $\Delta_1 \dots \Delta_5$ соответственно — $(-5,0; -3,0) \text{ мкА}$, $(-3,0; -1,0) \text{ мкА}$, $(-1,0; +1,0) \text{ мкА}$, $(+1,0; +3,0) \text{ мкА}$, $(+3,0; +5,0) \text{ мкА}$. Определить доверительные интервалы Δ для двух значений доверительной вероятности — $P_1 = 1$ и $P_2 = 0,99$.

Решение:

$$P_1 = 1$$

Интервал распределения Δ , $(\Delta_{\text{н}}, \Delta_{\text{в}})$, является доверительным интервалом для $P_1 = 1$;

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{н}} &= \Delta_{\text{н1}} + \Delta_{\text{н2}} + \Delta_{\text{н3}} + \Delta_{\text{н4}} + \Delta_{\text{н5}} = \\ &= (-5,0 - 3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0) \text{ мкА} = -5,0 \text{ мкА}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{в}} &= \Delta_{\text{в1}} + \Delta_{\text{в2}} + \Delta_{\text{в3}} + \Delta_{\text{в4}} + \Delta_{\text{в5}} = \\ &= (-3,0 - 1,0 + 1,0 + 3,0 + 5,0) \text{ мкА} = 5,0 \text{ мкА}. \end{aligned}$$

Ответ 1: $(-5,0; +5,0) \text{ мкА}; P = 1$.

$$P_2 = 0,99$$

Закон распределения Δ близок к нормальному с параметрами $M(\Delta)$ и σ ;

$$\Delta_{\text{н}} = M(\Delta) - z_p \sigma;$$

$$\Delta_{\text{в}} = M(\Delta) + z_p \sigma;$$

z_p — квантиль нормального распределения,
 $z_p = 2,58$ для $P = 0,99$;
 $M(\Delta) = M(\Delta_1) + M(\Delta_2) + M(\Delta_3) + M(\Delta_4) + M(\Delta_5)$;
 $M(\Delta_i) = (\Delta_{Bi} + \Delta_{Hi}) / 2, i = 1, 2, \dots, 5$;
 $M(\Delta) = (-4 \text{ мкА}) + (-2 \text{ мкА}) + 0 + 2 \text{ мкА} + 4 \text{ мкА} = 0$;
 $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2$;
 $\sigma_i^2 = (\Delta_{Bi} - \Delta_{Hi})^2 / 12 = (1 / 3) \text{ мкА}^2, i = 1, 2, \dots, 5$;
 $\sigma = \sqrt{5/3} \text{ мкА} \approx 1,3 \text{ мкА}$;
 $\Delta_B = -\Delta_H \approx 3,3 \text{ мкА}$.
 Ответ 2: $(-3,3; +3,3) \text{ мкА}$; $P = 0,99$.

Задачи для самостоятельного решения

2.5. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности и имеет математическое ожидание, равное нулю. Вероятность того, что значение погрешности превысит 1,8 мВ, равна 0,2.

Определите дисперсию погрешности.

2.6. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности. Значения математического ожидания и дисперсии погрешности равны соответственно 9 мВ и 27 мВ².

Определите вероятность того, что погрешность не превысит по модулю 6 мВ.

2.7. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности. Известны вероятности того, что значение погрешности не превысит 200 и 300 мВ. Они соответственно равны 0,25 и 0,5.

Определите дисперсию погрешности.

2.8. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности. Вероятность того, что значение погрешности не превысит 100 мВ, равна 0,1. Вероятность того, что значение погрешности превысит 500 мВ, тоже равна 0,1.

Определите математическое ожидание погрешности.

2.9. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности. Нижняя граница интервала распределения имеет нулевое значение. Среднеквадратическое значение равняется 3,5 мкВ.

Определите вероятность того, что погрешность не выйдет за пределы интервала [6...15] мкВ.

2.10. Случайная погрешность измерения напряжения распределена по закону равномерной плотности. Известны значения плотности вероятности и математического ожидания: соответственно 2мВ^{-1} и -100 мкВ .

Определите вероятность того, что значение погрешности по модулю превысит 100 мкВ.

2.11. Случайная погрешность измерения напряжения Δ распределена по закону Симпсона с математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением равными соответственно нулю и 0,4 мВ.

Определите вероятность попадания Δ в интервал $[-1,0\text{ мВ}; 1,0\text{ мВ}]$.

2.12. Случайная погрешность измерения напряжения Δ распределена по закону Симпсона. Математическое ожидание Δ равняется нулю. Вероятность того, что $|\Delta| > 0,9\text{ мВ}$, равняется 0,01.

Определите максимально возможное значение Δ .

2.13. Случайная погрешность измерения напряжения Δ распределена по закону Симпсона. Математическое ожидание Δ равняется нулю. Максимальное значение плотности вероятности равняется 4 мВ^{-1} .

Определите дисперсию погрешности Δ .

2.14. Случайная погрешность измерения напряжения Δ распределена по закону Симпсона. Ее максимальное значение равняется 2,0 мВ. Математическое ожидание погрешности равняется нулю.

Определите вероятность попадания Δ в интервал $[-1,0\text{ мВ}; 1,0\text{ мВ}]$.

3. ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С ОДНОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

Примеры

3.1. К выходу источника напряжения подключен вольтметр, показание которого $U = 10,00$ В. Измерение выполняется при температуре окружающей среды $T = 25$ °С.

Характеристики источника напряжения: форма напряжения — синусоидальная, частота $f = 1500$ Гц, выходное сопротивление $R_{\text{и}} \leq 1$ Ом.

