

МЭИ	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8	Утверждаю:
	Кафедра ВМСС	Зав. кафедрой
	Дисциплина МСПИ II часть	09.01.22 г.
Институт ИВТ		
<p>1. Установившиеся процессы в <u>нагруженной, разомкнутой</u> и короткозамкнутой длинных линиях с потерями.</p> <p>2. Поле диполя Герца. Поле плоского кругового витка с током.</p>		

### 1. Установившиеся процессы в нагруженной, разомкнутой и короткозамкнутой линиях с потерями.

Действующие значения напряжения и тока в каждом из поперечных сечений длинной линии представляют собой модуль комплексного числа  $\underline{U}(x)$  и  $\underline{I}(x)$ .

Проще всего найти распределения действующих значений тока и напряжения вдоль линии с помощью связи между прямой и обратной волнами через коэффициент отражения.

Коэффициент отражения:

$$\underline{\tilde{n}} = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_B} e^{-2\gamma x} = \underline{n}_0 e^{-2\gamma x}$$

Тогда

$$\underline{U}(x) = U_{np}(0) e^{j\phi_{np}} e^{\gamma x} + U_{обр}(0) e^{j\phi_{обр}} e^{-\gamma x}$$

И обозначим

$$\underline{n}_0 = \frac{U_{обр}(0)}{U_{np}(0)} e^{j(\phi_{обр} - \phi_{np})} = n_0 e^{j\phi}$$

После преобразований получим:

$$\underline{U}(x) = U_{np}(0) e^{\alpha x} N(x) e^{j(\beta x + \phi_{np} + \Theta(x))}$$

$$\text{Где } N(x) = \sqrt{\left[1 + n_0 e^{-2\alpha x} \cos(\phi - 2\beta x)\right]^2 + \left[n_0 e^{-2\alpha x} \sin(\phi - 2\beta x)\right]^2}$$

$$\Theta(x) = \arg N(x) = \text{arctg} \left\{ \frac{n_0 e^{-2\alpha x} \sin(\phi - 2\beta x)}{1 + n_0 e^{-2\alpha x} \cos(\phi - 2\beta x)} \right\}$$

Аналогично представляется распределение модуля и фазы тока.

Наиболее влияющий на распределения фактор – нагрузка линии.

Рассмотрим частные нагрузки линии.

**Холостой ход:**  $Z_H = \infty$

$$\underline{n}_0 = 1, \underline{I}_2 = 0, U_2 = 2 U_{np}(0)$$

Тогда

$$U(x) = U_{np}(0) e^{\alpha x} \sqrt{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}$$

$$I(x) = I_{np}(0)e^{\alpha x} \sqrt{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}$$

Короткое замыкание:  $Z_H = 0$

$$\underline{n}_0 = -1, U_2 = 0$$

Тогда

$$U(x) = U_{np}(0)e^{\alpha x} \sqrt{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}$$

$$I(x) = I_{np}(0)e^{\alpha x} \sqrt{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}$$

## 2. Поле диполя Герца. Поле плоского кругового витка с током.

Диполь Герца – модель, представляющая собой равномерное по длине  $l$  распределение тока, вызванного переменным во времени зарядом  $q$  на концах отрезка. При этом ток  $i$  связан с переменным

зарядом выражением  $i = -\frac{\partial q}{\partial t}$ , откуда  $A = \mu \frac{i\left(t - \frac{r}{v}\right)l}{4\pi r}$  и  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{q\left(t - \frac{r_1}{v}\right)}{r_1} - \frac{q\left(t - \frac{r_2}{v}\right)}{r_2} \right\}$

Проводим вычисления: по  $A$  определим пространственное распределение вектора  $H$  и уже по  $H$  найдем пространственное распределение вектора  $E$ . Векторный потенциал  $A$  направлен по току. Далее после получения уравнений в сферических координатах, заменяем ротор оператором Набла, получаем, упрощаем, после дифференцирования получим:

$$H_\alpha = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{i'\left(t - \frac{r}{v}\right)}{\nu r} - \frac{i\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r} \right\} l \sin\theta$$

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left\{ \frac{i\left(t - \frac{r}{v}\right)}{\nu r^2} - \frac{q\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r^3} \right\} \cos\theta$$

$$E_\theta = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left\{ \frac{I'\left(t - \frac{r}{v}\right)}{\nu^2 r} + \frac{I\left(t - \frac{r}{v}\right)}{\nu r^2} + \frac{q\left(t - \frac{r}{v}\right)}{r^3} \right\} \sin\theta$$

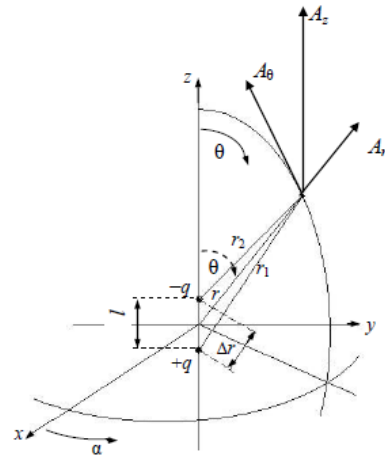


Рисунок 14.3 – Диполь Герца в сферической системе координат

ни, а отрезок  $\Delta r$ , как видно из рис. 14.3, равен  $\Delta r = l \cdot \cos\theta$ .

