# Лекции № 13 –14 (14 апреля 2022)

# Продолжение п. 3.5. Характеристики звеньев с произвольной передаточной функцией.

Пример 2: Построить асимптотическую ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФХ для минимально-фазового звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10 * (1 + 0.1p)^3}{(1 + 10p)^4 * (1 + 0.01p) * (1 + 0.05p)}$$

Решение:

ККУ:

$$W(j\omega) = \frac{10*(1+0,1j\omega)^3}{(1+0,01j\omega)*(1+0,05j\omega)}$$
 III — участки асимптотической ЛАЧХ (идут в порядке убывания  $T_i$ ) АЧХ: 
$$IV$$

$$A(\omega) = \frac{10*(\sqrt{1+(0,1\omega)^2})^3}{(\sqrt{1+(10\omega)^2})^4*\sqrt{1+(0,01\omega)^2}*\sqrt{1+(0,05\omega)^2}}$$

1) Записывают общее выражение для ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20lg10 + 60lg\sqrt{1 + (0.1\omega)^2} - 80lg\sqrt{1 + (10\omega)^2} - 20lg\sqrt{1 + (0.01\omega)^2} - 20lg\sqrt{1 + (0.05\omega)^2}$$

(В контрольной работе обязательно должно быть записано, иначе оценка снизится!)

**2**) Находят сопрягающие частоты (частоты, где асимптотическая ЛАЧХ меняет наклон)  $\omega_i = \frac{1}{r_i}$ , которые нумеруют в порядке возрастания:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{10} = 0,1$$
 (сек<sup>-1</sup>) – соответствует большей постоянной времени;

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ (ce} \kappa^{-1}); \ \omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0.05} = 20 \text{ (ce} \kappa^{-1}); \ \omega_4 = \frac{1}{T_4} = \frac{1}{0.01} = 100 \text{ (ce} \kappa^{-1})$$

3) Записывают выражения для отрезков асимптотической ЛАЧХ между сопрягающими частотами и определяют их наклон.

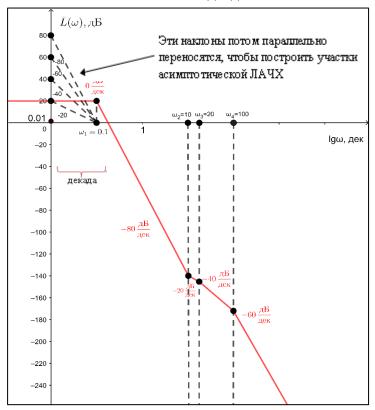
Число участков асимптотической ЛАЧХ равно количеству сомножителей в W(p) (при этом произведения вида  $k \cdot p^{\nu}$  или  $K \cdot \frac{1}{p^{\nu}}$  рассматривают как один сомножитель, т.к. K не добавляет наклона асимптотической ЛАЧХ). В примере их будет 5, так как у W(p) 5 сомножителей, они отмечены на  $W(j\omega)$  красным цветом и пронумерованы.

**Асимптоты строят до сопрягающей частоты**, каждая последующая асимптота начинается с конца предыдущей.

При частотах, меньших сопрягающей частоты, под корнем оставляем только 1, а при больших – член с наивысшей степенью  $\omega$  (обоснование: при  $\omega < \omega_i = \frac{1}{T_i}$  произведение  $T_i \omega < 1$ , а значит,  $(T_i \omega)^2 \ll 1$  и слагаемым  $(T_i \omega)^2$  под корнем  $\sqrt{1 + (T_i \omega)^2}$  можно пренебречь).

$$L(\omega) = 20lg10 + 60lg\sqrt{1 + (0.1\omega)^2} - 80lg\sqrt{1 + (10\omega)^2} - 20lg\sqrt{1 + (0.01\omega)^2} - 20lg\sqrt{1 + (0.05\omega)^2}$$