Характеристики вольтметра: класс точности 0,2; диапазон показаний — (0...15) В; нормальная область значений температуры — (20 ± 2) °С; рабочая область значений температуры — (10...35) °С; нормальная область значений частоты — (45...1000) Гц; рабочая область значений частоты — (20...2000) Гц; $R_V = 200$ Ом; C_V не нормируется (т.е. входное сопротивление вольтметра в диапазоне рабочих частот можно считать чисто активным).

Полагая, что погрешность отсчитывания пренебрежимо мала, представить результат измерения в виде двух доверительных интервалов для доверительных вероятностей, равных 1 и 0,95.

Решение:

$P = 1$

$$\Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}} + \Delta_{\text{т.п}} + \Delta_{f\text{п}};$$

$$\Delta_{\text{вз}} = -U (R_{\text{и}} / R_V);$$

$$\Delta_{\text{вз.н}} = -U (R_{\text{и max}} / R_V) = -0,05 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{вз.в}} = -U (R_{\text{и min}} / R_V) = 0 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{вз.п}} = (\Delta_{\text{вз.в}} - \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$\eta = -(\Delta_{\text{вз.в}} + \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,025 \text{ В};$$

$$U' = U + \eta = 10,025 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{о.п}} = \gamma_{\text{о.п}} (U_N / 100 \%) = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{т.п}} = (\Delta_{\text{о.п}} / 10 \text{ °С}) |T - T_{\text{н}}| = 0,015 \text{ В};$$

$$\Delta_{f\text{п}} = \Delta_{\text{о.п}} = 0,03 \text{ В};$$

$$\Delta_{\text{п}} = 0,100 \text{ В}.$$

Ответ 1: $(10,03 \pm 0,10) \text{ В}; P=1$.

$P = 0,95$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{\text{вз.п}}^2 + \Delta_{\text{о.п}}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2 + \Delta_{f\text{п}}^2} = 0,0566 \text{ В}.$$

Ответ 2: $(10,025 \pm 0,057) \text{ В}; P = 0,95$.

3.2. К выходу источника постоянного тока с внутренним сопротивлением $R_{\text{и}} = 5$ Ом подключен амперметр, показание которого $a =$

50,5 дел. (отсчет выполнен с округлением до 1/2 дел.). Измерение выполняется при температуре окружающей среды $T = 10^\circ\text{C}$.

Характеристики амперметра: класс точности 0,5; диапазон показаний — $(0 \dots 2)\text{A}$; шкала содержит 100 делений; нормальная область значений температуры — $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$; рабочая область значений температуры — $(10 \dots 35)^\circ\text{C}$; $R_A = (0,100 \pm 0,050)\text{Ом}$.

Представить результат измерения в виде двух доверительных интервалов для доверительных вероятностей, равных 1 и 0,99.

Решение:

$$\underline{P = 1}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{\Pi} &= \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}} + \Delta_{\text{т.п}} + \Delta_{\text{отс.п}}; \\ c_I &= I_K / a_K = 0,02 \text{ A/дел.}; \\ I &= c_I a = 1,010 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{вз}} &= -I (R_A / R_{\text{и}}); \\ \Delta_{\text{вз.н}} &= -I (R_{A \text{ max}} / R_{\text{и}}) = -0,0303 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{вз.в}} &= -I (R_{A \text{ min}} / R_{\text{и}}) = -0,0101 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{вз.п}} &= (\Delta_{\text{вз.в}} - \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,0101 \text{ A}; \\ \eta &= -(\Delta_{\text{вз.в}} + \Delta_{\text{вз.н}}) / 2 = 0,0202 \text{ A}; \\ I' &= I + \eta = 1,0302 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{о.п}} &= \gamma_{\text{о.п}} (I_N / 100 \%) = 0,01 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{т.п}} &= (\Delta_{\text{о.п}} / 10^\circ\text{C}) |T - T_{\text{н}}| = 0,01 \text{ A}; \\ \Delta_{\text{отс.п}} &= 0,5 q = 0,5 \cdot 0,5 \cdot c_I = 0,005 \text{ A}; \\ \Delta_{\Pi} &= 0,0351 \text{ A}. \\ \text{Ответ 1: } &(1,030 \pm 0,035) \text{ A}; P = 1.\end{aligned}$$

$$\underline{P = 0,99}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{гр}}(P) &= K_P \sqrt{\Delta_{\text{вз.п}}^2 + \Delta_{\text{о.п}}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2 + \Delta_{\text{отс.п}}^2} = 0,0253 \text{ A}. \\ \text{Ответ 2: } &(1,030 \pm 0,025) \text{ A}; P = 0,99.\end{aligned}$$

3.3. К выходу источника синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением $R_{\text{и}} = 5\text{ кОм}$ подключен вольтметр, показание которого $U = 5,00\text{ В}$. Измерение выполняется при нормальных условиях.

Характеристики вольтметра: класс точности 0,5; диапазон показаний $(0 \dots 10)\text{ В}$; $R_V \geq 1\text{ МОм}$; $x_{\text{с.в}} \geq 50\text{ кОм}$.

Полагая, что погрешность отсчитывания пренебрежимо мала, представить результат измерения в виде доверительного интервала для доверительной вероятности, равной 1.

