Du Big Bang à l'apocalypse:

Symétries et solitons dans la cosmologie

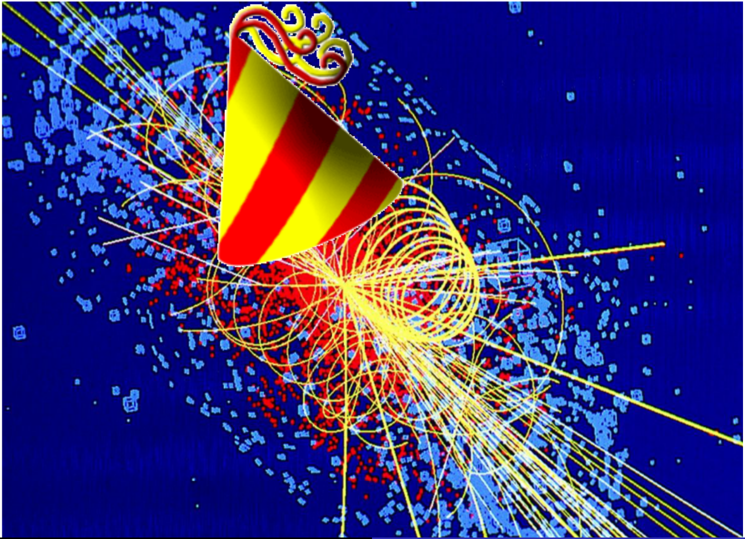
Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique

Conférences du vendredi des stagiaires

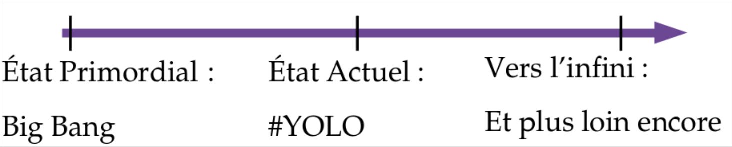
04-07-2014

Bonne fête Boson de Higgs ! : 4 juillet 2012 - ...



Cosmologie 101

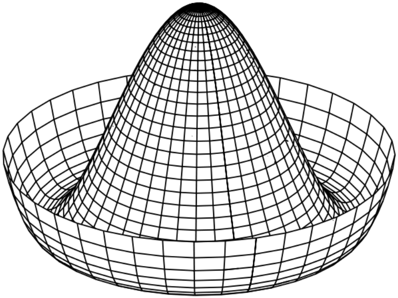
1. Cosmologie : Structure/origine/évolution de l'univers
   1. Big Bang
   2. Modèles inflationnistes
   3. Expansion de l'univers
2. Règles et configurations



État d'origine $\rightarrow$ État actuel

Big Bang :
-Matière compressée
-Température très élevée
-**État instable**

Forme symétrique : Importance en cosmologie



La symétrie en physique

Définition (approximative)

La **symétrie** d'un système physique définit une transformation qui le laisse invariant.
Théorème de Noether : Symétries $\leftrightarrow$ Lois de conservations.

Symétrie de l'univers (postultats de la relativité restreinte

1. Homogénéitié : Invariance sous translation $\rightarrow \vec{p}$
2. Isotropie : Invariance sous rotation $\rightarrow \vec{L}$

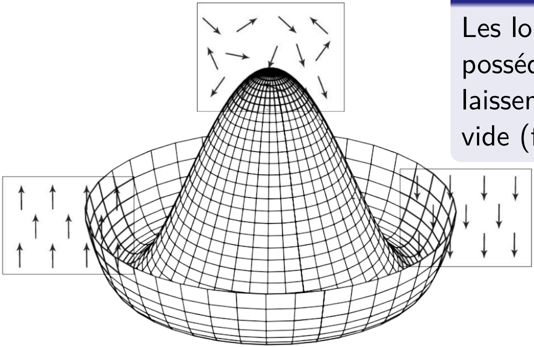
Groupe : Fermeture, Identité, Inverse, Associativité.
Symétries $\leftrightarrow$ Générateurs du groupe.
Exemple : U(n), O(n), SU(n), SO(n)