- 1. Рассматриваем диапазон частот  $\omega \leq \overset{0.1}{\omega}_1: \overline{L}_1 = 20 lg 10 = 20$  имеет **нулевой** наклон
- 2.  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ :  $\bar{L}_2 = 20lg10 4 \cdot 20lg10\omega = 20 80lg10\omega = 20 80lg10 80lg\omega = -60 80lg\omega$  имеет наклон **-80** д**Б**/дек (на частоте  $\omega = 1$  равна -60)
- 3.  $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$ : был наклон «-80», после второй сопрягающей частоты  $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$  добавится «+60» за счет множителя  $(1+0.1p)^3$  в числителе  $W(p) \rightarrow$  результирующий наклон третей асимптоты станет «-20» дБ/дек
- 4.  $\omega_3 \le \omega \le \omega_4$ : наклон был «-20», добавился «-20» за счет сомножителя (1+0.05p), след., наклон 4-й асимптоты = -40 дБ/дек
- 5.  $\omega \ge \omega_4$ : наклон был «-40», добавился «-20» за счет сомножителя (1+0.01p), след., наклон 5-й асимптоты = **-60дБ/дек**



Построим ЛФЧХ и АФХ:

 $\Pi\Phi \Psi X: \varphi(\omega) = 3arctg0,1\omega - 4arctg10\omega - arctg0,01\omega - arctg0,05\omega$ 

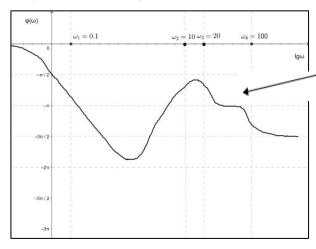
Для минимально-фазовых звеньев приближенно считают, что участку асимптотической ЛАЧХ с наклоном  $\pm k \cdot 20 \frac{\pi \text{Б}}{\text{дек}}$  (k – целое) соответствует фазовый сдвиг  $\varphi(\omega) = \pm k \cdot \frac{\pi}{2}$  (рад.).

В соответствии с данным правилом и стоим ЛФЧХ:

Наклон	$\varphi(\omega)$ , рад
$\overline{L}(\omega)$ , $\partial E/\partial e\kappa$	
0	0

-80	$-2\pi$
-20	$-\pi/2$
-40	$-\pi$
-60	$-3\pi/2$

(В контрольной работе так и делаем, но общее выражение для  $\varphi(\omega)$  должно быть, иначе оценка снизится!)



перегиб посередине между  $\omega_3$  и  $\omega_4$ , поскольку последний фазовый сдвиг  $-\pi$  вносят два сомножителя: (1+0,05p) и (1+0,01p), а не квадрат одного из них

(именно так надо рисовать на контрольной и в отчете по 3-й лаб. работе!)

Построим АФХ (годограф ККУ): (по  $A(\omega)$  и  $\phi(\omega)$ )

$$A(\omega) = \frac{10*(\sqrt{1+(0,1\omega)^2})^3}{(\sqrt{1+(10\omega)^2})^4*\sqrt{1+(0,01\omega)^2}*\sqrt{1+(0,05\omega)^2}}$$

 $\varphi(\omega) = 3arctg0,1\omega - 4arctg10\omega - arctg0,01\omega - arctg0,05\omega$ 

Сначала смотрим, откуда начнется  $A\Phi X$  и куда придет при изменении частоты от 0 до  $\infty$ .

$$\omega = 0:$$

$$A(0) = 10$$

$$\varphi(0) = 0$$

$$\omega = \infty:$$

$$A(\infty) = 0$$

$$\varphi(\infty) = -\frac{3\pi}{2}$$

(На контрольной нужно уметь находить A(0) и  $A(\infty)$ , если порядки числителя и знаменателя W(p) одинаковые — см.  $A\Phi X$  для примера 4.)

Фаза смотрится по графику ЛФЧХ, но для проверки лучше посчитать ее по

выражению для  $\varphi(\omega)$  (при этом надо знать 2 простые вещи:  $\arctan \varphi(\omega)$  и  $\arctan \varphi(\omega)$  и  $\arctan \varphi(\omega)$  .

На плоскости  $W(j\omega)$  отмечаем пунктиром возможные начало  $A\Phi X$  и куда она придет.

