

## EXPÉRIENCE 4

### EFFET ZEEMAN

---

#### 4.1- BUTS

Observer l'effet d'un champ magnétique sur l'énergie de niveaux atomiques. Obtenir une valeur pour le magnéton de Bohr. Se familiariser avec l'utilisation d'un interféromètre de Fabry-Pérot.

#### 4.2- INTRODUCTION

Michael Faraday fut le premier à s'intéresser, dès 1862, à l'effet d'un champ magnétique sur une source lumineuse. La trop faible résolution de son appareillage (il travaillait avec un spectromètre à prisme) l'empêcha toutefois de détecter un quelconque effet. Plus tard, Pieter Zeeman, un jeune physicien néerlandais, s'inspirant des travaux de Faraday, constata que :

*« Si un Faraday a pensé à la possibilité de la relation mentionnée plus haut, cela peut valoir la peine de tenter à nouveau cette expérience avec les excellents dispositifs spectroscopiques actuels ce qui, autant que je sache, n'a jamais été tenté par personne. »*

[Phil. Mag. **5**, 226 (1897)]

En 1896, à l'âge de 31 ans, il tenta l'expérience et constata que les raies jaunes du sodium se séparaient en plusieurs composantes polarisées sous l'action d'un fort champ magnétique. Il communiqua sa découverte à Hendrik Antoon Lorentz qui donna rapidement une explication à ses observations.

L'idée fondamentale était que la lumière était émise par des particules chargées se déplaçant dans l'atome. Leur mouvement était influencé par les lois de l'électromagnétisme émises une vingtaine d'années plus tôt par Maxwell. À partir du changement de fréquence de la lumière émise et de sa polarisation, Zeeman et Lorentz purent déterminer le rapport  $e/m$  aussi bien que le signe de la charge. Le signe était négatif et la valeur de  $e/m$  environ mille fois supérieure à ce qu'on s'attendait pour l'atome entier, sur la base des notions sommaires que l'on possédait alors des masses atomiques. Zeeman venait, sans s'en rendre compte, de découvrir l'électron un an avant Thomson! Par la suite, l'effet Zeeman se révéla un outil puissant pour élucider la structure atomique et joua un rôle décisif dans la découverte du principe d'exclusion de Pauli et du spin de l'électron.

#### 4.3- APPAREILLAGE

Lampe au cadmium.

Électroaimant (0-1 T).

Sonde de Hall.

Interféromètre de Fabry-Pérot.

Appareil photo numérique.

Ordinateur.

Filtres, lentille et lunette.

### ATTENTION

**La lampe émet du rayonnement ultraviolet. Ne la regardez pas directement à l'œil nu.**

## 4.4- THÉORIE

### 4.4.1- Analyse classique

L'analyse initialement effectuée par Lorentz est évidemment une analyse classique : la mécanique quantique n'existait pas à l'époque. Lorentz considéra une charge  $e$  en rotation autour d'un point auquel elle est liée par une force harmonique:  $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$ . La fréquence d'oscillation est alors

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} . \quad (4.1)$$

Les lois de l'électromagnétisme classique impliquent que la charge émet de la lumière de fréquence  $\nu_0$ , polarisée linéairement si l'observation est selon le plan de rotation et polarisée circulairement si l'observation se fait perpendiculairement au plan de rotation.

Sous l'action d'un champ magnétique  $\mathbf{B}$  parallèle à l'axe de rotation de la charge, la constante de rappel devient  $k \pm evB/r$ . Si  $evB/r \ll k$ , on a que :

$$\nu = \nu_0 \pm \frac{e}{4\pi m} B . \quad (4.2)$$

Le changement d'énergie de la transition optique s'écrit

$$\Delta E = \pm \mu_B B \quad (4.3)$$

où

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1} = 0,4669 \text{ cm}^{-1} \text{ T}^{-1} \quad (4.4)$$

est appelé «magnéton de Bohr».

Par contre, si le champ magnétique est parallèle au plan de rotation, le mouvement de la charge n'est pas affecté.

#### 4.4.2- Analyse quantique

Il devint rapidement apparent que le nombre, la forme spectrale et la polarisation de nombreuses raies d'émission ne pouvaient être expliquées par la théorie de Lorentz. Une explication globale de l'effet ne peut être obtenue que dans le cadre de la mécanique quantique.

