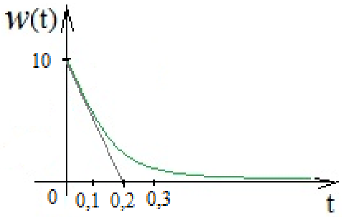
Лекции № 10 – 11 (31 марта 2022)

Продолжение п. 3.2. Характеристики динамических звеньев (систем).

Задачи на временные и частотные характеристики:

Задача 1: Определить параметры инерционного звена, если его весовая функция имеет вид:



Решение:

Сначала находим $\underline{T = 0{,}2}$ <u>сек.</u> Затем из равенства $\frac{K}{T} = 10$ определяем $\underline{K = 2}$.

Задача 2. Найти передаточную функцию звена, имеющего весовую функцию

$w(t) = 50\left(e^{-5t} - e^{-10t}\right)\cdot 1_0(t)$. Определить параметры полученной $W(p)$.

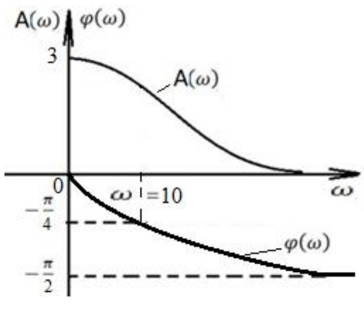
Решение:

$$W(p) = L\left[w(t)\right] = 50\left(\frac{1}{p+5} - \frac{1}{p+10}\right) = 50\frac{p+10-p-5}{(p+5)(p+10)} = \frac{5}{(0{,}2p+1)(0{,}1p+1)}$$

– передаточная функция апериодического звена второго порядка.

$\underline{K = 5}$, $\underline{T_1 = 0{,}1}$ сек, $\underline{T_2 = 0{,}2}$ сек.

Задача 3. Определить параметры инерционного звена по известным АЧХ и ФЧХ



Решение:

$W(p) = \frac{K}{1+pT}$ $\Rightarrow$ нужно определить 2 параметра: K и T

$\underline{K = A(0) = 3}$, $\varphi(10) = -\operatorname{arctg}\omega T\big|_{\omega=10} \overset{\text{по графику ФЧХ}}{=} -\frac{\pi}{4} \Rightarrow 10T = 1 \Rightarrow \underline{T = 0{,}1}$ <u>(сек)</u>

Задача 4:

Определить сигнал $y(t)$ на выходе устойчивой системы по известным входному сигналу $x(t)=2\sin 10t$ и передаточной функции системы: $W(p)=\dfrac{4}{1+0{,}1p}$.

Решение:

При гармоническом входном воздействии $x(t)=X_m\sin\omega_i t=2\sin 10t$ в устойчивой линейной системе выходной сигнал по истечении времени переходного процесса будет иметь вид:

$$y(t)=A(\omega_i)X_m\sin\left(\omega_i t+\varphi(\omega_i)\right),$$

где $A(\omega_i)=\operatorname{mod}W(j\omega_i)$, $\varphi(\omega_i)=\arg W(j\omega_i)$.

На частоте $\omega_i=10$:

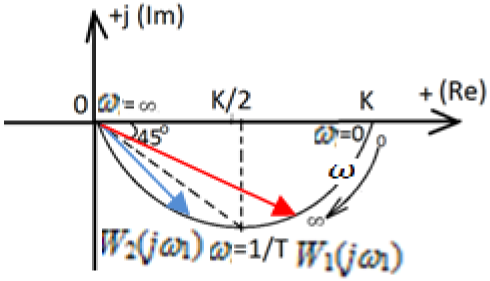
$$A(\omega_i)\Big|_{\omega_i=10}=\left|W(j\omega_i)\right|\Big|_{\omega_i=10}=\frac{K}{\sqrt{1+\omega_i^2T^2}}\Bigg|_{\omega_i=10}=\frac{4}{\sqrt{1+10^2\cdot 0{,}1^2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi(\omega_i)\Big|_{\omega_i=10}=\arg W(j\omega_i)\Big|_{\omega_i=10}=-\operatorname{arctg}\omega_i T\Big|_{\omega_i=10}=-\operatorname{arctg}1=-\frac{\pi}{4}\quad\Rightarrow$$