Далее строим АФХ уже согласно следующему правилу:

 $\frac{\text{начинаем со скобки}}{\text{поскольку}}$  ( $j\omega T+1$ ) $^l$  из выражения  $W(j\omega)$  с большей постоянной времени (поскольку при малых частотах наибольшее значение оказывает звено с большей постоянной времени):

если скобка  $(j\omega T+1)^l$  входит в знаменатель  $W(j\omega)$ , то идем l квадрантов по часовой стрелке (т.к. фаза убывает, если скобка в знаменателе), если в числитель – l квадрантов против часовой стрелки (фаза увеличивается). Т.е. степень скобки определяет, сколько мы должны пройти квадрантов.

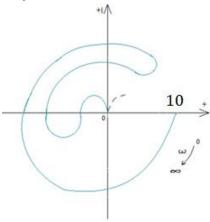
<u>Далее</u> переходим к рассмотрению скобки со следующей по величине постоянной времени и т.д. В итоге должны прийти в намеченную точку на плоскости  $W(j\omega)$ .

#### В данном примере

$$W(p) = \frac{10*(1+0.1p)^3}{(1+10p)^4*(1+0.01p)*(1+0.05p)}$$

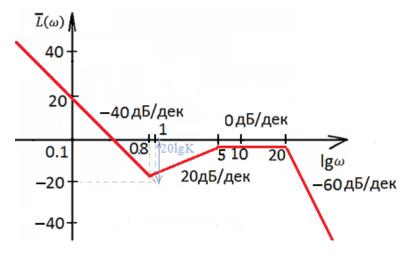
(проще смотреть не на  $W(j\omega)$ , а на W(p))

- 1 этот множитель учитывается первым при построении  $A\Phi X$ , т.к. $T_{max}$ , идем 4 квадранта по часовой стрелке, т.к. множитель в знаменателе (проверяем себя по  $\Lambda\Phi YX$ : фаза убывает от 0 до  $-2\pi$ );
- 2 этот множитель учитывается вторым (т.к. содержит следующую по величине постоянную времени), идем три квадранта <u>против часовой стрелки</u>, поскольку данный множитель в числителе (проверяем себя по ЛФЧХ фаза растет от  $-2\pi$  до  $-\pi/2$ );
- 3, 4 эти множители в сумме дадут сдвиг – $\pi$



Когда прошли первые 4 квадранта и разворачиваемся в обратную строну, <u>чтобы понять, развернуться «наружу» или «внутрь», смотрим на ЛАЧХ</u>: если она убывает, то разворачиваемся «внутрь», потому что раз убывает ЛАЧХ, то убывает и  $A(\omega)$ , которая представляет собой длину вектора ККУ  $W(j\omega)$  (а АФХ, по определению, есть геометрическое место точек конца данного вектора при изменении частоты от 0 до  $\infty$ ).

*Пример 3:* Найти передаточную функцию минимально-фазовой системы, если её асимптотическая ЛАЧХ имеет следующий вид:

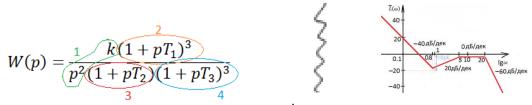


Решение:

1) Определяют и записывают количество сомножителей в выражении для передаточной функции (соответствует числу наклонов асимптотической ЛАЧХ). → 4 шт При этом по наклону первого участка судят о количестве интегрирующих и дифференцирующих звеньев:

- если **наклон нулевой**, то **их нет**,
- если наклон  $\pm \nu \cdot 20 \ \partial E/\partial e \kappa$ , то в выражение для W(p) войдет множитель  $p^{\nu}$  (в числитель, если наклон  $\overline{L}_1(\omega)$  положительный или в знаменатель, если он отрицательный).

В рассматриваемом примере наклон  $\overline{L}_1(\omega)$  равен -40  $\partial E/\partial e\kappa = 2*(-20) \partial E/\partial e\kappa$ , поэтому в знаменатель передаточной функции войдет множитель  $p^2$  (поскольку уравнение первой асимптоты, очевидно, будет иметь вид:  $\overline{L}_1(\omega) = 20lgK - 40lg\omega = 20lgK - 2 \cdot 20lg\omega$ ). Таким образом, выражение для W(p) можно записать в виде:



В нем первая асимптота учтена множителем  $\frac{k}{p^2}$  в W(p) (множитель «1» - обведен зеленым).

