

# 第三章 线性电路分析方法

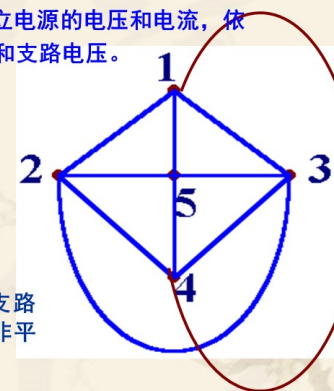
## 本章导学

**线性电路：**由线性时不变无源元件、线性受控源和独立源组成的电路称为线性时不变电路，也称线性定常电路，本书简称为线性电路。

**电路分析：**给定电路的结构、元件参数以及各独立电源的电压和电流，依据电路的两种约束，求出电路中所有的支路电流和支路电压。

### 电路分类：

- 简单电路：仅有一个独立节点或一个回路。
- 复杂电路：含有多个节点或回路。
- 平面电路：可画在一个平面上，且使各条支路除连接点外不再有交叉支路的电路。否则，为非平面电路。



## 电路分析基本方法

### 支路的伏安关系

### 基本分析方法

- 支路电流法
- 支路电压法
- 支路电流-支路电压法
- 网孔电流法
- 节点电位法

## 3.1 支路电流法

对具有n个节点，b条支路的电路，直接以b条支路的电流为待求变量，依据KCL、KVL和支路伏安关系列写方程，从而对电路进行分析求解的方法。

节点数 $n=4$ ，支路树 $b=6$ ，网孔数 $m=3$ （内网孔），回路数为7。利用支路电流法需要列出6个方程。

KCL方程：

$$\text{节点A: } i_1 + i_4 + i_6 = 0$$

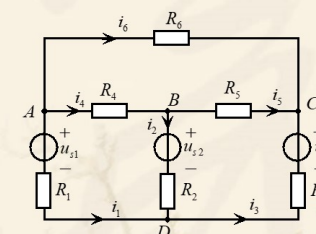
$$\text{节点B: } i_2 - i_4 + i_5 = 0$$

$$\text{节点C: } -i_3 - i_5 - i_6 = 0$$

三个式子相加：

$$-i_3 + i_1 + i_2 = 0 \quad \text{或} \quad i_3 - i_1 - i_2 = 0$$

（为节点D的KCL方程）



回路 I :

$$-R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_4 i_4 = u_{s1} - u_{s2}$$

回路 II :

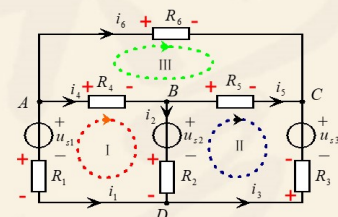
$$-R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_5 i_5 = u_{s2} - u_{s3}$$

回路 III :

$$-R_4 i_4 - R_5 i_5 + R_6 i_6 = 0$$

外网孔 :

$$-R_1 i_1 - R_3 i_3 + R_6 i_6 = u_{s1} - u_{s3}$$



对平面电路列出约束方程，其独立方程的个数正好等于网孔的个数。

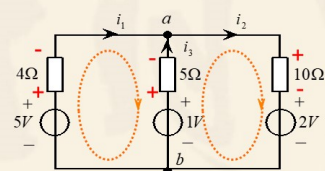
5

支路电流法的步骤：

- (1) 画出电路图。
- (2) 设定各支路电流的大小和参考方向。
- (3) 选取独立节点，写出n-1个KCL方程。
- (4) 写出m个回路的KVL方程（一般选网孔回路）。
- (5) 联立求解所列出的b个独立方程，即得各支路电流。
- (6) 根据支路的伏安关系，即得各支路的电压。
- (7) 利用求得的支路电流和支路电压，可求得支路功率。