Решение:

$$\underline{P = 1}$$

$$\Delta_{\Pi} = \Delta_{\text{вз.п}} + \Delta_{\text{о.п}};$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{B3} &= -U [R_{\text{и}} / R_V + 0,5 (R_{\text{и}} / x_{C,V})^2]; \\
\Delta_{B3,H} &= -U [R_{\text{и}} / R_{V \min} + 0,5 (R_{\text{и}} / x_{C,V \min})^2] = -0,05 \text{ В}; \\
\Delta_{B3,B} &= 0 \text{ В}; \\
\Delta_{B3,\Pi} &= (\Delta_{B3,B} - \Delta_{B3,H}) / 2 = 0,025 \text{ В}; \\
\eta &= -(\Delta_{B3,B} + \Delta_{B3,H}) / 2 = 0,025 \text{ В}; \\
U' &= U + \eta = 5,025 \text{ В}; \\
\Delta_{o,\Pi} &= \gamma_{o,\Pi} (U_N / 100 \%) = 0,05 \text{ В}; \\
\Delta_{\Pi} &= 0,075 \text{ В}. \\
\text{Ответ: } &(5,025 \pm 0,075) \text{ В}; \underline{P} = 1.
\end{aligned}$$

3.4. К выходу источника постоянного напряжения с внутренним сопротивлением $R_{\text{и}} = (100 \pm 10) \text{ кОм}$ подключен цифровой вольтметр, показание которого $U = -1,5371 \text{ В}$. Измерение выполняется при температуре окружающей среды $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$.

Характеристики вольтметра: класс точности 0,1/0,05; диапазон показаний $(0 \dots -2) \text{ В}$; нормальная область значений температуры $(20 \pm 2) \text{ }^\circ\text{C}$; рабочая область значений температуры $(0 \dots 40) \text{ }^\circ\text{C}$; $K_{\text{вл.т}} = \Delta_{o,\Pi} / 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $R_V = (10,0 \pm 0,5) \text{ МОм}$.

Представить результат измерения в виде двух доверительных интервалов для доверительных вероятностей, равных 1 и 0,9.

Решение:

$$\underline{P = 1}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{\Pi} &= \Delta_{B3,\Pi} + \Delta_{o,\Pi} + \Delta_{\text{т.п}}; \\
\Delta_{B3} &= -U (R_{\text{и}} / R_V); \\
\Delta_{B3,B} &= -U (R_{\text{и max}} / R_{V \max}) = 0,017798 \text{ В} (> 0, \text{ так как } U < 0); \\
\Delta_{B3,H} &= -U (R_{\text{и min}} / R_{V \max}) = 0,013175 \text{ В} (> 0, \text{ так как } U < 0); \\
\Delta_{B3,\Pi} &= (\Delta_{B3,B} - \Delta_{B3,H}) / 2 = 0,0023115 \text{ В}; \\
\eta &= -(\Delta_{B3,B} + \Delta_{B3,H}) / 2 = -0,0154865 \text{ В}; \\
U' &= U + \eta = -1,5525865 \text{ В}; \\
\delta_{o,\Pi} &= 0,1 \% + 0,05 \% [|-2 \text{ В} / -1,5371 \text{ В} | - 1] = 0,115 \% ; \\
\Delta_{o,\Pi} &= \delta_{o,\Pi} |U| / 100 \% = 0,0017685 \text{ В}; \\
\Delta_{\text{т.п}} &= (\Delta_{o,\Pi} / 20 \text{ }^\circ\text{C}) |T - \underline{T}_{\text{н}}| = 0,0013263 \text{ В}; \\
\Delta_{\Pi} &= 0,0054063 \text{ В}.
\end{aligned}$$

$$\text{Ответ 1: } (-1,5526 \pm 0,0054) \text{ В}; \underline{P} = 1.$$

$$\underline{P = 0,9}$$

$$\Delta_{\text{гр}}(P) = K_P \sqrt{\Delta_{B3,\Pi}^2 + \Delta_{o,\Pi}^2 + \Delta_{\text{т.п}}^2} = 0,0030383 \text{ В}.$$

$$\text{Ответ 2: } (-1,5526 \pm 0,0030) \text{ В}; P = 0,95.$$

Задачи для самостоятельного решения

3.5. Вольтметром класса точности 0,5 с диапазоном показаний (0...0,3) В, со шкалой, содержащей 150 делений, и входным сопротивлением не менее 10 кОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление не более 100 Ом. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 131 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,95.

3.6. Амперметром класса точности 0,5 с диапазоном измерений (0...1) А, со шкалой, содержащей 100 делений, и входным сопротивлением не более 0,1 Ом в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 30 °С, измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление не менее 10 Ом. С округлением до 0,5 дел. по шкале сделан отсчет: 75,5 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.7. Вольтметром класса точности 0,5 с диапазоном измерений (0...100) В и входным сопротивлением от 90 до 110 кОм в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 35 °С, измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление, равное 10 кОм. Измеренное значение составляет 50,0 В. Погрешность отсчитывания пренебрежимо мала.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,99.

3.8. Миллиамперметром класса точности 0,2 с диапазоном измерений (0...100) мА, со шкалой, содержащей 200 делений, и входным сопротивлением, равным 1 Ом в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 10 °С, измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление, равное $(10,00 \pm 0,05)$ Ом. С округлением до 0,25 дел. по шкале сделан отсчет: 150,25 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.9. Цифровым вольтметром класса точности 0,01/0,005 с диапазоном измерений (0...1) В и входным сопротивлением от 9 до 11 МОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах

источника, имеющего выходное сопротивление от 8 до 12 кОм. Измеренное значение составляет 0,50000 В.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.10. Микроамперметром класса точности 1,0 с диапазоном измерений (0...50) мкА, со шкалой, содержащей 100 делений, и входным сопротивлением в диапазоне $(1,0 \pm 0,1)$ кОм в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 28 °С, измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление, равное 10 кОм. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 50 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,9.

3.11. Вольтметром класса точности 0,2 с диапазоном измерений (0...1)В, со шкалой, содержащей 200 делений, и входным сопротивлением, равным 5 кОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление от 50 до 100 Ом. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 100 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,95.

