МЭИ	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18 Кафедра ВМСС Дисциплина МСПИ II часть Институт ИВТ	Утверждаю: Зав.кафедрой 09.01.22 г.

1. Теорема Умова-Пойнтинга. Понятие вектора Пойнтинга.

2. Расчет первичных параметров двусвязной длинной линии (двухпроводной и коаксиальной).

1.Теорема Умова-Пойнтинга. Понятие вектора Пойнтинга.

Из уравнений Максвелла можно получить основную теорему электромагнетизма, выражающую закон сохранения энергии электромагнитного поля.

При этом необходимо умножить на вектор E первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме равное: $\mathrm{rot\ H} = \mathrm{J}^{э} + \frac{\mathrm{dD}}{\mathrm{dt}}$ и умножить вектор H на второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме равное: $\mathrm{rot\ E} = \frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dt}}$. После чего необходимо вычесть второе из первого, тогда получится выражение:

$$H \,\mathrm{rot\ E} - \mathrm{E\ rot\ H} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} - \frac{\mu_a H^2}{2}\right) - \sigma E^2 - J^{cm} E$$

Применив равенство $\nabla[\mathbf{E},\mathbf{H}] = \mathbf{H}[\nabla,\mathbf{E}] - \mathbf{E}[\nabla,\mathbf{H}]$, получим:

$$\mathrm{div}[\mathrm{E},\mathrm{H}] = -\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}\left(\frac{\varepsilon_a \mathrm{E}^2}{2} - \frac{\mu_a \mathrm{H}^2}{2}\right) - \sigma \mathrm{E}^2 - \mathrm{J}^{\text{ст}}\mathrm{E}.$$

Проинтегрируем полученное выражение по любому объему *V* и, применив теорему Остроградского – Гаусса, получим теорему Умова-Пойнтинга о балансе мощностей электромагнитного поля:

$$-\int_V \mathrm{J}^{\text{ст}}\mathrm{E}\,\mathrm{d}\nu = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} - \frac{\mu_a H^2}{2}\right)\mathrm{d}\nu + \int_V \sigma \mathrm{E}^2 \mathrm{d}\nu + \int_S [\mathrm{E},\mathrm{H}]\mathrm{n\ ds}$$

Левая часть выражения − мгновенная мощность, отдаваемая сторонними источниками тока, расположенными в объеме V.
Первое слагаемое в правой части − мгновенная мощность, накапливаемая в объеме V;
Второе – тепловые потери в объеме V;

Третье − мгновенная мощность, излучаемая из этого объема через поверхность S , ограничивающую объем V, в окружающее пространство.

Вектором Пойнтинга называется подынтегральное выражение в последнем слагаемом, обозначаемое **П** = [**E**,**H**] , которое представляет собой мгновенное значение вектора плотности потока мощности через единичную площадку d**s** поверхности S.

Интеграл $\int_S [\mathrm{E},\mathrm{H}]\mathrm{n}\ \mathrm{ds}$, распространенный по замкнутой поверхности S, имеет физический смысл полной мощности, излучаемой из объема V. В случае наложения, например, электростатического поля на магнитостатичское поле, вектор Пойнтинга может иметь конечное значение в некоторых точках объема, но при этом div П = H rot E – E rot H =0, так как rot E = 0 и rot H =0 , и, соответственно: $\int_S [\mathrm{E},\mathrm{H}]\mathrm{n}\ \mathrm{ds} = \int_V \mathrm{div}\, \Pi\ \mathrm{d}\nu = 0$, т.е. при такой системе полей излучения из объема нет.

2. **<u>Расчет первичных параметров двусвязной длинной линии (двухпроводной и коаксиальной).</u>**

Двухпроводные линии:

Первичные параметры длинной линии r_0, L_0, g_0, C_0 для двусвязных линий передачи рассчитываются в приближении квазистатических электрических и квазистационарных магнитных плоскопараллельных полей.

Формула, связывающая погонную ёмкость и поперечную проводимость:

$$g_0 = \frac{I_y}{U} = C_0 \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}.$$

Погонная ёмкость равна: **τ**=C_0U , где C_0 - линейный заряд на проводах (или проводниках) линии передачи, U - разность потенциалов между ними.

Погонная индуктивность с помощью индуктивности линии, как контура (одного витка, т.е.W=1), которая определяется по формуле: $L_0 = \frac{\Psi}{lI} = \frac{W\Phi}{lI} = \frac{\Phi}{lI}$, где W − число витков, а l − длина линии.

Погонное продольное сопротивление двухпроводной линии с двумя проводниками круглого поперечного сечения на постоянном токе (или на низких частотах) равно:

$$R_0 = 2\frac{1}{\sigma S} = \frac{2}{\varrho \pi r_0^2}$$

Погонная поперечная ёмкость:

$$C_0 = \frac{\tau}{U} = \frac{\tau}{\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{2a}{r_0}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{2a}{r_0}}, \text{ где } U = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \ (1)$$

Погонная поперечная проводимость $g_0 = C_0 \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{2a}{r_0}} * \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{2a}{r_0}}$

Подставляя выражение суммарной напряженности поля:
$H_y = H_\alpha = 2\left(-\frac{1}{2\pi r}\right) = -\frac{1}{2\pi x}$, где r = x в формулу погонной продольной индуктивности: $L_0 = \frac{\Phi}{lI} = \int_0^l \int_{r_0}^{(2a-r_0)} \mu_0 H_y dx dl$ получим:

$L_0 = -\frac{\mu_0}{\pi} \ln\frac{2a - r_0}{r_0}$ («-»характеризует направление потока индукции и не влияет на величину L_0).