$$\underline{y(t)=\frac{8}{\sqrt{2}}\sin\left(10t-\frac{\pi}{4}\right)}$$

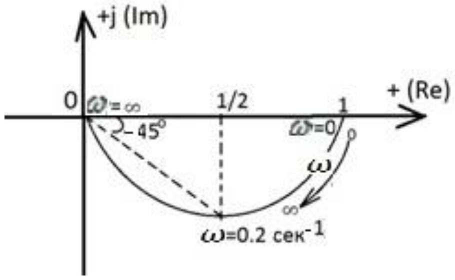
Задача 5: Пусть имеются два инерционных звена с передаточными функциями $W_1(p)=\frac{K}{1+pT_1}$, $W_2(p)=\frac{K}{1+pT_2}$. Будут ли отличаться годографы ККУ?

Решение: Пусть $T_2>T_1$ (для определенности). Вид годографов будет одинаковый (полуокружность), но частоты будут лежать по-разному:



– годографы $W_1(j\omega)$ и $W_2(j\omega)$ совпадут, но для какой-то конкретной частоты ω_1 точки годографов, соответствующие этой частоте, будут в разных местах; на рисунке красным цветом показан вектор $W_1(j\omega_1)$, синим – $W_2(j\omega_1)$ (при $T_2>T_1$).

Задача 6: Записать передаточную функцию инерционного звена и определить ее параметры, если АФХ рассматриваемого звена имеет вид:



Решение:

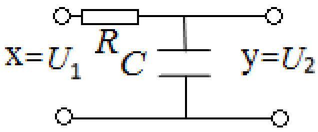
$$W(p)=\frac{K}{1+pT}$$

Из рисунка видно, что $K = 1$ ($A(\omega = 0)$), $\quad 0.2\ сек^{-1} = \frac{1}{T} \ \rightarrow \ T = 5$ сек.

3.3 Примеры определения характеристик типовых динамических звеньев.

1) **Инерционное звено** – см. предыдущую лекцию.

Пример такого звена – электрическая цепь



при условии, что $x=U_1$, выход – $y=U_2$. В этом случае ММ «вход-выход»:

$$\underbrace{RC\frac{dU_2}{dt}}_{U_R}+U_2=U_1 \quad \rightarrow \quad \underbrace{RC}_{T}\frac{dy}{dt}+y=x \text{ – инерционное звено}$$

2) **Интегрирующее звено (интегратор).**

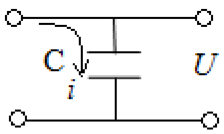
Описывается уравнением

$$y(t)=\frac{1}{T}\int_0^t x(t)dt$$

или

$$\frac{dy}{dt}=Kx(t) \qquad (*)$$

Пример такого звена – электрический конденсатор



при условии, что вход – ток (i), выход – напряжение (U). В этом случае

$$i(t)=C\frac{dU}{dt}$$

$$\downarrow$$

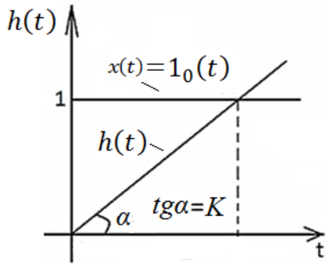
$$U(t)=\frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt$$

<u>Передаточная функция</u> интегрирующего звена:

применим к левой и правой частям уравнения (*) преобразование Лапласа при нулевых предначальных условиях: $pY(p)=KX(p)$, откуда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}\Big|_{ПНУ=0} = \frac{K}{p}$$

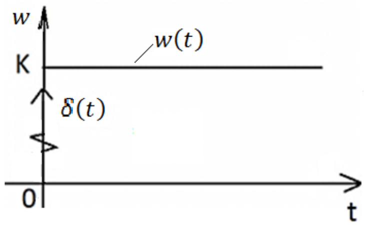
<u>Переходная функция</u>**:** $h(t) = y(t)|_{x(t)=1_0(t)} = L^{-1}[W(p) \cdot X(p)] \cdot 1_0(t)|_{X(p)=1/p} = L^{-1}\left[W(p) \cdot \frac{1}{p}\right] \cdot 1_0(t) = L^{-1}\left[\frac{K}{p^2}\right] 1_0(t) = Kt1_0(t)$



