Solitons et cosmologie ou symétrie et beauté intersidérale

Conférence du vendredi

Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique des particules

XX-XX-2014

Cosmologie 101

1. Cosmologie : Étude de la structure/origine/évolution de l'univers
2. Constantes de couplage, paramètres libres
3. Univers primordial et théorie d'unification (particules)
4. Atteinte du vide : brisure spontanée de symétrie

Symétries en physique des particules

Modèle standard permet les associations suivantes :

Groupes de Lie pour les forces

1. nucléaire faible : SU(2)
2. nucléaire forte : SU(3)
3. électromagnétique : U(1)

Brisure spontanée de symétrie

Les lois de la nature peuvent posséder des symétries sans que l'état de vide (fondamental) le soit nécessairement

1. Boson : Goldstone, Higgs et les jauges
2. Exemple : Glashow, Salam et Weinberg : $SU(2)xU(1)$

Un exemple pour les copains de Mat Con

Exemple : aimantation dans un matériau ferromagnétique
Hamiltonien d'intéraction :

Et bien plus encore : vortex pour expliquer les supra type I et II

De retour aux aimants :

1. L'atteinte d'une température critique (Curie)
2. Différentes configurations de vide prises
3. Rencontre : murs de domaine

1. max : univers primordial (densité d'énergie)
2. min : notre état de l'univers ?
3. transition, et apparition d'un vrai vide

Cordes cosmiques : Ligne 1d (quasi)
Défauts topologiques : brisure de symétrie cylindrique
Même objet que les lignes de vortex, supra

Équation d'ondes

- champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^n$: $\phi(\vec{x}, t)$

équation d'onde

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi = \Box\phi = 0 \tag{1}$$

Deux propriétés étudiées dans les solutions ϕ

- Forme et vitesse de l'onde conservées
- Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme et vitesse

1. Équation d'onde : V=0

Potentiels différents - Équations du mouvements modifiées

1. terme dispersif : $\Box\phi + \boldsymbol{m^2\phi} = 0$ (Klein-Gordon)
    1. onde plane : $k^2 \to k^2 + m^2$
2. terme non-linéaire : ϕ^3

En s'éloignant de l'équation d'onde, les deux propriétés peuvent être conservées : ondes solitaires et solitons

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée qui le mène vers l'onde solitaire

1. Densité d'énergie d'un soliton $\epsilon(x,t)$: localisée dans l'espace
2. $E[\phi] = \int dxdt(\mathcal{H}[\phi]) = \int dxdt[\frac{1}{2}\partial_x\phi(\partial_x\phi)^* + V]$
3. Énergie finie :
   1. $\lim_{x\to\pm\infty} \partial_x E = 0$
   2. $\lim_{x\to\pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$

Formalisme Lagrangien

Quelques notions pratiques

1. Notation covariante :
   1. $x_\mu = (x_0, \vec{x})$
   2. $x_0 = ct, x_{1,2,3} = x, y, z$
   3. indices répétés : $v_a \cdot v_a = \sum_{i=0}^{3} x_i^2$ (produit scalaire)
2. Métrique : $x^\mu = g^{\nu\mu} x_\nu$
3. Minkowski : $\eta^{\nu\mu}$ diag(1,-1,-1,-1)

1. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int dx_\mu(\mathcal{L}[\phi])$
   1. Principe d'Hamilton : $\phi_0 \mid$ action minimisée
   2. Premier ordre nul pour un minimum d'action
2. $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial^\mu\phi)^* - V$
3. *Euler-Lagrange* : $\partial_\mu\left(\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}$

$$\begin{aligned} V &= 0 \\ \rightarrow (E-L)\partial_\mu(\frac{\partial_a\phi(\partial^a\phi)^*}{\partial_\mu\phi}) &= 0 \\ \partial_t(\partial^t\phi)^* + \partial_x(\partial^x\phi)^* + \ldots &= 0 \\ \Box\phi &= 0 \end{aligned}$$

Kink : cas de figure typique

Potentiel d'ordre 4

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$

1. deux minimums absolus
2. ...

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 - V$
$\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$

Analogie mécanique classique

Champ

1. $\mathcal{H} = \cancel{\frac{1}{2}(\partial_t \phi)^2} + \frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 + V(\phi)$
2. $\frac{\partial^2 \phi}{\partial_x^2} = \frac{\partial V}{\partial \phi}$
3. $E_\phi = \int dx(\frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 + V(\phi))$
    1. E_ϕ finie $\leftrightarrow S_q$ finie $\rightarrow E_q = 0$
    2. On étudie alors : -V

Particule

1. $L = \frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)$
2. $\frac{\partial^2 \phi}{\partial_x^2} = -\frac{\partial U}{\partial \phi}$
3. $S_q = \int dt[\frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)]$

$V(\pm\infty) \to \pm 1$

Solution privilégiée : D'un max à l'autre

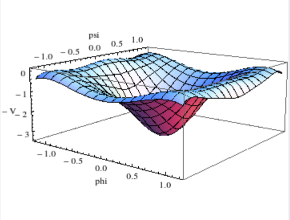
Récapitulons :

1. travailler en 1+1 dimensions, mais solution statique
2. Potentiel V $\rightarrow$ Équations d'Euler-Lagrange
3. $\rightarrow$ équation du mouvement :
    1. $\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$ (équation statique)
    2. solution : kink

Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

$$V(\phi,\psi) = (\psi^2-\delta_1)(\psi^2-1)^2+\frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}[(\phi^2-1)^2-\frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2]$$

1. 1+1 dimensions (x,t) mais on cherche une solution statique
2. Beaucoup de paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. Les champs sont couplés



$\delta_2 \rightarrow$ contrôle de la séparation entre minimum

Pourquoi bâtir un potentiel comme ça en premier lieu ? ! ? !

$\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minima central

Potentiel d'ordre 6, CLASSIQUE !

α : importance 2ème terme

γ : importance couplage

$\delta_2 \rightarrow$ contrôle de la séparation entre minimum