

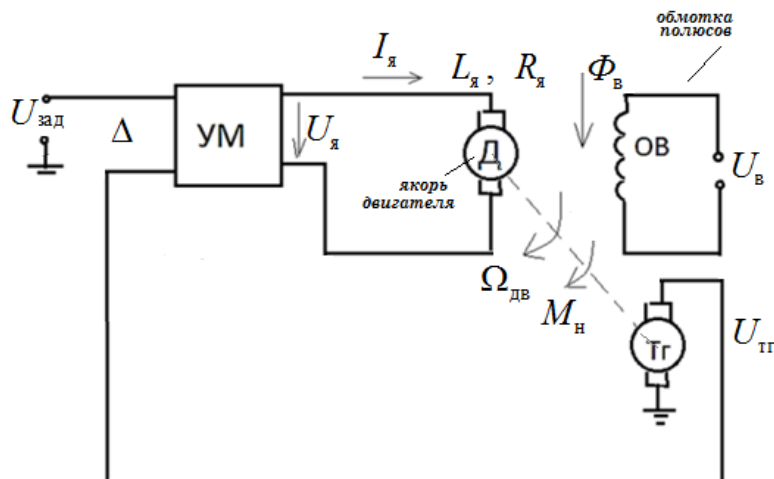
# Лекция № 3 (24 февраля 2022)

## 1.5. Система стабилизации скорости вращения электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

Одна из самых распространенных систем управления – система стабилизации скорости вращения электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Цель ее работы заключается в поддержании заданной скорости вращения электродвигателя постоянного тока, приводящего в движение некоторый производственный механизм (нагрузку).

Системы подобного типа используют, например, в металлорежущих станках, где независимо от глубины резания металла нужно выдерживать заданную скорость вращения режущего инструмента.

Упрощенная схема такой системы имеет вид (для случая системы, реализующей принцип регулирования по отклонению):



Объектом управления является электродвигатель Д, а его управляющим органом – обмотка якоря электродвигателя.

Управляющее воздействие –  $\underline{U_{я}}$  – напряжение на обмотке якоря электродвигателя (напряжение якорной цепи) – напряжение управления.

Управляемой величиной является [угловая] скорость вращения вала электродвигателя  $\underline{\Omega_{дв}}$ . (изм. в рад/с).

Возмущением является изменение момента нагрузки  $\underline{M_{н}}$  на валу двигателя.

$\underline{U_{зад}}$  – задающее воздействие – напряжение, соответствующее требуемому значению угловой скорости двигателя  $\underline{\Omega_{дв0}}$ .

Тг – тахогенератор – используется для измерения скорости вращения вала двигателя. Он вырабатывает напряжение  $\underline{U_{тг}}$ , пропорциональное управляемой переменной  $\underline{\Omega_{дв}}$ :

$$U_{\text{тг}} = K_{\text{тг}} \cdot \Omega_{\text{дв}} \quad (1)$$

( $K_{\text{тг}}$  – коэффициент усиления тахогенератора)

Это напряжение ( $U_{\text{тг}}$ ) сравнивается с заданным значением  $U_{\text{зад}}$  и разность

$$\Delta = U_{\text{зад}} - U_{\text{тг}} \quad (2)$$

– ошибка (или рассогласование) – подается на вход УМ – усилителя мощности.

ОВ – обмотка возбуждения,  $\Phi_{\text{в}}$  – поток возбуждения;

$I_{\text{я}}$  – ток в цепи якоря электродвигателя,  $L_{\text{я}}$ ,  $R_{\text{я}}$  – индуктивность и сопротивление в якорной цепи.

Изображенная выше схема САУ является системой регулирования по отклонению. В ней

$$U_{\text{я}} = f(\Delta),$$

$$\text{где } \Delta = U_{\text{зад}} - U_{\text{тг}} = U_{\text{зад}} - K_{\text{тг}} \cdot \Omega_{\text{дв}} \quad (*)$$

Напряжение управления при пропорциональном<sup>1</sup> законе управления равно

$$U_{\text{я}} = K_{\text{ус}} \cdot \Delta, \quad (3)$$

где  $K_{\text{ус}}$  – коэффициент усиления усилителя мощности.