(*В лабораторной работе № 2 нужно найти К по графику* h(t)*: ищем К как* tgα*.*)

<u>Весовая функция</u>**:** $w(t) = y(t)|_{x(t)=\delta(t)}$

Весовую функцию можно найти как $w(t) = \frac{dh}{dt} = K1_0(t)$



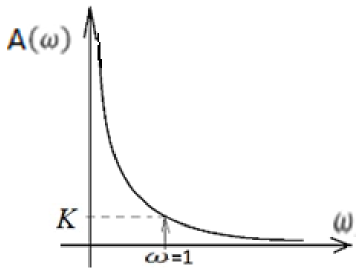
(*В лабораторной работе № 2 нужно найти К по графику* w(t)*: К=* w(0))

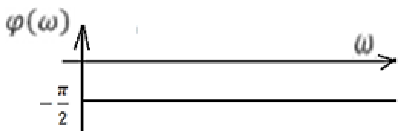
<u>Комплексный коэффициент усиления</u>: $W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega} = \frac{K}{j\omega} = -j\frac{K}{\omega} = \frac{K}{\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

<u>АЧХ</u>: $A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\omega}$

<u>ФЧХ</u>: $\varphi(\omega) = argW(j\omega) = -\frac{\pi}{2}$

Графики <u>АЧХ</u> и <u>ФЧХ</u> интегрирующего звена:



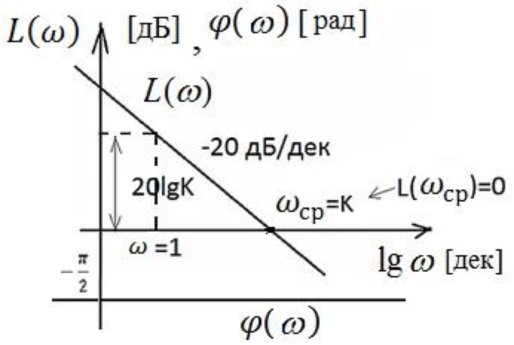


По графику АЧХ делаем вывод, что интегрирующее звено является <u>фильтром низких частот (ФНЧ)</u>, т.к. высокие частоты подавляются интегратором, а на низких усиление максимально (теоретически при ω=0 оно равно ∞).

(В лабораторной работе № 2 нужно найти К по графику $A(\omega)$*:*
ищем К при частоте $\omega = 1$*: т.к.* $A(\omega) = \frac{K}{\omega}$*, то* $K = A(1)$*).*

ЛАЧХ: $L(\omega) = 20lgA(\omega) = 20lgK - 20lg\omega$

– представляет собой наклонную прямую, проходящую через точку с координатами $\omega = 1$, $L(\omega) = 20lgK$



Наклон ЛАЧХ равен –20 дБ/дек (т.е. при увеличении частоты в 10 раз L уменьшается на 20 дБ).

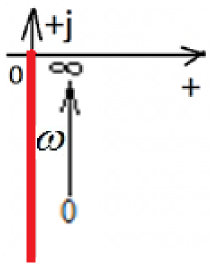
(*В лабораторной работе № 2 нужно найти К по графику* $L(\omega)$*: при частоте* $\omega = 1$ *находим значение L, приравниваем его к* $20lgK$ $\rightarrow$ *находим K.)*

Частота среза (частота пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс) соответствует значению

$$L(\omega_{cp}) = 0 \ \rightarrow \ \omega_{cp} = K$$

<u>ЛФЧХ</u>: $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ (зависимость функции φ от логарифма частоты).

<u>АФХ (годограф ККУ)</u>:
строим по точкам:
$A(0) = \infty \qquad \varphi(0) = -\frac{\pi}{2}$
$A(\infty) = 0 \qquad \varphi(\infty) = -\frac{\pi}{2}$



– совпадает с отрицательной мнимой полуосью.

3) **Колебательное звено**.

Описывается <u>дифференциальным уравнением</u>

$$T^2\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t), \ \ \underline{0 < \xi < 1}, \qquad (*)$$

где K – коэффициент усиления звена,
T – постоянная времени (в секундах) – определяет инерционность звена (чем она больше, тем медленнее изменяется выход при изменении входа),
<u>ξ – степень затухания</u> (коэффициент демпфирования).

