Impact des dÃ©fauts topologiques sur le taux de dÃ©sintÃ©gration d'un faux vide

ConfÃ©rence Â«FlashBacÂ»

Marie-Lou Gendron Marsolais

UniversitÃ© de MontrÃ©al, dÃ©partement de physique des particules

Mars 2014

Sommaire

- Application de la thÃ©orie des champs (outil des physiciens des particules) en cosmologie (thÃ©orique).
- comment ?
  - Univers primordial : matiÃ¨re trÃ¨s compressÃ©e et tempÃ©rature trÃ¨s Ã©levÃ©e : conditions semblables Ã celles produites dans les accÃ©lÃ©rateurs de particules.
  - Ã de telles Ã©nergies, les interactions entres les particules Ã©lÃ©mentaires sont correctement dÃ©crites par la thÃ©orie quantique des champs !
- Objectif :
  - Ãtudier l'impact possible des **dÃ©fauts topologiques** sur le taux de dÃ©sintÃ©gration par effet tunnel d'un faux vide (minimum relatif d'un potentiel) vers un vrai vide (minimum absolu).
  - Ãtudier comment l'Ã©nergie des solutions statiques dÃ©pends des paramÃ¨tres du modÃ¨le.

DÃ©sintÃ©gration par effet tunnel d'un faux vide

- En mÃ©canique classique : il est possible d'avoir deux Ã©tats stables avec diffÃ©rentes densitÃ©s d'Ã©nergie.
- En mÃ©canique quantique : l'Ã©tat avec la plus grande densitÃ© d'Ã©nergie devient instable par effet tunnel.
- *Exemple familier* : eau en surchauffe

- <u>En mÃ©canique classique</u> : il est possible d'avoir deux Ã©tats stables avec diffÃ©rentes densitÃ©s d'Ã©nergie.
- <u>En mÃ©canique quantique</u> : l'Ã©tat avec la plus grande densitÃ© d'Ã©nergie devient instable par effet tunnel.
- *Exemple familier* : eau en surchauffe

DÃ©sintÃ©gration par effet tunnel d'un faux vide

- En mÃ©canique classique : il est possible d'avoir deux Ã©tats stables avec diffÃ©rentes densitÃ©s d'Ã©nergie.
- En mÃ©canique quantique : l'Ã©tat avec la plus grande densitÃ© d'Ã©nergie devient instable par effet tunnel.
- *Exemple familier* : eau en surchauffe

Exemple : eau en surchauffe

- Liquide en surchauffe : liquide chauffÃ© Ã une tempÃ©rature plus grande que son point d'Ã©bullition sans qu'il bouille.
- Graphique de l'Ã©nergie en fonction de la densitÃ© du fluide : le faux vide est la phase liquide surchauffÃ©e, le vrai vide est la phase vapeur.

Exemple : eau en surchauffe

- Des fluctuation thermodynamiques causent continuellement l'apparition de bulle de vapeur dans l'eau surchauffÃ©e
- Il est favorable de crÃ©er des bulles de vapeur...
- ...mais de l'Ã©nergie est dÃ©pensÃ©e lorsque que le champ passe par-dessus la barriÃ¨re jusqu'au vrai vide : les murs de la bulle ont une tension de surface

Exemple : eau en surchauffe

$\rightarrow$ Si la bulle est trop petite, la diminution d'Ã©nergie par le vrai vide Ã l'intÃ©rieur est plus que compensÃ© par la tension du mur et la bulle disparaÃ®t.
$\rightarrow$ Mais si la bulle est assez grande pour qu'il soit Ã©nergÃ©tiquement favorable pour elle de prendre de l'expansion, elle grandira jusqu'Ã ce que toute l'eau soit devenue vapeur. (l'Ã©nergie du mur augmente comme l'aire d'une sphÃ¨re ($4\pi r^2$) mais la contribution nÃ©gative de l'intÃ©rieur augmente plus rapidement, comme le volume d'une sphÃ¨re ($4/3\pi r^3$))

En cosmologie :

→Les fluctuations quantiques remplacent les fluctuations thermodynamiques.
→Une bulle de vrai vide assez grande (pour qu'il soit Ã©nergÃ©tiquement favorable pour elle de prendre de l'expansion) se formera, elle s'agrandira, convertissant le faux vide en vrai.

- Dans un univers infiniment vieux, on doit se trouver dans le vrai vide, peu importe le taux avec lequel le faux vide se dÃ©sintÃ¨gre
- Mais notre univers n'est PAS infiniment vieux ! Au temps de l'univers primordial, l'Ã©nergie par unitÃ© de volume Ã©tait trÃ¨s Ã©levÃ©e, l'Ã©tat de l'univers devait Ãªtre trÃ¨s loin de tout vide, vrai ou faux. Ã mesure qu'il prend de l'expansion et se refroidit, il pourrait Ãªtre tombÃ© dans un faux vide Ã la place d'un vrai !

