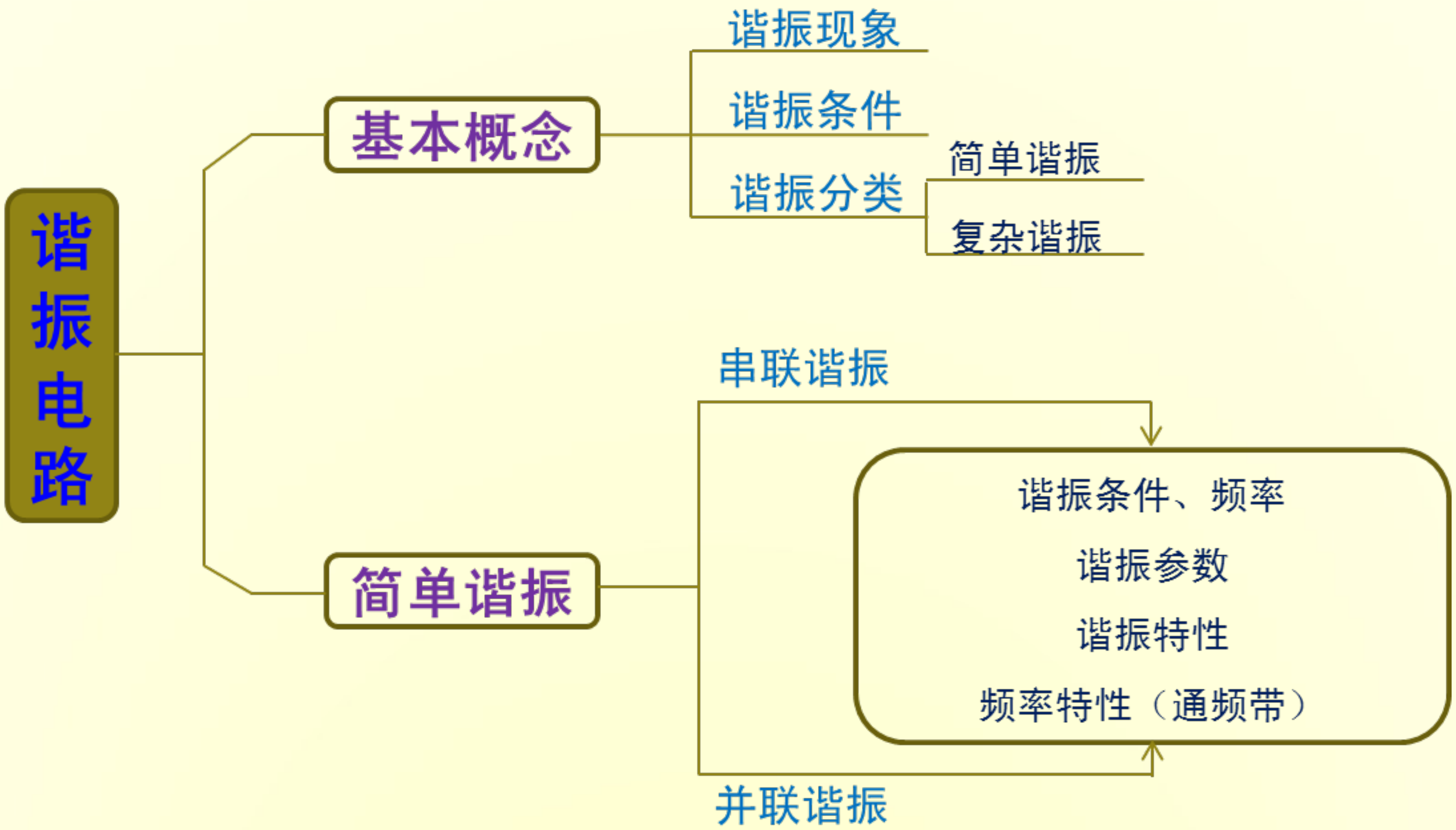
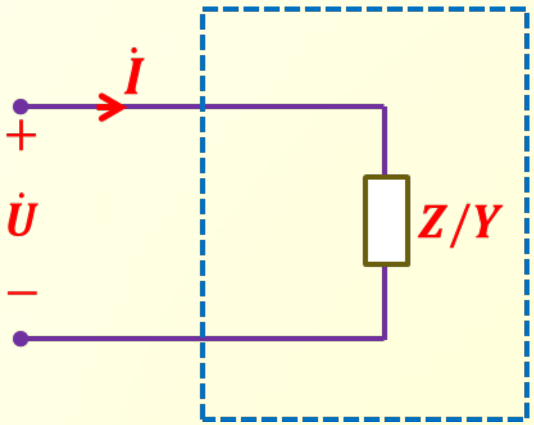
第八章　谐振电路


