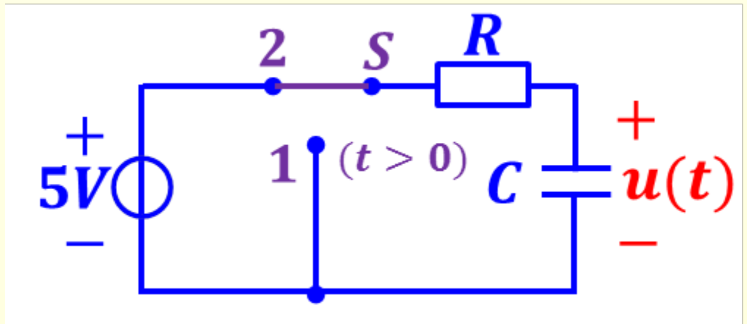
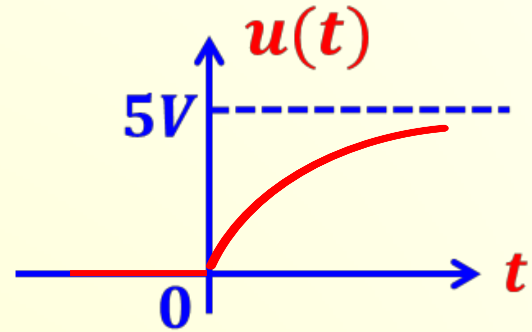
# 第12章　一阶电路时域分析

# 本章导学



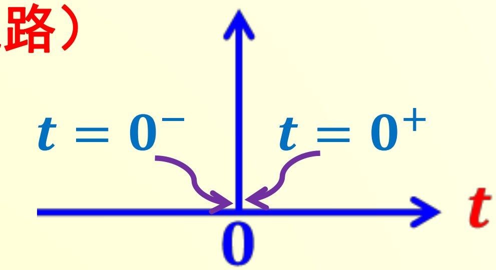

稳态

暂态

**产生暂态的原因**

内因：动态元件（动态电路）

外因：换路




**研究的理论依据**

$KCL\ \ KVL\ \ VAR$

换路定律

**研究方法**

时域经典法

# 12.1 基本信号

## 一、直流信号

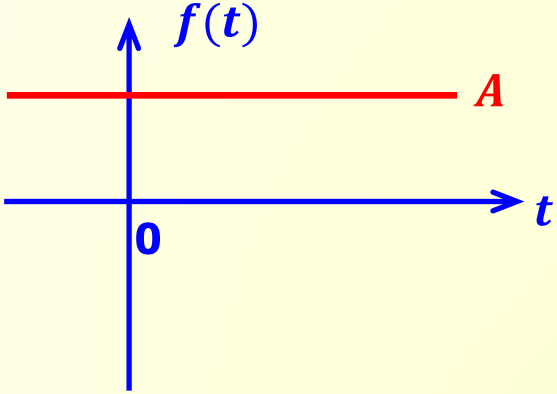
$$f(t) = A$$
$$-\infty < t < \infty$$

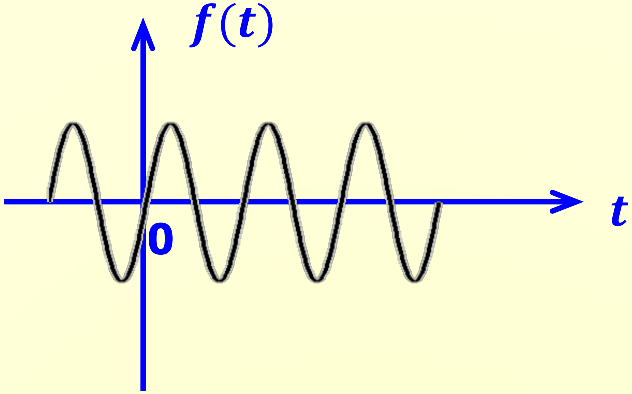
## 二、正弦信号

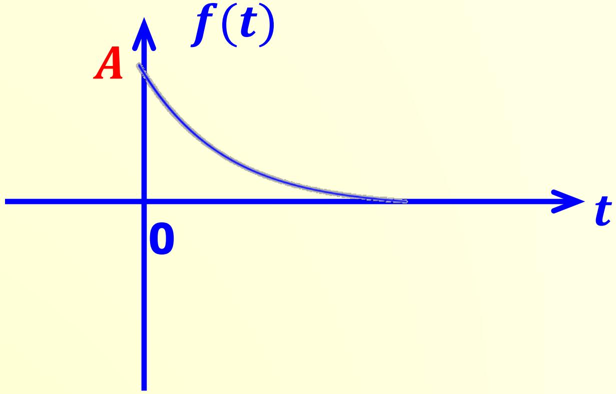
$$f(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$$
$$(-\infty < t < \infty)$$