3.12. Вольтметром класса точности 2,5 с диапазоном измерений (0...100) В, входным сопротивлением не менее 1 МОм и входной емкостью не более 10 пФ при нормальной температуре измеряется синусоидальное напряжение с частотой 900 кГц на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление не более 5 кОм. Нормальная область значений частоты вольтметра — 45 Гц...500 кГц, рабочая область значений частоты — 20 Гц...1 МГц. Измеренное значение составляет 50,0 В. Погрешность отсчитывания пренебрежимо мала.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,9.

3.13. Цифровым омметром класса точности 0,02/0,01 с диапазоном измерений (0...200) Ом в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 28 °С, измеряется сопротивление объекта, соединенного с прибором двухпроводной линией связи. Сопротивление каждого из проводов не превышает 0,05 Ом. Измеренное значение составляет 150,00 Ом.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,99.

3.14. Вольтметром класса точности 2,5 с диапазоном измерений (0...100) В, входным сопротивлением не менее 1 МОм и входной емкостью не более 10 пФ при температуре 27 °С ($T_n = 20 \pm 5$ °С) измеряется синусоидальное напряжение с частотой 40 Гц на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление не более 5 кОм. Нормальная область значений частоты вольтметра — 45 Гц...500 кГц, рабочая область значений частоты — 20 Гц...1 МГц. Измеренное значение составляет 50,0 В. Погрешность отсчитывания пренебрежимо мала.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.15. Цифровым вольтметром класса точности 0,1/0,05 с диапазоном измерений (0...10) В и входным сопротивлением, равным 1 МОм при температуре 22 °С измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление, равное 1 кОм. Измеренное значение составляет 3,00 В. Нормальная область значений температуры вольтметра — (20 ± 5) °С.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.16. Вольтметром класса точности 1,5 с диапазоном измерений (0...3) В, со шкалой, содержащей 50 делений, и входным сопротивлением, равным 10 кОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление не более 400 Ом. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 31 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,99.

3.17. Амперметром класса точности 2,5 с диапазоном измерений (0...300) А, со шкалой, содержащей 30 делений, и входным сопротивлением, равным 0,01 Ом при температуре 25 °С измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление не менее 0,25 Ом. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 25 дел. Нормальная область значений температуры амперметра — (20 ± 5) °С.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,9.

3.18. Вольтметром класса точности 1,5 с диапазоном измерений (0...600) В и входным сопротивлением от 180 до 220 кОм в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 15 °С, измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление, равное 25 кОм.

Измеренное значение составляет 500 В. Погрешность отсчитывания пренебрежимо мала.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.19. Цифровым миллиамперметром класса точности 0,2/0,1 с диапазоном измерений (0...100)мА и входным сопротивлением, равным 1 Ом в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 28 °С, измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление, равное $(20,0 \pm 1,0)$ Ом. Измеренное значение составляет 80,00 мА.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,99.

3.20. Цифровым вольтметром класса точности 0,01/0,005 с диапазоном измерений (0...200)В и входным сопротивлением от 900 кОм до 1 МОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление, равное 5 кОм. Измеренное значение составляет 160,00 В.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.21. Микроамперметром класса точности 1,0 с диапазоном измерений (0...50) мкА, со шкалой, содержащей 100 делений, и входным сопротивлением, равным 1 кОм в условиях, отличающихся от нормальных только температурой, значение которой составляет 13 °С, измеряется ток источника, имеющего выходное сопротивление, равное 10 кОм. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 50 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.22. Вольтметром класса точности 0,2 с диапазоном измерений (0...1) В, со шкалой, содержащей 200 делений, и входным сопротивлением, равным 1 кОм в нормальных условиях измеряется напряжение постоянного тока на зажимах источника, имеющего выходное сопротивление, равное (100 ± 5) Ом. С округлением до 1 дел. по шкале сделан отсчет: 150 дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

3.23. Вольтметром класса точности 2,0 с диапазоном измерений (0...30) В, входным сопротивлением не менее 10 МОм и входной емкостью не более 10 пФ при нормальной температуре измеряется синусоидальное напряжение с частотой 70 кГц на зажимах источника, имеющего выходное

сопротивление не более 100 кОм. Нормальная область значений частоты вольтметра — 45 Гц...50 кГц, рабочая область значений частоты — 20 Гц...100 кГц. Измеренное значение составляет 25,0 В. Погрешность отсчитывания пренебрежимо мала.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 1.

4. ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С ОДНОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

Примеры

4.1. Последовательно с резистором включен амперметр класса точности 0,5 с диапазоном показаний (0...5) А. Показание амперметра $I = 2,000$ А; существенна только основная погрешность прибора. Номинальное значение сопротивления резистора $R = 1$ Ом; предел допускаемого относительного отклонения реального сопротивления от номинального $\delta_{R,н} = 0,5$ %.

Определите мощность рассеяния резистора $P_{\text{расс}}$. Представить результат в виде доверительного интервала для доверительной вероятности $P = 1$.

Решение:

$$P_{\text{расс}} = I^2 R = 4,000 \text{ Вт};$$

* 1-й способ

$$P_{\text{расс}} = I^2 R;$$

$$\Delta_{\Pi} = \left| \partial P_{\text{расс}} / \partial I \right| \Delta_{I\Pi} + \left| \partial P_{\text{расс}} / \partial R \right| \Delta_{R\Pi};$$

$$\Delta_{I\Pi} = \gamma_{0,\Pi} (I_N / 100 \%) = 0,025 \text{ А};$$

$$\Delta_{R\Pi} = \delta_{R\Pi} (R / 100 \%) = 0,005 \text{ Ом};$$

$$\partial P_{\text{расс}} / \partial I = 2 I R = 4,000 \text{ В};$$

$$\partial P_{\text{расс}} / \partial R = I^2 = 4,000 \text{ А}^2;$$

$$\Delta_{\Pi} = 0,12 \text{ Вт};$$

$$\text{Ответ 1: } (4,00 \pm 0,12) \text{ Вт}; P = 1.$$

* 2-й способ

$$P_{\text{расс}} = \prod_{i=1}^2 (a_i x_i^{b_i}); x_1 = I; x_2 = R; a_1 = a_2 = 1; b_1 = 2; b_2 = 1;$$