Soient  $\mathbf{L}$  le moment cinétique,  $\mathbf{S}$  le spin et  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  le moment cinétique total associés à une orbitale électronique. Les états propres de cette orbitale peuvent alors s'écrire sous la forme  $|n, L, S, J, M\rangle$ , où  $n$  est le nombre quantique principal,  $\hbar^2 L(L+1)$ ,  $\hbar^2 S(S+1)$  et  $\hbar^2 J(J+1)$  sont les valeurs propres des opérateurs  $L^2$ ,  $S^2$  et  $J^2$ , et  $\hbar M$  est la valeur propre de  $J_z$ . L'interaction entre un atome et un champ magnétique s'effectue par l'intermédiaire du moment cinétique de cet atome. Dans ce qui suit, on supposera que:

1. L'interaction est suffisamment faible par rapport à l'interaction coulombienne pour pouvoir être traitée dans le cadre de la théorie des perturbations. Ceci implique que les décalages énergétiques demeurent faibles par rapport à l'énergie de la transition.
2. Le couplage avec le champ magnétique est beaucoup plus faible que le couplage spin-orbite, responsable de la structure fine, et beaucoup plus fort que le couplage avec le spin nucléaire, responsable de la structure hyperfine.
3. Le champ magnétique est selon l'axe  $z$ .
4. Les transitions entre les états initial et final d'où provient la lumière émise par les atomes sont induites par une interaction dipolaire électrique.

L'hamiltonien d'interaction s'écrit alors

$$H_I = -\frac{\mu_B}{\hbar} (L_z + 2S_z) B \quad . \quad (4.5)$$

Le théorème de Wigner-Eckart permet d'écrire cet hamiltonien en termes de  $J_z$ :

$$H_I = -g_j \frac{\mu_B}{\hbar} J_z B \quad , \quad (4.6)$$

où  $g_j$ , appelé «facteur de Landé», vaut

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad . \quad (4.7)$$

La dégénérescence des  $2J+1$  niveaux d'énergie en champ magnétique nul sera levée selon la relation

$$\Delta E = E(B) - E(0) = g_j M \mu_B B \quad , \quad (4.8)$$

avec  $-J \leq M \leq J$  et où l'on a tenu compte de la charge négative de l'électron.

D'autre part, dans le cas d'une interaction médiée par l'opérateur dipolaire électrique, les transitions entre états initial ( $i$ ) et final ( $f$ ) doivent satisfaire les règles de sélection

$$L_f - L_i = \pm 1, \quad (4.9)$$

$$M_f - M_i = 0 \text{ ou } \pm 1, \quad (4.10)$$

$$J_f - J_i = \begin{cases} 0 \text{ ou } \pm 1 \text{ si } J_i \neq 0, \\ \pm 1 \text{ si } J_i = 0, \end{cases} \quad (4.11)$$

et auront des polarisations précises :

$$\begin{aligned} M_f - M_i = 1 & : \text{polarisation circulaire droite dans le plan } xy \\ M_f - M_i = 0 & : \text{polarisation linéaire selon } z \\ M_f - M_i = -1 & : \text{polarisation circulaire gauche dans le plan } xy \end{aligned} \quad (4.12)$$

Pour connaître le décalage spectral en champ magnétique d'une transition donnée, il faut établir le diagramme des niveaux d'énergie des états initial et final à partir des équations (4.7) et (4.8), et en déduire les diverses transitions en tenant compte des règles de sélection.

Il est à noter que dans le cas où  $S = 0$  pour les états initial et final, la raie d'émission doit être un triplet en champ magnétique tel que prédit par Lorentz. On parle alors d'effet Zeeman «normal». Dans la majorité des cas toutefois, les raies sont séparées en plus de composantes à cause du moment magnétique intrinsèque de l'électron associé à son spin.