Т.о., у колебательного звена параметр ξ лежит <u>строго</u> в пределах от 0 до 1, что соответствует комплексным корням характеристического уравнения

$$T^2p^2 + 2\xi Tp + 1 = 0,$$
$$\downarrow$$
$$p_{1,2} = \frac{-\xi T \pm \sqrt{(\xi T)^2 - T^2}}{T^2} = \frac{-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}{T} = -\beta \pm j\omega_1.$$

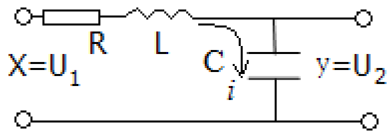
Если $\underline{\xi = 0}$ (что соответствует чисто мнимым корням характеристического уравнения), то это уже не колебательное, а консервативное звено; при $\underline{\xi \geq 1}$ (что соответствует вещественным корням ХУ) – два последовательно соединенных инерционных (апериодических) звена (или апериодическое звено второго порядка).

Иногда дифференциальное уравнение колебательного звена записывают в виде

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_0\frac{dy(t)}{dt} + {\omega_0}^2 y(t) = K_1 x(t),$$

где $K_1 = \frac{1}{T^2}$, $\omega_0 = \frac{1}{T}$ – резонансная частота (частота, при которой АЧХ имеет максимум. На этой частоте входной гармонический сигнал проходит через звено с наибольшим усилением. Принято говорить, что при частоте входного сигнала $\omega = \omega_0$ наблюдается резонанс – частота возмущения (воздействия на систему) совпадает с частотой собственных колебаний системы).

Пример колебательного звена – RLC-цепь:



Т.к.

$$U_1 = U_L + U_R + U_2,$$

где $U_R = Ri, U_L = L\frac{di}{dt}, i = C\frac{dU_2}{dt}$,

то

$$x = LC\frac{d^2y}{dt^2} + RC\frac{dy}{dt} + y$$

(данное дифференциальное уравнение имеет вид (*) при $T = \sqrt{LC}$, $2\xi T = RC$, $K = 1$).

Передаточная функция колебательного звена:

$$W(p) = \left.\frac{Y(p)}{X(p)}\right|_{ПНУ=0} = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}, \; 0 < \xi < 1,$$

Переходная функция**:**

$$h(t) = y(t)|_{x(t)=1_0(t)} = L^{-1}[W(p)\cdot X(p)]1_0(t)|_{X(p)=1/p} = L^{-1}\left[\frac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}\cdot\frac{1}{p}\right]1_0(t) =$$

$$= K\left[1 - e^{-\beta t}(cos\omega_1 t + \frac{\beta}{\omega_1}sin\omega_1 t)\right]1_0(t),$$

где $\beta = \frac{\xi}{T} = \omega_0\xi$ – коэффициент затухания,

$\omega_1 = \sqrt{\frac{1-\xi^2}{T}} = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ – собственная частота колебаний звена

(см. выше: $p_{1,2} = -\beta \pm j\omega_1$).

Замечание: к экзамену выражение для $h(t)$ учить не нужно, оно будет написано на доске и останется только пояснить входящие в него параметры.

График переходной функции (переходная характеристика) колебательного звена имеет вид:

Пунктиром отмечены кривые, мажорирующие и минорирующие график $h(t)$, – мажоранта и миноранта.

Чем меньше степень затухания ξ, тем более выражен колебательный характер $h(t)$.

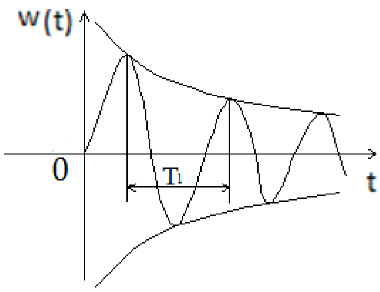
Как видно из графика (а также из выражения для $h(t)$), установившееся значение $h(t)$ равно K.