- Ce qu'il faut calculer c'est la probabilitÃ© de dÃ©sintÃ©gration du faux vide par unitÃ© de temps et par unitÃ© de volume....
- *Sydney Coleman, Â«Fate of the false vacuum : Semiclassical theoryÂ», 1977*

- Si on multiplie cette quantitÃ© par un temps et que celle-ci est de l'ordre de l'unitÃ© pour un temps de l'ordre de 10^9 annÃ©es : **Â« We have occasion for anxiety Â»**

- Ce qu'il faut calculer c'est la probabilitÃ© de dÃ©sintÃ©gration du faux vide par unitÃ© de temps et par unitÃ© de volume....
- *Sydney Coleman, Â«Fate of the false vacuum : Semiclassical theoryÂ», 1977*
- Si on multiplie cette quantitÃ© par un temps et que celle-ci est de l'ordre de l'unitÃ© pour un temps de l'ordre de 10^9 annÃ©es : **Â« We have occasion for anxiety Â»**

- Ce qu'il faut calculer c'est la probabilitÃ© de dÃ©sintÃ©gration du faux vide par unitÃ© de temps et par unitÃ© de volume....
- *Sydney Coleman, Â«Fate of the false vacuum : Semiclassical theoryÂ», 1977*
- Si on multiplie cette quantitÃ© par un temps et que celle-ci est de l'ordre de l'unitÃ© pour un temps de l'ordre de 10^9 annÃ©es : **Â« We have occasion for anxiety Â»**

- Ce qu'il faut calculer c'est la probabilitÃ© de dÃ©sintÃ©gration du faux vide par unitÃ© de temps et par unitÃ© de volume....
- *Sydney Coleman, Â«Fate of the false vacuum : Semiclassical theoryÂ», 1977*

- Si on multiplie cette quantitÃ© par un temps et que celle-ci est de l'ordre de l'unitÃ© pour un temps de l'ordre de 10^9 annÃ©es : **Â« We have occasion for anxiety Â»**

Â«Vacuum decay is the ultimate ecological catastropheÂ»

- **Dans le vrai vide, les constantes de la natures, les masses et les constantes de couplage des particules Ã©lÃ©mentaires, sont toutes diffÃ©rentes de celles du faux vide (la chimie, la vie y est impossible telle que nous la connaissons)**
- Â«However, one could always draw stoic comfort from the possibility that perhaps in the course of time the new vacuum would sustain, if not life as we know it, at least some structures capable of knowing joy.Â»
- *Coleman et De Luccia, Â«Gravitational effects on and of vacuum decayÂ» 1980* :
  Â«...This possibility has now been eliminated.Â»
  Ajout des effets de la gravitÃ© : univers extrÃªmement instable qui s'effondrerait presque immÃ©diatement.

Sommaire

Brisure spontanÃ©e de symÃ©trie :

Les lois de la natures peuvent possÃ©der des symÃ©tries qui nous ne sont pas manifeste parce que le vide n'est pas invariant sous elles.

Brisure spontanÃ©e de symÃ©trie :

Les lois de la natures peuvent possÃ©der des symÃ©tries qui nous ne sont pas manifeste parce que le vide n'est pas invariant sous elles.

Exemple : Une balle de tennis en haut d'une colline.

C'est un Ã©tat parfaitement symÃ©trique : la balle n'a pas de raison de rouler Ã gauche ou Ã droite...
Mais, toute perturbation fera rouler la balle d'un des cÃ´tÃ©s, choisis alÃ©atoirement, et le rÃ©sultat final sera un Ã©tat asymÃ©trique.
La symÃ©trie a Ã©tÃ© brisÃ©e, sans que le systÃ¨me (la colline) soit asymÃ©trique.

Exemple : MatÃ©riau ferromagnÃ©tique

Les atomes d'un matÃ©riau ferromagnÃ©tique interagissent par une interaction entre les spins les plus proches voisins de telle sorte qu'ils ont tendance Ã s'aligner pour une tempÃ©rature plus basse que la tempÃ©rature de Curie pour ce matÃ©riau.

L'hamiltonien (le systÃ¨me) est invariant sous rotation mais l'Ã©tat fondamental (oÃ^1*toutlesdipΔlessontalign*©*s*)*nel′estpas*.

Un petit expÃ©rimentateur vivant dans un matÃ©riau ferromagnÃ©tique aurait beaucoup de difficultÃ© Ã dÃ©tecter l'invariance sous rotations des lois de la nature ; toutes ses expÃ©riences seraient influencÃ©e par le champ magnÃ©tique, il n'aurait pas de raison de croire que l'invariance sous rotation est une symÃ©trie exacte.