## 三、单边指数信号

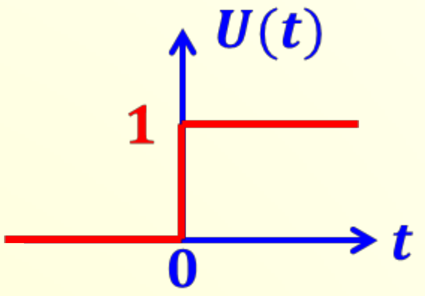
$$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ Ae^{-at}, t > 0 \end{cases}$$



# 四、单位阶跃信号




**定义：**

$$U(t)=\epsilon(t)=1(t)=\begin{cases}0, t<0\\1, t>0\end{cases}$$

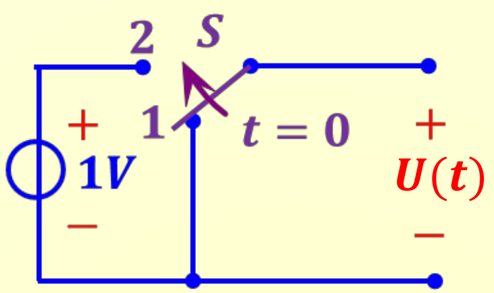
**性质：切除性**

$$y(t)=f(t)U(t)=\begin{cases}0, t<0\\f(t), t>0\end{cases}$$

**推广：**

$$U(t-t_0)=\begin{cases}0, t<t_0\\1, t>t_0\end{cases}\qquad AU(t)=\begin{cases}0, t<0\\A, t>0\end{cases}$$

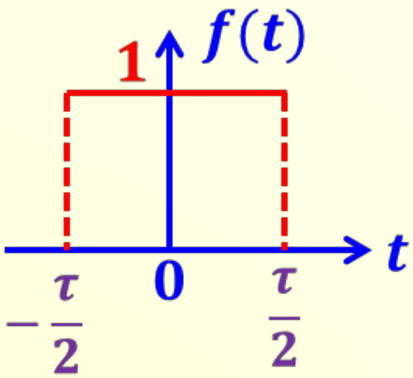
**实现：开关电路**



## 五、单位门信号

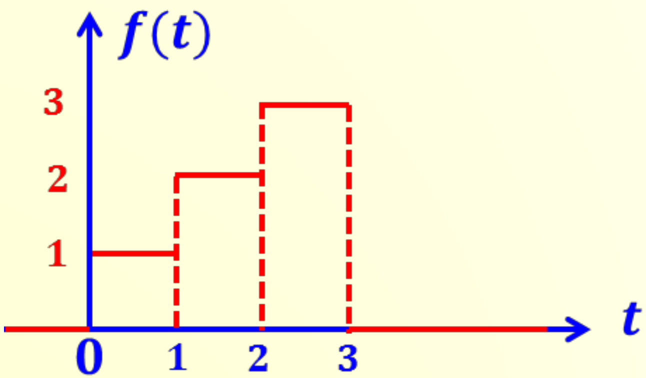
定义：

$$G_\tau(t)=\begin{cases}1, -\dfrac{\tau}{2}<t<\dfrac{\tau}{2}\\ 0, \text{其它}\end{cases}$$




阶跃信号表示： $G_\tau(t)=U\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-U\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$

推广： $G_\tau(t-t_0)=?$ $AG_\tau(t)=?$




例：图示信号。（1）用门信号表示；

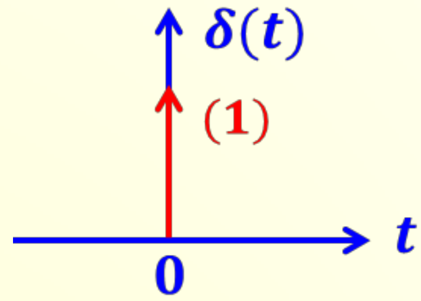
（2）用阶跃信号表示。

$$f(t)=G_1\left(t-\frac{1}{2}\right)+2G_1\left(t-\frac{3}{2}\right)+3G_1\left(t-\frac{5}{2}\right)$$