(*В лабораторной работе № 2 нужно найти K по графику* h(t)*: K=h(∞).*)

<u>Весовая функция</u>**:** $w(t) = y(t)|_{x(t)=\delta(t)}$

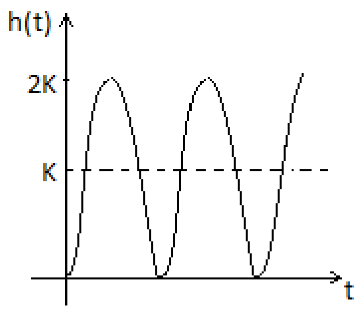
Весовую функцию можно найти как производную переходной функции, т.е.

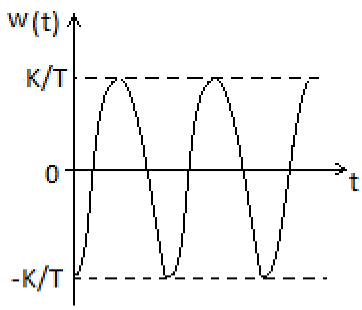
$$w(t) = \frac{dh}{dt} = K\frac{\omega_0^2}{\omega_1} \cdot e^{-\beta t} \cdot sin\omega_1 t \cdot 1_0(t)$$



$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{\xi^2-1}}$ – период свободных колебаний звена.

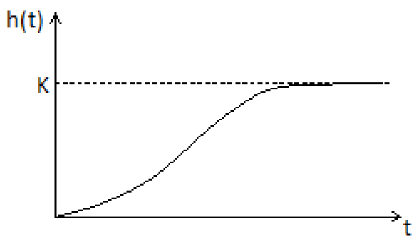
Если звено является <u>консервативным</u> ($\xi = 0$), то





(незатухающие колебания).

Если $\xi \geq 1$ (апериодическое звено 2-го порядка), то переходная и весовая характеристики будут иметь неколебательный вид:



Частотные характеристики:

Комплексный коэффициент усиления: $W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega} = \frac{K}{1-\omega^2T^2+j2\xi\omega T}$

АЧХ: $A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+4\xi^2\omega^2T^2}}$

ФЧХ: $\varphi(\omega) = argW(j\omega) = \begin{cases} 0 - arctg\left(\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}\right), \text{при } \omega^2T^2 \le 1 \ (\sim \omega \le \frac{1}{T}) \\ 0 - \left(arctg\left(\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2T^2}\right) + \pi\right), \text{при } \omega^2T^2 > 1 \ (\omega > \frac{1}{T}) \end{cases}$

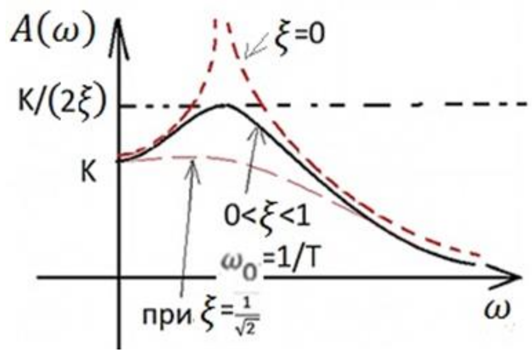
Напоминание: для комплексного числа $z = \frac{z_1}{z_2}$

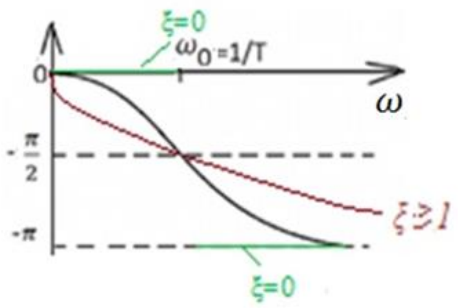
$$argz = argz_1 - argz_2$$

(здесь: $z = W(j\omega)$, $z_1 = K$, $z_2 = 1 - \omega^2T^2 + j2\xi\omega T$,
$argz_1 = 0$, а $argz_2$ находится, используя правило:
для комплексного числа $z = U + jV$

$$\varphi = \begin{cases} arctg\frac{V}{U}, \text{при } U \ge 0, \\ arctg\frac{V}{U} + \pi, \text{при } U < 0, V \ge 0, \\ arctg\frac{V}{U} - \pi, \text{при } U < 0, V < 0. \end{cases}$$

Т.о., когда у знаменателя ККУ вещественная часть становится отрицательной (т.е.при $\omega > \frac{1}{T}$) при вычислении аргумента ККУ нужно прибавить π).