#### 4.4.3- Niveaux d'énergie du cadmium

Vous trouverez ci-joint un diagramme des niveaux d'énergie du cadmium. Les orbitales sont désignées sous la forme  $^{2S+1}X_J$  où  $X$  est une lettre qui donne le nombre quantique  $L$  :

$L$	0	1	2	3
$X$	$S$	$P$	$D$	$F$

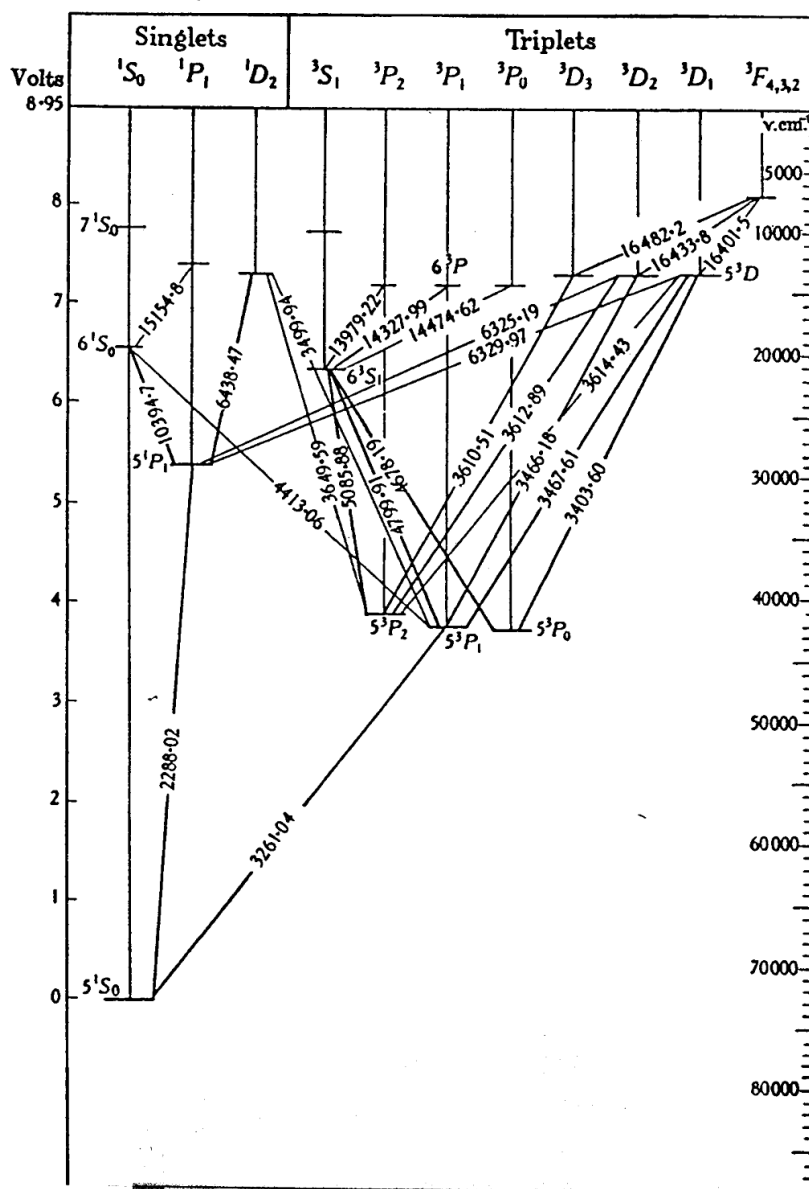


Figure 4.1. Niveaux d'énergie du cadmium [tiré de *Resonance Radiation and Excited Atoms*, par Mitchell et Zemansky (Cambridge, 1971)]

#### 4.5- INTERÉROMÈTRE DE FABRY-PÉROT

### 4.5.1- Généralités

Le champ magnétique maximal que vous pourrez appliquer étant voisin de 1 T, le changement de nombre d'onde observé sera inférieur à  $0,5 \text{ cm}^{-1}$  (voir l'équation (4.8) et la note plus bas). Une telle résolution ne peut être obtenue que par des spectromètres à réseau de haute résolution ou par des interféromètres. Un spectromètre à réseau de haute résolution coûte plus de 50 000 \$. Un interféromètre de Fabry-Pérot, quoique moins sensible et plus difficile à utiliser, coûte beaucoup moins cher.