谐振电路
基本概念
谐振现象
谐振条件
谐振分类
简单谐振
复杂谐振
简单谐振
串联谐振
谐振条件、频率
谐振参数
谐振特性
频率特性（通频带）
并联谐振

谐振现象： 含有RLC的无源单口网络在正弦激励作用下，对于某些频率出现端口电压、电流同相位。



$$Z = R + jX \text{或} Y = G + jB$$

谐振条件：

$$X = X_L - X_C = 0 \quad \text{或：} \quad B = B_C - B_L = 0$$

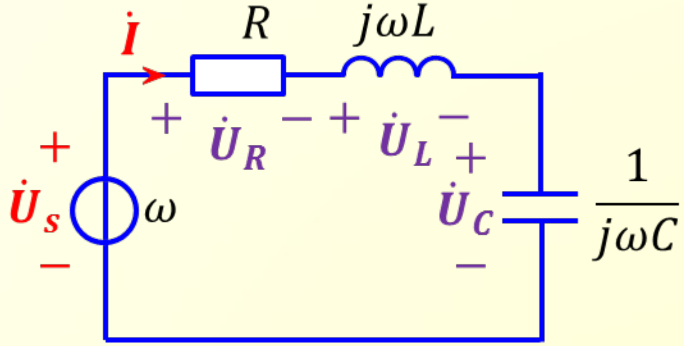
谐振分类：

简单谐振：
（1）串联谐振
（2）并联谐振

复杂谐振：
（3）串并谐振
（4）耦合谐振

8.1 串联谐振电路

一、谐振条件与谐振频率：



谐振的条件为： $X = \omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$

$$\Rightarrow \quad \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ 谐振角频率

它只由电路本身的参数L、C所确定的

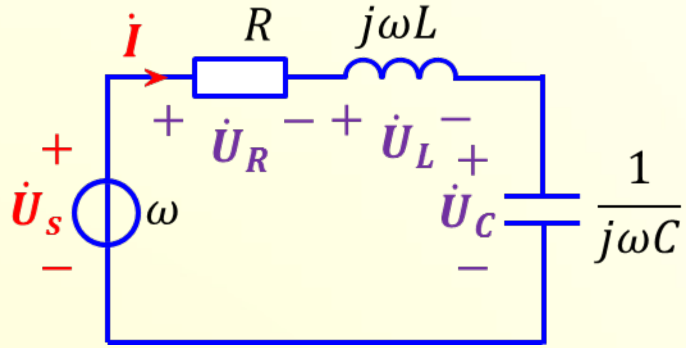
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ 谐振频率

谐振产生方法：

（1）信号源给定，改变电路参数；

（2）电路给定，改变信号源频率。

二、串联谐振参数：



（1）谐振阻抗：谐振时电路的输入阻抗：

$$Z_0 = R$$

（2）特征阻抗：谐振时的感抗或容抗：

$$\rho = X_{L0} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

（3）品质因数：

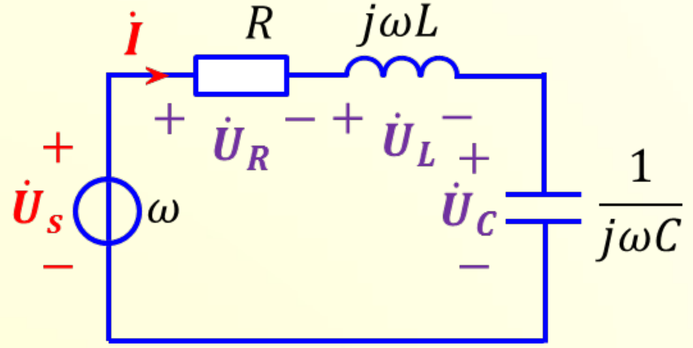
$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_{L0}}{R} = \frac{X_{C0}}{R}$$