При $\xi = 0$ – амплитуда колебаний неограниченно возрастает (кривая АЧХ претерпевает разрыв; на практике объект разрушается),

при $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$ кривая $A(\omega)$ имеет экстремум – максимум на частоте, равной резонансной ($\omega_0 = \frac{1}{T}$). Причем высота «горба» увеличивается с уменьшением ξ.

Максимальное значение АЧХ:

$$A_{max} = A(\omega)|_{\omega=\omega_0} = \left.\frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{K}{\sqrt{(1-1)^2 + 4\xi^2\left(\frac{1}{T}\right)^2 T^2}} = \frac{K}{2\xi}$$

(В лабораторной работе № 2 нужно найти параметры колебательного звена по графикам $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$:
K=$A(0)$,
T ищем как величину, обратную частоте, на которой $A(\omega)$ имеет максимум: $T = \frac{1}{\omega_0}$,

(по графику $\varphi(\omega)$: величина, обратная частоте, на которой $\varphi(\omega) = -\pi/2$).

ξ находится из условия: $A_{max} = \frac{K}{2\xi}$ (по графику определяем величину A_{max} и при уже найденном К имеем: $\xi = \frac{K}{2A_{max}}$))

ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20lgA(\omega) = 20lgK - 20lg\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2} \qquad (**)$$

Асимптотическая ЛАЧХ ($\overline{L}(\omega)$):

Правила построения $\overline{L}(\omega)$ (для произвольного звена):

1. Записать общее выражение для ЛАЧХ (для колебательного звена – (**));
2. Найти сопрягающие частоты, т.е. частоты, на которых асимптотическая ЛАЧХ претерпевает излом (у колебательного звена она одна: $\omega = \frac{1}{T}$);
3. Записать выражения для отрезков асимптотической ЛАЧХ между сопрягающими частотами (при частотах, меньших сопрягающей, под корнем оставляем только единицу, а при больших – член с наивысшей степенью ω) и определить их наклон.

Переходим сразу к пункту 3:

1). рассматриваем диапазон частот $\omega \le \frac{1}{T}$:

в этом диапазоне частот под корнем $\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}$ пренебрегаем всем, кроме 1, (т.к. $\omega^2T^2 \ll 1$),

отсюда, с учетом того, что $lg\sqrt{1} = 0$, получаем

$\overline{L}_1(\omega) = 20lgK$ – первая асимптота.

2). рассматриваем диапазон частот $\omega > \frac{1}{T}$:

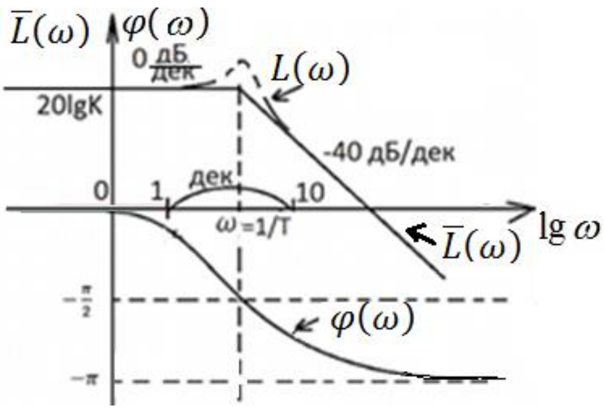
под корнем оставляем слагаемое $(\omega T)^4$ →

$$\overline{L}_2(\omega) = 20lgK - 20lg(\omega T)^2 = 20lgK - 40lg\omega T = 20lgK - 40lgT - 40lg\omega$$

– вторая асимптота (получили выражение прямой с наклоном – 40 дБ/дек.

ЛФЧХ: строим зависимость функции φ от логарифма частоты.