Поскольку после первой сопрягающей частоты асимптотическая ЛАЧХ пошла вверх, то скобка  $(1+pT_1)$  пойдет в числитель W(p). В какой степени она пойдет? Ответ: у  $\bar{L}(\omega)$  был наклон «-40» до частоты  $\omega_1=\frac{1}{T_1}$ , после частоты  $\omega_1$  стал «+20», значит скобка  $(1+pT_1)$  пойдет в 3-й степени, потому что разница между наклонами «+20» и «-40» равна «+60», а это 3\*(+20))

#### $\rightarrow$ множитель «2» в W(p), обведен оранжевым овалом

Скобка  $(1+pT_2)$  пойдет в знаменатель W(p), потому что после второй сопрягающей частоты  $\omega_2=\frac{1}{T_2}$  наклон  $\bar{L}(\omega)$  стал более отрицательным (был «+20», стал «0» – изменился на «-20», значит эта скобка будет в первой степени)  $\rightarrow$  множитель «3», обведен красным

И наконец, до третьей сопрягающей частоты  $\omega_3 = \frac{1}{T_3}$  наклон был «0», после нее стал – «-60», значит, множитель скобка  $(1+pT_3)$  войдет в выражение для W(p) в третьей степени и в знаменатель.

 $\rightarrow$  множитель «4» в W(p), обведен голубым овалом

#### 2) Находят коэффициент усиления.

Записываем выражение для первой асимптоты:

$$\overline{L}_1(\omega) = 20lgK - 40lg\omega$$

Подставляем в него какую-нибудь частоту, которая дана. Еще, очевидно, что при  $\omega = 1$  $\overline{L}_1 = 20 lg K$ . Но может быть так, что первая асимптота не доходит до частоты  $\omega = 1$  (как в данном примере – она идет только до 0,8), тогда ее продлевают пунктиром до частоты, равной 1, и смотрят, чему равно значение  $\overline{L}$  на этой частоте.

У нас это -20. Из уравнения -20 = 20lgK находят  $K \to K = 0.1$ 

(В рассматриваемом примере K также можно было легко найти по значению  $\overline{L}_1$  на частоте  $\omega = 0.1$ :

$$\overline{L}_1(\omega)|_{\omega=0.1} = 20lgK - 40lg0,1 = 20$$
 (no εραφυκу)  $\rightarrow K = 0.1$ )

<u>3) Определяют сопрягающие частоты</u> и <u>по ним находят</u>  $T_i = \frac{1}{\omega}$ :

• 
$$T_1 = \frac{1}{\omega_1} = \frac{1}{0.8} = 1,25(c)$$
  
•  $T_2 = \frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{5} = 0,2(c)$   
•  $T_3 = \frac{1}{\omega_3} = \frac{1}{20} = 0,05(c)$ 

• 
$$T_2 = \frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{5} = 0.2(c)$$

• 
$$T_3 = \frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{20} = 0.05(c)$$

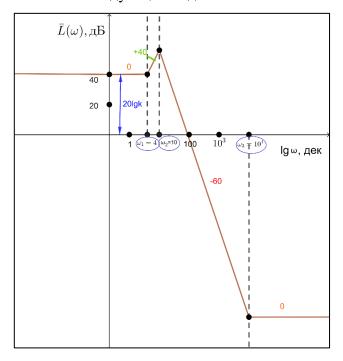
4) Записывают выражение для W(p) с вычисленными параметрами.

Ответ:

$$W(p) = \frac{0.1(1+1.25p)^3}{p^2(1+0.2p)(1+0.05p)^3}$$

(Можно самим себя проверить – получится ли по этой W(p) асимптотическая  $\Pi A Y X$ , которая была дана!)

Пример 4: Найти передаточную функцию минимально-фазовой системы, если её асимптотическая ЛАЧХ имеет следующий вид:



Решение:

<u>1)</u> Определяют и записывают <u>количество сомножителей</u> в выражении для передаточной функции (соответствует <u>числу наклонов асимптотической ЛАЧХ</u>). → **4** шт

При этом по наклону первого участка судят о количестве интегрирующих и дифференцирующих звеньев:

- если наклон нулевой, то <u>их нет,</u>
- если наклон  $\pm \nu \cdot 20 \ \partial E/\partial e \kappa$ , то в выражение для W(p) войдет множитель  $p^{\nu}$  (в числитель, если наклон  $\overline{L}_1(\omega)$  положительный или в знаменатель, если он отрицательный).