三、串联谐振特性：

（1）谐振阻抗为纯电阻，其值为最小，即：$Z_0 = R$

（2）电流与电源电压同相位，即：$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$=0

（3）功率因数：$\cos\varphi = 1$

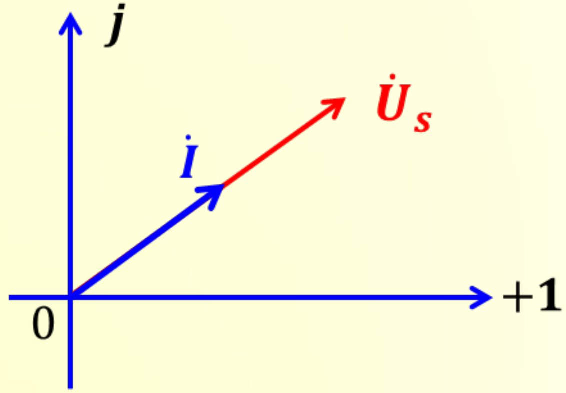


（4）电流的模达到最大值， $I = I_0 = U_s/R$ ，谐振电流。

（5）L、C两端均可能出现高电压。

$$U_{L0} = I_0 X_{L0} = \frac{U_s}{R} X_{L0} = QU_s \qquad U_{C0} = I_0 X_{C0} = \frac{U_s}{R} X_{C0} = QU_s$$

电压谐振



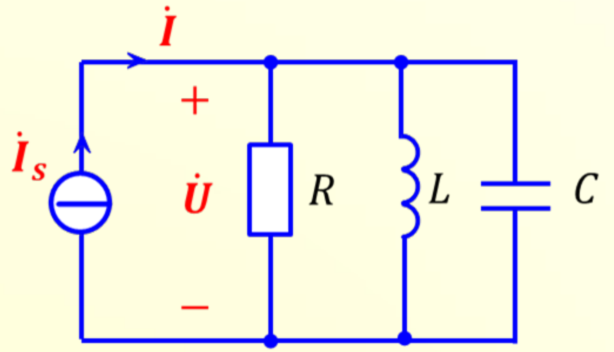
（6）电压、电流同相位。

8.2 并联谐振

一、谐振条件与谐振频率

电路模型(*a*) ： $\dot{I}_S = \dot{U}Y$

$$Y = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$



(*a*)

谐振条件： $B = \omega C - \dfrac{1}{\omega L} = 0$

谐振频率： $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$

或 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

谐振导纳： $Y_0 = \dfrac{1}{R}$

谐振阻抗： $Z_0 = R$

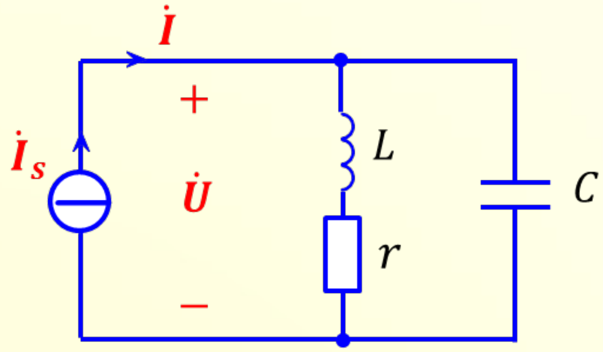
特征阻抗： $\rho = \sqrt{L/C}$

品质因数： $Q = \dfrac{1/\rho}{Y_0} = \dfrac{R}{\rho}$

电路模型（ b）： $\dot{I}_S = \dot{U}Y$

$$Y = j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L}$$

$$= j\omega C + \frac{r - j\omega L}{r^2 + (\omega L)^2}$$



(b)

谐振条件： $\omega C - \dfrac{\omega L}{r^2 + (\omega L)^2} = 0$

谐振阻抗： $Z_0 = \dfrac{L/C}{r}$

谐振频率： $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \left(\dfrac{r}{L}\right)^2} = \omega_0$

特征阻抗： $\rho = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

实际工程中$\omega_0 L \gg r$，ω_0很高，ω在ω_0附近变化，故

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad 或 \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