Ferroaimant de Heisenberg : Dipôles magnétiques en 2D

$$H = -J \sum_i \sum_{voisins j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

Invariance de H sous rotation dans le plan **SO(2)**

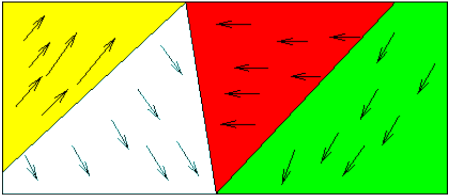
Vide : Température de Curie



Brisure spontanée de symétrie

Les lois de la nature peuvent posséder des symétries qui ne laissent toutefois pas l'état de vide (fondamental) invariant.

Mécanisme de Kibble



Vides dégénérés, différant dans l'espace : défauts topologiques (solitons)

Brisure de symétrie - Particules

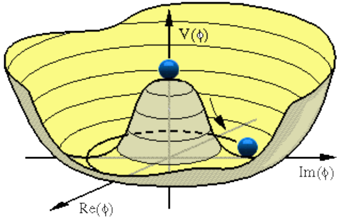
Grande unification :

$$G \rightarrow H \rightarrow ... \rightarrow SU(3)xU(1)$$

Symétrie élecrofaible : Glashow, Salam et Weinberg

$$SU(2)xU(1)$$

Mécanisme de Higgs : Bosons de Goldstone



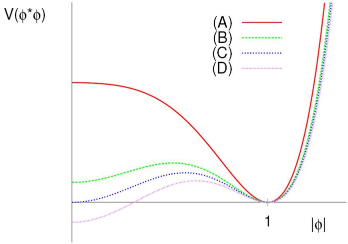
Fin de 1ère section

Supposition : Potentiel V

1) Origine $\rightarrow$ max(U), Big Bang

2) État actuel
$\rightarrow$ symétrie brisée ?
$\rightarrow$ vide métastable ?

3) Évolution future
$\rightarrow$ Vers un vrai vide ?



Solitons

Brisure de symétrie :

$\rightarrow$ Défauts topologiques : signature des solitons

(Ils sont parmi nous ?)

Intérêt cosmologique :

$\rightarrow$ Influence sur le taux de transition vers un vrai vide

Équation d'ondes et solitons

Champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^d$: $\phi(\vec{x}, t)$ (champ ? ? ?)

$V = 0$

Équation d'onde : $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi = \Box\phi = 0$

1) Forme et vitesse de l'onde conservées
2) Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme/vitesse

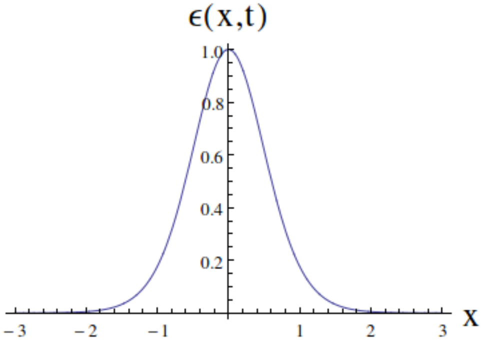
$V \neq 0$

Terme dispersif : $+m^2\phi$ (Klein-Gordon)
$\Rightarrow k^2 \to k^2 + m^2$
Terme non-linéaire : $+\phi^3$

Ondes solitaires **1)** Solitons **1)+2)**

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée, vers l'onde solitaire !

En image



Description d'un soliton topologique

1) Densité d'énergie $\epsilon(x,t)$ d'un soliton (1+1 dim.)

