Solitons et cosmologie, ou un exemple de symétrie et de beauté intersidérale

Conférence du vendredi

Éric Dupuis

Université de Montréal, département de physique des particules

XX-XX-2014

Équation d'ondes

- champ scalaire défini dans $\mathbb{R}^n$: $\phi(\vec{x}, t)$

équation d'onde

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi = \Box\phi = 0 \tag{1}$$

Deux propriétés étudiées dans les solutions ϕ

- Forme et vitesse de l'onde conservées
- Deux ondes retrouvent asymptotiquement leur forme et vitesse

1. Équation d'onde : V=0

Potentiels différents - Équations du mouvements modifiées

1. terme dispersif : $\Box\phi + \boldsymbol{m^2\phi} = 0$ (Klein-Gordon)
    1. onde plane : $k^2 \rightarrow k^2 + m^2$
2. terme non-linéaire : ϕ^3

En s'éloignant de l'équation d'onde, les deux propriétés peuvent être conservées : ondes solitaires et solitons

Sur sa monture, John Russell poursuit sa destinée qui le mène vers l'onde solitaire

1. Densité d'énergie d'un soliton $\epsilon(x, t)$: localisée dans l'espace
2. $E[\phi] = \int dxdt(\mathcal{H}[\phi]) = \int dxdt[\frac{1}{2}\partial_x\phi(\partial_x\phi)^* + V]$
3. Énergie finie :
   1. $\lim_{x\to\pm\infty} \partial_x E = 0$
   2. $\lim_{x\to\pm\infty} \phi[x] = g^{(i)}$

Formalisme Lagrangien

1. Potentiel défini pour toutes valeurs possibles de ϕ : V(ϕ)
2. Notation covariante :
   1. $x^\mu = (x^0, \vec{x})$
   2. $x^0 = ct; x^{1,2,3} = x, y, z$
   3. $x^\mu = \eta^{\nu\mu} x_\nu$ métrique
3. *Action* : $S[\phi] = \int dt(L[\phi]) = \int dtdx^n(\mathcal{L}[\phi])$
   1. Principe d'Hamilton : $\phi_0 \mid$ action minimisée
   2. Premier ordre nul pour un minimum d'action
4. $\mathcal{L}[\phi] = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi(\partial^\mu\phi)^* - V$
5. *Euler-Lagrange* : $\partial_\mu \left(\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}$
   1. V=0 $\rightarrow \Box\phi = 0$

Kink : cas de figure typique

Potentiel d'ordre 4

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - \frac{m^2}{\lambda})^2$$

1. deux minimums absolus
2. ...

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_x \phi)^2 - V$
$\rightarrow \phi'' = \lambda \phi^3 - m^2 \phi$

1. $\phi \to \phi(x, t)$: 1+1 dimensions
2. onde solitaire : solution statique

Thank you for your attention !

Potentiel à deux champs $\phi(x,t)$ et $\psi(x,t)$

$$V(\phi,\psi) = (\psi^2-\delta_1)(\psi^2-1)^2+\frac{\alpha}{\psi^2+\gamma}[(\phi^2-1)^2-\frac{\delta_2}{4}(\phi-2)(\phi+1)^2]$$

1. 1+1 dimensions (x,t) mais on cherche une solution statique
2. Beaucoup de paramètres : $\alpha, \gamma, \delta_1, \delta_2$
3. Les champs sont couplés

Pourquoi bâtir un potentiel comme ça en premier lieu ? ! ? !

$\delta_1 \rightarrow$ contrôle du minima central
Potentiel d'ordre 6, CLASSIQUE !

α : importance 2ème terme

γ : importance couplage

$\delta_2 \rightarrow$ contrôle de la séparation entre minimum