

# 干涉與繞射 實驗報告

實驗日期 2023/11/23

組員：王嗣方

## 實驗目的

利用幾何光學原理，使用已知縫寬與縫距的狹縫求出雷射光波長，並測出頭髮直徑與光碟片凹槽槽距。

## 實驗原理

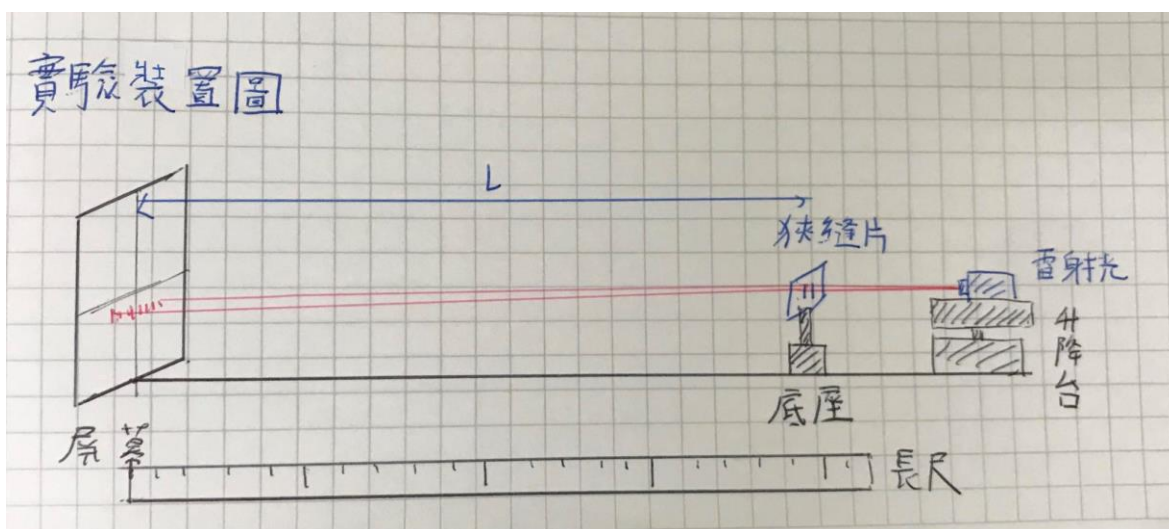
當兩光束間光程差  $\Delta l = n\lambda$  時發生建設性干涉，呈亮紋； $\Delta l = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$  時則有破壞性干涉，呈暗紋。在雙狹縫干涉中，雷射光垂直照在狹縫上。由兩狹縫射出的光線有光程差  $\Delta l = d \sin \theta \approx d\theta$ 。在距  $L$  處的屏幕上可觀察到間隔  $\Delta y = \frac{L\lambda}{d}$  的干涉條紋。在單狹縫繞射中，繞射條紋間距亦為  $\Delta y = \frac{L\lambda}{d}$ ，但中央亮紋寬度為  $2\Delta y$ 。

當雷射光照射在頭髮上，從左右繞過頭髮的光線相當於雙狹縫干涉中由兩狹縫射出的光線，亦能從干涉現象反推頭髮直徑  $d = \frac{L\lambda}{\Delta y}$ 。

另外，給定  $N$  組  $X, Y$  數據，其迴歸直線  $Y = mX + b$  之斜率  $m$  的不確定度為

$$\Delta m = \sqrt{N \frac{A}{\Delta}}$$

其中  $A = \frac{1}{N-2} \sum_i (Y_i - (mX_i + b))^2$ ,  $\Delta = N \sum_i X_i^2 - (\sum_i X_i)^2$ 。



實驗裝置圖

## 實驗器材

器材名稱	數量/規格	器材名稱	數量/規格
雙狹縫片	1 片 / 縫距	單狹縫片	1 片 / 縫寬
雷射光源	1 個 / 半導體雷射紅光	升降台	1 個
狹縫片架	1 個	狹縫片架底座	1 個
長尺	1 把 / 1m 長	屏幕	1 個 / 可黏貼白紙
雷射電源線	1 條	透明膠帶	1 捲
透明直尺	1 把 / 15cm 長	透明直尺貼紙	數條 / 15cm，黏於白紙上
CD / DVD	1 片	頭髮	1 根

## 實驗步驟

架設實驗器材如實驗器材圖。

### 單狹縫繞射

1. 於狹縫片架上使用透明膠帶固定雙狹縫片。
2. 調整屏幕位置，使  $L \approx 1\text{ m}$ ，以長尺量測屏幕與狹縫距離  $L$ 。
3. 量測屏幕上 10 個亮暗間隔的長度，記錄此數值為  $10\Delta y$ 。
4. 計算雷射光波長