Substituez :

- l'hamiltonien du matÃ©riau ferromagnÃ©tique pour celui d'une thÃ©orie quantique des champs
- l'invariance sous rotation pour une autre symÃ©trie
- l'Ã©tat fondamental du matÃ©riau ferromagnÃ©tique par le vide
- le petit expÃ©rimentateur par nous

Substituez :

- l'hamiltonien du matÃ©riau ferromagnÃ©tique pour celui d'une thÃ©orie quantique des champs
- l'invariance sous rotation pour une autre symÃ©trie
- l'Ã©tat fondamental du matÃ©riau ferromagnÃ©tique par le vide
- le petit expÃ©rimentateur par nous

Substituez :

- l'hamiltonien du matÃ©riau ferromagnÃ©tique pour celui d'une thÃ©orie quantique des champs
- l'invariance sous rotation pour une autre symÃ©trie
- l'Ã©tat fondamental du matÃ©riau ferromagnÃ©tique par le vide
- le petit expÃ©rimentateur par nous

Cette situation est appelÃ©e

BRISURE SPONTANÃE DE SYMÃTRIE

(La symÃ©trie n'est pas vraiment brisÃ©e, elle est seulement cachÃ©e...)

- **Transitions de phases**
  Si on remonte dans le temps, jusqu'au centiÃ¨me d'une seconde aprÃ¨s le big bang, l'univers devient de plus en plus dense et chaud, jusqu'Ã ce que la matiÃ¨re change de phase (change de forme et de propriÃ©tÃ©s).
- exemple familier : l'eau
  Ã mesure qu'on augmente la tempÃ©rature celle-ci passe de la phase solide (glace) Ã la phase liquide et Ã©ventuellement Ã la vapeur.

- exemple familier : l'eau
  La vapeur est Â«plus symÃ©triqueÂ» que l'eau et l'eau est Â«plus symÃ©triqueÂ» que la glace.
  Pourquoi ?
  L'eau liquide est symÃ©trique sous rotation (est identique peu importe l'angle sous lequel on l'observe) Appelons cette symÃ©trie G ($=SO(3)$). La phase solide, la glace, n'est pas uniforme dans toutes les directions, les cristaux de glace ont une direction prÃ©fÃ©rÃ©e sur le rÃ©seau le long de laquelle les molÃ©cules d'eau s'alignent. le nouveau groupe de symÃ©trie, H, est plus petit que G.
  Par le processus de refroidissement donc, la symÃ©trie originale G est brisÃ©e Ã H.

C'est le mÃªme processus pour notre univers :

Il commence dans une phase plus symÃ©trique et passe au travers d'une succession de transition de phase jusqu'Ã ce que, Ã basse tempÃ©rature, on retombe sur nos particules de matiÃ¨res familiÃ¨res.

- **Grande unification (GUT) :**
  La symÃ©trie connue des particules Ã©lÃ©mentaires rÃ©sultent d'un plus grand groupe de symÃ©trie, lors d'une transition de phase, une partie de cette symÃ©trie est perdue, alors la symÃ©trie du groupe change.
  $G \to H \to ... \to SU(3) \times SU(2) \times U(1) \to SU(3) \times U(1)$
  Chaque flÃ¨che reprÃ©sente une transition de phase avec brisure de symÃ©trie.

unification

Les symÃ©tries que la matiÃ¨re prÃ©sente sont associÃ©es aux diffÃ©rentes forces fondamentales de la nature :

- Ã‰lectromagnÃ©tisme : groupe U(1)
- Force nuclÃ©aire faible : groupe SU(2)
- Force nuclÃ©aire forte : groupe SU(3)
- GravitÃ© : ... ?

unification

Les symÃ©tries que la matiÃ¨re prÃ©sente sont associÃ©es aux diffÃ©rentes forces fondamentales de la nature :

- Ãlectromagnétisme : groupe U(1)
- Force nuclÃ©aire faible : groupe SU(2)
- Force nuclÃ©aire forte : groupe SU(3)
- GravitÃ© : … ?

unification

Les symÃ©tries que la matiÃ¨re prÃ©sente sont associÃ©es aux diffÃ©rentes forces fondamentales de la nature :

- Ãlectromagnétisme : groupe U(1)
- Force nuclÃ©aire faible : groupe SU(2)
- Force nuclÃ©aire forte : groupe SU(3)
- GravitÃ© : ... ?

Cosmologie :
Ã partir du dÃ©but de l'univers (haute tempÃ©rature, groupe G), il passera au travers d'une succession de transition de phase pendant lesquelles la force nuclÃ©aire se diffÃ©rentiera, suivit de la force nuclÃ©aire faible puis de l'Ã©lectromagnÃ©tisme.

Sommaire

Les dÃ©fauts topologiques...

...sont des configurations stables de matiÃ¨re formÃ©es lors de transitions de phase dans l'univers primordial.

...sont des configurations stables de matiÃ¨re formÃ©es lors de transitions de phase dans l'univers primordial.

