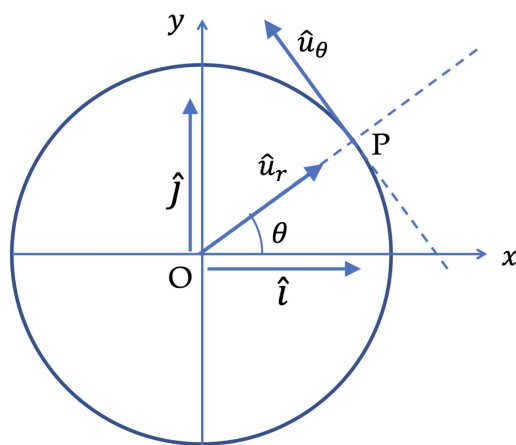


12/1 物理讀書會講義

複習：極座標的運動學

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$



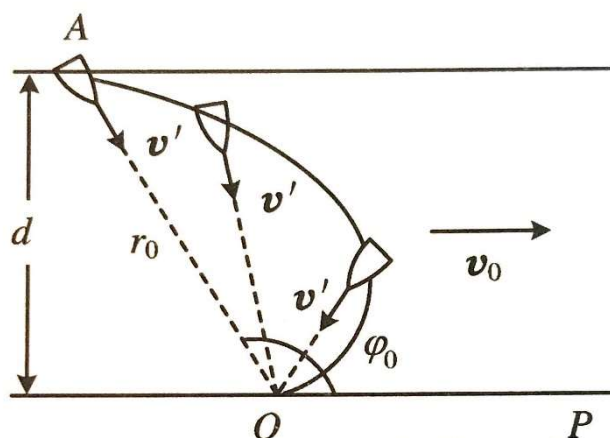
極座標的單位向量¹

¹ <http://www.physicsbootcamp.org/Motion-in-Polar-Coordinates.html>

湍流中固定指向的小船²

如圖，一小船 A 在水流流速 v_0 ，寬 d 的河道中，時時刻刻皆朝 O 點以固定速率 v' 移動。已知 $\overline{AO} = r_0$ 、 $\angle AOP = \phi_0$ ，試求船由 A 至 O 的軌跡方程式。

提示：以 O 為原點，建立極座標。



您可能會需要以下的積分：

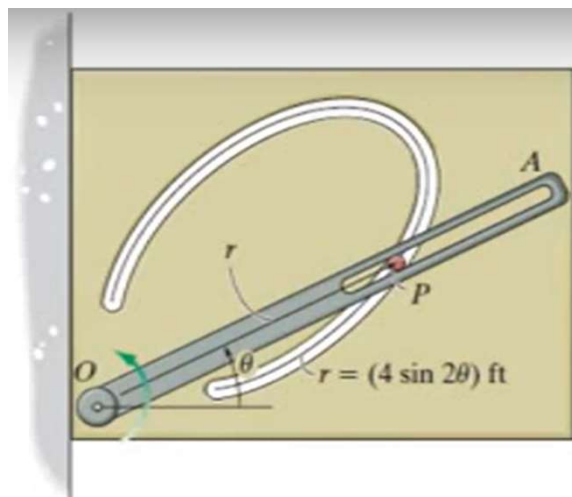
$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan \frac{x}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{\tan x} = \ln |\sin x| + C$$

² 物理學難題集萃 上冊。舒幼生、胡望雨、陳秉乾。

轉動臂與曲型滑道³

如圖，一光滑以角速度 ω 旋轉的臂 \overline{OA} 上有一被限制在臂上滑動的小球 P 。小球隨著臂的轉動，在 $r = 4 \sin 2\theta$ 的軌道上無摩擦地滑動。以 r 、 θ 、 ω 表示小球的速度 $\vec{v}(\theta)$ 與加速度 $\vec{a}(\theta)$ 。



$$\vec{v}(\theta) = 8\omega \cos 2\theta \hat{r} + r\omega \hat{\theta}$$

$$\vec{a}(\theta) = (-16\omega^2 \sin 2\theta - r\omega^2) \hat{r} + 16\omega^2 \cos 2\theta \hat{\theta}$$

³ <https://www.youtube.com/watch?v=6d-Jh8G8hfc>

不想被狗狗追的小孩^{4 5}

在 xy 平面上，小孩從原點開始，以速率 v 往 $+y$ 方向走。一隻狗從位置 $(L, 0)$ 開始，以速率 u 朝著小孩的方向前進， $u < v$ 。設狗在 t 秒追到小孩，求 $t = ?$

(官方提示：建議用小孩作為參考點，並使用極座標系)

(編者提示：用向量較佳，巧用內積)

$$t = \frac{Lu}{u^2 - v^2}$$

⁴ 2023 天物盃 https://www.facebook.com/tianwuphysics/?locale=zh_TW

⁵ <https://arxiv.org/pdf/0711.3293.pdf>