В рассматриваемом примере наклон  $\overline{L}_1(\omega)$  нулевой, поэтому множителя  $p^{\nu}$  не будет. Таким образом, выражение для W(p) можно записать в виде:

$$W(p) = \frac{k(1+pT_1)^2(1+pT_3)^3}{(1+pT_2)^5}$$

(сравнить с W(p) из примера 1, где у первой асимптоты был наклон -40 дБ/дек, а в знаменатель W(p) входил множитель  $p^2$ )

### 2) Находят коэффициент усиления.

Всегда  $\overline{L}_1(\omega=1)=20lgK$ . В рассматриваемом же примере, когда наклон первой асимптоты нулевой, вся эта асимптота расположена на уровне 20lgK.

$$20lgk = 40 \rightarrow k = 100$$

3) Определяют сопрягающие частоты и по ним находят  $T_i = \frac{1}{\omega_i}$ :

$$\bullet \quad \omega_1 = \frac{1}{T_1} = 4 \qquad \rightarrow \qquad T_1 = 0.25(c)$$

$$\bullet \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = 10 \quad \to \quad T_2 = 0.1(c)$$

• 
$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 10^4 \rightarrow T_3 = 0.0001(c)$$

4) Записывают выражение для W(p) с вычисленными параметрами.

Ответ:

$$W(p) = \frac{100(1+0.25p)^2(1+0.0001p)^3}{(1+0.1p)^5}$$

(Можно самим себя проверить — получится ли по этой W(p) асимптотическая ЛАЧХ, которая была дана!)

#### АФХ для системы из примера 4:

$$A(\omega) = \frac{100(\sqrt{1 + (0.25\omega)^2})^2(\sqrt{1 + (0.0001\omega)^2})^3}{(\sqrt{1 + (0.1\omega)^2})^5},$$
  

$$\varphi(\omega) = 2arctg0.25\omega + 3arctg0.0001\omega - 5arctg0.1\omega$$

$$\varphi(\omega) = 2arctg0,25\omega + 3arctg0,0001\omega - 5arctg0,1\omega$$

$$\omega = 0:$$

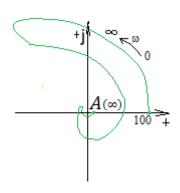
$$A(0) = 100$$

$$\varphi(0) = 0$$

$$\omega = \infty;$$

$$A(\infty) = \frac{100 \cdot 0,25^2 \cdot 0.0001^3}{0.1^5} = 6,25 \cdot 10^{-7}$$

$$\varphi(\infty) = 0$$



Геначала идем 2 квадранта против часовой стрелки, потому что скобка  $(1+0.25p)^2$ с большей постоянной времени в числителе W(p), потом идем 5 квадрантов по часовой стрелке (т.к. скобка со следующей по величине пост. времени  $(1+0.1p)^5$  в знаменателе), затем – 3 квадранта против часовой стрелки (т.к. скобка (1+  $(0,0001p)^3$  в числителе). ]

## 3.6. Звенья с распределенными параметрами.

Описываются уравнениями в частных производных.

Например, уравнением теплопроводности:

$$a\frac{\partial V(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2}$$

где V = V(x,t) – величина, зависящая от пространственной координаты x и времени t.

Звенья с распределенными параметрами делятся на иррациональные, описываемые иррациональными передаточными функциями, и трансцендентные звенья, описываемые трансцендентными передаточными функциями.

Как правило, под иррациональной функцией понимается алгебраическая функция, содержащая переменную под знаком радикала (корня).

Трансцендентными функциями называются неалгебраические функции. Например, это тригонометрические, показательные, гиперболические, логарифмические и обратные к ним функции.

Примеры *иррациональных* звеньев (W(p)) содержит знак корня):

1) 
$$W(p) = \frac{K}{\sqrt{p}}$$
 – полуинтегрирующее звено

2) 
$$W(p) = \frac{K}{1+\sqrt{pT}} - \underline{\text{полуинерционное звено}}$$

Рассмотрим частотные и временные характеристики полуинтегрирующего звена.