Двигатель преобразует электрическую энергию, потребляемую со стороны якорной обмотки ( $U_{\text{я}}$ ) и обмотки возбуждения ( $U_{\text{в}}$ ), в механическую – приводит в движение нагрузку на валу двигателя.

Двигатель можно описать следующим линейным уравнением статики (описывает поведение двигателя в установившемся режиме при постоянных входных взаимодействиях):

$$\Omega_{\text{дв}} = K_{\text{дв}} \cdot U_{\text{я}} - K_{\text{м}} \cdot M_{\text{н}}, \quad (4)$$

где  $K_{\text{дв}}$  – коэффициент пропорциональности между  $\Omega_{\text{дв}}$  и  $U_{\text{я}}$ ,

$K_{\text{м}}$  – коэффициент пропорциональности между  $\Omega_{\text{дв}}$  и  $M_{\text{н}}$ .

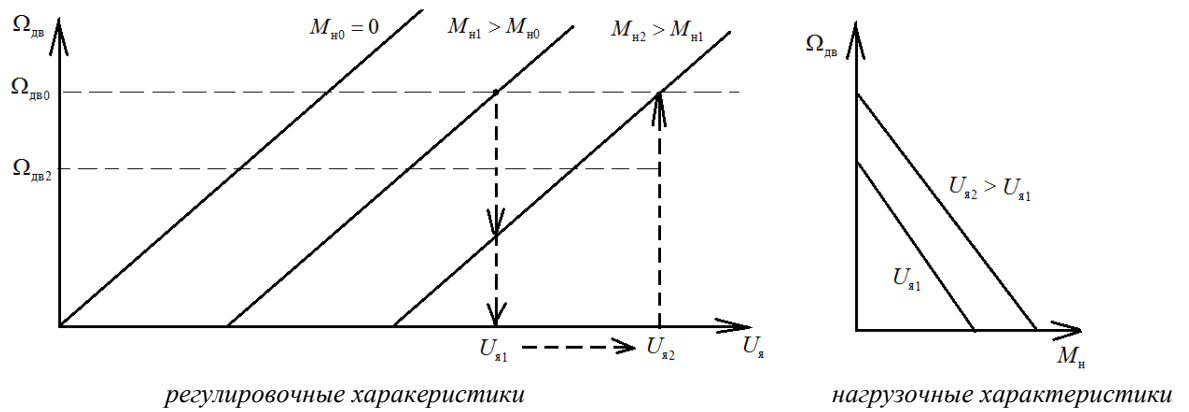
По этому уравнению могут быть построены статические характеристики двигателя.

**Опр.** Статическая характеристика ( $y(x)$ ) – зависимость выходной величины от входной в установившемся режиме при постоянных входных взаимодействиях.

Статические характеристики двигателя:

- регулирующие –  $\Omega_{\text{дв}} = f(U_{\text{я}})$  при  $M_{\text{н}} = \text{const}$
- механические (нагрузочные) –  $\Omega_{\text{дв}} = f(M_{\text{н}})$  при  $U_{\text{я}} = \text{const}$  :

<sup>1</sup> рассматривается в данном примере



Для поддержания постоянства заданного значения скорости вращения двигателя  $\Omega_{дв} = \Omega_{дв0}$  при изменении момента нагрузки, например, от  $M_{н1}$  до  $M_{н2}$ , необходимо изменять напряжение якорной цепи от  $U_{я1}$  до  $U_{я2}$ .

Как работает система:

При увеличении момента нагрузки от  $M_{н1}$  до  $M_{н2}$  в первый момент, пока напряжение  $U_я$  остается неизменным, скорость вращения двигателя уменьшается (это видно из (4) или по изображенным выше регулировочным характеристикам). Но затем напряжение на выходе тахогенератора уменьшается (это следует из (1):  $U_{тг} = K_{тг} \cdot \Omega_{дв}$ ) и при  $U_{зад} = const$  рассогласование  $\Delta$ , как следует из (\*), увеличивается, что на основании (3) приводит к увеличению  $U_я$  (и, соответственно, увеличению  $\Omega_{дв}$ , как следует из (4)).