$$\delta_{\Pi} = \left| b_1 \right| \delta_{1,\Pi} + \left| b_2 \right| \delta_{2,\Pi} = 2 \delta_{I\Pi} + \delta_{R\Pi};$$

$$\delta_{I\Pi} = \gamma_{0,\Pi} (I_N / I) = 1,25 \text{ } \%;$$

$$\delta_{\Pi} = 3,0 \text{ } \%;$$

$$\Delta_{\Pi} = \delta_{\Pi} (P_{\text{расс}} / 100 \%) = 0,12 \text{ Вт};$$

$$\text{Ответ 2: } (4,00 \pm 0,12) \text{ Вт}; P = 1.$$

4.2. Необходимое электрическое сопротивление цепи в ряде случаев приходится создавать тем или иным соединением двух и более стандартных резисторов.

Пусть имеются два резистора, R_1 и R_2 , со следующими номинальными значениями сопротивления и пределами допускаемого относительного

отклонения реального сопротивления от номинального: $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 3 \text{ кОм}$, $\delta_{R1п} = 0,2 \%$, $\delta_{R2п} = 1,0 \%$.

Определите номинальные значения эквивалентных сопротивлений $R_{\text{пос}}$ и $R_{\text{пар}}$, соответствующих последовательному и параллельному соединениям резисторов R_1 и R_2 , и пределы допускаемых относительных отклонений реальных эквивалентных сопротивлений от $R_{\text{пос}}$ и $R_{\text{пар}}$.

Решение:

последовательное соединение

$$R_{\text{пос}} = R_1 + R_2 = 4 \text{ кОм};$$

$$\Delta_{\text{п}} = \left| \partial R_{\text{пос}} / \partial R_1 \right| \Delta_{R1п} + \left| \partial R_{\text{пос}} / \partial R_2 \right| \Delta_{R2п};$$

$$\delta_{\text{п}} = (\delta_{R1п} R_1 + \delta_{R2п} R_2) / R_{\text{пос}} = 0,8 \%.$$

параллельное соединение

$$R_{\text{пар}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 0,75 \text{ кОм};$$

* 1-й способ

$$\Delta_{\text{п}} = \left| \partial R_{\text{пар}} / \partial R_1 \right| \Delta_{R1п} + \left| \partial R_{\text{пар}} / \partial R_2 \right| \Delta_{R2п};$$

$$\delta_{\text{п}} = (\left| \partial R_{\text{пар}} / \partial R_1 \right| \delta_{R1п} R_1 + \left| \partial R_{\text{пар}} / \partial R_2 \right| \delta_{R2п} R_2) / R_{\text{пар}};$$

$$\partial R_{\text{пар}} / \partial R_1 = [R_2 / (R_1 + R_2)]^2 = 9/16;$$

$$\partial R_{\text{пар}} / \partial R_2 = [R_1 / (R_1 + R_2)]^2 = 1/16;$$

$$\delta_{\text{п}} = 0,4 \%.$$

* 2-й способ

$$Y_{\text{пар}} = Y_1 + Y_2; Y_1 = 1 / R_1; Y_2 = 1 / R_2;$$

$$\delta_{Yiп} = \delta_{Riп}; i = 1, 2;$$

$$\Delta_{Y_{\text{пар.п}}} = \Delta_{Y1п} + \Delta_{Y2п};$$

$$\Delta_{Yiп} = \delta_{Yп} Y_i = \delta_{R,п} / R_i;$$

$$\delta_{\text{п}} = (\Delta_{Y1п} + \Delta_{Y2п}) / Y_{\text{пар}} = (\delta_{R1п} / R_1 + \delta_{R2п} / R_2) R_{\text{пар}} = 0,4 \%.$$

4.3. Угол сдвига фаз между двумя синусоидальными напряжениями измеряется с помощью электронно-лучевого осциллографа методом эллипса. При этом искомый угол рассчитывается по формуле: $\varphi = \arcsin (H_1 / H_2)$, где H_1 — расстояние между точками пересечения эллипса с вертикальной секущей, проведенной через центр эллипса, H_2 — высота прямоугольника, в который вписывается эллипс.

Измеренные значения — $H_1 = 40 \text{ мм}$, $H_2 = 50 \text{ мм}$. Толщина луча осциллографа — $b = 1 \text{ мм}$.

Полагая, что существенна только визуальная погрешность измерения (т.е. погрешность измерения расстояний, предельное значение которой $\Delta_{\text{в.п}} = 0,4 \cdot b$), представить результат измерения угла сдвига фаз в виде доверительного интервала для доверительной вероятности, равной 1.