$\rightarrow$ Localisée dans l'espace (finitude)

$\rightarrow$ Conservée et non-nulle

$$\epsilon(x,t) = \mathcal{H}[\phi] = \frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 + V(\phi)$$

Énergie finie : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \mathcal{H} = 0$

$\rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} \partial_x \phi = 0$

$\rightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$ où les $g^{(i)}$ sont les min. de V

2) Structure des vides non triviale

Invariant de Lorentz : $x_\mu x^\mu$

$$x^\mu = (x_0, \vec{x}) \qquad x_\mu = (x_0, -\vec{x})$$

$$\partial^\mu = (\frac{1}{c}\partial_t, -\nabla)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu = \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \nabla^2$$

(Indices répétés : Notation d'Einstein)

1. *Principe d'Hamilton :* ϕ_0 | action minimisée
2. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int d^\mu x(\mathcal{L}[\phi])$
3. min(S) $\underset{Exp.Taylor}{\Longrightarrow}$ Premier ordre nul

   $\Rightarrow$ *Euler-Lagrange :* $\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}$
4. *Théorie des champs :* $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi(\partial^\mu \phi)^* - V$

Équation d'ondes - V=0

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial_a \phi(\partial^a \phi)^*}{\partial_\mu \phi}\right) = 0 \rightarrow \partial_\mu(\partial^\mu \phi)^* = 0 \rightarrow \Box\phi = 0$$

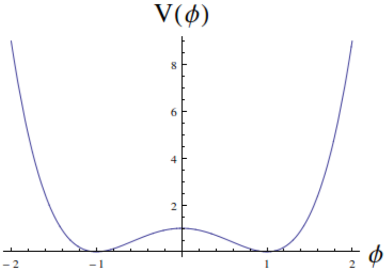
Kink : cas de figure typique

Sous : $\phi \to -\phi$ (Z_2)

$$\mathcal{L} \to \mathcal{L}$$

$$\phi_0 \to -\phi_0$$

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$



Théorie des champs :
→ Champ scalaire $\phi \epsilon \mathbb{R}$
→ 1+1 dimensions
→ solutions statiques

Analogie mécanique classique

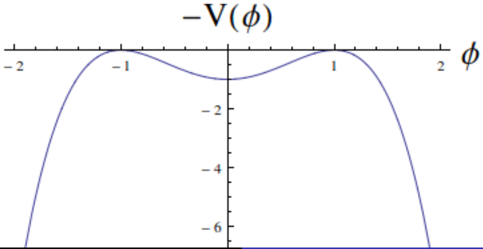
$$\mathcal{H}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial_\mu\phi)^* + V$$

Champ

1. $\mathcal{H} = \cancel{\frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2} + \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)$
2. $E_\phi = \int dx \left[\frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)\right]$

Particule

1. $L = \frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)$
2. $S_q = \int dt[\frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)]$



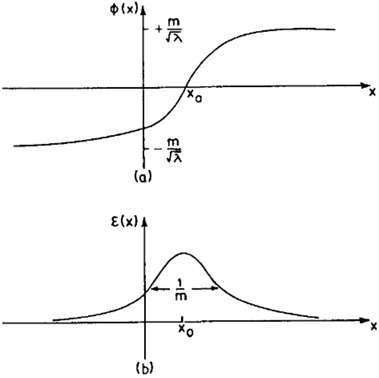
Kink

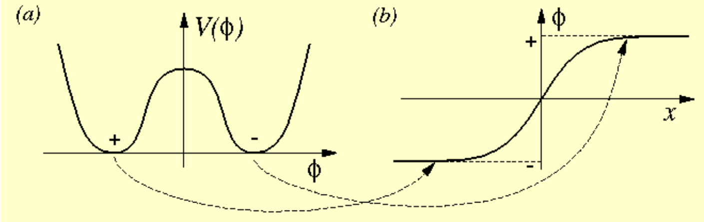
éq. du mouv. : non-linéaire + dispersif

$$\underset{Euler-Lagrange}{\Longrightarrow} \quad \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$$

$$\phi(x) = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} tanh\left[\frac{m}{\sqrt{2}}(x - x_0)\right]$$

$$\epsilon(x) = \frac{m^4}{\sqrt{2\lambda}} sech^4\left[\frac{m}{\sqrt{2}}(x - x_0)\right]$$





$\phi(x=\infty)-\phi(x=-\infty)$ conservé (charge topologique Q= $\int k_0 dx$)
$\rightarrow$ Déformations continues impossibles
$\rightarrow$ Secteurs topologiques non connectés