(Кратко:  $M_н \uparrow \Rightarrow \Omega_{дв} \downarrow \Rightarrow U_{тг} \downarrow \Rightarrow \Delta \uparrow \Rightarrow U_я \uparrow \Rightarrow \Omega_{дв} \uparrow$ )

Данная система управления осуществляет поддержание скорости с некоторой ошибкой (реально скорость двигателя вырастет до значения  $\Omega_{дв2} \neq \Omega_{дв0}$ ), которую в принципе нельзя свести к нулю. Найдём эту ошибку.

Разрешим уравнения (1)-(4) относительно  $\Omega_{дв}$ :

$$\Omega_{дв} = K_{дв} \cdot U_я - K_{м} \cdot M_н = K_{дв} \cdot K_{ус} \cdot (U_{зад} - K_{тг} \cdot \Omega_{дв}) - K_{м} \cdot M_н$$

Обозначим  $K = K_{дв} \cdot K_{ус} \cdot K_{тг}$  – коэффициент усиления разомкнутой системы. Тогда

$$\Omega_{дв} \cdot (1 + K) = \frac{K}{K_{тг}} U_{зад} - K_{м} \cdot M_н \Rightarrow$$

$$\Omega_{дв} = \frac{K}{1 + K} \cdot \frac{U_{зад}}{K_{тг}} - \frac{K_{м}}{1 + K} \cdot M_н = \Omega_{дв0} - \Delta\Omega_{дв},$$

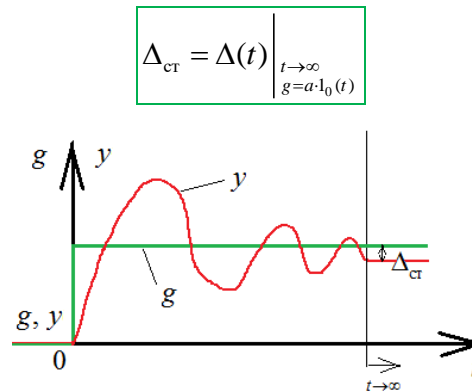
где  $\Omega_{дв0}$  – заданное постоянное значение скорости вращения регулируемого двигателя,

$$\Delta\Omega_{дв} = \frac{K_{м}}{1 + K} \cdot M_н \quad (5)$$

– отклонение скорости вращения регулируемого двигателя от заданного значения  $\Omega_{дв0}$ .

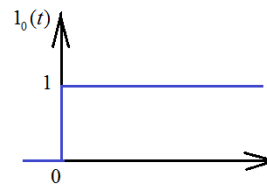
Величину  $\Delta\Omega_{\text{дв}}$  называют статической ошибкой системы от возмущающего воздействия (в данном примере – от нагрузки). Она характеризует точность поддержания постоянства скорости вращения двигателя (в общем случае – точность работы системы) при изменении момента нагрузки и при  $\Omega_{\text{дв}0} = \text{const}$  ( $U_{\text{зад}} = \text{const}$ ).

**Опр.** Статической ошибкой называется ошибка системы в установившемся режиме при постоянном (или скачкообразном) входном воздействии:



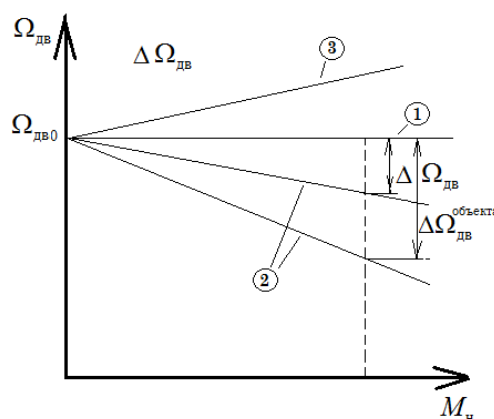
Здесь  $\Delta(t) = g(t) - y(t)$  – ошибка системы – равна отклонению действительного значения регулируемой величины от заданного значения,

$1_0(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \geq 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases}$  – функция единичного скачка:



Для рассматриваемой САР  $y = \Omega_{\text{дв}}$ ,  $g = \Omega_{\text{дв}0}$ .