Решение:

$$\begin{aligned}
\varphi &= \arcsin (H_1 / H_2) \approx 0,9273 \text{ рад}; \\
\Delta_{\pi} &= \left| \partial \varphi / \partial H_1 \right| \Delta_{B1\pi} + \left| \partial \varphi / \partial H_2 \right| \Delta_{B2\pi}; \\
x &= H_1 / H_2; \\
\partial \varphi / \partial H_1 &= (\partial \varphi / \partial x) (\partial x / \partial H_1); \\
\partial \varphi / \partial H_2 &= (\partial \varphi / \partial x) (\partial x / \partial H_2); \\
\partial \varphi / \partial x &= (1 - x^2)^{-0,5} = 5/3 \text{ рад}; \\
\partial x / \partial H_1 &= 1 / H_2 = 0,02 \text{ мм}^{-1}; \\
\partial x / \partial H_2 &= -H_1 / H_2^2 = -0,016 \text{ мм}^{-1}; \\
\Delta_{B1\pi} &= \Delta_{B2\pi} = 0,4 \text{ мм}; \\
\Delta_{\pi} &= 0,024 \text{ рад}; \\
\text{Ответ: } &(0,927 \pm 0,024) \text{ рад}; P = 1.
\end{aligned}$$

4.4. Измерение коэффициента усиления усилителя напряжения K_U выполняется с помощью цифрового милливольтметра; при этом измеряются напряжения на входе и выходе усилителя — U_{BX1} , $U_{ВЫХ1}$, U_{BX2} , $U_{ВЫХ2}$, а значение K_U вычисляется по формуле: $K_U = (U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2}) / (U_{BX1} - U_{BX2})$.

Измеренные значения напряжений:

$$U_{BX1} = 200,0 \text{ мВ}, U_{ВЫХ1} = 605,3 \text{ мВ}, U_{BX2} = 100,0 \text{ мВ}, U_{ВЫХ2} = 305,3 \text{ мВ}.$$

Полагая, что существенна только погрешность квантования цифрового вольтметра (значение которой по абсолютной величине не превышает половины ступени квантования), представить результат измерения коэффициента усиления в виде двух доверительных интервалов для доверительных вероятностей, равных 1 и 0,95.

Решение:

$$K_U = 3;$$

$$\underline{P = 1}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{\pi} &= \left| \partial K_U / \partial U_{BX1} \right| \Delta_{U_{BX1}\pi} + \left| \partial K_U / \partial U_{BX2} \right| \Delta_{U_{BX2}\pi} + \\
&\quad + \left| \partial K_U / \partial U_{ВЫХ1} \right| \Delta_{U_{ВЫХ1}\pi} + \left| \partial K_U / \partial U_{ВЫХ2} \right| \Delta_{U_{ВЫХ2}\pi}; \\
\Delta_{U_{BX1}\pi} &= \Delta_{U_{BX2}\pi} = \Delta_{U_{ВЫХ1}\pi} = \Delta_{U_{ВЫХ2}\pi} = 0,05 \text{ мВ}; \\
\partial K_U / \partial U_{BX1} &= -K_U / (U_{BX1} - U_{BX2}) = -0,03000 \text{ мВ}^{-1}; \\
\partial K_U / \partial U_{BX2} &= K_U / (U_{BX1} - U_{BX2}) = 0,03000 \text{ мВ}^{-1}; \\
\partial K_U / \partial U_{ВЫХ1} &= K_U / (U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2}) = 0,01000 \text{ мВ}^{-1}; \\
\partial K_U / \partial U_{ВЫХ2} &= -K_U / (U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2}) = -0,01000 \text{ мВ}^{-1}; \\
\Delta_{\pi} &= 0,0040.
\end{aligned}$$

$$\text{Ответ 1: } (3,0000 \pm 0,0040); P = 1.$$

$$\underline{P = 0,95}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{гр}(P) &= K_P \cdot \{ [(\partial K_U / \partial U_{BX1}) \Delta_{U_{BX1}\pi}]^2 + \\
&\quad + [(\partial K_U / \partial U_{BX2}) \Delta_{U_{BX2}\pi}]^2 + \\
&\quad + [(\partial K_U / \partial U_{ВЫХ1}) \Delta_{U_{ВЫХ1}\pi}]^2 + \\
&\quad + [(\partial K_U / \partial U_{ВЫХ2}) \Delta_{U_{ВЫХ2}\pi}]^2 \}^{0,5}; \\
\Delta_{гр}(P) &\approx 0,0025;
\end{aligned}$$

Ответ 2: $(3,0000 \pm 0,0025)$; $P = 0,95$.

Задачи для самостоятельного решения

4.5. Милливольтметром класса точности 0,5 с диапазоном измерений (0...150) мВ, со шкалой, содержащей 150 делений, в нормальных условиях измеряется $u = U_1 - U_2$ — изменение напряжения на выходе источника, выходное сопротивление которого пренебрежимо мало. С округлением до 1 дел. по шкале сделаны отсчеты: $a_1 = 50$ дел., $a_2 = 40$ дел.

Представьте результат измерения с указанием погрешности для доверительной вероятности, равной 0,95.

4.6. Определите значение взаимной индуктивности двух катушек индуктивности M , границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения для доверительной вероятности, равной 1, и представьте результат измерения в установленном виде. Измерены значения суммарной индуктивности катушек при согласном и встречном их включении:

$L_c = 0,365$ Гн; $L_b = 0,305$ Гн. Взаимная индуктивность вычисляется по формуле $M = (L_c - L_b) / 4$. Предел допускаемой относительной погрешности измерения индуктивности равен 1,0 %.

4.7. Определите значение круговой частоты ω синусоидального напряжения, границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения ω для доверительной вероятности, равной 1, и представьте результат измерения в установленном виде. Измерение выполняется при помощи электронно-лучевого осциллографа. Длина отрезка, соответствующего периоду напряжения, $L = 40$ мм; толщина луча равна $b = 1$ мм; коэффициент развертки $k_p = 20$ мс/см; предел допускаемой относительной погрешности k_p равен 5,0 %. Предельное значение визуальной погрешности $\Delta_{в.п} = 0,4 \cdot b$.

4.8. Определите значение коэффициента усиления K_U усилителя напряжения, границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения K_U для доверительной вероятности, равной 0,99, и представьте результат измерения в установленном виде. Формула для расчета коэффициента усиления: $K_U = (U_{\text{вых1}} - U_{\text{вых0}}) / U_{\text{вх1}}$.