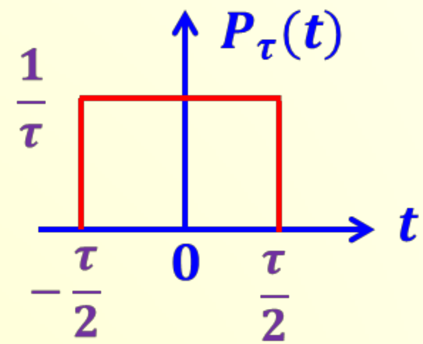
$$f(t)=U(t)+U(t-1)+U(t-2)-3U(t-3)$$

# 六、单位冲激信号

**定义：** $\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\ 0, & t\neq 0\end{cases}$ 且 $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$




**推广：** $A\delta(t)=?$ $A\delta(t-t_0)=?$




**性质：** (1) $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$

(3) $\delta(-t)=\delta(t)$

(4) $\delta(at)=\frac{1}{a}\delta(t)$ $a$是大于零的实常数

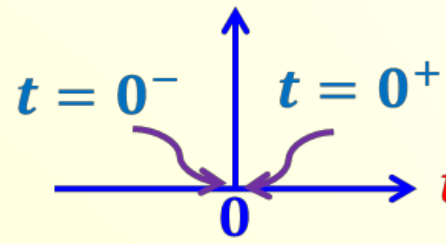
$U(t)$与$\delta(t)$关系：

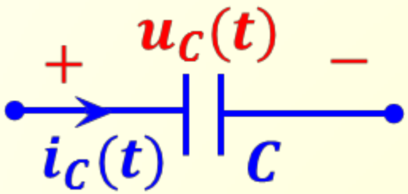
$$\delta(t)=\frac{dU(t)}{dt}$$

$$U(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau$$

# 12.2 换路定律

**换路：** 由任何原因所引起的电路结构与参数的改变。如电路的接通、断开、参数改变、连接方式改变、激励改变等。



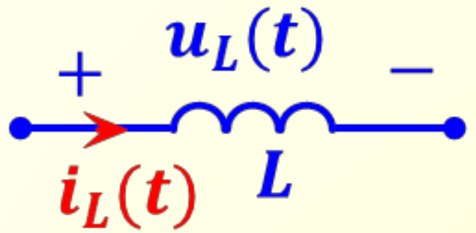

$$i_C(t)=C\frac{du_C(t)}{dt} \Rightarrow u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i_C(\tau)d\tau+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i_C(\tau)d\tau=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$t=0^+$时：$$u_C(0^+)=u_C(0^-)+\boxed{\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i_C(\tau)d\tau}$$

若$i_C(t)$为有限值　$u_C(0^+)=u_C(0^-)$　**电容换路定律**

意义：能量不能发生突变。




$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0^-} u_L(\tau)d\tau + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{t} u_L(\tau)d\tau = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{t} u_L(\tau)\,d\tau$$

$t = 0^+$时：　$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \boxed{\frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+} u_L(\tau)d\tau}$

若电压$u_L(t)$为有限值：　$i_L(0^+) = i_L(0^-)$　**电感换路定律**

意义：能量不能发生突变。

换路定律的成立是有条件的 。

换路定律主要是用来在换路瞬间（ t=0瞬间），由电路的初始条件$u_C(0^-), i_L(0^-)$求电路中电容电压和电感电流的初始值$u_C(0^+), i_L(0^+)$ 。

**换路定律：**

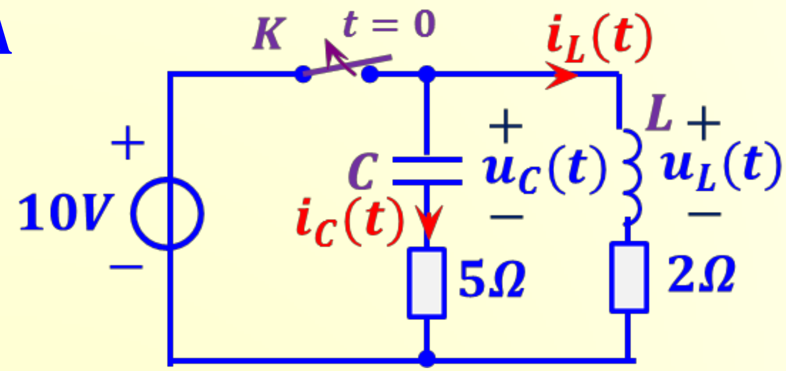
（1）若$i_C(t)$有限，则：$u_C(0^+)=u_C(0^-)$ 或$q(0^+)=q(0^-)$.