Покажем статическую ошибку системы от возмущающего воздействия на графике нагрузочной характеристики<sup>1</sup> двигателя ( $\Omega_{\text{дв}} = f(M_{\text{н}})$  при  $U_{\text{я}} = \text{const}$ ):



1 – скорость равна заданной, 2 – недокомпенсация, 3 – перекомпенсация. В системе с комбинированным управлением возможны ситуации 1 и 3 – в зависимости от положения потенциометра нагрузки  $R_{\text{ос}2}$ .

<sup>1</sup> В лабораторной работе нагрузочная характеристика строится не от  $M_{\text{н}}$ , а от  $I_{\text{н}}$ .

В лабораторной работе нужно найти такое положение потенциометра  $R_{oc2}$ , при котором отклонение  $\Omega_{дв}$  от  $\Omega_{дв0}$  при изменении нагрузки будет минимальным.

Покажем, что наличие регулятора уменьшает ошибку от возмущающего воздействия. Для этого сравним ошибку в системе с регулятором с ошибкой в системе без регулятора.

Пусть система разомкнута (регулирование отсутствует). Найдем статическую ошибку объекта управления  $\Delta\Omega_{дв}^{объекта}$ :

$$U_{я} = K_{ус} \cdot U_{зад} \Rightarrow \Omega_{дв} = K_{дв} \cdot U_{я} - K_{м} \cdot M_{н} = K_{дв} \cdot K_{ус} \cdot U_{зад} - K_{м} \cdot M_{н} = \Omega_{дв0} - \Delta\Omega_{дв}^{объекта}$$

$$\boxed{\Delta\Omega_{дв}^{объекта} = K_{м} \cdot M_{н}} \quad (6)$$

– статическая ошибка *объекта* от возмущающего воздействия.

Из (5) и (6) видно, что

$$\Delta\Omega_{дв} = \frac{\Delta\Omega_{дв}^{объекта}}{1 + K} \quad (\text{или} \quad \frac{\Delta\Omega_{дв}}{\Delta\Omega_{дв}^{объекта}} = \frac{1}{1 + K}),$$

**!** т.е. ошибка системы с регулятором (ошибка замкнутой системы) в  $(1 + K)$  раз меньше ошибки объекта управления (ошибки разомкнутой системы).

В рассматриваемом примере используется принцип регулирования по отклонению. Для таких систем статическая ошибка отлична от нуля и ее в принципе нельзя свести к нулю.

Как видно из (5), статическую ошибку  $\Delta\Omega_{дв}$  можно уменьшить за счет увеличения  $K$ , но при этом ухудшается динамика системы (устойчивость).

Последнее будет показано в главе 5 (Анализ качества САУ).

**Опр. Система**, в которой **статическая ошибка** от какого-либо воздействия (задающего или возмущающего) **отличного от нуля**, называется статической по отношению к данному воздействию. При этом управление называется статическим по отношению к данному воздействию.

**Опр. Система**, в которой **статическая ошибка** от какого-либо воздействия **равна нулю**, называется астатической, а соответствующее регулирование – астатическим по отношению к данному воздействию.

В общем случае статическая ошибка имеет вид:

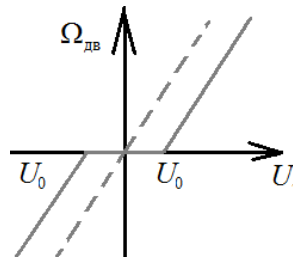
$$\Delta_{ст} = \cancel{\Delta_{ст}^{структурная}} + \Delta_{ст}^{реальной системы},$$

=0 для астатич. системы      не равна нулю в реальной системе

где  $\Delta_{ст}^{структурная}$  – ошибка, определяемая структурой (принципом работы) системы;

$\Delta_{ст}^{реальной системы}$  – эта составляющая определяется нелинейностями типа зоны

нечувствительности статических характеристик реальных физических элементов системы (т.е. нелинейностями в области малых сигналов):



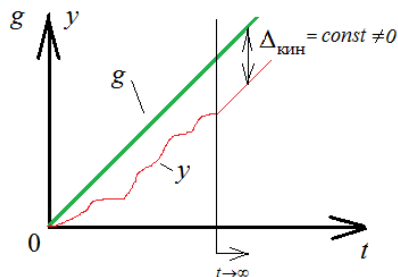
(из-за трения двигатель  
вращается не при очень малом U)

Статистическая ошибка определяет точность работы системы автоматического управления (~ точность воспроизведения задающего воздействия) в установившемся режиме при постоянном входном воздействии. При других типовых входных воздействиях точность САУ определяется кинетической и динамической ошибками.