Напряжения измеряются вольтметром класса точности 0,1/0,05; диапазоны измерений: для $U_{\text{вых0}}$ и $U_{\text{вх1}}$ — (0...100) мВ, для $U_{\text{вых1}}$ — (0...10) В. Измеренные значения: $U_{\text{вх1}} = 50,00$ мВ; $U_{\text{вых0}} = 64,00$ мВ; $U_{\text{вых1}} = 6,464$ В. Существенна только основная погрешность вольтметра.

4.9. Определите значение энергии, полученной нагрузкой от источника постоянного напряжения за время t . Сопротивление нагрузки измерено с помощью моста до подключения ее к источнику, а напряжение на нагрузке — с помощью вольтметра после подключения. Предполагается, что напряжение на нагрузке и сопротивление нагрузки за время t не изменяются. Показание, диапазон показаний и класс точности вольтметра, соответственно: 200,0 В; (0...300) В; 0,5. То же для моста: 100,0 Ом; (0...200) Ом; 1,0. Существенны только основные погрешности приборов. Измеренное значение времени t и предел допускаемой погрешности его измерения равняются соответственно 120 с и 1 с. Для доверительной вероятности, равной 0,95, найдите границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения энергии и представьте результат измерения в установленном виде.

4.10. На вход вольтметра магнитоэлектрической системы подано периодическое напряжение, имеющее форму прямоугольных однополярных импульсов со скважностью $Q = 4,000 \pm 0,040$. Показание, диапазон показаний и класс точности вольтметра соответственно: 10,0 В; (0...15) В; 1,0. Полагая, что существенна только основная погрешность вольтметра, определите амплитуду импульсов U_m , границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения U_m для доверительной вероятности, равной 1, и представьте результат измерения в установленном виде.

4.11. Для определения выходного сопротивления источника напряжения $R_{\text{и}}$ измерено его выходное напряжение на холостом ходу и под нагрузкой. Номинальное значение сопротивления нагрузки и предел допускаемого отклонения от него равны соответственно 2 кОм и 1 %. Диапазон показаний, класс точности, показания вольтметра для ненагруженного и нагруженного источника соответственно: (0...10) В; 0,2/0,1; 5,50 В; 5,00 В. Полагая, что существенна только основная погрешность вольтметра, определите границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения $R_{\text{и}}$ для доверительной вероятности, равной 1, и представьте результат измерения $R_{\text{и}}$ в установленном виде.

4.12. Определите значение активного сопротивления R катушки индуктивности, границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения R для доверительной вероятности, равной 1, и представьте результат измерения в установленном виде. Измерены значения индуктивности и добротности катушки: $L = 30,5$ мГн; $Q=5,6$. Данные применяемого моста переменного тока: пределы допускаемых относительных погрешностей при измерении L и Q — соответственно 1,0 % и 5,0 %; частота питающего напряжения — (1000 ± 50) Гц.

4.13. На вход вольтметра магнитоэлектрической системы подано напряжение, имеющее форму прямоугольных однополярных импульсов со скважностью $Q = 4,000 \pm 0,040$. Показание, диапазон показаний и класс точности вольтметра соответственно: 80,0 В; (0...100) В; 1,0. Полагая, что существенна только основная погрешность вольтметра, определите среднеквадратическое значение напряжения U , границы доверительного интервала допускаемой погрешности измерения U для доверительной вероятности, равной 1 и представьте результат измерения в установленном виде.

4.14. Номинальное значение сопротивления резистора и предел допускаемого отклонения от него равны соответственно 5,1 кОм и 0,2 %. Определите аналогичные параметры второго резистора, который, будучи подключен параллельно первому, обеспечит получение эквивалентного сопротивления с номинальным значением 5 кОм и пределом допускаемого отклонения от него не более 0,25 %.

ОТВЕТЫ

1.15: 5,1%. **1.16:** $-0,33\%$. **1.17:** от 7,5 В до 30 В. **1.18:** нет (0,48 %).

1.19: от 49,65 В до 50,35 В. **1.20:** 1 с. **1.21:** 10. **1.22:** $0,001\text{ В} + 0,0002\text{ В}$. **1.23:** 2 кОм.

1.24: 100 МОм. **1.25:** не более 0,5 МОм. **1.26:** не менее 10 ТОм. **1.27:** не менее 100 кГц.

1.28: не более 63 Ом. **1.29:** 1 %. **1.30:** 1 %. **1.31:** 2,6 %. **1.32:** не менее 5 мкФ.

1.33: от -1 В до 0. **1.34:** от $-1,7\text{ В}$ до 0. **1.35:** от -10 мВ до 0. **1.36:** от $-0,20\text{ мА}$ до 0.

1.37: от $-5,0\text{ мкА}$ до 0. **1.38:** от $-1,0\text{ мА}$ до 0.

2.5: 3 мкВ^2 . **2.6:** $1/3$. **2.7:** $13 \times 10^3\text{ мкВ}^2$. **2.8:** 300 мкВ. **2.9:** 0,505. **2.10:** 0,6. **2.11:** 1.

2.12: 1,0 мВ. **2.13:** $0,010\text{ мВ}^2$. **2.14:** 0,75.

3.5: $(0,2633 \pm 0,0025)\text{ В}$; $P = 0,95$. **3.6:** $(0,759 \pm 0,016)\text{ А}$; $P = 1$. **3.7:** $(55,1 \pm 1,4)\text{ В}$; $P = 0,99$.

3.8: $(82,64 \pm 0,50)\text{ мА}$; $P = 1$. **3.9:** $(500,52 \pm 0,23)\text{ мВ}$; $P = 1$. **3.10:** $(27,50 \pm 0,69)\text{ мкА}$; $P = 0,9$.