Пусть сечение провода – круг и равномерная плотностью тока $\frac{1}{\pi a^2}$, где a – радиус проводника.

Поток внутри провода находится подстановкой в формулу
$\Phi_i = \frac{1}{I}\int \Phi_k di = \frac{1}{I}\int L_k I_k di = \frac{1}{I}\int I_k d\Phi_k$ формулы
$d\Phi_r = B_a dS = \frac{\mu_0 I l r^2}{2\pi r a^2} dr = \frac{\mu_0 I l r}{2\pi a^2} dr$ и равен: $\Phi_i = \frac{\mu_0 I l}{2\pi a^2 a^2}\int_0^a r^3 = \frac{\mu_0 I l}{8\pi}$

Полная погонная индуктивность двухпроводной линии выводится из формул внешней ($L_{0e} = \frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{2a - r_0}{r_0}$) и внутренней ($L_{0i} = \frac{\mu_0 l}{8\pi}$) погонной индуктивности для одиночного провода:

$$L_0 = L_{0e} + 2L_{0i} = \frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{2a - r_0}{r_0} + 2\frac{\mu_0 l}{8\pi} = \frac{\mu_0}{\pi}\left[\ln\frac{2a - r_0}{r_0} + \frac{1}{4}\right] \approx \frac{\mu_0}{\pi}\left[\ln\frac{2a}{r_0} + \frac{1}{4}\right]$$

Коаксиальные линии:

Погонное продольное сопротивление коаксиальной линии с проводниками круглого поперечного сечения на постоянном токе или на низких частотах состоит из суммы погонных сопротивлений жилы: $R_{0\,ж} = \frac{1}{\sigma S} = \frac{1}{\varrho\pi r_1^2}$ и оболочки:
$R_{0\,об} = \frac{1}{\sigma S_{об}} = \frac{1}{\varrho\pi\left(r_2^2 - r_3^2\right)}$.

Погонная поперечная ёмкость: $C_0 = \frac{\tau}{U} = \frac{\tau}{\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$, где U=формуле(1).

Погонная поперечная проводимость: $g_0 = C_0\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{r_2}{r_1}} * \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$.

Внешняя погонная продольная индуктивность коаксиальной линии определяется из формулы индуктивности петли единичной продольной длины, образованной центральным проводником и оболочкой линии: $L_{0e} = \frac{\Phi}{lI} = \int_0^l \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 H_\alpha dr dl$ подстановкой в неё $H_\alpha = \frac{1}{2\pi r}$ и равна: $L_{0e} = \frac{1}{lI} l \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 \frac{I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$.

Внутренняя индуктивность для жилы равна $L_i = \frac{\mu_0 l}{8\pi}$. А для оболочки (при r2 ≤ r ≤ r3) с учетом радиального изменения тока в оболочке и, значит, выражением суммарного тока I_Σ в поперечном сечении линии по формуле

Суммарный ток в поперечном сечении линии равен:

$$I_{\sum} = I - I \frac{\pi\left(r^2 - r_3^2\right)}{\pi(r_3^2 - r_2^2)} = I \frac{\left(r_3^2 - r^2\right)}{(r_3^2 - r_2^2)} .$$

Зависимость напряженности магнитного поля в оболочке: $H_\alpha = \frac{1}{2\pi r} \frac{\left(r_3^2 - r^2\right)}{\left(r_3^2 - r_2^2\right)}$.

Поток внутри оболочки находится подстановкой в формулу $\Phi_i = \frac{1}{I} \int I_{\sum} d\Phi_r$ формулы: $d\Phi_r = B_a dS = \frac{\mu_0 I\left(r_3^2 - r^2\right) l}{2\pi r\left(r_3^2 - r_2^2\right)} dr$ и формулы суммарного тока в поперечном сечении линии (при dS = ldr).

Внутренняя индуктивность коаксиального кабеля:

$$L_{i\ об} = \frac{\mu_0}{2\pi\left(r_3^2 - r_2^2\right)^2} \left\{ r_3^4 \ln \frac{r_3}{r_2} - 2r_3^2 \frac{\left(r_3^2 - r_2^2\right)}{2} + \frac{\left(r_3^4 - r_2^4\right)}{4} \right\}.$$

Сравнив внешнюю и внутреннюю индуктивности коаксиального провода, соотношение между которыми составляет: $\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} * \frac{8\pi}{\mu_0} = 4 \ln \frac{r_2}{r_1}$, можно считать, что погонная индуктивность коаксиального кабеля определяется формулой: $L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \left[\ln \frac{2a}{r_0} + \frac{1}{4} \right]$.

Формулы L_0 двухпроводной и коаксиальной линии идентичны.