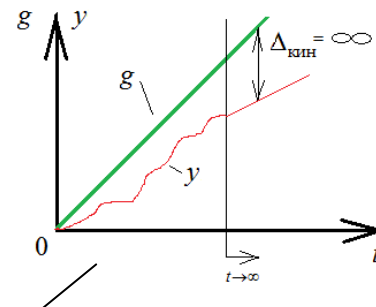
**Опр.** Кинетическая ошибка – это ошибка системы в установившемся режиме при линейно изменяющемся входном воздействии:

$$\Delta_{\text{кин}} = \Delta(t) \Big|_{\substack{t \rightarrow \infty \\ g = b \cdot t \cdot I_0(t)}}$$

Например,



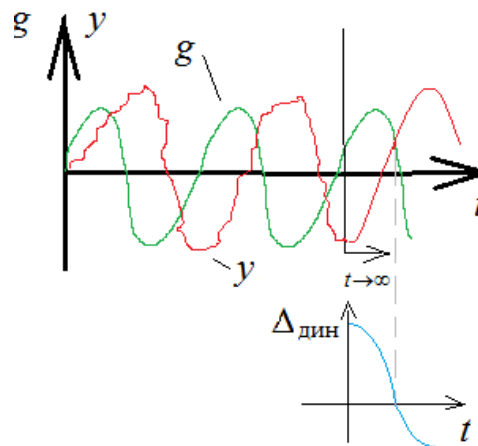
Другой пример:



ошибка неограниченно возрастает (говорят: « $\Delta_{\text{кин}} = \infty$ »)

**Опр.** Динамическая ошибка – это ошибка системы в установившемся режиме при гармоническом входном воздействии ( $g(t) = C \sin \omega t$ ):

$$\dot{\Delta}_{\text{дин}} = \dot{\Delta}(t) \Big|_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \dot{x} = C e^{j\omega t}}}$$



## 1.6. Классификация САУ.

Системы управления классифицируют по следующим признакам:

**I.** По наличию или отсутствию обратной связи (ОС):

- замкнутые (есть ОС)  
и
- разомкнутые (без ОС). Управление без ОС называется жестким.

**II.** В зависимости от типа решаемых задач САУ делятся на

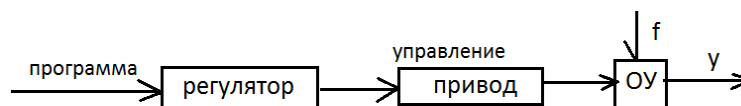
- системы стабилизации ( $\sim$ САР) – выполняют задачу поддержания постоянства управляемой величины (с заданной точностью).

Например:

- 1) система регулирования напряжения генератора (задача – поддерживать  $U$  постоянным при изменении нагрузки в широких пределах);
- 2) система стабилизации температуры;
- 3) система регулирования скорости вращения  $\Omega$  двигателя (в лаб. работе № 1) (задача – поддерживать  $\Omega$  в заданных пределах при изменении нагрузки – момента на валу двигателя) и т.д.

Управляющее устройство таких систем иногда называют регулятором, а сами системы – системами автоматического регулирования (САР).

- системы программного управления (являются разомкнутыми системами): изменение управляемой величины по заранее заданной программе (программа задается оператором, может быть временной или пространственной).



Например:

- 1) САУ температурой печи: изменение температуры с течением времени по заранее заданной программе;
- 2) САУ выводом ракеты на заданную траекторию.

Недостаток разомкнутых систем: без обратной связи невозможно учесть влияние неизвестных факторов.

- слеящие системы: управляемая величина должна с заданной точностью воспроизводить (осуществлять «слежение») некоторую измеряемую величину (а именно: задающее воздействие) или функцию измеряемой величины. При этом закон изменения этой измеряемой величины заранее неизвестен и определяется внешними факторами.