### 雙狹縫繞射

1. 於狹縫片架上使用透明膠帶固定單狹縫片。
2. 調整屏幕位置，使  $L \approx 0.4\text{ m}$ ，以長尺量測屏幕與狹縫距離  $L$ 。
3. 量測屏幕上 10 個亮暗間隔的長度，記錄此數值為  $10\Delta y$ 。
4. 以  $L \approx 0.6\text{ m}, 0.8\text{ m}, 0.9\text{ m}, 1.0\text{ m}$  重複上述。
5. 繪圖計算雷射光波長。

### 頭髮的干涉

1. 於狹縫片架上使用透明膠帶固定一根頭髮。
2. 調整屏幕位置，使  $L \approx 0.6\text{ m}$ ，以長尺量測屏幕與狹縫距離  $L$ 。
3. 量測屏幕上 10 個亮暗間隔的長度，記錄此數值為  $10\Delta y$ 。
4. 以  $L \approx 0.8\text{ m}, 0.9\text{ m}, 1.0\text{ m}, 1.2\text{ m}$  重複上述。

何承祐

- 繪圖計算頭髮直徑。

## CD 片干涉

- 於狹縫片架上使用透明膠帶固定撕除印刷層的 CD 片。
- 調整屏幕位置，使  $L \approx 0.1 \text{ m}$ ，以長尺量測屏幕與狹縫距離  $L$ 。
- 量測屏幕上 1 個亮暗間隔的長度 (第一級干涉條紋)，記錄此數值為  $\Delta y$ 。
- 以  $L \approx 0.2 \text{ m}, 0.3 \text{ m}, 0.4 \text{ m}, 0.5 \text{ m}$  重複上述。
- 繪圖計算 CD 片凹槽槽距。

## 實驗結果

### 單狹縫繞射

$L = 1.00 \pm 0.02 \text{ (m)}$ 。縫距  $d = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。

$$10 \Delta y = 6.1 \pm 0.1 \text{ (cm)} \Rightarrow \Delta y = (6.1 \pm 0.1) \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{L} = \frac{(1 \times 10^{-4})(6.1 \pm 0.1) \times 10^{-3}}{(1.00 \pm 0.02)} \text{ (m)} = (610 \pm 16) \times 10^{-9} \text{ (m)} = \mathbf{(610 \pm 16) \text{ nm}}$$

註： $\tan \theta = \frac{\Delta y}{L} = \frac{6.1 \times 10^{-3}}{1}$ ， $\theta$  極小。以下除了 CD 干涉實驗外將使用  $\theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$  之近似。

### 雙狹縫繞射

$$d = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$(L \pm 0.02) \text{ m}$	$(10 \Delta y \pm 0.05) \times 10^{-2} \text{ m}$	$(\Delta y \pm 0.005) \times 10^{-2} \text{ m}$
0.40	1.05	0.105
0.60	1.60	0.160
0.80	2.10	0.210
0.90	2.40	0.240
1.00	2.70	0.270

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{L} \Rightarrow \Delta y = \left(\frac{\lambda}{d}\right)L$$

$$\Delta y = (-4.27 \times 10^{-5}) + (2.72 \times 10^{-3})L$$

$$r^2 = 0.999 \quad b = -4.27 \times 10^{-5}, m = 2.72 \times 10^{-3}$$

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b><math>Y_i - [b + mX]</math></b>	<b><math>(Y_i - [b + mX])^2</math></b>
0.40	$1.05 \times 10^{-3}$	$4.7 \times 10^{-6}$	$2.21 \times 10^{-11}$
0.60	$1.60 \times 10^{-3}$	$1.07 \times 10^{-5}$	$1.14 \times 10^{-10}$
0.80	$2.10 \times 10^{-3}$	$-3.33 \times 10^{-5}$	$1.11 \times 10^{-9}$
0.90	$2.40 \times 10^{-3}$	$-5.3 \times 10^{-6}$	$2.81 \times 10^{-11}$
1.00	$2.70 \times 10^{-3}$	$2.27 \times 10^{-5}$	$5.15 \times 10^{-10}$