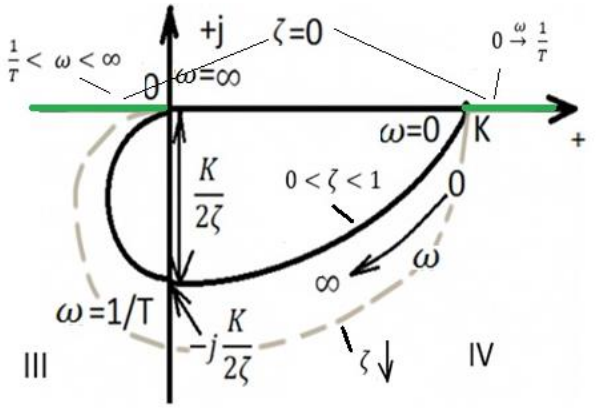
Диаграмма Боде (совмещенная диаграмма ЛАЧХ и ЛФЧХ):



Пунктиром на рисунке показана неасимптотическая ЛАЧХ.

(*В лабораторной работе № 2 нужно найти К и Т по построенным дома асимптотической ЛАЧХ и ЛФЧХ.)*

АФХ (годограф ККУ):



начальные и конечные амплитуда и фаза вектора $W(j\omega)$:

$$A(0) = K \qquad \varphi(0) = 0$$
$$A(\infty) = 0 \qquad \varphi(\infty) = -\pi$$

– АФХ представляет собой петлю, начинающуюся из точки $(K; j0)$ на вещественной оси и с ростом частоты ω от 0 до ∞ проходящую через III и IV квадранты.

Годограф пересекает мнимую ось при $\omega = \omega_0 = \frac{1}{T}$ (т.к. $W(j\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = \frac{K}{j2\xi\omega T} = -j\frac{K}{2\xi}$ – чисто мнимый ККУ), при этом $\varphi(\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = -arctg(\infty) = -\frac{\pi}{2}$ (ω_0 является <u>резонансной частотой</u>).

С уменьшением ξ петля, которую представляет собой годограф, увеличивается (серый цвет) и при ξ=0 АФХ вырождается в две полупрямые, показанные на рисунке также зеленым цветом: правая – при $0 \xrightarrow{\omega} \frac{1}{T}$, левая – при $\frac{1}{T} \xrightarrow{\omega} \infty$.

(В лабораторной работе № 2 нужно найти К, Т и ξ по АФХ:
$K = A(0)$,
затем из равенства
$A(\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = \frac{K}{2\xi}$ *находим ξ при уже известном К.*

$T = \frac{1}{\omega_0}$, *где ω_0 – частота, при которой АФХ пересекает мнимую ось).*

3.4. Минимально- и неминимально-фазовые звенья.

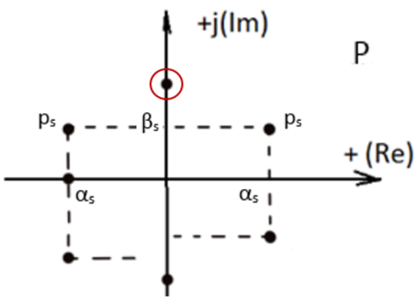
Рассмотрим звено (систему) с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + \dots + a_n}$$

Корни уравнения $B(p) = 0 \rightarrow p_i$ $(i = \overline{1, m})$ – нули передаточной функции $W(p)$,
Корни уравнения $A(p) = 0 \rightarrow p_j$ $(j = \overline{1, n})$ – полюса передаточной функции $W(p)$.

(Напоминание: $A(p) = 0$ – <u>характеристическое уравнение (ХУ)</u>, n (степень ХУ) – <u>порядок системы.)</u>

Рассмотрим комплексную плоскость Р:



красным обведен корень на мнимой оси – <u>нейтральный корень</u> (соответствующее звено – <u>консервативное</u> или нейтральное, или маргинальное)

Корни p_i и p_j в общем случае имеют вид: $p_s = \alpha_s + j\beta_s$.

(известное свойство вещественного полинома: если ∃ комплексный корень, то ∃ комплексно-сопряженный корень)

Корни p_s с отрицательными вещественными частями принято называть <u>левыми</u> (т.к. они расположены слева от мнимой оси на плоскости P), корни с положительными вещественными частями – <u>правыми</u> (т.к. они расположены справа от мнимой оси на плоскости P).

Опр. <u>Звено</u> (или <u>система</u>) называется <u>минимально-фазовым</u>, если его передаточная функция не имеет правых нулей и полюсов. В противном случае (когда есть хотя бы один правый нуль или полюс), звено называется <u>неминимально-фазовым</u>.