6

例1 用支路电流法求图示电路各支路电流，并求中间支路吸收的功率。



解：  $-i_1 + i_2 - i_3 = 0$

$$4i_1 - 5i_3 = 5 - 1$$

$$5i_3 + 10i_2 = 1 - 2$$

$$i_1 = 0.5 A$$

$$i_2 = 0.1 A$$

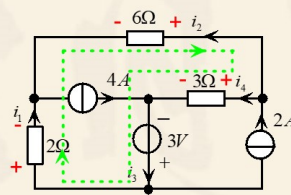
$$i_3 = -0.4 A$$

$$u_{ab} = -5i_3 + 1 = 3V$$

$$P_{ab} = -u_{ab} i_3 = 1.2W$$

7

例2 求支路电流  $i_1, i_2, i_3, i_4$ 。



$$-i_1 - i_2 + 4 = 0$$

$$-4 + i_3 - i_4 = 0$$

$$i_2 + i_4 - 2 = 0$$

$$2i_1 - 6i_2 + 3i_4 - 3 = 0$$

支路电流法

$$i_1 = 3 A, i_2 = 1 A, i_3 = 5 A, i_4 = 1 A$$

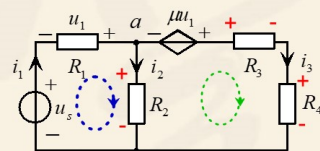
8



例3 图示电路，写出求解支路电流的独立方程组。

解：

$$\left. \begin{aligned} -i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 &= u_s \\ -R_2 i_2 + (R_3 + R_4) i_3 &= \mu u_1 \\ u_1 &= -R_1 i_1 \text{ (辅助方程)} \end{aligned} \right\}$$



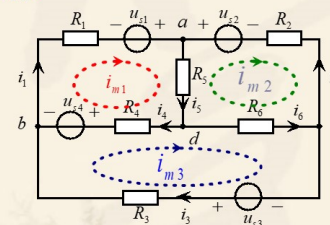
9

## 3.2 网孔法

网孔电流：主观设想在网孔回路中流动的电流。

网孔电流的参考方向均是任意设定的。

以网孔电流作为待求变量，根据KVL和支路伏安关系列写电路方程，从而对电路进行分析的方法，称之为网孔回路法或网孔电流法，简称网孔法。



依据：(1) KVL  
(2) 支路VAR

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_{m1} \\ i_2 &= -i_{m2} \\ i_3 &= i_{m3} \\ i_4 &= i_{m1} - i_{m3} \\ i_5 &= i_{m1} - i_{m2} \\ i_6 &= i_{m3} - i_{m2} \end{aligned} \right\}$$

10

对于节点a，其KCL方程

$$i_1 + i_2 = i_5 \quad \text{即} \quad i_{m1} - i_{m2} = i_{m1} - i_{m2}$$

说明各网孔电流之间不受约束，彼此独立，不能互求。

对回路1列写KVL：  $R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_4 i_4 = u_{s1} - u_{s4}$

将支路电流用网孔电流表示，得

$$(R_1 + R_4 + R_5) i_{m1} - R_5 i_{m2} - R_4 i_{m3} = u_{s1} - u_{s4}$$

自电阻

互电阻

互电阻

回路电压源电压升代数和

网孔方程

$$-R_5 i_{m1} + (R_2 + R_5 + R_6) i_{m2} - R_6 i_{m3} = -u_{s2}$$

$$-R_4 i_{m1} - R_6 i_{m2} + (R_3 + R_4 + R_6) i_{m3} = u_{s3} + u_{s4}$$

11

网孔方程

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_5) i_{m1} - R_5 i_{m2} - R_4 i_{m3} &= u_{s1} - u_{s4} \\ -R_5 i_{m1} + (R_2 + R_5 + R_6) i_{m2} - R_6 i_{m3} &= -u_{s2} \\ -R_4 i_{m1} - R_6 i_{m2} + (R_3 + R_4 + R_6) i_{m3} &= u_{s3} + u_{s4} \end{aligned} \right\}$$