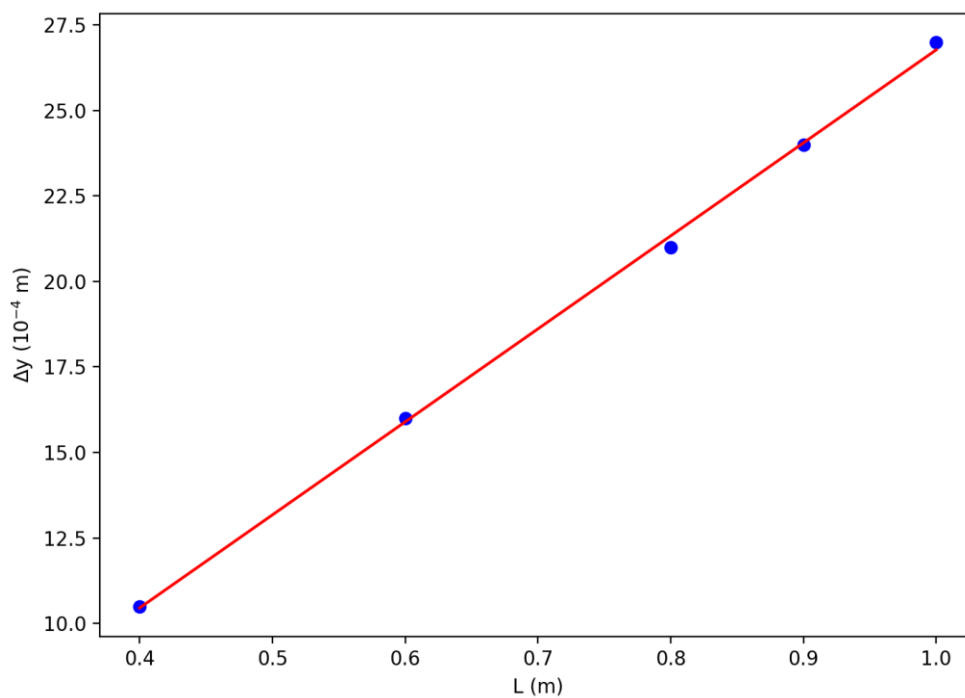
$$A = \frac{1}{N-2} \sum_i (Y_i - (mX_i + b))^2 = \frac{1}{5-2} \times (1.79 \times 10^{-9}) = 5.97 \times 10^{-10}$$

$$\Delta = N \sum_i X_i^2 - (\sum_i X_i)^2 = 5(2.97) - (3.7)^2 = 1.16$$

$$\Delta m = \sqrt{N \frac{A}{\Delta}} = \sqrt{5 \times \frac{5.97 \times 10^{-10}}{1.16}} = 5.07 \times 10^{-5}$$

$$m = 2.72 \times 10^{-3} \pm 5 \times 10^{-5}$$

$$\lambda = md = (680 \pm 13) \text{ nm}$$



雙狹縫干涉  $\Delta y - L$  關係圖

何承祐

以下計算使用二方法得出之波長值平均

$$\lambda_{avg} = \frac{(610 \pm 16) + (680 \pm 13)}{2} = (645 \pm 10) \text{ nm}$$

頭髮的繞射

$(L \pm 0.02) \text{ m}$	$(10 \Delta y \pm 0.05) \times 10^{-2} \text{ m}$	$(\Delta y \pm 0.005) \times 10^{-2} \text{ m}$
0.60	3.10	0.310
0.80	4.40	0.440
0.90	4.70	0.470
1.00	5.35	0.535
1.20	6.4	0.640

$$\lambda = \frac{d\Delta y}{L} \Rightarrow \Delta y = \left(\frac{\lambda}{d}\right)L$$

$$\Delta y = (-9.25 \times 10^{-5}) + (5.43 \times 10^{-3})L$$

$$r^2 = 0.994, b = -9.25 \times 10^{-5}, m, = 5.43 \times 10^{-3}$$

$$A = \frac{1}{N-2} \sum_i (Y_i - (mX_i + b))^2 = \frac{1}{5-2} \times (3.72 \times 10^{-8}) = 1.24 \times 10^{-8}$$