（2）若$u_L(t)$有限，则：$i_L(0^+)=i_L(0^-)$ 或 $\psi(0^+)=\psi(0^-)$.

例：图示电路，$t<0$，开关K闭合，电路稳定；$t=0$时刻，开关K打开，求$u_C(0^+)$ 和$i_L(0^+)$.

$t<0$，开关K闭合，电路稳定，有

$$u_C(0^-)=10V \qquad i_L(0^-)=5\text{A}$$




根据换路定律，有

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=10V$$

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=5A$$

# 12.3 电路初始值的求解

在$t=0^+$ 时刻电路中的电压、电流以及它们的各阶导数的值统称为电路电量的初始值。

电路初始值 $\begin{cases} \text{独立初始值} & u_C(0^+), i_L(0^+) \\ \text{非独立初始值} & \text{其余电量在} t=0^+ \text{时的值} \end{cases}$

非独立初始值的确定：$t=0^+$等效电路法

（1）根据换路前的电路，求出$u_C(0^-)$ 及$i_L(0^-)$ 。

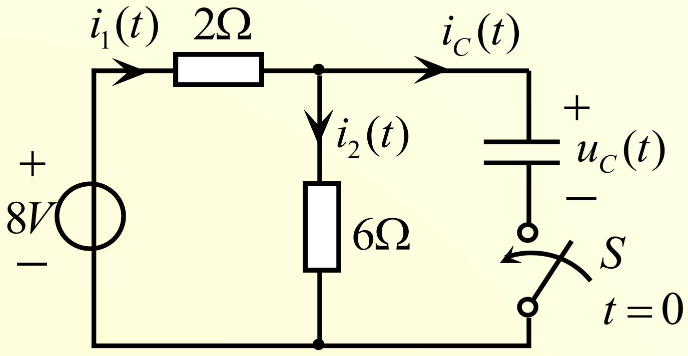
（2）求出独立初始值$u_C(0^+)$及$i_L(0^+)$ 。

（3）画出$t=0^+$ 时的等效电路：

电容用电压等于$u_C(0^+)$的电压源代替，电感用电流等于$i_L(0^+)$的电流源来代替。

（4）求得非独立初始值。

例1 图示电路，已知$t < 0$时开关S打开，$u_C(0^-) = 0$。现$t = 0$时将开关S闭合，求$i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$, $i_C(0^+)$ 。