Комплексный коэффициент усиления: 
$$W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega} = \frac{K}{\sqrt{j\omega}}$$

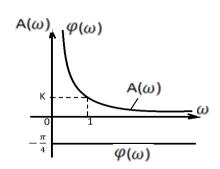
Напоминание: 
$$j = cos \frac{\pi}{2} + jsin \frac{\pi}{2} = 1 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$
 
$$\frac{1}{j} = -j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$
 
$$\frac{1}{\sqrt{j}} = e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

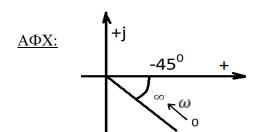
$$\Rightarrow W(j\omega) = \frac{K}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

$$\underline{A4X:} \ A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\omega}}$$

Aux: 
$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\omega}}$$

$$ΦΥΧ: φ(ω) = argW(jω) = -\frac{\pi}{4}$$

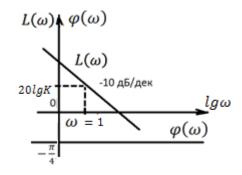




 $-45^{\circ}$  + IV квадранте и идущую под углом  $-\frac{\pi}{4}$  (т.е. в 2 раза меньшим, чем для интегрирующего звена)

### ЛАЧХ и ЛФЧХ:

$$L(\omega) = 20lgA(\omega) = 20lgK - 20lg\sqrt{\omega} = 20lgK - \frac{10}{2}lg\omega$$



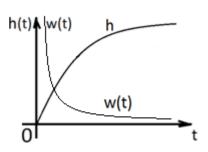
Переходная функция: (это реакция на единичный скачок)

$$h(t) = y(t)|_{X(t)=1_0(t)} = L^{-1}[W(p) \cdot X(p)]1_0(t)|_{X(p)=1/p} = L^{-1}\left[\frac{K}{\sqrt{p}} \cdot \frac{1}{p}\right] \cdot 1_0(t) = L$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{По таблицам} \\ \text{преобразования} \\ \text{Лапласа:} \\ \frac{1}{p\sqrt{p}} \div 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \end{array} \right\} = 2K\sqrt{\frac{t}{\pi}}\mathbf{1}_0(t)$$

Весовая функция:

$$w(t) = \frac{dh}{dt} = 2K \cdot \frac{1}{2\sqrt{t/\pi}} \cdot \frac{1}{\pi} = \frac{K}{\sqrt{t \cdot \pi}} \cdot 1_0(t)$$

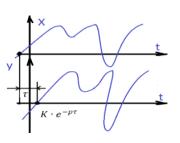


Примером звена с *тансцендентной* передаточной функцией является звено чистого запаздывания:

$$y(t) = K \cdot x(t-\tau),$$

au = const > 0 — время чистого (или транспортного) запаздывания.

Запаздывание проявляются в том, что при изменении входного воздействия выходная переменная изменяется не сразу, а через промежуток времени  $\tau$ .



Объекты с запаздыванием: трубопроводы, длинные линии, магнитофон...

Передаточная функция звена чистого запаздывания –

$$m{W}(m{p}) = rac{Y(p)}{X(p)}igg|_{\Pi ext{HY}=0} = \left. egin{array}{l} ext{по T. о запаздывании} \ f(t- au) \div F(p)e^{-p au} \end{array} 
ight. = rac{K \cdot X(p) \cdot e^{-p au}}{X(p)} = m{K} \cdot m{e}^{-p au}$$

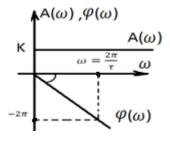
Частотные и временные характеристики:

ККУ:

$$W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega} = K \cdot e^{-j\omega\tau} = k(cos\omega\tau - j \cdot sin\omega\tau)$$

$$\underline{AYX:} A(\omega) = K$$

$$\Phi$$
4X:  $\varphi(\omega) = -\omega \tau$ 

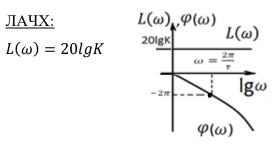


АФХ:



– АФХ является окружностью с центром в начале координат и радиусом *К*. Каждой точке этой характеристики соответствует бесконечное множество значений частот.