$$\Delta = N \sum_i X_i^2 - (\sum_i X_i)^2 = 5(4.25) - (4.5)^2 = 1$$

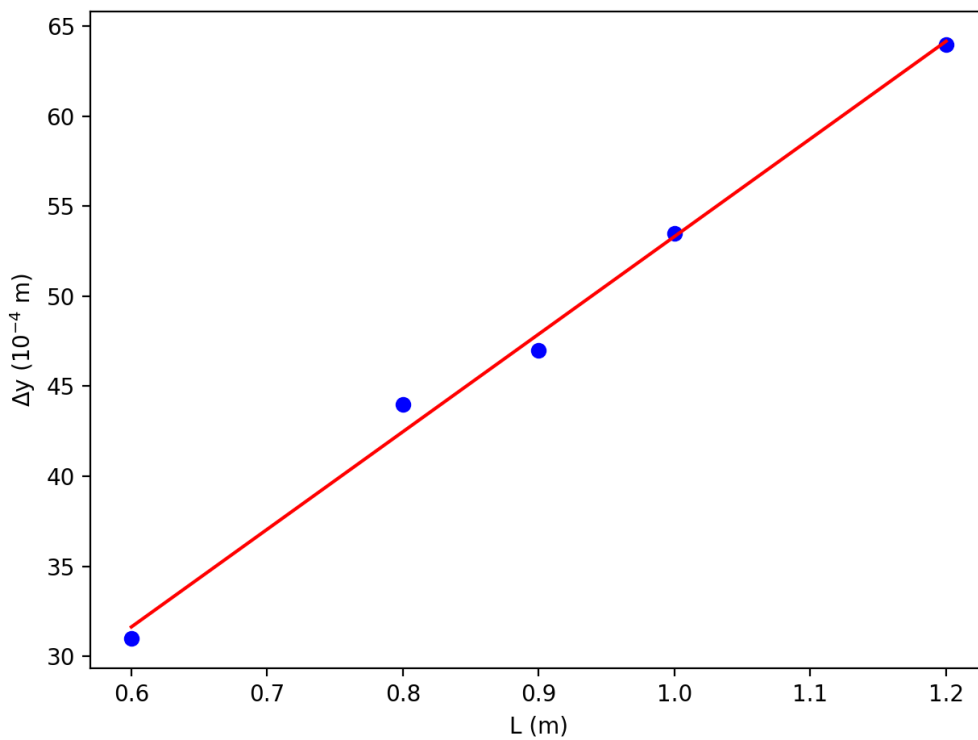
$$\Delta m = \sqrt{N \frac{A}{\Delta}} = \sqrt{5 \times \frac{1.24 \times 10^{-8}}{1}} = 2.49 \times 10^{-4}$$

$$m = 5.4 \times 10^{-3} \pm 3 \times 10^{-4}$$

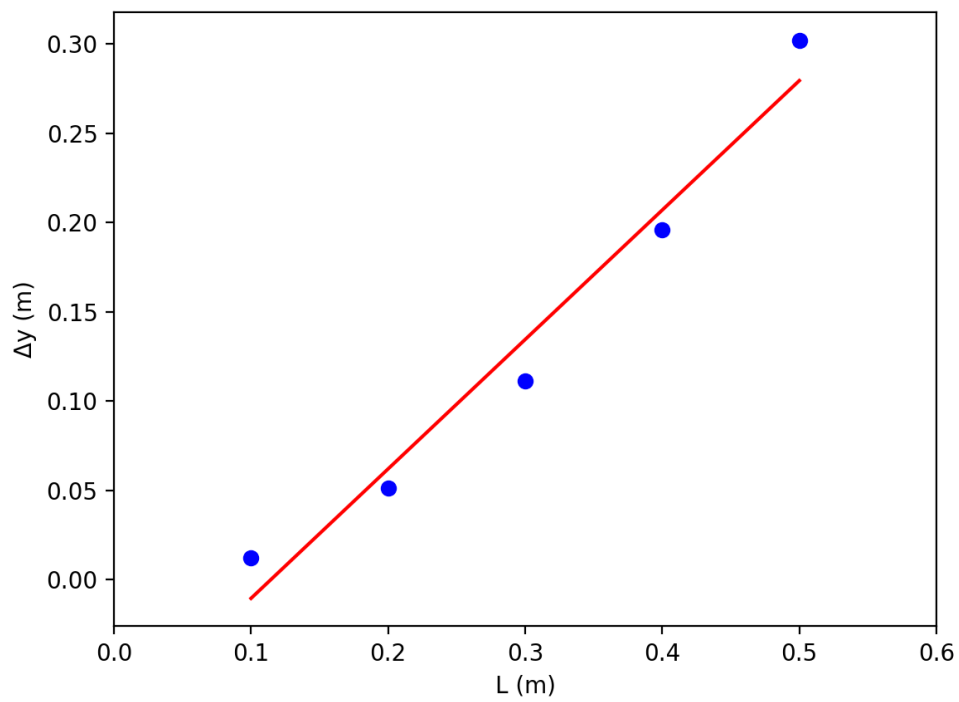
$$d = \frac{\lambda}{m} = \frac{(645 \pm 10) \text{ nm}}{(5.4 \pm 0.3) \times 10^{-3}} = \frac{645}{5.4} \left( 1 \pm \sqrt{\left(\frac{10}{645}\right)^2 + \left(\frac{0.3}{5.4}\right)^2} \right) \mu\text{m}$$

$$\text{頭髮直徑 } d = (119 \pm 7) \mu\text{m}$$

(一般值：17μm~181μm)