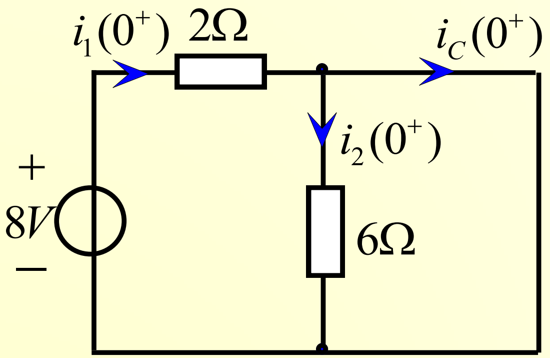



解： t<0时，S打开：

$$u_C(0^-) = 0$$

t=0时，S闭合，由换路定理可知：

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0$$



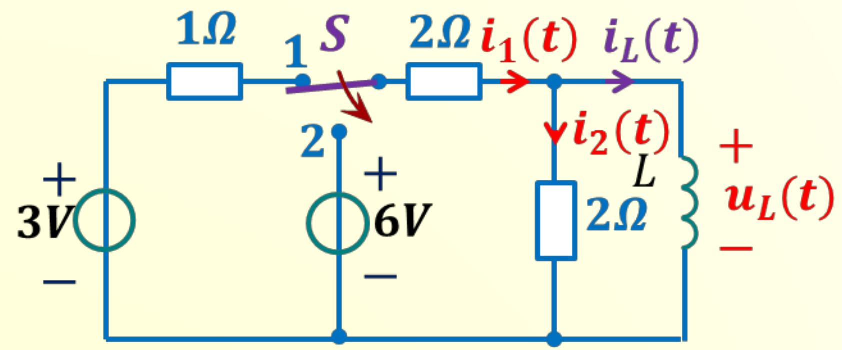

画出 $t = 0^+$ 等效电路

$$i_1(0^+) = i_C(0^+) = \frac{8}{2} = 4A$$

$$i_2(0^+) = 0$$

例2 图示电路，t<0时开关在“1”，电路已处于稳定状态。t=0时将开关从“1”扳到“2”，求$i_1(0^+), i_2(0^+), u_L(0^+)$ 。

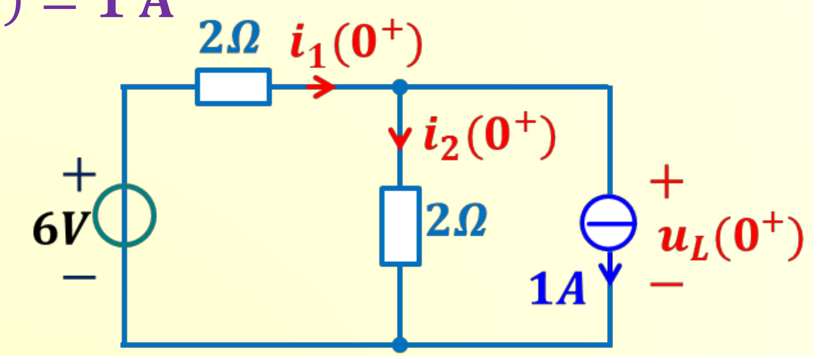
**解:**




t<0时，电路处于稳状，电感相当于短路

$$i_L(0^-) = \frac{3}{1+2} = 1\ A$$

t=0，根据换路定理有 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1\ A$

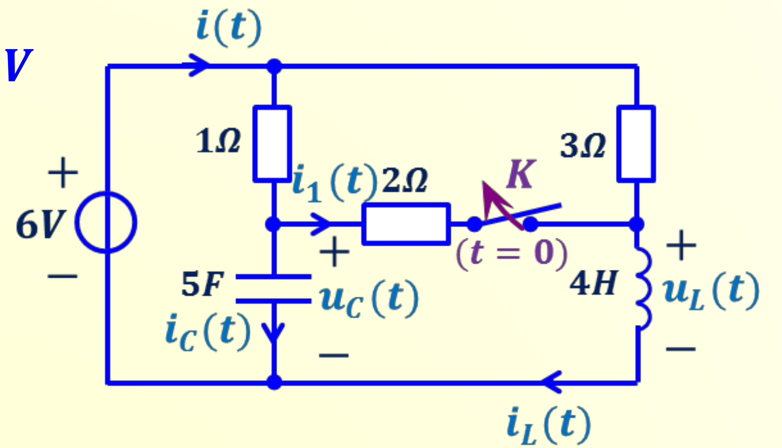



画出$t = 0^+$ 等效电路

$$\begin{cases} 2i_1(0^+) + 2i_2(0^+) = 6 \\ i_1(0^+) = i_2(0^+) + 1 \end{cases}$$

$$i_1(0^+) = 2A, i_2(0^+) = 1A, u_L(0^+) = 2V$$

例3 图示电路，t<0时K闭合，电路已达稳态。今于t=0时刻K打开，求初始值$i_L(0^+), u_C(0^+), i(0^+), i_C(0^+), u_L(0^+), \frac{di_L}{dt}(0^+), \frac{du_C}{dt}(0^+)$.

