

第四次作业

1. 假设随机变量 X 和 Y 都在 $(0, B)$ 上取值。假设 $f(x|y) = C(y)e^{-xy}, 0 < x < B; f(y|x) = C(x)e^{-xy}, 0 < y < B$. 给出一种方法来近似模拟 X, Y , 并用模拟的方法来估计 $E(X)$ 和 $E(XY)$.
2. 假设 $X_i, i = 1, 2, 3$, 相互独立且服从均值为 1 的指数分布。设计一种模拟方法来估计 (1) $E(X_1 + 2X_2 + 3X_3 | X_1 + 2X_2 + 3X_3 > 15)$; (2) $E(X_1 + 2X_2 + 3X_3 | X_1 + 2X_2 + 3X_3 < 1)$.
3. 假设 X, Y, Z 的联合概率密度为 $f(x, y, z) = Ce^{-(x+y+z+axy+bxz+cyz)}, x > 0, y > 0, z > 0$, 其中 a, b, c 为非负常数, C 取值于与 a, b, c 无关. 如何估计 X, Y, Z ? 给定 $a = b = c = 1$, 如何估计 $E(XYZ)$? 给出方法并实现.
4. 假设 X, Y, N 的联合分布为

$$P(X = i, y \leq Y \leq y + dy, N = n)$$

$$\approx C \binom{n}{i} y^{i+\alpha-1} (1-y)^{ni+\beta-1} e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} dy,$$

其中, $i = 0, \dots, n, n = 0, 1, \dots, y \geq 0$. 当 $\alpha=2, \beta=3, \lambda=4$ 时, 用模拟方法估计 $E(X), E(Y), E(N)$.

5. 生成两个二维正态分布生成的混合正态分布. 两个二维正态分布的均值和协方差阵为 $(1, 4), (-2, -1)$; $\begin{pmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{pmatrix}$. 两个分布中的随机变量产生的概率分别为 0.5, 0.5.