Например, антенна радиолокатора на радиолокационной станции должна следить за маневрирующей целью (самолетом). Задающее воздействие заранее неизвестно и определяется движением наблюдаемого самолета.

В перечисленных выше системах требуемое значение управляемой величины оставалось постоянным, либо изменялось по определенной программе, либо задавалось извне. Однако в ряде случаев система сама в процессе управления должна воспроизводить поиск такого требуемого значения, которое необходимо в данный момент выдерживать, чтобы режим работы управляемого объекта был наивыгоднейшим. Такие САУ называются экстремальными.

Функциональная схема экстремальной системы отличается от приведенной в п. 1.2 тем, что вместо задающего устройства ставится устройство автоматического поиска, которое анализирует какую-либо характеристику объекта (напр., скорость самолета) и подает в УУ такое требуемое значение  $g(t)$  управляемой величины, при котором данная характеристика принимает экстремальное (max/min) значение.

Экстремальное управление может применяться, например, для поддержания наиболее экономичной скорости полета, соответствующей минимальному расходу топлива при изменяющихся высоте полета, массе самолета, скорости ветра, ... При этом будет достигнута максимальная дальность полета при заданном запасе топлива.

Экстремальные системы относятся к адаптивным.

### III. В зависимости от числа управляемых величин САУ бывают

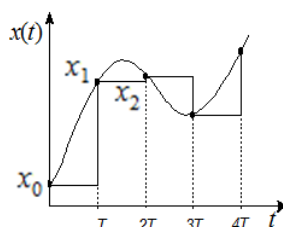
- односвязные (одна управляемая переменная),
- многосвязные (многомерные) (число управляемых переменных более единицы)

### IV. По способу передачи сигнала САУ делятся на

- непрерывные (передается и преобразуется каждое мгновенное значение сигнала) (альтернативное определение: выходные переменные всех элементов САУ являются непрерывными функциями)
- и
- дискретные (сигнал на выходе какого-либо элемента принимает дискретные значения (квантован)). При дискретном способе передачи сигнала используется дискретизация (квантование) сигнала, которая заключается в замене непрерывного сигнала выбранными по определенному правилу его дискретными значениями.

Существуют 3 вида дискретизации (квантования) сигнала и, соответственно, 3 вида дискретных САУ:

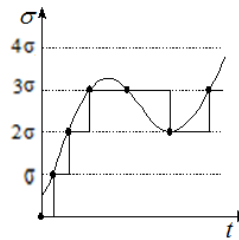
- 1) по времени (выделение значений сигнала в заранее фиксированные моменты времени, отстоящие друг от друга на, как правило, постоянную величину  $T$ ) – в импульсных системах:



$T$  – период квантования,  $x_i$  – дискретные значения сигнала

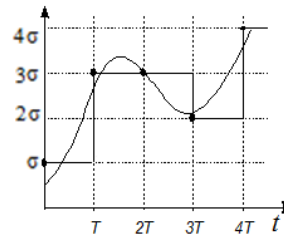
- 2) по уровню (выделение значений сигнала при достижении им заранее фиксированных уровней, отстоящих друг от друга на постоянную величину) – в релейных системах:





$\sigma$  – интервал квантования по уровню (или квант)

3) по времени и уровню (выделение значений сигнала в заранее фиксированные моменты времени, и им присваиваются значения ближайших уровней квантования) – реализуется в цифровых системах:



Типичный пример квантования по времени представляет собой кинолента, а примером квантования по времени и уровню (по аргументу и функции) служат таблицы и сигналы в цифровых системах, использующих ЭВМ.

**V.** По тому, *зависят ли свойства системы управления от времени* или нет, различают:

- стационарные (свойства системы не зависят от времени)
- и
- нестационарные САУ (свойства системы зависят от времени).

Альтернативное определение: САУ называется стационарной, если она при постоянных входных взаимодействиях описывается уравнениями, не зависящими явно от времени (это означает, что свойства системы со временем не изменяются).

**VI.** По *типу уравнений, которыми описываются системы управления*, они делятся на

- линейные
- и
- нелинейные.