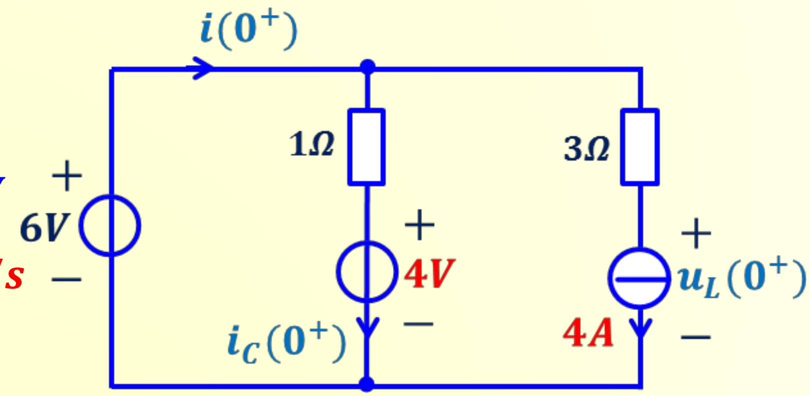



t<0时： $i_L(0^-) = 4\ A$ $\qquad u_C(0^-) = \frac{2}{3} \times 6 = 4\ V$

t=0时：$i_L(0^+) = i_L\ (0^-) = 4\ A$

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 4\ V$$

画出$t = 0^+$ 等效电路




$$i_C(0^+) = \frac{6 - u_C(0^+)}{1} = 2\ A$$

$$i(0^+) = i_C\ (0^+) + i_L(0^+) = 6\ A$$

$$u_L(0^+) = 6 - 3i_L(0^+) = -6\ V$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow \frac{di_L}{dt}(0^+) = \frac{1}{L}u_L(0^+) = -1.5\ A/s$$

$$i_C(t) = C\frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt}(0^+) = \frac{1}{C}i_C(0^+) = 0.4\ V/s$$

# 12.4 线性时不变电路性质

## 一. 齐次性

$f(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow y(t)$ $Af(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow Ay(t)$

## 二. 叠加性

$f_1(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow y_1(t)$ $f_2(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow y_2(t)$

$f_1(t)+f_2(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow y_1(t)+y_2(t)$

## 三. 线性性

$A_1f_1(t)+A_2f_2(t) \rightarrow \boxed{\text{线性电路}} \rightarrow A_1y_1(t)+A_2y_2(t)$

## 四. 时不变性

$$f(t) \longrightarrow \boxed{线性电路} \longrightarrow y(t)$$

$$f(t-t_0) \longrightarrow \boxed{线性电路} \longrightarrow y(t-t_0)$$

## 五. 微分性

$$\frac{df(t)}{dt} \longrightarrow \boxed{线性电路} \longrightarrow \frac{dy(t)}{dt}$$

## 六. 积分性

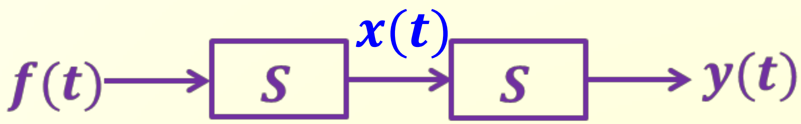
$$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \longrightarrow \boxed{线性电路} \longrightarrow \int_{-\infty}^{t} y(\tau)d\tau$$

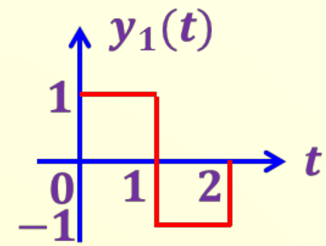
## 七. 因果性

t>0时作用在电路中的激励，不会t<0时在电路中产生响应，此结论即为因果性。

例： 右图所示系统已知： $f_1(t)=U(t)\rightarrow y_1(t)$


则对下图所示系统， $f(t)=U(t)-U(t-2)\rightarrow y(t)=?$



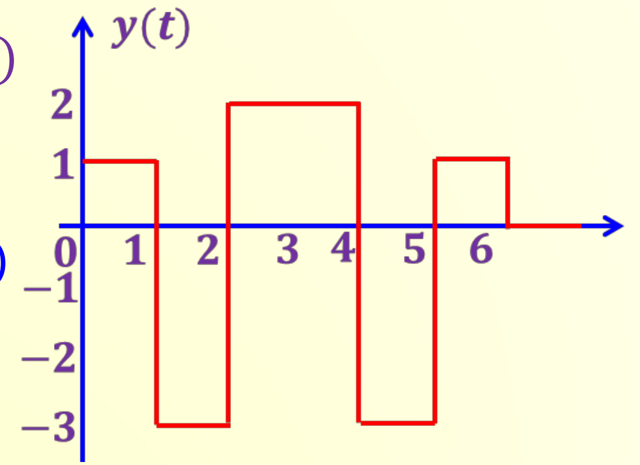




**解：**

$$y_1(t)=U(t)-2U(t-1)+U(t-2)$$

对所示的级联系统，有 $f(t)=f_1(t)-f_1(t-2)$

$$x(t)=y_1(t)-y_1(t-2)$$
$$=U(t)-2U(t-1)+2U(t-3)-U(t-4)$$




$$y(t)=y_1(t)-2y_1(t-1)+2y_1(t-3)-y_1(t-4)$$

$$=U(t)-4U(t-1)+5U(t-2)-5U(t-4)-4U(t-5)-U(t-6)$$