Leur formation : mÃ©canisme de kibble

- Ã un temps t, les rÃ©gions de l'univers sÃ©parÃ©es par une distance plus grande que d=ct ne
  peuvent rien savoir les unes des autres. Dans une transition de phase oÃ^1*lasym©trieestbris©e, diff©rentesr©gionsdel′universchoisirontdetom*

Les dÃ©fauts topologiques en cosmologie

Ã mesure que l'univers se refroidit et prends de l'expansion, les symÃ©tries dans les lois de la physique commence Ã brisÃ©e dans des rÃ©gions qui s'Ã©tendent Ã la vitesse de la lumiÃ¨re.

Les dÃ©fauts topologiques apparaissent lorsque diffÃ©rentes rÃ©gions entre en contact les unes avec les autres.

La matiÃ¨re contenue Ã l'intÃ©rieur de ses dÃ©fauts est dans la phase symÃ©trique originale, qui persiste aprÃ¨s que la transition de phase dans la phase asymÃ©trique soit complÃ©tÃ©e.

Selon la nature de la symÃ©trie brisÃ©e, diffÃ©rents solitons auront Ã©tÃ© formÃ© Ã l'Ã©poque de l'univers primordial :

- Mur de domaine : membrane 2d formÃ©e lors de la brisure d'une symÃ©trie discrÃ¨te
- Cordes cosmiques : ligne 1d se formant lors de la brisure d'une symÃ©trie axiale ou cylindrique
- MonopÃ´les : point 0d se formant lorsqu'une symÃ©trie sphÃ©rique est brisÃ©e, ont une charge magnÃ©tique
- Textures : se forme lorsqu'un groupe plus grand plus compliquÃ© est brisÃ©

Selon la nature de la symÃ©trie brisÃ©e, diffÃ©rents solitons auront Ã©tÃ© formÃ© Ã l'Ã©poque de l'univers primordial :

- Mur de domaine : membrane 2d formÃ©e lors de la brisure d'une symÃ©trie discrÃ¨te
- Cordes cosmiques : ligne 1d se formant lors de la brisure d'une symÃ©trie axiale ou cylindrique
- MonopÃ´les : point 0d se formant lorsqu'une symÃ©trie sphÃ©rique est brisÃ©e, ont une charge magnÃ©tique
- Textures : se forme lorsqu'un groupe plus grand plus compliquÃ© est brisÃ©

Observation des dÃ©fauts topologiques

Les dÃ©fauts topologiques tels que ceux qui se seraient formÃ©s au dÃ©but de l'Univers sont des phÃ©nomÃ¨nes extrÃªmement Ã©nergÃ©tiques et ne pourraient Ãªtre reproduit sur terre, mais pourraient, en thÃ©orie, Ãªtre observÃ©s...mais ne l'ont encore jamais Ã©tÃ© !

- Certains types de dÃ©fauts topologiques ne sont pas compatibles avec les observations actuelles :
- Mur de domaines et MonopÃ´les $\rightarrow$ mÃ¨neraient Ã d'importantes dÃ©viations par rapport aux observations.
- $\Rightarrow$ Les thÃ©ories prÃ©disant ses structures dans l'univers observable doivent Ãªtre Ã©liminÃ©es.
- Cordes cosmiques et (possiblement) textures $\rightarrow$ premiÃ¨res Â« sources Â» de gravitÃ© autour desquels les grandes structures de matiÃ¨re se sont condensÃ©es.

Sommaire

Exemple : L'Ã©quation d'onde

$$\frac{1}{c^2}\frac{d^2\phi}{dt^2} - \frac{d^2\phi}{dx^2} = 0$$

- Ãquation gÃ©nÃ©rale qui dÃ©crit la propagation d'une onde
- Ãquation **linÃ©aire non-dispersive**

- PropriÃ©tÃ©s des solutions :
  - Toute fonction de la formes $f(x \pm ct)$ est une solution.
  - Les ondes planes $\cos(kx \pm \omega t)$ et $\sin(kx \pm \omega t)$, oÃ¹$\omega = kc$, forment un ensemble complet de solutions
  - En choisissant une fonction f localisÃ©, il est possible de construire un paquet d'onde localisÃ© voyageant Ã une vitesse uniforme $\pm c$ sans dÃ©formation dans sa forme.
  - Ceci est reliÃ© au fait que toutes ses composantes, les ondes planes, se propagent Ã la mÃªme vitesse $c = \omega/k$.
  - LinÃ©aritÃ© $\Rightarrow$ soit 2 paquets d'ondes localisÃ©s, $f_1(x - ct)$ et $f_2(x + ct)$. Leur somme $f_3(x - ct) = f_1(x - ct) + f_2(x - ct)$ est aussi une solution. Ã $t \to -\infty$, il s'agit de 2 paquets s'approchant l'un vers l'autre sans Ãªtre dÃ©formÃ©. Il y a ensuite collision, et, Ã $t \to +\infty$, les deux paquets retrouvent leurs formes et leurs vitesses initiales.