Из-за разных зависимостей  $r$  и  $r^2$  получаются три зоны. Зона индукции (ближняя зона) – та, где слагаемые с множителем  $\frac{1}{r^3}$  много больше, чем другие. Зона излучения (дальняя зона) – та, где преобладают члены с множителем  $\frac{1}{r}$ . Промежуточная зона называется зоной Френеля.

Плоский виток с током схож с диполем Герца. Имеем следующую картинку:

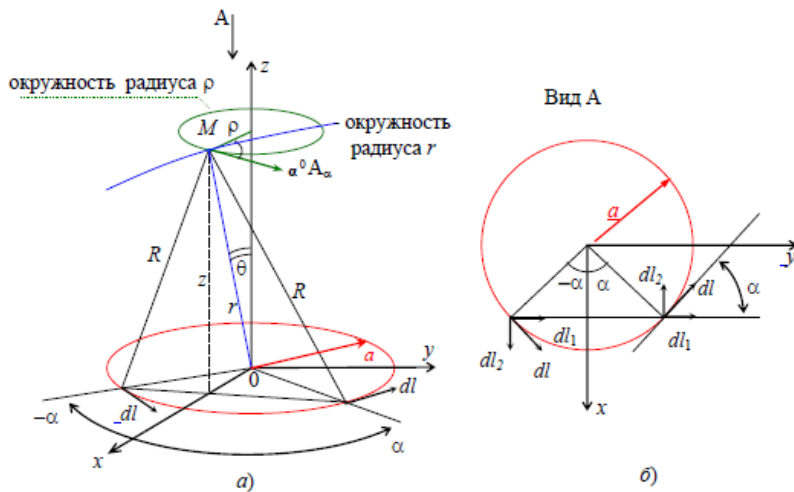


Рисунок 14.5 – К расчету полей круговой рамки с током:  
 а – положение точки наблюдения в пространстве вне рамки с током;  
 б – проекция в плоскости рамки (по стрелке А)

Ток в рамке во всех моментах времени одинаковое, это позволяет рассмотреть решение для простого кругового тока, разбив ток на элементарные отрезки касательных  $dl$ . Таким образом получаем, что поле в произвольной точке М представляет из себя суперпозицию элементарных полей  $dl$ . Для упрощения задачи заметим следующую особенность – проекции вектора  $dl$  на нормальные оси  $dl_1$  и  $dl_2$  попарно компенсируются и из  $dl$  остаётся только составляющая  $dl_1$ . Остаётся только проинтегрировать по всему контуру. (см часть б картинки 14.5). При этом, согласно выражению (14.16), азимутальная составляющая вектора А в

точке М запишется в виде:

$$A = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \oint_l \frac{i \left( t - \frac{R}{v} \right) dl}{R} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{i \left( t - \frac{R}{v} \right) a \cos \alpha d\alpha}{R}$$

Расстояние R от элемента  $dl$  рамки до точки М удобно выразить через расстояние от центра рамки г. Из рис. 14.5, а видно, что

$$R^2 = a^2 + r^2 - 2ar \sin \theta \cos \alpha$$

Получим два случая – ближняя и дальняя зоны.

Круговой виток с током принято называть «рамкой с током».

1) Магнитное поле круговой рамки с током идентично по структуре электрическому полю электрического диполя, вертикального к плоскости рамки с током. Аналогично электрическое поле круговой рамки по своей структуре идентично магнитному полю такого диполя. Векторы поля Е и Н взаимно перпендикулярны, а в дальней зоне лежат в плоскости, касательной к эквифазной поверхности (то есть поверхности одинаковых фаз). Вектор Пойнтинга, направленный «к источнику излучения», но отрицательный по знаку ( $\Pi R < 0$ ), определяет передачу активной мощности в пространство «от излучателя».

3) Аналогия с электрическим диполем позволяет просто записать выражение для сопротивления излучения рамочной дипольной антенны  $R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left( \frac{l_g}{\lambda} \right)^2 = \frac{320\pi^4 S^2}{\lambda^4} \text{ Ом}$

4) В дальней зоне волновое сопротивление рамки с током (магнитного диполя)

$$Z_0 = \frac{E_{\alpha}}{-H_{\theta}} = \left| \frac{E_{\alpha}}{H_{\theta}} \right| \text{ тождественно волновому сопротивлению электрического диполя и равно } 120\pi.$$

5) В ближней зоне, в отличие от электрического диполя  $H \sim 1/r^3$ ,  $E \sim 1/r^2$  и «волновое сопротивление» для рамочной антенны с малым радиусом, формально определяемое отношением  $\frac{E_{\alpha}}{-H_{\theta}}$  (заметим, что знак минус в знаменателе появляется чисто формально, исходя из выражения для вектора Пойнтинга, направленного в пространство «от излучателя», см. рис. 3.7) является индуктивным, выражается  $Z_0 = \frac{E_{\alpha}}{H_{\theta}} = i\omega\mu r$  и очень мало (прямо пропорционально величине г).