Configuration non triviale de vides $\rightarrow$ Solution non dissipative
(Continuité de la solution en x)

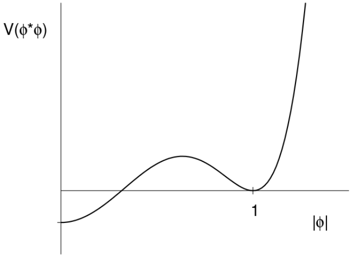
Retour - Cosmologie et solitons

1. Symétries brisées dans la nature (**MS**, ferroaimant)

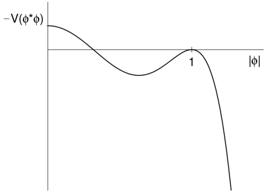
1. Structure non triviale des vides dans l'univers
   $\rightarrow$ défauts topologiques $\rightarrow$ solitons
2. $\Rightarrow$ Mur de domaine (sym. discrète 1 dim.)
   $\Rightarrow$ Corde Cosmique (cylindrique)
   $\Rightarrow$ Monopôle (sphérique)
3. Évolution de l'univers ?

Taux de désintégration du faux vide

Effet tunnel quantique



Espace Euclidien : $t \to i\tau$
Quantique Min. $\to$ Classique Euc.



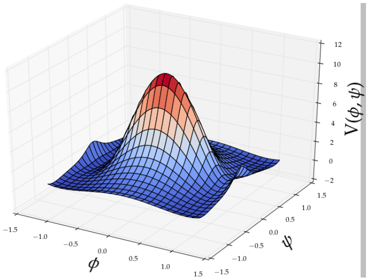
$\to$ min(S_E) $\to$ Bounce, Instanton
$\to$ Intégrale de chemin : $\mathrm{T}/V \approx e^{-So/\hbar}$

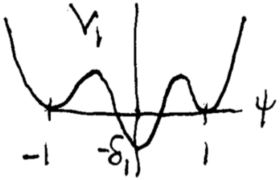
Fluctuation d'un soliton : autre source de désintégration ! ! !

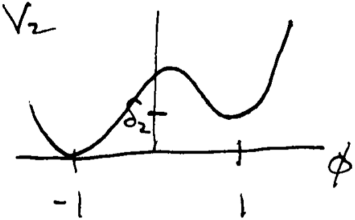
Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

$$V(\phi,\psi) = (\psi^2 - \delta_1)(\psi^2 - 1)^2 + \frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}\left[(\phi^2-1)^2 - \frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2\right]$$

1. 1+1 dimensions, on cherche une solution statique
2. Paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. γ : couplage
4. α : Importance du 2ème terme





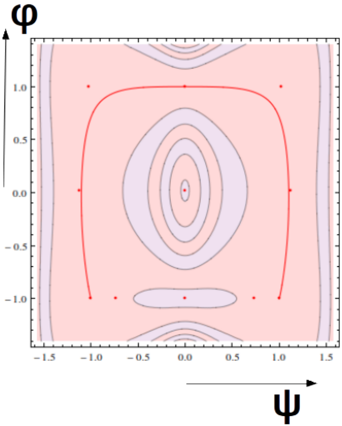


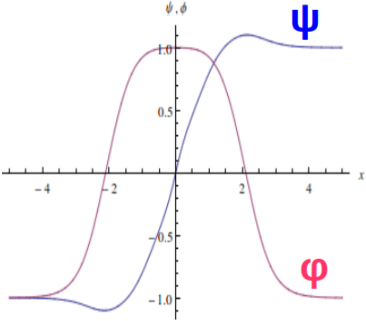
1. $\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minimum central
2. Ordre 6, CLASSIQUE !

1. $\delta_2 \rightarrow$ Contrôle de la séparation entre minimum sur l'axe ϕ

À venir...

Solutions aux équations de mouvements (contraintes à $\lim_{x\to\pm\infty}$)





Tester la stabilité de la solution

Trouver une borne maximale sur l'action $\rightarrow$ borne minimale sur T