L'Ã©quation d'onde

Donc, essentiellement 2 propriÃ©tÃ©s :

- 1) forme et vitesse constante
- 2) forme et vitesse asymptotiquement retrouvÃ©es aprÃ¨s une collision

L'Ã©quation d'onde

Donc, essentiellement 2 propriÃ©tÃ©s :

- 1) forme et vitesse constante
- 2) forme et vitesse asymptotiquement retrouvÃ©es aprÃ¨s une collision

L'Ã©quation d'onde

Donc, essentiellement 2 propriÃ©tÃ©s :

- 1) forme et vitesse constante
- 2) forme et vitesse asymptotiquement retrouvÃ©es aprÃ¨s une collision

Mais qu'en est-il des Ã©quations non-linÃ©aires et dispersives ?
Exemple d'Ã©quation dispersive : Ã©quation de Klein-Gordon

Exemple : L'Ã©quation de Klein-Gordon

$$\frac{1}{c^2}\frac{d^2\phi}{dt^2} - \frac{d^2\phi}{dx^2} + mc^2\phi = 0$$

- Ãquation **linÃ©aire dispersive**
- PropriÃ©tÃ©s des solutions :
  - Les ondes planes $\cos(kx \pm \omega t)$ et $\sin(kx \pm \omega t)$, forment encore un ensemble complet de solutions
  - Mais ici : $\omega^2 = k^2c^2 + m^2c^4$
    $\Rightarrow$ diffÃ©rentes longueurs d'onde voyagent Ã diffÃ©rentes vitesses $\omega(k)/k$
    $\Rightarrow$ Ã©quation dispersive $\Rightarrow$ un paquet d'onde se dispersera dans le temps

Mais...

Il est possible, pour certains systÃ¨mes d'Ã©quation diffÃ©rentielles partielles, Ã la fois **non-linÃ©aires et dispersifs** d'avoir des solutions avec la propriÃ©tÃ© (1)
→ ce sont des <u>ondes solitaires</u> !

Si les solutions respectent Ã©galement (2)
→ ce sont des <u>solitons</u> !

Comment est-ce possible ?
Les effets non-linÃ©aires et dispersifs s'annulent.

Mais c'est quoi le rapport avec tout le reste ? ? ?

On s'intÃ©resse aux dÃ©fauts topologiques : on aimerait trouver une solution mathÃ©matique reliant deux minimum diffÃ©rents d'un potentiel aprÃ¨s une transition de phase brisant la symÃ©trie de la phase initiale.

Il se trouve que dans le modÃ¨le qui nous intÃ©resse, les dÃ©fauts topologiques seront des solutions de systÃ¨mes d'Ã©quations diffÃ©rentielles non-linÃ©aires et dispersifs : on aimerait trouver des solutions avec les propriÃ©tÃ©s des solitons.

$\rightarrow$ Exemple :

Mon premier soliton :

Champ scalaire en 1+1 dimension avec densitÃ© lagrangienne :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\dot{\phi})^2 - \frac{1}{2}(\phi')^2 - V(\phi)$$

(ici, $c = 1$)
Ã partir du principe de moindre action ($\leftrightarrow$ Ã©quations de Euler-Lagrange), on trouve l'Ã©quation de mouvement :

$$\ddot{\phi} - \phi'' = -\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

On reconnait notre Ã©quation d'onde prÃ©cÃ©dente, mais avec des termes non-linÃ©aires et dispersifs qui dÃ©pendent de $V(\phi)$

Mon premier soliton :

L'Ã©quation conserve, Ã mesure que le temps varie, l'Ã©nergie totale donnÃ©e par :

$$E[\phi] = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left[\frac{1}{2}(\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}(\phi')^2 + V(\phi) \right]$$

Posons que $V(\phi)$ possÃ¨dent M minimums absolus qui soient Ã©galement ses zÃ©ros :

$$V(\phi) = 0 \text{ pour } \phi = g^i\text{, oÃ¹, oÃ¹, oÃ¹, oÃ¹ } i = 1, \ldots, M$$

L'Ã©nergie est minimisÃ©e par la solution triviale :

$$\phi(x, t) = g^i$$

qui donne une Ã©nergie de

$$E[\phi] = 0$$

Mon premier soliton :

IntÃ©ressons-nous aux solutions statiques :

$$\phi'' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

On veut une solution non-triviale, mais d'Ã©nergie finie, de densitÃ© d'Ã©nergie localisÃ©e :
Ceci implique que lorsque $x \to \pm\infty$ le champ doit tendre vers l'une des valeurs g^i. S'il y a plus d'un minimum ($M > 1$), $\phi(x)$ doit tendre vers l'un d'eux Ã $x \to -\infty$ et de mÃªme pour $x \to +\infty$ (pas nÃ©cessairement le mÃªme ! !)

