Du Big Bang à l'apocalypse:

Symétries et solitons dans la cosmologie

Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique
Conférences du vendredi des stagiaires

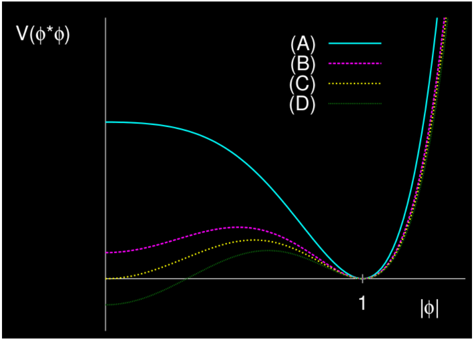
27-06-2014

Cosmologie 101

1. Cosmologie : Structure/origine/évolution de l'univers
   1. Big Bang
   2. Modèles inflationnistes
   3. Expansion de l'univers
2. Règles : Relativité générale, mécanique quantique, théorie des champs
3. Configurations : Constantes de couplage, paramètres libres

Questions fondamentales (style cosmo)

1. D'où venons-nous ? (État primordial de l'univers)
2. Qui sommes-nous ? (État actuel de l'univers)
3. Où allons-nous ? (Évolution de l'univers)



Symétries en physique des particules

Brisure spontanée de symétrie

Les lois de la nature peuvent posséder des symétries sans que l'état de vide (fondamental) le soit nécessairement

1. Boson : Goldstone, Higgs et les jauges
2. Glashow, Salam et Weinberg : $SU(2)xU(1)$

Modèle standard permet les associations suivantes :

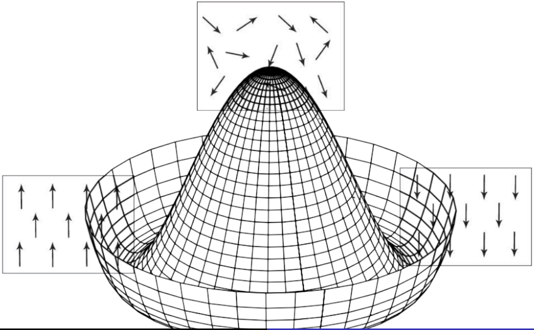
Groupes de Lie pour les forces

1. nucléaire faible : SU(2)
2. nucléaire forte : SU(3)
3. électromagnétique : U(1)

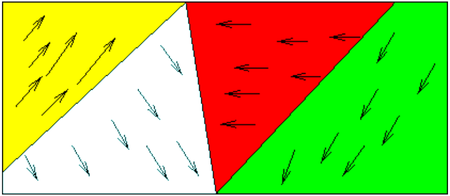
Ferroaimant de Heisenberg - Dipôles magnétiques sur réseau

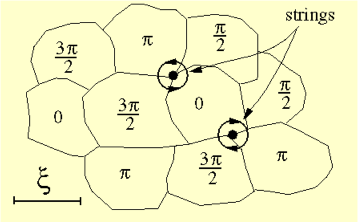
Invariance de H sous rotation - symétrie SO(2)

$$H = -J \sum_{i} \sum_{voisins j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$



1. Température critique (Curie)
2. Vides dégénérés, différant dans l'espace : défauts topologiques (solitons)





Fin de 1ère section

Cosmologie - Retenez :
Description de l'univers par un potentiel U

1. Origine → max(U)
2. État actuel
   → métastable ?
   → symétrie brisée ?

Outillage - Solitons :
→ Symétrie brisée
→ Défauts topologiques
→ Solitons

Évolution de l'univers :
Solitons peuvent affecter le taux de transition vers un vrai vide

Équation d'ondes

Champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^n$: $\phi(\vec{x}, t)$

Équation d'onde

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi = \Box\phi = 0 \tag{1}$$

Deux propriétés étudiées dans les solutions ϕ

- Forme et vitesse de l'onde conservées
- Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme et vitesse

1. Équation d'onde : V=0

Potentiels différents - Équations du mouvements modifiées

1. terme dispersif : $\Box\phi + \boldsymbol{m^2\phi} = 0$ (Klein-Gordon)
    1. onde plane : $k^2 \rightarrow k^2 + m^2$
2. terme non-linéaire : ϕ^3

En s'éloignant de l'équation d'onde, les deux propriétés peuvent être conservées : ondes solitaires et solitons

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée, vers l'onde solitaire !