令

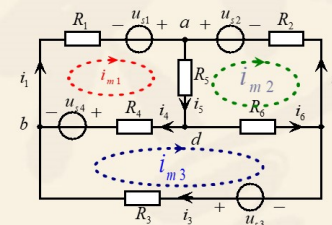
$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_5 \quad R_{12} = -R_5 \quad R_{13} = -R_4$$

$$u_{s11} = u_{s1} - u_{s4}$$

$$R_{11} i_{m1} + R_{12} i_{m2} + R_{13} i_{m3} = u_{s11}$$

$$R_{21} i_{m1} + R_{22} i_{m2} + R_{23} i_{m3} = u_{s22}$$

$$R_{31} i_{m1} + R_{32} i_{m2} + R_{33} i_{m3} = u_{s33}$$



可见，列出网孔方程，求出网孔电流，求出支路电流，用支路的伏安关系就可以求出支路电压了。这就是网孔分析法。

12

## 网孔法的解题步骤

网孔方程列写的理论依据：KVL、VAR

网孔方程的个数：大于等于 $m$ 个

网孔法的一般步骤：

- (1) 画出电路图。
- (2) 设定各网孔电流的大小和参考方向。
- (3) 对各网孔列写约束方程，方程个数与网孔个数相等。
- (4) 联立求解约束方程组，即可得各网孔电流。
- (5) 求出各支路电流和各支路电压，并进一步求出支路功率。

13

## 物理意义：

反映了在各电压源的共同作用下，沿网孔电流的方向，各元件电压降的代数和等于沿该方向回路电压源电压升的代数和。

对于线性时不变平面电路，网孔方程中各项物理意义明确，规律性强，数目较少，求解速度快，因此也是较为广泛使用的一种方法。

14

## 理想电流源的处理

例1 图示电路。试用网孔法求电流  $i_4$ 。

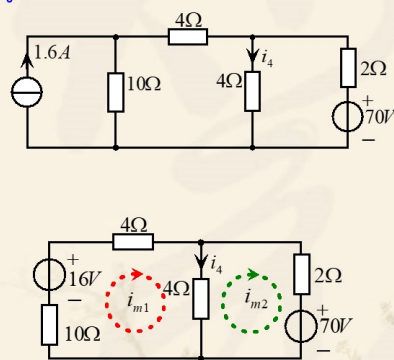
解法1：

进行电源等效变换，将理想电流源与电阻的并联变换为一个实际的电压源，

网孔方程为

$$\begin{cases} 18i_{m1} - 4i_{m2} = 16 \\ -4i_{m1} + 6i_{m2} = -70 \end{cases}$$

$$i_4 = i_{m1} - i_{m2} = 11A$$



15

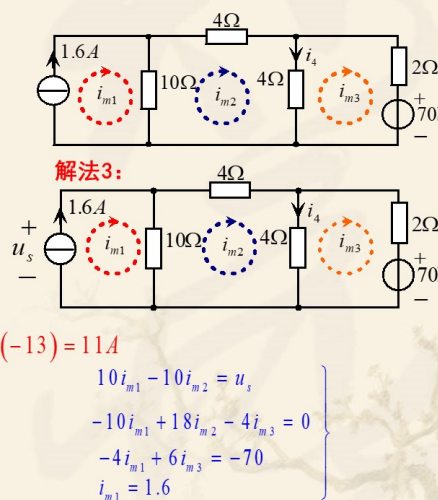
解法2：

可选适当的回路，使该理想电流源称为一个已知的网孔电流，再列写其余网孔的网孔方程；

$$\begin{cases} i_{m1} = 1.6 \\ -10i_{m1} + 18i_{m2} - 4i_{m3} = 0 \\ -4i_{m2} + 6i_{m3} = -70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_{m1} = 1.6A \\ i_{m2} = -2A \\ i_{m3} = -13A \end{cases}$$