Mon premier soliton : **Le Kink**

Prenons un potentiel d'ordre 4 :

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda\left(\phi^2 - \frac{m^2}{\lambda}\right)^2$$

ce qui donne l'Ã©quation de mouvement statique :

$$\phi'' = \frac{\partial V}{\partial \phi} = \lambda\phi^3 - m^2\phi$$

Deux minimums dÃ©gÃ©nÃ©rÃ©s : $\phi = \pm\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$.
Solution localisÃ©e d'Ã©nergie finie $\Rightarrow \phi \to \pm\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$ pour $x \to \pm\infty$
Solution :

$$\phi(x) = \pm\frac{m}{\sqrt{\lambda}}\tanh\left[\frac{m}{\sqrt{2}}(x - x_0)\right]$$

La solution avec le $+$ est le kink, celle avec le $-$ est l'anti-kink

Mon premier soliton : **Le Kink**

Sous une transformation de Lorentz, on obtient un kink se dÃ©plaÃ§ant avec une vitesse u, et qui est aussi solution de l'Ã©quation de mouvement :

$$\phi(x) = \pm\frac{m}{\sqrt{\lambda}}\tanh\left[\frac{m}{\sqrt{2}}\frac{(x-x_0)-u\cdot t}{\sqrt{1-u^2}}\right]$$

Mon premier soliton : **Le Kink**

⋆ On peut calculer la densitÃ© d'Ã©nergie de cette solution et celle-ci est bien localisÃ©e, et son Ã©nergie totale est aussi finie : on a une onde solitaire...mais pas un soliton

⋆Ressemble Ã de la matiÃ¨re : morceau d'Ã©nergie statique localisÃ©

Mon premier soliton : **Le Kink**

⋆ On peut calculer la densitÃ© d'Ã©nergie de cette solution et celle-ci est bien localisÃ©e, et son Ã©nergie totale est aussi finie : on a une onde solitaire...mais pas un soliton
⋆Ressemble Ã de la matiÃ¨re : morceau d'Ã©nergie statique localisÃ©
...et c'est un dÃ©faut topologique !
⋆ Brisure spontanÃ©e de symÃ©trie :
Sous la symÃ©trie $\phi \to -\phi$, $\mathcal{L} \to \mathcal{L}$: le langrangien est invariant, mais l'Ã©tat fondamental ne l'est pas ; si le champ Â«tombeÂ» dans l'Ã©tat $\phi = +\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$, $\phi \to -\phi$ donne $\phi \to -\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$

⋆ On peut calculer la densitÃ© d'Ã©nergie de cette solution et celle-ci est bien localisÃ©e, et son Ã©nergie totale est aussi finie : on a une onde solitaire...mais pas un soliton

⋆Ressemble Ã de la matiÃ¨re : morceau d'Ã©nergie statique localisÃ©

...et c'est un dÃ©faut topologique !

⋆ Brisure spontanÃ©e de symÃ©trie :
Sous la symÃ©trie $\phi \to -\phi$, $\mathcal{L} \to \mathcal{L}$: le langrangien est invariant, mais l'Ã©tat fondamental ne l'est pas ; si le champ Â«tombeÂ» dans l'Ã©tat $\phi = +\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$, $\phi \to -\phi$ donne $\phi \to -\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$

⋆ DÃ©fauts topologiques : solutions de systÃ¨mes d'Ã©quations diffÃ©rentielles partielles qui sont distinctes Â«topologiquementÂ» de la solution triviale : Ã cause des conditions frontiÃ¨res imposÃ©es, elles ne peuvent Ãªtre dÃ©formÃ©es de faÃ§on continue jusqu'Ã une solution triviale.

Sommaire

Nous considÃ©rons un modÃ¨le abÃ©lien de Higgs en 2+1 dimensions avec une potentiel scalaire d'ordre 6, contenant : un champ scalaire complexe ϕ (boson de spin 0) et un champ de gauge A_μ (boson de spin 1)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \left(D_\mu \phi\right)\left(D^\mu \phi\right)^* - V\left(\phi^* \phi\right)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$
$$D_\mu = (\partial_\mu - ieA_\mu)$$

Le potentiel scalaire utilisÃ© est :

$$V\left(\phi^* \phi\right) = (|\phi|^2 - \epsilon)(|\phi|^2 - 1)^2$$

oÃ^{1}0<$\epsilon < 1$:
Le potentiel a un vrai vide Ã $\phi = 0$ et un faux vide Ã $|\phi| = 1$.

Ici, le lagrangien est invariant sous une transformation locale U(1) :

$$\phi(x) \to e^{i\alpha(x)}\phi(x) \text{ et } A_\mu(x) \to A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha(x)$$

Si le potentiel a un minimum Ã $|\phi| = 0$, sous cette symÃ©trie, $\phi \to 0 \cdot e^{i\alpha(x)}$,
Mais si le potentiel a un minimum Ã $|\phi| = v \neq 0$, $\phi \to \ v e^{i\alpha(x)}$
$\Rightarrow$ Brisure spontanÃ©e de symÃ©trie !