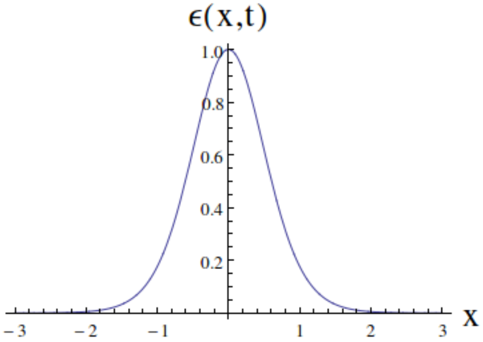
Description d'un soliton topologique

1. Densité d'énergie d'un soliton :
   1. Localisée dans l'espace (finitude)
   2. Conservée et non-nulle (solution non-dissipative, exigence topologique)

$$E[\phi] = \int dxdt(\mathcal{H}[\phi]) = \int dxdt[\frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 + V(\phi)]$$

2. Énergie finie :
   1. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \partial_x \mathcal{H} = 0$
   2. $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$ où les $g^{(i)}$ sont les min. de V
3. Structure des vides non triviale

En image



Formalisme Lagrangien

Notation covariante

1. $x_0 = ct \qquad x_{1,2,3} = x, y, z$
2. $x_\mu = (x_0, \vec{x}) \qquad x^\mu = (x_0, -\vec{x})$
3. Métrique : $x^\mu = g^{\nu\mu} x_\nu$
4. Minkowski : $\eta^{\nu\mu} \rightarrow diag(1, -1, -1, -1)$

$$\begin{aligned} \partial^\mu =& (\frac{1}{c}\partial_t, -\nabla) \\ \partial_\mu \partial^\mu =& \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \nabla^2 \end{aligned}$$

1. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int dx_\mu(\mathcal{L}[\phi])$
   1. Principe d'Hamilton : ϕ_0 | action minimisée
   2. Premier ordre nul pour un minimum d'action
2. $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial^\mu\phi)^* - V$
3. *Euler-Lagrange* : $\partial_\mu\left(\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\right) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}$

Équation d'ondes - V=0

Par Euler-Lagrange :

$$\partial_\mu(\frac{\partial_a\phi(\partial^a\phi)^*}{\partial_\mu\phi}) = 0$$

$$\partial_\mu(\partial^\mu\phi)^* = 0$$

$$\Box\phi = 0$$

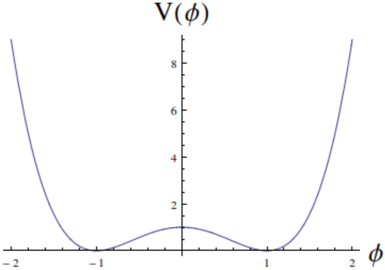
Kink : cas de figure typique

Théorie des champs :

1. Champ scalaire ϕ
2. 1+1 dimensions
   $\rightarrow$ solutions statiques

Par Euler-Lagrange :
$\rightarrow \phi'' = \lambda\phi^3 - m^2\phi$ (équation statique)

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$



Analogie mécanique classique

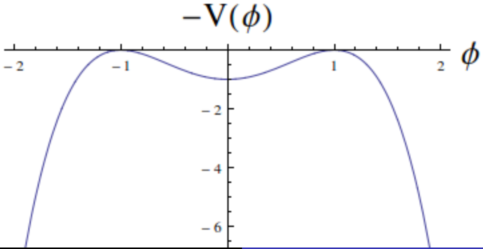
$$\mathcal{H}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial_\mu\phi)^* + V$$

Champ

1. $\mathcal{H} = \cancel{\frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2} + \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)$
2. $E_\phi = \int dx \left[\frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + V(\phi)\right]$

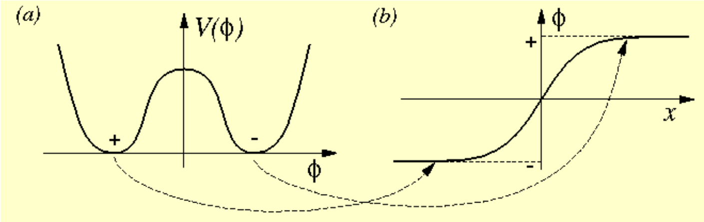
Particule

1. $L = \frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)$
2. $S_q = \int dt[\frac{1}{2}\dot{q}^2 - U(q)]$



Kink

$$\phi(x) = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} tanh\left[\frac{m}{\sqrt{2}}(x - x_0)\right]$$