Un interféromètre de Fabry-Pérot produit une série de cercles concentriques qui satisfont à la condition d'interférence constructive :

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{2nd}{\lambda} \cos \theta_m = m_o \cos \theta_m , \quad (4.13)$$

où  $m$  est un entier,  $\delta$  le déphasage subi par la lumière,  $\lambda$  la longueur d'onde,  $n$  l'indice de réfraction du milieu entre les deux miroirs séparés d'une distance et  $m_o = 2nd/\lambda$ . La fonction de réponse de l'interféromètre s'écrit

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} , \quad F = \frac{4R}{(1-R)^2} , \quad (4.14)$$

où  $I_i$  et  $I_t$  sont les intensités incidente et transmise et  $R$  est la réflectivité des miroirs (on néglige ici l'absorption). La caractéristique la plus facilement mesurable d'un interféromètre est sa finesse,  $F$ , qui correspond au rapport entre la séparation entre deux franges adjacentes et leur largeur à mi-hauteur. Il n'est pas difficile de montrer que

$$F = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} . \quad (4.15)$$

On définit également l'intervalle de fréquence utile  $\Delta \nu_u$  comme la différence de fréquence entre deux raies qui résulte en un changement d'ordre de 1:

$$\Delta \nu_u = \frac{1}{2nd} . \quad (4.16)$$

Finalement, la résolution spectrale  $\Delta \nu$  de l'interféromètre correspond à la bande spectrale balayée par la largeur des franges. Compte-tenu de la définition de la finesse,

$$\Delta \nu = \frac{\Delta \nu_u}{F} = \frac{1}{2ndF} . \quad (4.17)$$

Pour pouvoir résoudre deux raies d'émission de nombres d'onde voisins  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , il faut que

$$|\nu_1 - \nu_2| > \Delta \nu . \quad (4.18)$$

L'analyse ci-dessus suppose que la largeur intrinsèque des raies d'émission est nulle. Bien entendu, cela n'est jamais le cas. En effet, à la largeur naturelle due au temps de vie des transitions optiques ( $\tau > 10^{-9}$ s) s'ajoute les élargissements dus à l'effet Doppler, à la structure hyperfine ( $\Delta \nu' \sim 2$  GHz), à l'effet Stark et aux collisions entre atomes. On doit alors écrire

$$\Delta \nu_{\text{observé}}^2 = \Delta \nu_{\text{instrumental}}^2 + \Delta \nu_{\text{intrinsèque}}^2 . \quad (4.19)$$

### 4.5.2- Analyse des patrons d'interférence

Soit  $m_1$  l'ordre d'interférence du cercle de plus petit rayon. À partir de l'équation (4.13) on a que

$$m_1 = m_0 - \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon \leq 1, \quad (4.20)$$

c'est-à-dire que  $m_1$  est la partie entière de  $m_0$ . Plus généralement, pour le p-ième cercle, on a :

$$m_p = (m_0 - \varepsilon) - (p - 1). \quad (4.21)$$

D'autre part, le rayon du p-ième cercle vaut

$$r_p = f\theta_p, \quad (4.22)$$

où  $f$  est une constante qui ne dépend que de la géométrie du système. En combinant les équations (4.13) et (4.20) à (4.22), on trouve facilement que

$$r_p^2 = \frac{2f^2}{m_0} (p - 1 + \varepsilon). \quad (4.23)$$

Le carré du rayon des cercles varie donc linéairement avec  $p$ . Si deux composantes spectrales de nombres d'onde  $\nu_1$  et  $\nu_2$  très voisins sont présents, on aura :

$$\varepsilon_1 = \frac{2d}{\lambda_1} - m_1 = 2d\nu_1 - m_1 \quad (4.24)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2d}{\lambda_2} - m_1 = 2d\nu_2 - m_1$$

d'où

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2d} \quad (4.25)$$

**Le décalage spectral est donc obtenu à partir des valeurs des ordres fractionnaires  $\varepsilon$  associés à chacune des deux raies spectrales.**

#### NOTE

On utilise fréquemment en spectroscopie optique le nombre d'onde  $\nu = 1/\lambda$  plutôt que la longueur d'onde  $\lambda$ .

#### **4.6- INSTRUCTIONS**

L'expérience consiste à obtenir un bon patron d'interférence qui inclue plusieurs cercles de chaque raie, à mesurer le rayon de ces raies et à obtenir le décalage spectral entre les raies à partir des équations (4.21) et (4.25).

##### **4.6.1- Champ magnétique**

Une sonde de Hall est un dispositif magnétorésistif. La sonde de Hall utilisée a été calibrée et donne:

$$B = (0.310 \pm 0.005) \frac{T}{\Omega} \cdot R - (0.041 \pm 0.005) T \quad (4.26)$$

On varie le champ magnétique en changeant le courant qui circule dans les bobines.