- Dans un modÃ¨le oÃ^{1}*lepotentielestdecetteformeeto*^{1}*l′Universestdansunfauxvide*$(|\phi| = 1)$, le vide va Ã©ventuellement se dÃ©sintÃ©grer.
- La dÃ©sintÃ©gration standard du vide (Coleman) est supprimÃ©e exponentiellement, alors l'Univers pourrait demeurer dans ce vide pour trÃ¨s longtemps...
- MAIS ! de faÃ§on gÃ©nÃ©rale, des dÃ©fauts topologiques se forment dans une transition de phase : et si notre faux vide contenait dÃ©jÃ des dÃ©fauts topologiques provenant d'une transition de phase prÃ©cÃ©dente ?

- Dans un modÃ¨le oÃ$^1 lepotentielestdecetteformeeto^1 l'Universestdansunfauxvide(|\phi| = 1)$, le vide va Ã©ventuellement se dÃ©sintÃ©grer.
- La dÃ©sintÃ©gration standard du vide (Coleman) est supprimÃ©e exponentiellement, alors l'Univers pourrait demeurer dans ce vide pour trÃ¨s longtemps...
- MAIS ! de faÃ§on gÃ©nÃ©rale, des dÃ©fauts topologiques se forment dans une transition de phase : et si notre faux vide contenait dÃ©jÃ des dÃ©fauts topologiques provenant d'une transition de phase prÃ©cÃ©dente ?

- Dans un modÃ¨le oÃ$^1 lepotentielestdecetteformeeto^1 l'Universestdansunfauxvide(|\phi| = 1)$, le vide va Ã©ventuellement se dÃ©sintÃ©grer.
- La dÃ©sintÃ©gration standard du vide (Coleman) est supprimÃ©e exponentiellement, alors l'Univers pourrait demeurer dans ce vide pour trÃ¨s longtemps...
- MAIS ! de faÃ§on gÃ©nÃ©rale, des dÃ©fauts topologiques se forment dans une transition de phase : et si notre faux vide contenait dÃ©jÃ des dÃ©fauts topologiques provenant d'une transition de phase prÃ©cÃ©dente ?

- Dans un potentiel A : univers stable dans le vrai vide $|\phi| = 1$, symÃ©trie brisÃ©e, contenant des dÃ©fauts topologiques dont l'intÃ©rieur est Ã $|\phi| = 0$.

- Ã $r \to \infty$, il faut que $|\phi| \to 1$, pour avoir une Ã©nergie finie,
- ...mais rien ne contraint la phase de ϕ, Ã part qu'elle doit changer par $2\pi n$, n entier, lorsque l'angle polaire change de 2π.
- n est le <u>nombre d'enroulement</u>.
- En 3 dimensions spatiales, cela forme des **cordes cosmiques**, en 2 dimensions, ce sont des Â«sectionsÂ» de cordes : des **vortex**
- Par continuitÃ©, il faut que $|\phi| = 0$ Ã quelque part, on choisit Ã $r = 0$.

- Le potentiel se modifie et devient comme D : l'univers est mÃ©tastable, car dans un faux vide, et se dÃ©sintÃ¨gre vers le vrai vide (selon le taux de Coleman) ce qui restaure la symÃ©trie.
- Qu'en est-il des dÃ©fauts topologiques qui sont prÃ©sents ? Leur centre est **dÃ©jÃ** Ã $|\phi| = 0$
- ...intuitivement, cela devrait **accÃ©lÃ©rer** la dÃ©sintÃ©gration...
- ...Ce n'est pas toujours le cas, mais il est possible d'accÃ©lÃ©rer la dÃ©sintÃ©gration par rapport Ã une dÃ©sintÃ©gration normale (Coleman).

Objectif : calculer le taux de dÃ©sintÃ©gration quantique de ces faux vortex

- ...d'abord pour dÃ©terminer leur temps de vie
- ...pour le comparer au taux de dÃ©sintÃ©gration du faux vide sans vortex

Objectif : calculer le taux de dÃ©sintÃ©gration quantique de ces faux vortex

- ...d'abord pour dÃ©terminer leur temps de vie
- ...pour le comparer au taux de dÃ©sintÃ©gration du faux vide sans vortex

Objectif : calculer le taux de dÃ©sintÃ©gration quantique de ces faux vortex

- ...d'abord pour dÃ©terminer leur temps de vie
- ...pour le comparer au taux de dÃ©sintÃ©gration du faux vide sans vortex

Bref, quel est l'effet d'un gaz de faux vortex sur le taux de dÃ©sintÃ©gration ?

