Solitons et cosmologie ou symétrie et beauté intersidérale

Conférence du vendredi

Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique des particules

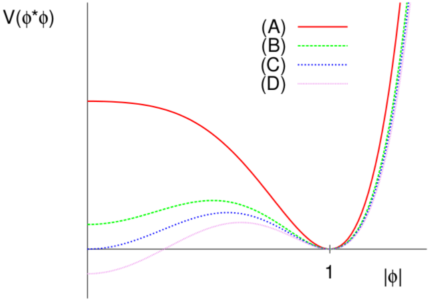
XX-XX-2014

Cosmologie 101

1. Cosmologie : Structure/origine/évolution de l'univers
    1. Big Bang
    2. Modèles inflationnistes
    3. Expansion de l'univers
2. Règles : Relativité générale, mécanique quantique, théorie des champs
3. Configurations : Constantes de couplage, paramètres libres

Questions fondamentales (style cosmo)

1. D'où venons-nous ? (État primordial de l'univers)
2. Qui sommes-nous ? (État actuel de l'univers)
3. Où allons-nous ? (Évolution de l'univers)



Symétries en physique des particules

Brisure spontanée de symétrie

Les lois de la nature peuvent posséder des symétries sans que l'état de vide (fondamental) le soit nécessairement

1. Boson : Goldstone, Higgs et les jauges
2. Glashow, Salam et Weinberg : $SU(2)xU(1)$

Modèle standard permet les associations suivantes :

Groupes de Lie pour les forces

1. nucléaire faible : SU(2)
2. nucléaire forte : SU(3)
3. électromagnétique : U(1)

Ferroaimant de Heisenberg - Dipôles magnétiques sur réseau

Invariance de H sous rotation

$$H = -J \sum_{i} \sum_{voisins j} \vec{S}_i \vec{S}_j$$

$\rightarrow$ État de plus basse énergie : dipôles alignés

Petit homme dans le réseau

Et bien plus encore : vortex pour expliquer les supra type I et II

1. Température critique (Curie)
2. Vides dégénérés : défauts topologiques prises (liés au solitons)

1. max : univers primordial (densité d'énergie)
2. min : notre état de l'univers ?
3. transition, et apparition d'un vrai vide
    1. possibilité de transition par effet tunnel
    2. taux de désintégration ; dégéneresence des faux vides

Fin de 1ère section

Retenez :

1. Description de l'univers par un potentiel, son origine, son évolution
2. Brisure spontanée de symétrie
3. État métastable
4. Deuxième section : lien entre les solitons et les défauts topologiques (brisure ...)

Équation d'ondes

Champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^n$: $\phi(\vec{x}, t)$

Équation d'onde O(n+1)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi = \Box\phi = 0 \tag{1}$$

Deux propriétés étudiées dans les solutions ϕ

- Forme et vitesse de l'onde conservées
- Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme et vitesse

1. Équation d'onde : V=0

Potentiels différents - Équations du mouvements modifiées

1. terme dispersif : $\Box\phi + \boldsymbol{m^2\phi} = 0$ (Klein-Gordon)
   1. onde plane : $k^2 \to k^2 + m^2$
2. terme non-linéaire : ϕ^3

En s'éloignant de l'équation d'onde, les deux propriétés peuvent être conservées : ondes solitaires et solitons

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée qui le mène vers l'onde solitaire

1. Densité d'énergie d'un soliton $\epsilon(x,t)$: localisée dans l'espace

$$E[\phi] = \int dxdt(\mathcal{H}[\phi]) = \int dxdt[\frac{1}{2}\partial_x\phi(\partial_x\phi)^* + V]$$
$$= \int dxdt[\frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V]$$

1. Énergie finie :
   1. $\lim_{x\to\pm\infty} \partial_x E = 0$
   2. $\lim_{x\to\pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$ où les $g^{(i)}$ sont les min. de V

Formalisme Lagrangien

Notation covariante

1. $x_0 = ct, x_{1,2,3} = x, y, z$
2. $x^\mu = (x_0, \vec{x})$ et $x^\mu = (x_0, -\vec{x})$
3. Métrique : $x^\mu = g^{\nu\mu} x_\nu$
4. Minkowski : $\eta^{\nu\mu}$ diag(1,-1,-1,-1)
5. indices répétés : $v_a \cdot v_a = \sum_{i=0}^{3} x_i^2$ (produit scalaire)

1. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int dx_\mu(\mathcal{L}[\phi])$
    1. Principe d'Hamilton : $\phi_0 \mid$ action minimisée
    2. Premier ordre nul pour un minimum d'action
2. $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial^\mu\phi)^* - V$
3. *Euler-Lagrange :* $\partial_\mu \left(\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}$

$$V = 0$$

$$\textit{Par Euler-Lagrange :} \partial_\mu(\frac{\partial_a\phi(\partial^a\phi)^*}{\partial_\mu\phi}) = 0$$

$$\partial_t(\partial^t\phi)^* + \partial_x(\partial^x\phi)^* + ... = 0$$

$$\Box\phi = 0$$

Kink : cas de figure typique

Potentiel d'ordre 4

1. deux minimums absolus
2. ...

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 - V$$
$$\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$$

Analogie mécanique classique

Champ

1. $\mathcal{H} = \cancel{\frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2} + \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)$
2. $\frac{\partial^2\phi}{\partial_x^2} = \frac{\partial V}{\partial\phi}$
3. $E_\phi = \int dx \left[\frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)\Big(\right]$
    1. E_ϕ finie $\leftrightarrow$ S_q finie $\rightarrow$ $E_q = 0$
    2. On étudie alors : -V

Particule

1. $L = \frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)$
2. $\frac{\partial^2\phi}{\partial_x^2} = -\frac{\partial U}{\partial\phi}$
3. $S_q = \int dt[\frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)]$

$V(\pm\infty) \to \pm 1$

1. CCEF

Solution privilégiée : D'un max à l'autre

Récapitulons :

1. 1+1 dimensions, mais solution statique
2. Potentiel V $\rightarrow$ Équations d'Euler-Lagrange
3. Équations d'Euler-Lagrange $\rightarrow$ Équations du mouvement :
    1. $\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$ (équation statique)
    2. solution : kink

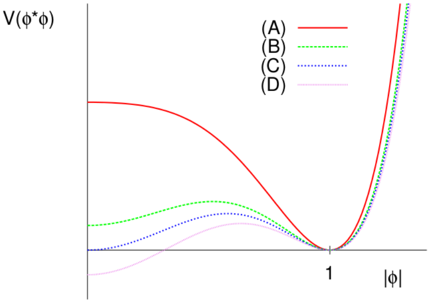
1. Défaut topologique et déformations continues
2. Mur de domaine (symétrie discrète brisée, 1 dimension)
3. En plusieurs dimensions, cordes cosmiques, monopôles

Retour - Cosmologie et solitons

1. Cosmologie et brisure de symétrie dans la nature (MS, ferroaimant)
2. Évidences expérimentales pour une brisure de symétrie

1. Expression des brisures de symétrie : défauts topologiques, solitons
2. Structure non triviale des vides : *solitons* $\leftrightarrow$ *univers*

Taux de désintégration : effet tunnel quantique



Potentiel inversé : recherche du chemin de moindre action (Euclidienne) $\rightarrow$ bounce

Intégrale de chemin : $\tau / V \approx e^{-So/\hbar}$

Fluctuation d'un soliton : autre source de désintégration ! ! !

Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

$$V(\phi,\psi) = (\psi^2-\delta_1)(\psi^2-1)^2+\frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}[(\phi^2-1)^2-\frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2]$$

1. 1+1 dimensions (x,t) mais on cherche une solution statique
2. Beaucoup de paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. Les champs sont couplés

Pourquoi bâtir un potentiel comme ça en premier lieu ? ! ? !

1. $\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minima central
2. Potentiel d'ordre 6, CLASSIQUE !

α : Importance du 2ème terme

γ : Importance du couplage

1. $\delta_2 \rightarrow$ Contrôle de la séparation entre minimum sur l'axe ϕ

À venir...

1. Trouver des solutions aux équations de mouvements (contraintes à $\lim_{x\to\pm\infty}$)

1. Tester la stabilité de la solution

1. Trouver une borne maximale sur l'action $\rightarrow$ borne minimale sur τ