二、并联谐振特性

（1） 导纳最小： $Y_0 = \dfrac{R}{L/C}$

（2） $\varphi_u - \varphi_i = 0$

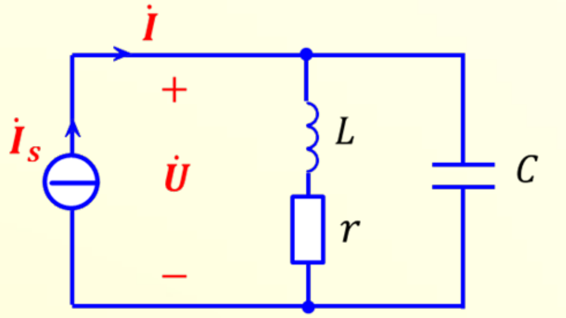
（3） $\cos\varphi = 1$

（4） 电压达到最大值： $U = I_S Z_0$

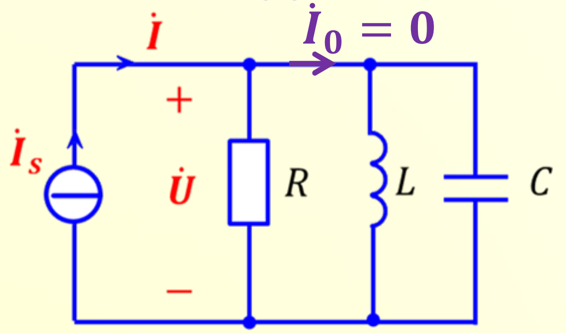
（5） L、C中出现过电流：（电流谐振）

$I_S \approx I_C = QI$

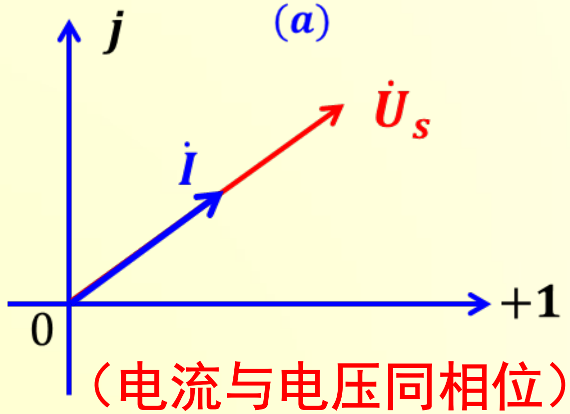
（6） 相量图



(b)

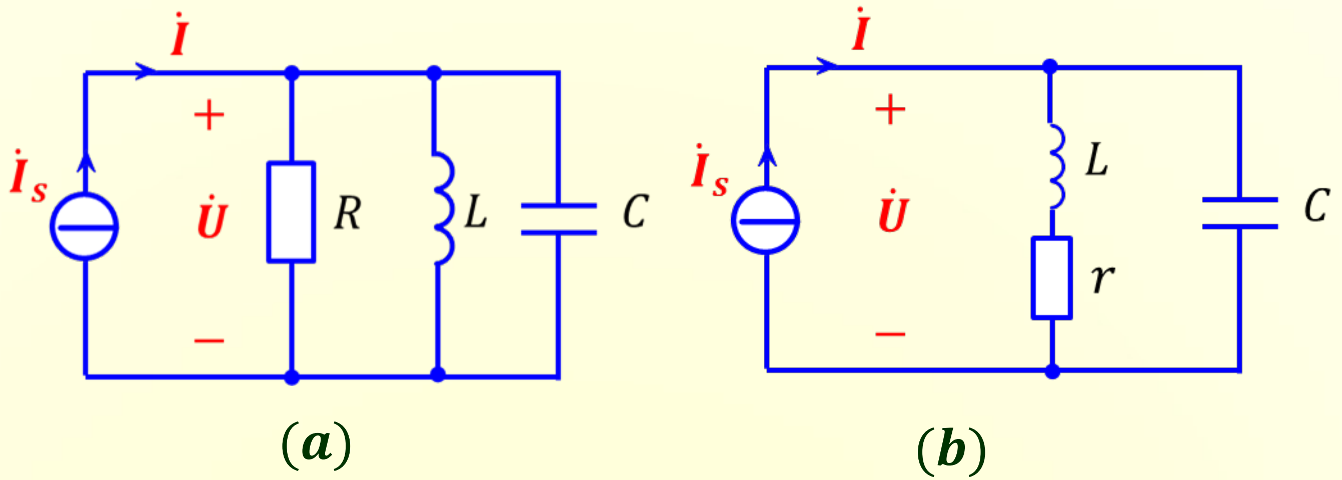


(a)