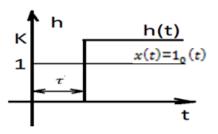
$$\frac{\text{ЛАЧX:}}{L(\omega) = 20 lgK}$$



ЛАЧХ совпадает с ЛАЧХ пропорционального звена с W(p) = K (и  $\varphi(\omega) = 0$ )  $\Rightarrow$ звено запаздывания – неминимально-фазовое

Переходная функция: (это реакция на единичный скачок)

$$h(t) = y(t)|_{x(t)=1_0(t)} = L^{-1}\left[K \cdot e^{-p\tau} \cdot \frac{1}{p}\right] \cdot 1_0(t) = \begin{cases} &\text{по T. о запаздывании} \\ &F(p)e^{-p\tau} \div f(t-\tau) \end{cases} \leqslant = K \cdot 1_0(t-\tau)$$



Весовая функция:  $w(t) = y(t)|_{x(t) = \delta(t)}$ 

— это реакция на 
$$\delta$$
-функцию  $\left(\delta(t)=egin{cases} 0, \text{ при } t \neq 0 \\ \infty, \text{ при } t=0 \end{cases}, \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \right)$ 

$$w(t) = \frac{dh}{dt} = K \cdot \delta(t - \tau)$$

$$\times \begin{array}{c} W \\ \int_{-\infty}^{+\infty} w(t) dt = K \\ W(t) \\ \hline \chi \\ \end{array}$$

# 3.7. Неустойчивые звенья.

Неустойчивые звенья – это звенья, передаточные функции которых имеют правые полюса.

Относятся к неминимально-фазовым звеньям.

Пример.

*Квазиинерционное звено:* Ty' - y = Kx (описывается диф. уравнением данного типа)

Передаточная функция: 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}\Big|_{\Pi + V = 0} = \frac{K}{Tp - 1}$$

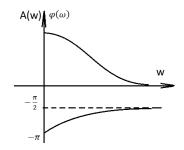
Частотные и временные характеристики:

ККУ:

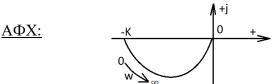
$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega - 1}$$

$$\underline{A4X:} A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}},$$

$$\underline{\Phi \Psi X:} \varphi(\omega) = -arg(j\underline{\omega}T - 1) = -\left(arctg\left(\frac{\omega T}{-1}\right) + \pi\right) = -\pi + arctg\omega T$$
  $\geq 0$  < 0

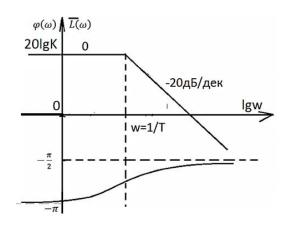


- АЧХ как у инерционного звена



ЛАЧХ и ЛФЧХ:

$$\begin{split} L(\omega) &= 20 lgK - 20 lg\sqrt{1 + \omega^2 T^2} \\ \rightarrow & \bar{L}_1(\omega) = 20 lgK \ , \bar{L}_2(\omega) = 20 lgK - 20 lg\omega T \end{split}$$

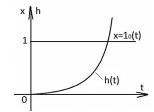


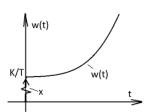
Переходная функция:

$$h(t) = y(t)|_{x(t)=1_0(t)} = L^{-1} \left\{ W(p) \cdot \frac{1}{p} \right\} \cdot 1_0(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K}{(pT-1)} \cdot \frac{1}{p} \right\} \cdot 1_0(t) =$$

$$\left\{ F(p) = \frac{B(p)}{pA_1(p)} \div f(t) = \frac{B(0)}{A_1(0)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{B(p_i)}{p_i A_1'(p_i)} e^{p_i t} \right\} = \left[ \frac{K}{-1} + \frac{K}{\frac{1}{T}T} e^{\frac{t}{T}} \right] \cdot 1_0(t) = K(e^{\frac{t}{T}} - 1) 1_0(t)$$

Весовая функция:  $w(t) = \frac{dh}{dt} = \frac{K}{T}e^{\frac{t}{T}} \cdot 1_0(t)$ 





(Для неустойчивых звеньев не существует установившегося режима, и с течением времени выходная переменная стремится к бесконечности).