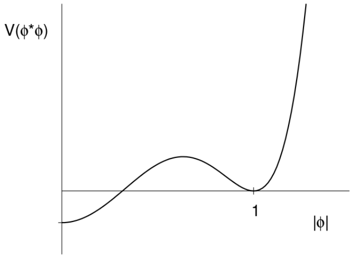


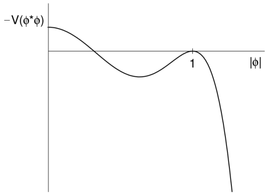
1. Défaut topologique et déformations continues
2. Mur de domaine (symétrie discrète brisée, 1 dimension)
3. En plusieurs dimensions, cordes cosmiques, monopôles

Retour - Cosmologie et solitons

1. Symétries brisées dans la nature (**MS**, ferroaimant)

1. Symétrie brisées : structure non triviale des vides dans l'univers $\rightarrow$ défauts topologiques $\rightarrow$ solitons
2. Évolution de l'univers ?





Taux de désintégration : effet tunnel quantique

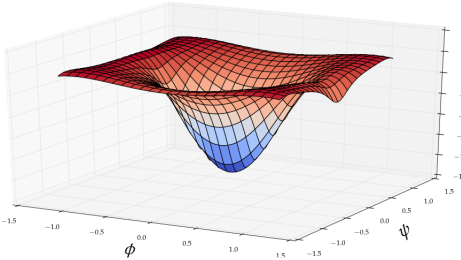
1. Action Euclidienne $\rightarrow \min S_E \rightarrow$ Bounce, instanton
2. Intégrale de chemin : $\tau / V \approx e^{-So/\hbar}$

Fluctuation d'un soliton : autre source de désintégration ! ! !

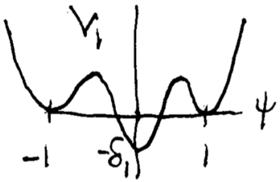
Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

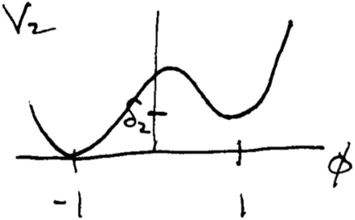
$$V(\phi,\psi) = (\psi^2-\delta_1)(\psi^2-1)^2+\frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}[(\phi^2-1)^2-\frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2]$$

1. 1+1 dimensions, on cherche une solution statique
2. Paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. γ : couplage



Pourquoi bâtir un potentiel comme ça en premier lieu ? ! ? !





1. $\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minima central
2. Potentiel d'ordre 6, CLASSIQUE !

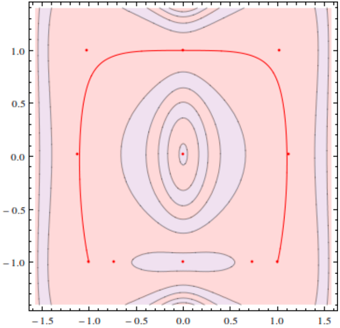
α : Importance du 2ème terme

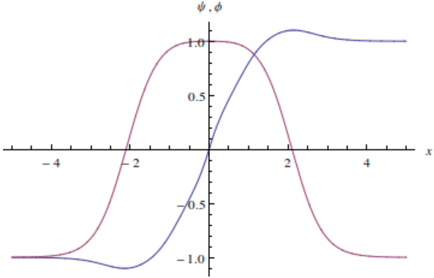
γ : Importance du couplage

1. $\delta_2 \rightarrow$ Contrôle de la séparation entre minimum sur l'axe ϕ

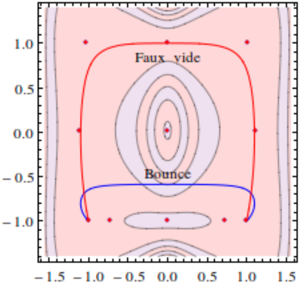
À venir...

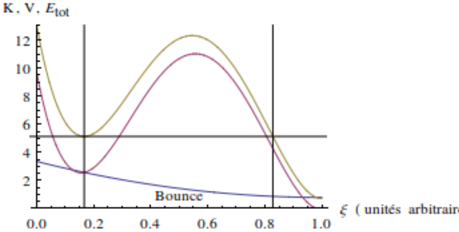
Solutions aux équations de mouvements (contraintes à $\lim_{x \to \pm\infty}$)





Tester la stabilité de la solution





Trouver une borne maximale sur l'action $\rightarrow$ borne minimale sur τ