**OUVREZ L'ALIMENTATION EN EAU DE  
REFROIDISSEMENT**

**NE DÉPASSEZ PAS UN COURANT DE 10 A**

##### **4.6.2- Interféromètre de Fabry-Pérot**

Il est impératif que les deux miroirs de l'interféromètre soient parallèles. Si vous ne voyez aucun patron d'interférence, ramenez la distance entre les deux miroirs à environ 2 mm. Si vous voyez un patron, efforcez vous de le centrer. Puis, déplacez votre œil de gauche à droite et de bas en haut. Ajustez les miroirs pour que le patron ne se déplace pas lors des mouvements de tête.

##### **4.6.3- Contrôle de l'appareil photo**

L'appareil photo Canon doit être réglé manuellement. Commencez par repérer, sur le côté gauche, les roulettes de commande principale, et à l'arrière à droite, le bouton de contrôle à quatre flèches.

Mettre l'appareil en marche en tournant la roulette de commande extérieure sur l'icône rouge.

Tourner la roulette de commande intérieure jusqu'à ce que la lettre **M** soit en haut vis-à-vis le trait noir.

Ouvrir la fenêtre à cristaux liquides.

Mettre le foyer à l'infini en pressant sur le bouton **MF**, puis sur la flèche du haut du bouton de contrôle.



Mettre le zoom au maximum en tournant la bague à l'avant de l'appareil dans le sens antihoraire.

Désactiver le flash en appuyant sur le bouton qui surmonte un éclair jusqu'à ce que l'éclair barré apparaisse dans l'écran.

Vous devriez maintenant voir le patron dans l'écran. Vous pouvez modifier le temps d'exposition en appuyant sur les flèches gauche ou droite, et l'ouverture en appuyant sur les flèches haut et bas. Pour prendre la photo, appuyez sur le bouton à l'avant et à droite de l'appareil.

Pour transférer les photos sur l'ordinateur, tournez la roulette de commande extérieure jusqu'à l'icône « double flèche noire ». Sur l'ordinateur, choisissez le logiciel **Photoshop**.

#### 4.6.4- Analyse des données

Ouvrez le logiciel **Matlab** et démarrez la fonction *zeeman*. Vous recevrez en laboratoire de plus amples informations sur son utilisation.

#### 4.7- MESURES

Sélectionnez la raie rouge avec le filtre rouge. Vérifiez que la raie centrale n'est pas affectée par le champ magnétique en prenant une série de photos avec des champs allant de 0 à 1 T pour une distance maximisant la résolution.

Vérifiez que les deux éléments du doublet Zeeman se décalent de la même énergie par rapport à la raie centrale pour une valeur convenable du champ magnétique.

Prenez une série de photos des doublets en fonction du champ magnétique. Choisissez une séparation des deux miroirs entre 2 et 10 mm selon le champ magnétique appliqué: à faible champ, une distance trop petite entre les deux miroirs ne vous permettra pas de bien résoudre les raies Zeeman; à fort champ, si la distance est trop grande, les raies des différents ordres se mélangeront et l'analyse sera difficile, voire impossible (truc: utilisez les équations (4.17), (4.18) et (4.25) pour estimer la séparation requise).

Sélectionnez maintenant la raie verte avec le filtre vert. En champ magnétique nul, obtenez la « finesse » pour plusieurs distances entre 2 et environ 10 mm. À partir de l'équation (4.19), vous pourrez en déduire la finesse de l'interféromètre et la largeur intrinsèque de la raie.

Finalement, reprenez l'étape 3 pour la raie verte. Attention, cela demandera du *doigté*!

#### 4.8- RÉFÉRENCES

Pour l'effet Zeeman, C. Cohen-Tanoudji et coll., *Mécanique quantique* (Hermann, Paris, 1995), ou S. Gasinowicz, *Quantum Physics* (Wiley, New-York, 1996).

L'interféromètre de Fabry-Pérot est traité en détail dans tous les livres d'optique. Voir aussi A. C. Melissinos, *Experiments in Modern Physics* (Academic Press, New-York, 1966), en réserve à la bibliothèque.