3.11: $(507,5 \pm 4,5)\text{ мВ}$; $P = 0,95$. **3.12:** $(51,1 \pm 3,6)\text{ В}$; $P = 0,9$.

3.13: $(149,950 \pm 0,094)\text{ Ом}$; $P = 0,99$. **3.14:** $(50,1 \pm 6,9)\text{ В}$; $P = 1$.

3.15: $(3,0030 \pm 0,0065)\text{ В}$; $P = 1$. **3.16:** $(1,897 \pm 0,092)\text{ В}$; $P = 0,99$.

3.17: $(255,0 \pm 9,8)\text{ А}$; $P = 0,9$. **3.18:** $(563 \pm 20)\text{ В}$; $P = 1$. **3.19:** $(84,01 \pm 0,43)\text{ мА}$; $P = 0,99$.

3.20: $(160,844 \pm 0,062)\text{ В}$; $P = 1$. **3.21:** $(27,5 \pm 1,1)\text{ мкА}$; $P = 1$. **3.22:** $(825,0 \pm 8,3)\text{ мВ}$; $P = 1$.

3.23: $(26,3 \pm 2,5)\text{ В}$; $P = 1$.

4.5: $(10,0 \pm 1,4)\text{ мВ}$; $P = 0,95$. **4.6:** $(15,0 \pm 1,7)\text{ мГн}$; $P = 1$. **4.7:** $(78,5 \pm 4,7)\text{ рад/с}$; $P = 1$.

4.8: $(128,00 \pm 0,35)$; $P = 1$. **4.9:** $(48,0 \pm 1,0)\text{ кДж}$; $P = 0,95$. **4.10:** $(40,0 \pm 1,0)\text{ В}$; $P = 1$.

4.11: $(200 \pm 15)\text{ Ом}$; $P = 1$. **4.12:** $(34,2 \pm 3,8)\text{ Ом}$; $P = 1$. **4.13:** $(160,0 \pm 2,8)\text{ В}$; $P = 1$.

4.14: $R_{2\text{ном}} = 255\text{ кОм}$; $\delta_{\text{п2}} = 2,7\%$.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Δ	— абсолютная погрешность;
δ	— относительная погрешность;
γ	— приведенная погрешность;
$\Delta_{п.н}$	— нижнее предельное значение доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности, равной 1;
$\Delta_{п.в}$	— верхнее предельное значение доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности, равной 1;
$\Delta_{п}$	— предельное значение для симметричного доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности, равной 1 ($\Delta_{п} = \Delta_{п.в} = -\Delta_{п.н}$);
$\Delta_{гр}(P)$	— граничное значение для симметричного доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности $P < 1$ (всегда $\Delta_{гр}(P) < \Delta_{п}$);
K_P	— коэффициент, зависящий от доверительной вероятности P , используемый при вычислении $\Delta_{гр}(P)$: $K_P(P=0,9) = 0,95$; $K_P(P=0,95) = 1,1$; $K_P(P=0,99) = 1,4$;
Δ_0	— основная погрешность;
Δ_T	— дополнительная температурная погрешность;
Δ_f	— дополнительная частотная погрешность;
$K_{вл.т}$	— коэффициент влияния температуры; по умолчанию принимается равным $\Delta_{0.п} / 10\text{ }^{\circ}\text{C}$;
$\Delta_{отс}$	— погрешность отсчитывания;
$\Delta_{вз}$	— погрешность взаимодействия;
$\Delta_{вз.н}$	— нижнее предельное значение доверительного интервала погрешности взаимодействия при доверительной вероятности, равной 1;
$\Delta_{вз.в}$	— верхнее предельное значение доверительного интервала погрешности взаимодействия при доверительной вероятности, равной 1;
$\Delta_{вз.п}$	— предельное значение симметричного доверительного интервала погрешности взаимодействия при доверительной вероятности, равной 1;
η	— поправка для измеренного значения, численно равная систематической составляющей погрешности измерения, взятой с противоположным знаком;
c_x	— цена деления аналогового измерительного прибора;
q	— 1) степень квантования при интерполяции отсчета аналогового измерительного прибора; 2) степень квантования цифрового измерительного прибора;
R_V	— входное сопротивление вольтметра;
$x_{C,V}$	— модуль емкостного сопротивления вольтметра;
R_A	— входное сопротивление амперметра.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Грановский В.А., Сирая Т.Н.** Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. 228 с.
2. **Метрология** и электроизмерительная техника / В.И. Диденко, И.Н. Желбаков, В.Ю. Кончаловский, В.А. Панфилов; под ред. В.Н. Малиновского. М.: Издательство МЭИ, 1991. 80 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ	4
<i>Примеры.....</i>	<i>4</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>8</i>
2. СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ	14
<i>Примеры.....</i>	<i>14</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>17</i>
3. ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С ОДНОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ.....	19
<i>Примеры.....</i>	<i>19</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>22</i>
4. ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С ОДНОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ	27
<i>Примеры.....</i>	<i>27</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>30</i>
ОТВЕТЫ.....	33
СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	34
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	35

Учебное издание

Новиков Виктор Александрович
Кончаловский Вадим Юрьевич

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО РАСЧЕТУ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебное пособие
по курсу
«Информационно-измерительная техника и электроника»
для студентов, обучающихся по направлению «Электроэнергетика»

Редактор издательства О.М.Горина

Темплан издания МЭИ 2005(II), учебн.		Подписано в печать 17.01.06
Печать офсетная	Формат 60×84/16	Физ. печ. л. 2,25
Тираж 300	Изд. № 108	Заказ
		Цена 7 руб.

Издательство МЭИ, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д.14
Отпечатано в ООО «Типография-Н», 141292, Московская обл.,
г. Красноармейск, просп. Испытателей, д.25/2