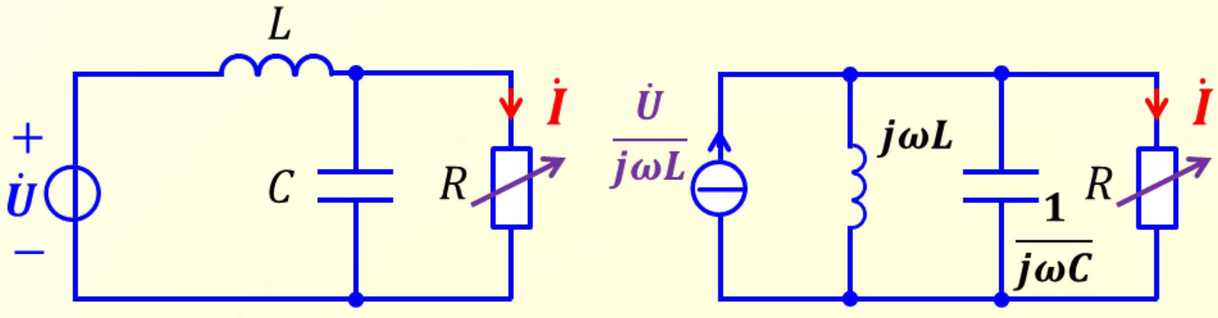
（电流与电压同相位）

三、电路等效变换：



	(a)	(b)
谐振阻抗：	$Z_0 = R$	$Z_0 = \dfrac{L/C}{r}$
等效参数：	$R = \dfrac{L/C}{r}$	$r = \dfrac{L/C}{R}$
品质因数：	$Q = \dfrac{R}{\sqrt{L/C}}$	$Q = \dfrac{\sqrt{L/C}}{r}$

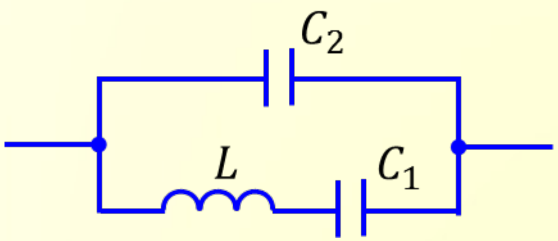
例 如图，在$R \neq \infty$ 的条件下改变R，欲使$\dot{I}$的值不变，求电路的角频率。



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{j\omega L}$$

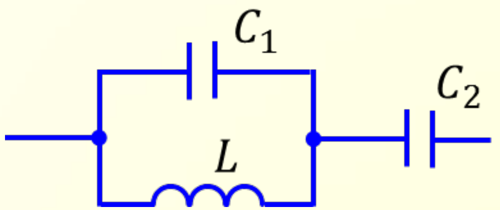
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* 串、并联谐振 求图示电路谐振频率：



$$Z = \frac{-j\frac{1}{\omega C_2} \times j(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})}{-j\frac{1}{\omega C_2} + j(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})} = \frac{-j\frac{1}{\omega C_2} \times j(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})}{j[\omega l - \left(\frac{1}{\omega C_2} + \frac{1}{\omega C_1}\right)]}$$

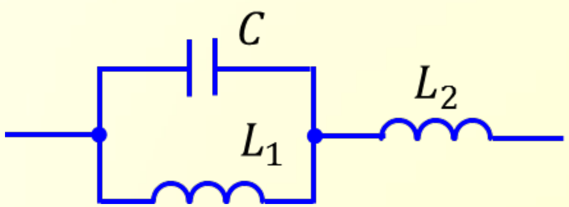
$$\omega_{串} = \frac{1}{\sqrt{LC_1}} \qquad \omega_{并} = \frac{1}{\sqrt{L\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$



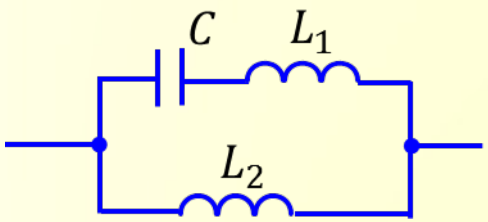
$$Z=\frac{-j\frac{1}{\omega C_1}\times j\omega L}{-j\frac{1}{\omega C_1}+j\omega L}=\frac{-j\frac{L}{C_1}}{\omega L-\frac{1}{\omega C_1}}-j\frac{1}{\omega C_2}$$

$$\omega_{并}=\frac{1}{\sqrt{LC_1}}\qquad \omega_{串}=\frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2)}}$$

串联谐振：$Z=0$（短路）；并联谐振：$Z=\infty$（开路）



$$\omega_{并}=\frac{1}{\sqrt{L_1C}}\qquad \omega_{串}=\frac{1}{\sqrt{\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}C}}$$



$$\omega_{串}=\frac{1}{\sqrt{L_1C}}\qquad \omega_{并}=\frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$