**Опр.** САУ называется линейной, если связь между процессами в отдельных элементах, а также система в целом описываются только линейными уравнениями (алгебраическими, дифференциальными или разностными).

САУ называется нелинейной, если она описывается нелинейными уравнениями.

**VII.** По *характеру внешних (задающих и возмущающих) воздействий* различают

- детерминированные (если все воздействия являются детерминированными)
- и
- стохастические<sup>1</sup> (~вероятностные) САУ (если хотя бы одно воздействие является стохастическим (случайным)).

<sup>1</sup> **стохастический** – с греческого «умеющий угадывать» – в общем случае означает неопределенность, случайность чего-либо.

Альтернативное определение: стохастические системы – системы, изменение которых носит случайный характер.

∃ второй вариант классификации САУ, предполагающий их разделение на детерминированные и стохастические, – по характеру процессов:

- детерминированная САУ – система, которая отвечает на один и тот же входной сигнал всегда одним и тем же определенным выходным сигналом;
- стохастическая САУ – система, которая отвечает на один и тот же входной сигнал случайным выходным сигналом в соответствии с некоторым распределением вероятности.

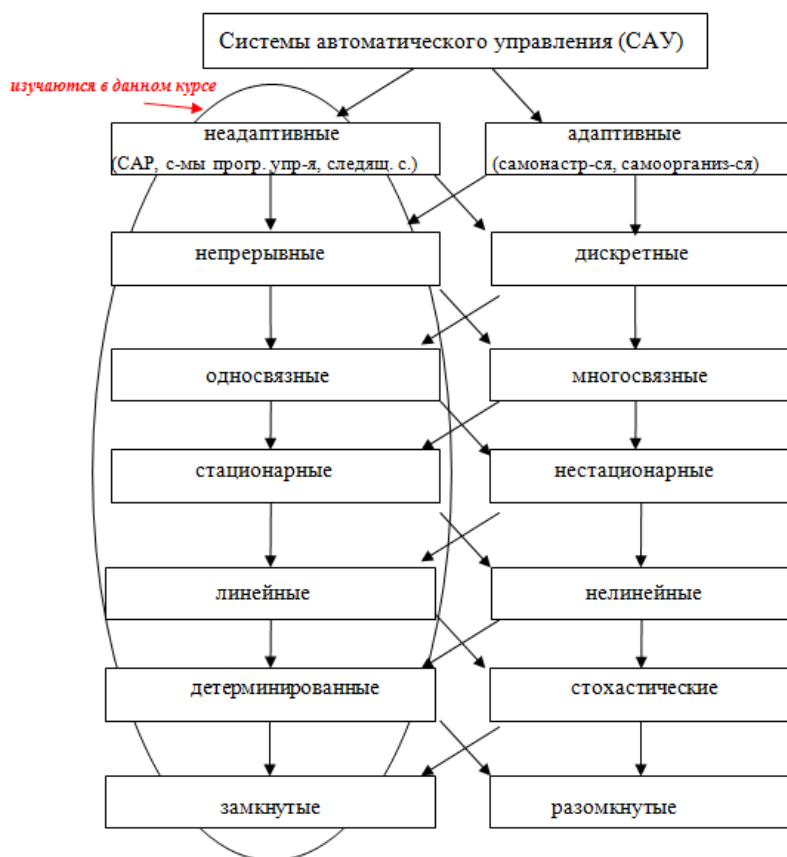
**VIII.** В зависимости от объема априорной информации об объекте САУ делятся на

- обыкновенные (неадаптивные) (информация заранее известна);
- адаптивные (недостаточно априорной информации; параметры объекта точно не известны и меняются в процессе функционирования).

В адаптивных системах УУ автоматически изменяет свои параметры или структуру по данным анализа работы системы в целях сохранения заданных показателей качества и цели управления [при произвольно меняющихся характеристиках ОУ и внешних воздействий].

Адаптивные системы с изменением значений параметров иногда называют самоадаптирующимися, а с изменением структуры и алгоритма управления<sup>1</sup> – самоорганизующимися.

#### Классификация САУ (схематично):



<sup>1</sup> **алгоритм управления (закон управления)** – зависимость выходной переменной управляющего устройства от его входной переменной.