Nous sommes Ã la recherche de **solution symÃ©trique sous rotation pour ϕ et A_μ, en cordonnÃ©es polaires** (r, θ, t). Nous utiliserons l'ansatz dÃ©pendant du temps suivant pour un vortex de nombre d'enroulement n :

$$\phi(r, \theta, t) = f(r, t)e^{in\theta} \quad A_i(r, \theta, t) = -\frac{n}{e}\frac{\varepsilon^{ij}x_j}{r^2}a(r, t),$$

oÃ¹ ε^{ij} est le symbole de Levi-Civita en deux dimensions.

Avec cet ansatz, les Ã©quations de mouvements (solution statique) sont :

$$
\begin{aligned}
&f'' + \frac{f'}{r} - \frac{n^2}{r^2}(1-a)^2 f - \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial f} = 0 \\
&a'' - \frac{a'}{r} + 2e^2(1-a)f^2 = 0.
\end{aligned}
$$

avec les conditions frontiÃ¨res suivantes :

$$
\begin{aligned}
&f(r) \to 0, \;\; a(r) \to 0 \;\; pour \;\; r \to 0 \\
&f(r) \to 1, \;\; a(r) \to 1 \;\; pour \;\; r \to \infty.
\end{aligned}
$$

Ces conditions sont imposÃ©s pour la continuitÃ© des champs Ã $r = 0$ et pour avoir une Ã©nergie finie.

Solution statique

Les solutions numÃ©riques aux Ã©quations diffÃ©rentielles du modÃ¨le peuvent Ãªtre sÃ©parÃ©es en deux profiles :

Une configuration de type Â«thin-wallÂ» est plus pratique car elle permet de faire certaines approximations.

RÃ©sultats (ϵ petit)

Les taux de dÃ©sintÃ©gration :

$$\Gamma^{vortex} = A^{vortex} \left(\frac{S^{vortex}}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-S^{vortex}}$$

$$\Gamma^{Coleman} = \Omega A^{Coleman} \left(\frac{S^{Coleman}}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-S^{Coleman}}$$

Dans la limite d'un ϵ petit, les actions euclidiennes S sont :

$$S^{vortex} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{15\epsilon^2} \quad S^{Coleman} = \frac{\pi}{12\epsilon^2}$$

oÃ¹Ω est le volume considÃ©rÃ©.

RÃ©sultats (ϵ petit)

Le rapport des taux de dÃ©sintÃ©gration, avec N vortex dans un volume Ω :

$$\frac{\Gamma^{Coleman}}{N\Gamma^{vortex}} = \frac{\Omega A^{Coleman}}{NA^{vortex}} \frac{\sqrt{5}}{2^{1/4} 96 \epsilon^2} e^{\left(\frac{4\sqrt{2}}{15} - \frac{1}{12}\right)\frac{\pi}{\epsilon^2}}$$

Bref :

$$\Gamma^{Coleman} \sim e^{0{,}294 \dfrac{\pi}{\epsilon^2}} \cdot \Gamma^{vortex}$$

Avec ϵ petit, $\Gamma^{Coleman} \gg \Gamma^{vortex}$...les vortex entravent la dÃ©sintÃ©gration plus qu'ils ne la catalysent...

Au lieux de prendre l'approximation $\epsilon \to 0$, on pourrait faire le contraire, prendre la plus grande valeur d'ϵ possible : ϵ_c.

Pour un $\epsilon > \epsilon_c$, on ne trouve plus de solutions numÃ©riques (le vortex n'est plus stable classiquement).

La valeur de ϵ_c dÃ©pends de n et de e.
Dans la limite Â« de dissociation Â», oÃ¹ $\epsilon \to \epsilon_c$:

$$S^{vortex} = 2\pi \left(\frac{2n}{e}\right)^{4/3} \frac{2^{-5/12}3^{5/2}}{5} \left(\frac{\epsilon_c - \epsilon}{\epsilon_c}\right)^{5/4} \to 0$$

RÃ©sultats (limite de dissociation)

Dans la limite Â« de dissociation Â», oÃ¹ $\epsilon \to \epsilon_c$:

$$\Gamma^{Coleman} \sim e^{-S^{Coleman}+S^{vortex}} \cdot \Gamma^{vortex} \to e^{-\frac{\pi}{12\epsilon^2}+0} \cdot \Gamma^{vortex}$$

$\Gamma^{Coleman} < \Gamma^{vortex}$: les vortex catalysent la dÃ©sintÃ©gration ! ! !

Sommaire

Conclusion

- DÃ©fauts topologiques : se forment lors de transitions de phases
- S'ils sont dÃ©jÃ prÃ©sent dans le faux vide, ils peuvent augmenter le taux de dÃ©sintÃ©gration de ce dernier vers un vrai vide, pour certaines valeurs de paramÃ¨tres de notre modÃ¨le...
- Ã faire : gÃ©nÃ©raliser en 3+1 dimensions (cordes cosmiques) et inclure les effets gravitationnels
- MERCI ! ! !