Пример: Рассмотрим 2 звена:

$W_1(p) = \frac{K}{1+pT_1}$ (минимально-фазовое звена)

и $W_2(p) = \frac{K}{1+pT_1} \cdot \frac{1-pT}{1+pT}$ (неминимально-фазовое звена)

$$A_1(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}} \qquad A_2(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}} = A_1(\omega)$$

(АЧХ и ЛАЧХ ($L(\omega) = 20lgA(\omega)$) у звеньев совпадают)

$$\varphi_1(\omega) = 0 - arctg\omega T_1 \qquad \varphi_2(\omega) = 0 - arctg\omega T_1 + arctg(-\omega T) - arctg(\omega T) =$$

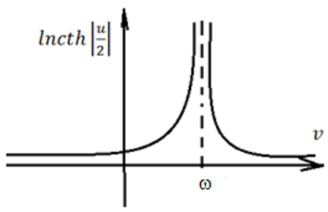
$$= -arctg\omega T_1 - 2arctg\omega T = \underline{\varphi_1(\omega) - 2arctg\omega T}$$

у 2-го звено больше отрицательный фазовый сдвиг

Т.е. у минимально-фазового звена фаза по модулю меньше, чем фаза любого неминимально-фазового звена с такой же амплитудно-частотной характеристикой.

<u>Для минимально-фазовых звеньев между ЛАЧХ и ЛФЧХ существует однозначная зависимость</u> и, следовательно, по ЛАЧХ можно определить передаточную функцию системы $W(p)$ (не по $W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$, а сразу по $L(\omega)$) (это важное для синтеза линейных САУ свойство).

Связь между $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ выражает <u>соотношение Бодé</u>



$$\varphi(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d[ln|W(jv)|]}{du} \cdot \underbrace{\ln cth\left|\frac{u}{2}\right|} du, \qquad (*)$$

наклон L(дБ/дек)

весовая функция
(взвешивает функцию, которую на нее умножают)

где $u = ln\frac{v}{\omega}$ ($\rightarrow$ при $v = \omega \rightarrow u = 0 \ \rightarrow cth\left|\frac{u}{2}\right| = \infty$),

а $ln|W(jv)|$ пропорционален $L(v)$, т.к. $L(v) = 20lg|W(jv)| = 8{,}7ln|W(jv)|$

$cthx = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ – котангенс гиперболический

($ln|W(jv)|$ – по сути, ЛАЧХ, в которой lg, а ln)

Для $\exists$-ния связи (*) необходимо и достаточно, чтобы передаточная функция не имела правых нулей и полюсов.

Из (*) видно, что изменение ЛФЧХ определяется не абсолютным значением ЛАЧХ, а ее наклоном в некоторой (близкой) окрестности частоты, где определяется фаза.

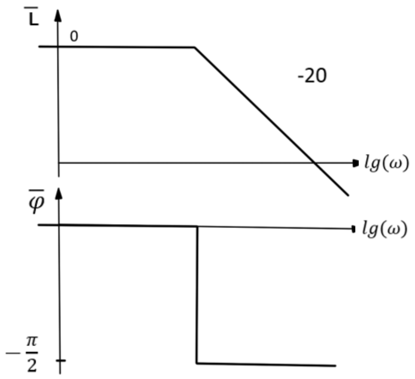
(Здесь v - частота в окрестности той, где ищется фаза (ω))

Для минимально-фазового звена по ЛАЧХ можно найти все частотные характеристики звена и передаточную функцию и, следовательно, полностью охарактеризовать поведение звена при любых входных сигналах.

! Для минимально-фазовых звеньев приближенно считают, что участку асимптотической ЛАЧХ с наклоном $\pm k \cdot 20 \frac{\text{дБ}}{\text{дек}}$ (k – целое) соответствует фазовый сдвиг $\varphi(\omega) = \pm k \cdot \frac{\pi}{2}(\text{рад.})$.

Пример. Инерционное звено:

Асимптотические ЛАЧХ и ЛФЧХ имеют вид:



– наклону 0 дБ/дек $\overline{L}(\omega)$ соответствует фазовый сдвиг 0 рад., наклону – 20 дБ/дек – фазовый сдвиг $-\frac{\pi}{2}$ рад.