МЭИ	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25** Кафедра ВМСС	*Утверждаю:* *Зав.кафедрой*
	Дисциплина МСПИ II часть	09.01.22 г.
	Институт ИВТ	

1. Теорема Умова-Пойнтинга. Понятие вектора Пойнтинга.

2. Понятие о переходных процессах в длинной линии.

<u>1.Теорема Умова-Пойнтинга. Понятие вектора Пойнтинга.</u>

Из уравнений Максвелла можно получить основную теорему электромагнетизма, выражающую закон сохранения энергии электромагнитного поля.

При этом необходимо умножить на вектор E первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме равное: $\mathrm{rot\ H} = \mathrm{J}^{э} + \frac{\mathrm{dD}}{\mathrm{dt}}$ и умножить вектор H на второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме равное: $\mathrm{rot\ E} = \frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dt}}$. После чего необходимо вычесть второе из первого, тогда получится выражение:

$$H\,\mathrm{rot\ E} - \mathrm{E\ rot\ H} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} - \frac{\mu_a H^2}{2}\right) - \sigma E^2 - J^{cm}E$$

Применив равенство $\nabla[\mathbf{E},\mathbf{H}] = \mathbf{H}[\nabla,\mathbf{E}] - \mathbf{E}[\nabla,\mathbf{H}]$, получим:

$$\mathrm{div[E,H]} = -\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}\left(\frac{\varepsilon_a \mathrm{E}^2}{2} - \frac{\mu_a \mathrm{H}^2}{2}\right) - \sigma\mathrm{E}^2 - \mathrm{J}^{\text{ст}}\mathrm{E}.$$

Проинтегрируем полученное выражение по любому объему *V* и, применив теорему Остроградского – Гаусса, получим теорему Умова-Пойнтинга о балансе мощностей электромагнитного поля:

$$-\int_V \mathrm{J}^{\text{ст}}\mathrm{E}\,d\nu = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} - \frac{\mu_a H^2}{2}\right)d\nu + \int_V \sigma\mathrm{E}^2 d\nu + \int_S \mathrm{[E,H]n\ ds}$$

Левая часть выражения − мгновенная мощность, отдаваемая сторонними источниками тока, расположенными в объеме V.
Первое слагаемое в правой части − мгновенная мощность, накапливаемая в объеме V;
Второе – тепловые потери в объеме V;

Третье − мгновенная мощность, излучаемая из этого объема через поверхность S , ограничивающую объем V, в окружающее пространство.

Вектором Пойнтинга называется подынтегральное выражение в последнем слагаемом, обозначаемое **П** = [**E**,**H**] , которое представляет собой мгновенное значение вектора плотности потока мощности через единичную площадку d**s** поверхности S.

Интеграл $\int_S [\mathrm{E}, \mathrm{H}]\mathrm{n}\ \mathrm{ds}$, распространенный по замкнутой поверхности S, имеет физический смысл полной мощности, излучаемой из объема V. В случае наложения, например, электростатического поля на магнитостатичское поле, вектор Пойнтинга может иметь конечное значение в некоторых точках объема, но при этом div П = H rot E – E rot H =0, так как rot E = 0 и rot H =0 , и, соответственно: $\int_S [\mathrm{E}, \mathrm{H}]\mathrm{n}\ \mathrm{ds} = \int_V \mathrm{div}\ \Pi\ \mathrm{d}\nu = 0$, т.е. при такой системе полей излучения из объема нет.

2. Понятие о переходных процессах в длинной линии.

Понятие «длинная линия» применяется для идентификации электрических цепей, продольные размеры которых соизмеримы с длиной волны λ (как правило, от 0,1λ и больше), в результате чего проявляется эффект запаздывания при передаче сигнала вдоль линии передачи.

Переходные процессы в длинных линиях - результат изменения конфигурации цепи, т.е. коммутации каких-то элементов цепи, или изменении вида воздействующей функции.

Вид переходных процессов в цепях с распределенными параметрами проявляется в результате решения дифференциальных уравнений длинной линии.

Система дифференциальных уравнений для однородной линии имеет вид:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases}$$

Общий вид решений этих уравнений для однородной линии (при L_0, C_0, не зависящих от x) записывается так:

$$u = f_1(x - \nu \mathrm{t}) + f_2(x + \nu \mathrm{t}) = u_{пр} + u_{обр};$$

$$i = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}[f_1(x - \nu \mathrm{t}) - f_2(x + \nu \mathrm{t})] = i_{пр} + i_{обр};$$

где $\nu = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ – скорость волны (волновая скорость), численно равная фазовой скорости.

Функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ − распределения вдоль линии соответственно прямой и обратной волн напряжения $u_{пр}$ и $u_{обр}$ в момент времени t = 0.

Составляющая напряжения $u_{пр}$(t) выражает напряжение волны, движущейся в направлении возрастания координаты x, т.е. прямой волны, и равна:

$$u_{пр}(t) = f_1(x - \nu t) = \varphi_1\left(t - \frac{x}{\nu}\right). \quad (1)$$

Составляющая напряжения $u_{обр}(\mathrm{t})$ представляет собой напряжение волны, движущейся в сторону убывания координаты x, т.е. обратной волны, и равна:

$$u_{обр}(t) = f_2(x + \nu t) = \varphi_2\left(t + \frac{x}{\nu}\right). \quad (2)$$

Если известны зависимости $u_{пр}$(t) и $u_{обр}(\mathrm{t})$ в какой-либо точке линии и волновая скорость v, то можно построить кривые $u_{пр}$(t) и $u_{обр}(\mathrm{t})$ в любой момент времени.

Если известны функции $u_{пр}$(t) и $u_{обр}(\mathrm{t})$ в точках x_1 и x_2, то переход к общему выражению каждой из волн выполняется согласно формулам (1) и (2):

$$\begin{cases} u_{пр}(\mathrm{x}, \mathrm{t}) = u_{пр}\left(\mathrm{t} - \frac{x - x_1}{\nu}\right); \\ u_{обр}(\mathrm{x}, \mathrm{t}) = u_{обр}\left(\mathrm{t} + \frac{x + x_1}{\nu}\right). \end{cases}$$

В любой момент времени напряжение и ток в любом сечении линии можно рассматривать как сумму двух волн, прямой и обратной. Причем, источник образования обратной волны – неоднородность в линии.