Solitons et cosmologie ou symétrie et beauté intersidérale

Conférence du vendredi

Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique des particules

XX-XX-2014

Cosmologie 101

1. Cosmologie : Étude de la structure/origine/évolution de l'univers
2. Constantes de couplage, paramètres libres
3. Univers primordial et théorie d'unification (particules)
4. Atteinte du vide : brisure spontanée de symétrie

Symétries en physique des particules

Brisure spontanée de symétrie

Les lois de la nature peuvent posséder des symétries sans que l'état de vide (fondamental) le soit nécessairement

1. Boson : Goldstone, Higgs et les jauges
2. Exemple : Symétrie électrofaible, Glashow, Salam et Weinberg : $SU(2)xU(1)$

Modèle standard permet les associations suivantes :

Groupes de Lie pour les forces

1. nucléaire faible : SU(2)
2. nucléaire forte : SU(3)
3. électromagnétique : U(1)

Un exemple pour les copains de Mat Con

Exemple : aimantation dans un matériau ferromagnétique
Hamiltonien d'intéraction :

Et bien plus encore : vortex pour expliquer les supra type I et II

Symétrie des groupes de Lie

1. L'atteinte d'une température critique (Curie)
2. Différentes configurations de vide prises
3. Rencontre : murs de domaine
4. $\rightarrow$ murs : liés aux solitons, défauts topologiques

1. max : univers primordial (densité d'énergie)
2. min : notre état de l'univers ?
3. transition, et apparition d'un

Symétrie des groupes de Lie

Le taux de désintégration de l'univers peut être affecté par la présence de défauts topologiques. Est-ce que l'univers a connu une transition de phase avec brisure de symmétrie ? Selon le modèle standard, possiblement. Alors, on attend des cordes cosmiques, monopôles magnétiques. Surtout, ces défauts topologiques pourrait affecter l'évolution actuelle de notre univers. C'est l'objet de notre étude.

Équation d'ondes

- champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^n$: $\phi(\vec{x}, t)$

équation d'onde

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = \Box \phi = 0 \tag{1}$$

Deux propriétés étudiées dans les solutions ϕ

- Forme et vitesse de l'onde conservées
- Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme et vitesse

1. Équation d'onde : V=0

Potentiels différents - Équations du mouvements modifiées

1. terme dispersif : $\Box\phi + \boldsymbol{m^2\phi} = 0$ (Klein-Gordon)
    1. onde plane : $k^2 \to k^2 + m^2$
2. terme non-linéaire : ϕ^3

En s'éloignant de l'équation d'onde, les deux propriétés peuvent être conservées : ondes solitaires et solitons

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée qui le mène vers l'onde solitaire

1. Densité d'énergie d'un soliton $\epsilon(x, t)$: localisée dans l'espace
2. $E[\phi] = \int dxdt(\mathcal{H}[\phi]) = \int dxdt[\frac{1}{2}\partial_x\phi(\partial_x\phi)^* + V]$
3. Énergie finie :
   1. $\lim_{x\to\pm\infty} \partial_x E = 0$
   2. $\lim_{x\to\pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$

Formalisme Lagrangien

Quelques notions pratiques

1. Notation covariante :
   1. $x_0 = ct, x_{1,2,3} = x, y, z$
   2. $x^\mu = (x_0, \vec{x})$ et $x^\mu = (x_0, -\vec{x})$
   3. Métrique : $x^\mu = g^{\nu\mu} x_\nu$
   4. Minkowski : $\eta^{\nu\mu}$ diag(1,-1,-1,-1)
   5. indices répétés : $v_a \cdot v_a = \sum_{i=0}^{3} x_i^2$ (produit scalaire)

1. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int dx_\mu(\mathcal{L}[\phi])$
    1. Principe d'Hamilton : ϕ_0 | action minimisée
    2. Premier ordre nul pour un minimum d'action
2. $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial^\mu\phi)^* - V$
3. *Euler-Lagrange :* $\partial_\mu\left(\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}$

$$V = 0$$

$$\rightarrow (E - L)\partial_\mu(\frac{\partial_a\phi(\partial^a\phi)^*}{\partial_\mu\phi}) = 0$$

$$\partial_t(\partial^t\phi)^* + \partial_x(\partial^x\phi)^* + ... = 0$$

$$\Box\phi = 0$$

Kink : cas de figure typique

Potentiel d'ordre 4

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$

1. deux minimums absolus
2. ...

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 - V$
$\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$

Analogie mécanique classique

Champ

1. $\mathcal{H} = \cancel{\frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2} + \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)$
2. $\frac{\partial^2\phi}{\partial_x^2} = \frac{\partial V}{\partial\phi}$
3. $E_\phi = \int dx(\frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi))$
    1. E_ϕ finie $\leftrightarrow$ S_q finie $\rightarrow$ $E_q = 0$
    2. On étudie alors : -V

Particule

1. $L = \frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)$
2. $\frac{\partial^2\phi}{\partial_x^2} = -\frac{\partial U}{\partial\phi}$
3. $S_q = \int dt[\frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)]$

$V(\pm\infty) \to \pm 1$

Solution privilégiée : D'un max à l'autre

Récapitulons :

1. travailler en 1+1 dimensions, mais solution statique
2. Potentiel V $\rightarrow$ Équations d'Euler-Lagrange
3. $\rightarrow$ équation du mouvement :
   1. $\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$ (équation statique)
   2. solution : kink

Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

$$V(\phi,\psi) = (\psi^2-\delta_1)(\psi^2-1)^2+\frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}[(\phi^2-1)^2-\frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2]$$

1. 1+1 dimensions (x,t) mais on cherche une solution statique
2. Beaucoup de paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. Les champs sont couplés

Pourquoi bâtir un potentiel comme ça en premier lieu ? ! ? !

$\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minima central
Potentiel d'ordre 6, CLASSIQUE !
α : importance 2ème terme
γ : importance couplage

$\delta_2 \rightarrow$ contrôle de la séparation entre minimum