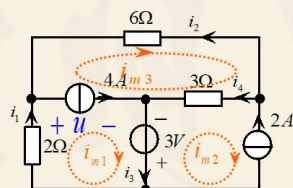
解法3：设出电流源两端的电压，把电流源当作电压源列方程



16



例2 求支路电流  $i_1, i_2, i_3, i_4$ 。



网孔电流法

$$\begin{cases} 2i_{m1} = -u + 3 \\ i_{m2} = -2A \\ -3i_{m2} + (6+3)i_{m3} = u \\ i_{m1} - i_{m3} = 4A \end{cases}$$

$$i_1 = i_{m1}, i_2 = -i_{m3}$$

$$i_3 = i_{m1} - i_{m2}$$

$$i_4 = i_{m3} - i_{m2}$$

$$i_1 = 3A, i_2 = 1A, i_3 = 5A, i_4 = 1A$$

17

## 网孔法的应用

(含受控源)

基本步骤:

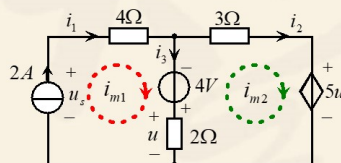
- 1) 先将受控源暂当独立电源列方程;
- 2) 将控制量用网孔电流表示;
- 3) 整理、化简方程, 并求解。

注意: 若需进行等效变换, 切记: 控制支路保留。

18

例3 图示电路, 用网孔法求各支路电流, 并求受控源  $5u$  所吸收的功率  $P$ 。

解:



$$\begin{cases} i_{m1} = 2 \\ -2i_{m1} + (3+2)i_{m2} = -4 - 5u \\ u = 2(i_{m1} - i_{m2}) \text{ (补充方程)} \end{cases}$$

$$i_{m1} = 2A, i_{m2} = 4A, u = -4V$$

各支路的参考方向如图示, 有:

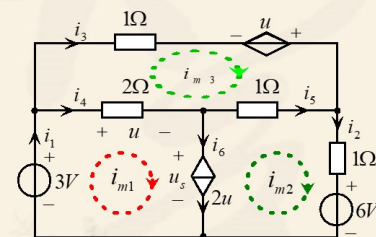
$$i_1 = 2A, i_2 = i_{m2} = 4A, i_3 = i_{m1} - i_{m2} = -2A$$

$$P = 5ui_2 = -80W$$

19

例4 图示电路, 用网孔法电流法求各支路电流, 并求受控源发出的功率。

解:



$$\begin{cases} 2i_{m1} - 2i_{m3} = 3 - u_s \\ 2i_{m2} - i_{m3} = u_s - 6 \\ -2i_{m1} - i_{m2} + 4i_{m3} = u \\ i_{m1} - i_{m2} = 2u \\ u = 2(i_{m1} - i_{m3}) \end{cases}$$

$$i_{m1} = 2A, i_{m2} = -2A, i_{m3} = 1A, u = 2V, u_s = 1V$$

$$\begin{cases} i_1 = 2A \\ i_2 = -2A \\ i_3 = 1A \\ i_4 = 1A \\ i_5 = -3A \\ i_6 = 4A \end{cases} \quad P = -u_s i_6 = 4W$$

20

例5 图示电路， $u_1 = 2V$ ，求电阻 $R$ 和电流 $i$ 的值。

$$(5 + 2 + 5)i_{m1} - 2i_{m2} - 5i_{m3} = 13$$

$$-2i_{m1} + 6i_{m2} = -5u_1 = -10$$

$$-5i_{m1} + (5 + R)i_{m3} = 5u_1 = 10$$

$$u_1 = 2(i_{m1} - i_{m2}) = 2$$

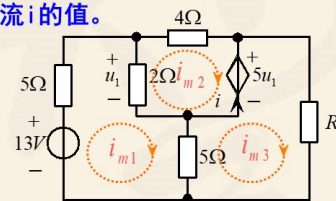
$$i_{m1} = -1A$$

$$i_{m2} = -2A$$

$$i_{m3} = 1A$$

$$R = 0$$

$$i = i_{m3} - i_{m2} = 3A$$



21