頭髮繞射  $\Delta y - L$  關係圖



CD 干涉  $\Delta y - L$  關係圖

何承祐

## CD 片干涉

由於 CD 干涉實驗的  $L$  較小，以下採用較精確的計算方式。令 CD 槽寬為  $d$ 。

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{L} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\Delta y}{\sqrt{L^2 + (\Delta y)^2}} \Rightarrow d \frac{\Delta y}{\sqrt{L^2 + (\Delta y)^2}} = \lambda$$

$$L^2 + (\Delta y)^2 = \frac{d^2}{\lambda^2} (\Delta y)^2$$

$(L \pm 0.02) \text{ m}$	$(\Delta y \pm 0.2) \times 10^{-2} \text{ m}$	$(\Delta y)^2 \text{ (m)}$	$L^2 + (\Delta y)^2 \text{ (m)}$
0.10	4.9	$0.24 \times 10^{-2}$	$0.12 \times 10^{-1}$
0.20	10.5	$1.1 \times 10^{-2}$	$0.51 \times 10^{-1}$
0.30	14.4	$2.07 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-1}$
0.40	19.0	$3.61 \times 10^{-2}$	$1.96 \times 10^{-1}$
0.50	22.9	$5.24 \times 10^{-2}$	$3.02 \times 10^{-1}$

$$L^2 + (\Delta y)^2 = \frac{d^2}{\lambda^2} (\Delta y)^2 \Rightarrow Y = \frac{d^2}{\lambda^2} X$$

$$Y = (-8.46 \times 10^{-3}) + 5.83X$$

$$r^2 = 0.996, b = -8.46 \times 10^{-3}, m = 5.83$$

$$A = \frac{1}{N-2} \sum_i (Y_i - (mX_i + b))^2 = \frac{1}{5-2} \times (1.26 \times 10^{-4}) = 4.2 \times 10^{-5}$$

$$\Delta = N \sum_i X_i^2 - (\sum_i X_i)^2 = 5(4.6 \times 10^{-3}) - (0.1226)^2 = 8.0 \times 10^{-3}$$

$$\Delta m = \sqrt{N \frac{A}{\Delta}} = \sqrt{5 \times \frac{4.2 \times 10^{-5}}{8.0 \times 10^{-3}}} = 0.162$$

$$\mathbf{m = 5.8 \pm 0.2}$$

$$\Delta(\sqrt{m}) = \frac{\Delta m}{2\sqrt{m}} = \frac{0.2}{2 \times \sqrt{5.8}} = 0.0415$$

$$\sqrt{\mathbf{m}} = \sqrt{m} \pm \Delta(\sqrt{m}) = 2.41 \pm 0.04$$

$$m = \frac{d^2}{\lambda^2} \Rightarrow d = \lambda \sqrt{m} = (645 \pm 10)(2.41 \pm 0.04) \text{ nm}$$

$$\mathbf{CD \text{ 槽距 } d = (1554 \pm 35) \text{ nm}}$$

(一般值：~1.6 μm)

## 結果與討論

### 結果彙整

項目	測量值
雷射光波長 (單狹縫)	$(610 \pm 16) \text{ nm}$
雷射光波長 (雙狹縫)	$(680 \pm 13) \text{ nm}$
頭髮直徑	$(119 \pm 7) \mu\text{m}$
CD 槽距	$(1554 \pm 35) \text{ nm}$

### 誤差分析與問題討論

1. 頭髮直徑與 CD 槽距的測量值都在公認範圍內。
2. 本實驗使用紅光雷射，測得的波長在紅光波長範圍內。
3. 雙狹縫干涉實驗中，亦能觀察到單狹縫的繞射現象，選取 10 條亮暗間距時需額外注意。
4. 進行單、雙狹縫繞射與頭髮繞射實驗時，若取靠近中央的 10 個條紋，角度  $\theta$  較小，使用小角度近似較恰當。若要求更高精確度，可從中央亮紋往左右各取 5 個間隔，並使用測量 CD 槽距的計算方式進行分析。
5. 頭髮易彎曲，固定時應注意其為豎直的，否則易使干涉條紋變形，影響實驗結果。
6. 若將雷射光改成白熾燈泡，將得到彩色的干涉條紋，但燈泡必須稍微遠離，以近似於平行光。
7. 為增加實驗準確性，可在狹縫前放置凸透鏡，並使點光源位於焦點處。如此一來，入射光便能成為平行光。
8. 除了將 CD 外膜撕除，亦可將雷射筆直接照向 CD，反射時鉛直入射屏幕，如圖所示。





何承祐

## 實驗照片

