

МЭИ	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14	Утверждаю:
	Кафедра ВМСС	Зав. кафедрой
	Дисциплина МСПИ II часть	09.01.22 г.
Институт ИВТ		

I

1. Понятие о переходных процессах в длинной линии.

2. Первичные и вторичные параметры линий передачи с учетом поверхностного эффекта.

### **1. Понятие о переходных процессах в длинной линии.**

Понятие «длинная линия» применяется для идентификации электрических цепей, продольные размеры которых соизмеримы с длиной волны  $\lambda$  (как правило, от  $0,1\lambda$  и больше), в результате чего проявляется эффект запаздывания при передаче сигнала вдоль линии передачи.

Переходные процессы в длинных линиях - результат изменения конфигурации цепи, т.е. коммутации каких-то элементов цепи, или изменении вида воздействующей функции.

Вид переходных процессов в цепях с распределенными параметрами проявляется в результате решения дифференциальных уравнений длинной линии.

Система дифференциальных уравнений для однородной линии имеет вид:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases}$$

Общий вид решений этих уравнений для однородной линии (при  $L_0, C_0$ , не зависящих от  $x$ ) записывается так:

$$u = f_1(x - \nu t) + f_2(x + \nu t) = u_{np} + u_{обр};$$

$$i = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} [f_1(x - \nu t) - f_2(x + \nu t)] = i_{np} + i_{обр};$$

где  $\nu = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$  – скорость волны (волновая скорость), численно равная фазовой скорости.

Функции  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  – распределения вдоль линии соответственно прямой и обратной волн напряжения  $u_{np}$  и  $u_{обр}$  в момент времени  $t = 0$ .

Составляющая напряжения  $u_{np}(t)$  выражает напряжение волны, движущейся в направлении возрастания координаты  $x$ , т.е. прямой волны, и равна:

$$u_{np}(t) = f_1(x - vt) = \varphi_1\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (1)$$

Составляющая напряжения  $u_{обр}(t)$  представляет собой напряжение волны, движущейся в сторону убывания координаты  $x$ , т.е. обратной волны, и равна:

$$u_{обр}(t) = f_2(x + vt) = \varphi_2\left(t + \frac{x}{v}\right). \quad (2)$$

Если известны зависимости  $u_{np}(t)$  и  $u_{обр}(t)$  в какой-либо точке линии и волновая скорость  $v$ , то можно построить кривые  $u_{np}(t)$  и  $u_{обр}(t)$  в любой момент времени.

Если известны функции  $u_{np}(t)$  и  $u_{обр}(t)$  в точках  $x_1$  и  $x_2$ , то переход к общему выражению каждой из волн выполняется согласно формулам (1) и (2):

$$\begin{cases} u_{np}(x, t) = u_{np}\left(t - \frac{x - x_1}{v}\right); \\ u_{обр}(x, t) = u_{обр}\left(t + \frac{x + x_1}{v}\right). \end{cases}$$

В любой момент времени напряжение и ток в любом сечении линии можно рассматривать как сумму двух волн, прямой и обратной. Причем, источник образования обратной волны – неоднородность в линии.

## **2. Первичные и вторичные параметры линий передачи с учетом поверхностного эффекта.**

Первичные и вторичные параметры линии передачи с учетом поверхностного эффекта для двухсвязной линии передач обладают следующими свойствами:

- 1) вследствие поверхностного эффекта с ростом частоты, растет погонное омическое сопротивление линий, пропорционально корню от частоты;
- 2) погонная индуктивность линии практически не меняется и определяется внешней индуктивностью;
- 3) отношение погонных индуктивного сопротивления к омическому растет с ростом частоты пропорционально корню от частоты.

Для доказательства данных выводов приведем краткое решение задачи:

Пусть коаксиальная линия имеет медную жилу диаметром  $2r_1 = 5$  мм. Внутренний диаметр медной оболочки  $2r_2 = 10$  мм, а внешний её диаметр  $2r_3 = 12$  мм. Определить сопротивление токопровода на одном метре его длины при частоте 1 МГц

Решение:

Сопротивление коаксиального кабеля на единицу длины определяется выражением:

$$\underline{Z}_{ног} = \underline{Z}_{ж} + \underline{Z}_{об} + j\omega L_0$$

где  $\underline{Z}_{ж}$ ,  $\underline{Z}_{об}$  – погонные комплексные сопротивления соответственно жилы и оболочки;  
 $L_0$  – погонная воздушная индуктивность, обусловленная магнитным потоком, замыкающимся между жилой и оболочкой.

Частоте 1 МГц соответствует условная глубина проникновения электромагнитной волны в медь  $z_0 = 1/b = 0,067$  мм. В условиях данной задачи (так как радиус жилы ( $r_1/z_0 = 75$ ) и толщина оболочки ( $(r_2 - r_1)/z_0 = 15$ ) во много раз больше  $z_0$ ) можно считать поверхностный эффект сильно выраженным, а волну – плоской. При этом комплексное сопротивление на единицу длины цилиндрического проводника, приближенно описывается соотношением.

Сильно выраженный поверхностный эффект – тот эффект, при котором можно считать что глубина проникновения такая маленькая, что каждый из проводников можно считать бесконечным и что если кривизна поверхностей много больше глубины проникновения, то можно считать такую среду плоской.

$$\underline{Z} = \frac{1+j}{u} \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}} = \frac{1+j}{u z_0 \sigma},$$

где  $u$  – периметр поперечного сечения проводника.

Далее при расчете учитываем вектор Пойнтинга через площадь поверхности проводника и находим тем самым  $\underline{Z}_{ж}$ ,  $\underline{Z}_{об}$  (подробный вывод есть в лекции).

Для расчета  $L_0$  полагаем, что по жиле идет ток  $I$ . Далее через поток индукции выражаем:

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 H_a dr = \int_{r_1}^{r_2} \mu_0 \frac{1}{2\pi r} dr = \mu_0 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$L_0 = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Подставляем все полученные значения в первую формулу и получаем числовое значение:

$$\underline{Z}_{ноз} = \frac{(1+j)}{2\pi r_1 z_0} + \frac{(1+j)}{2\pi r_2 z_0} + j\omega \mu_0 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\underline{Z}_{ноз} = 0.017(1+j) + 0.0085(1+j) + j1.61 = 0.0255 + j1.64 \quad \frac{\text{Ом}}{\text{м}}$$

Числовое соотношения показывает, что в жиле сопротивление больше, чем в оболочке, но оно все равно дает небольшую добавку. Также величина сопротивления характеризуется в основном погонным сопротивлением жилы (0.0255) и внешней индуктивностью кабеля (1.64).

Из полученных данных видно, что при высокой частоте внутренняя индуктивность проводников незначительна по сравнению с их внешней («воздушной») индуктивностью.

Также благодаря вычислениям можно сравнить сопротивление (активное и реактивное) по переменному и постоянному току.

Сопротивление по постоянному току на 1м длины токопровода:

$$R_0 = \frac{1}{S_{ж}\sigma} + \frac{1}{S_{об}\sigma} = \frac{1}{\pi r_1^2 \sigma} + \frac{1}{\pi (r_3 - r_2)^2 \sigma}$$

Подставим  $\sigma = 5.6 \cdot 10^7$  См/м,  $r_1 = 0.0025$  м,  $r_2 = 0.005$  м,  $r_3 = 0.006$  м

Величина сопротивления  $R_0 = 0.00143$  Ом.

Активное сопротивление при 1 МГц больше этой величины в  $0.0255 / 0.00143 = 18$  раз, а полное сопротивление (т.е. модуль комплексного сопротивления) примерно равное  $\omega L$  больше этой величины в  $1.64 / 0.00143 = 1147$  раз.

То есть на переменном токе погонное сопротивление больше примерно в 1000 раз , чем на постоянном токе.

Тем самым мы доказали выше написанные выводы.